F 1736

4-001

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr., Tom. 22, Nr. 1, p. 1—238, Bucureşti, 1972

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil:*
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct:*
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. D. GRECOV;
Dr. ing. A. MORARU;
Prof. C. APETREI;
Ing. Cs. NAGY
Dr. doc. V. PIMSNER;
Dr. doc. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar științific de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la Întreprinderea Rompresfilatelia, Căsuța poștală 2001, București, România sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa : BUCUREȘTI, Șos. Vitan, nr. 236.

Editura Academiei Republicii Socialiste România, Str. Gutenberg nr. 3 bis, sectorul 6, București

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 22, nr. 1 1972

SUMAR

Economie energetică

Pag.

T. MICLESCU, M. NEGULA, Cercetări numerice privind modelul dinamic al funcţionării de durată a sistemului electroenergetic 3
D. BUSUIOC, O metodă pentru rezolvarea problemei de programare liniară cu toate variabilele numere întregi 15

Termoenergetică şi termotehnică

ŞT. GHEORGHIU, Calculul temperaturilor la capătul rece al preîncălzitoarelor de aer, folosite la cazanele de abur, ţinînd seama de coroziune 23
C. CAZACU, IL. BĂDICĂ, AL. PAVELEŢ, Modelarea focarului de la cazanul de 525 t/h. 33
GH. TIU, L. TEODORESCU, V. HARBUR, S. MANEA, O. BERCEA, Unele aspecte ale influenţei factorilor constructivi la pompă şi la injector, asupra proceselor de injecţie cu aplicaţie la motorul D-105. 43
I. NISTOR, S. GUTMAN, C. DOBOŞ, Cercetări asupra structurii bitumului de petrol utilizat la obţinerea cocsului brichete prin tratament termochimic 57

Electroenergetică şi electrotehnică

A. ŢUGULEA, Regimul tranzitoriu al cîmpului electromagnetic inductiv într-un sistem de bare conductoare masive. Parametrii tranzitorii 67
H. GAVRILĂ, Model pentru calculul pierderilor prin curenţi turbionari în tola din material feromagnetic. 95
A. IFRIM, P. NOŢINGHER, Construirea schemelor echivalente ale condensatoarelor cu dielectrici neideali. 113
M. PREDA, I. BREAZU, J. MARCOVICI, Formula topologică generală pentru transmitanţele circuitelor multiport. 129
A. ARIE, H. CRIŞCIU, Stabilirea unor matrici de incidenţă corespunzătoare unei reţele de cvadripoli 139

St. cerc. energ. electr., tom 22, nr. 1, p. 1–238, 1972

Pag.

D. S. NECȘULESCU, A. CRISTOVICI, Reanclanșarea automată monofazată (*RARM*) pe linii de foarte înaltă tensiune 157

GR. VASILIU, Asupra filtrelor diferențiale. 171

I. I. PONNER, Releu de timp digital pentru temporizări foarte mari. 183

AL. GROSSU, Criterii algebrice de stabilitate absolută pentru unele sisteme neliniare de tip Lurie a căror parte liniară depinde de un parametru 195

A. DOBRANIȘ, Considerații privind mașinile sincrone cu excitația pe două axe 207

M. UNGUREANU, P. POSTOLACHE, Privind influența descărcării corona asupra supratensiunilor interne 217

Note

C. A. VASILESCU, Studiul experimental al duratei arderii în motorul cu aprindere prin scînteie cu cameră de ardere în piston. 227

Recenzii 233

Material documentar 235

CERCETĂRI NUMERICE PRIVIND MODELUL DINAMIC AL FUNCȚIONĂRII DE DURATĂ A SISTEMULUI ELECTROENERGETIC

T. MICLESCU, M. NECULA

620.9 : 621.311.15

În articol se prezintă rezultatele cercetărilor numerice efectuate prin aplicarea modelului dinamic [1] de planificare optimă, a funcționării pe durata unui an de zile, a sistemului electroenergetic.

1. INTRODUCERE

Așa cum s-a arătat în [1] modelul dinamic reprezintă exact condițiile funcționării reale, pe cînd modelul liniar le reprezintă aproximativ. De aceea modelul dinamic îl considerăm *model de referință* iar modelul liniar, *model de lucru*. Optimul pentru modelul liniar se determină însă mai ușor decît pentru modelul dinamic. Modelul liniar simplifică problema înlocuind la fiecare centrală o mulțime de caracteristici prin una. O comparație teoretică între modelul liniar și cel dinamic, în ceea ce privește volumul de calcule și precizia rezultatului obținut la determinarea funcționării optime, conduce numai la concluzii calitative. Concluzii cantitative pot fi obținute prin experimentarea modelului liniar și depind de condițiile de experimentare. Experimentul constă în determinarea regimului optim de funcționare al unui sistem folosind succesiv modelul dinamic și modelul liniar și comparînd rezultatele. Pentru a obține concluzii cu valabilitate mai largă trebuie ca sistemul să fie astfel ales încît situația care rezultă pentru modelul liniar — model aproximativ — să fie cît mai dezavantajoasă, adică să conducă la eroarea maximă a acestuia.

Modelul liniar al funcționării de durată utilizat nu reflectă opririle în ciclul diurn, caracterul discret al puterii disponibile în centrale, și neglijează consumurile și cheltuielile de pornire ale agregatelor după pornirile sezoniere. În cele ce urmează modelul dinamic este folosit pentru determinarea erorilor care se datoresc ultimelor două aproximații, concluziile fiind valabile pentru sisteme cu un grad ridicat de aplatizare a curbei de sarcină zilnică, echipat cu agregate de puteri unitare mari. Același model dinamic se pretează însă și pentru modelarea opririlor în golul

de sarcină zilnică — dar cu un volum de calcule mult mai mare — ceea ce ar permite o apreciere mai completă a erorii modelului liniar.

Pentru experimentare s-a ales un sistem a cărui curbă de sarcină anuală este determinată prin patru curbe de sarcină zilnice caracteristice, fiecare din ele corespunzînd unui anumit anotimp. Deci curba anuală de sarcină a sistemului este împărțită în patru intervale.

Sistemul electroenergetic al cărui regim de funcționare se va optimiza pentru un an de zile este format din cinci centrale termoelectrice. Fiecare centrală este formată din patru agregate cazan-turbină, identice. Puterea disponibilă a celor cinci centrale este de 2 090 MW.

Scopul experimentului este să stabilească valoarea abaterii în determinarea cheltuielilor corespunzătoare funcționării optime atunci cînd se folosește modelul liniar în locul celui dinamic, considerat ca model exact.

Absența din sistemul ales pentru experimentare a centralelor hidroelectrice nu restrînge valabilitatea concluziilor rezultate din compararea modelului liniar cu cel dinamic. În adevăr, în cazul funcționării de durată modelul matematic în formă generală nu diferă în cazul sistemului mixt de modelul corespunzător funcționării unui sistem format numai din termocentrale : pentru amîndouă tipurile de centrale se pot utiliza caracteristici de consum și cheltuieli corespunzătoare funcționării cu un număr de agregate variabil, iar limitarea resursei primare de energie pentru o centrală poate apărea și în cazul centralelor termoelectrice. Obținerea unui model de funcționare unic indiferent de tipul centralelor sistemului este rezultatul neglijării unor aspecte particulare caracteristice cum sînt : modificarea caracteristicilor centralelor termoelectrice cu variația calității combustibilului și a temperaturii apei de răcire, modificarea caracteristicilor centralelor hidroelectrice cu variația nivelului biefului amonte și aval ș.a.m.d.

S-a admis că aceste variații nu influențează sensibil rezultatele optimizării funcționării de durată obținute folosind caracteristicile medii.

2. DATE PRIMARE PRIVIND CENTRALELE SISTEMULUI ȘI CURBA DE SARCINĂ

În tabela 1 și figura 1 se prezintă caracteristicile agregatelor din cele cinci centrale.

În lipsa datelor originale, consumurile de pornire pentru agregatele alese au fost determinate în modul următor. Pentru agregatul cu turbine PVK-200 funcționînd pe combustibil solid, institutul Teploproiect indică drept consum de pornire valoarea de 40 Gcal [2]. Reprezentînd în figura 2 consumurile de pornire prezentate în tabela 2 se observă că acestea cresc aproximativ proporțional cu puterea [3].

S-a aplicat deci această lege de variație pentru determinarea aproximativă a consumurilor de pornire a celor cinci tipuri de blocuri considerate, luînd ca dată de plecare consumul de pornire de 40 Gcal al agregatului PVK-200.

Tabela 1

Date primare privind agregatele centralelor electrice considerate în lucrare

Centrala	$\frac{P_{mint}}{P_d}$ %	P_{mint}[1] MW	P_{ec}[2] MW	P_d[3] MW	Numărul de agregate pe centrală	Puterea disponibilă a centralei MW	B_0[4] Gcal/h	b_1[5] Gcal/MWh	b_2[6] Gcal/MW	Felul combustibilului	Preț unitar lei/tcc	Preț unitar lei/Gcal	C_0[7] lei/h	a_1[8] lei/MWh	a_2[9] lei/MWh	Consum de pornire Gcal	Cheltuieli de pornire lei	Nr. de agregate în funcțiune înainte de primul interval
A	50	38,75	70,0	77,5	4	310	16,5	2,03	2,33	păcură	280	40,0	660	81,5	93,3	16	640	4
B	60	87,00	130,0	145,0	4	580	32,0	1,94	2,34	cărbune	400	57,1	1 830	110,8	133,5	30	1720	3 (al patrulea grup este disponibil
C	60	72,00	108,8	120,0	4	480	27,0	1,95	2,68	”	400	57,1	1 545	111,3	153,5	24	1370	4
D	50	52,50	105,0	105,0	4	420	25,0	2,00	2,00	păcură	280	40,0	1 000	80,0	80,0	21	840	4
E	40	30,00	60,0	75,0	4	300	17,0	2,04	2,50	gaz natural	174	24,8	422	50,5	62,0	15	373	4

1) Puterea minimă tehnică.
2) Puterea economică a blocului.
3) Puterea disponibilă.
4) Consumul orar de combustibil la mers în gol.
5) Creșterea specifică a consumului de combustibil pentru puteri în domeniul $P_{mint} \ldots P_{ec}$.
6) Idem pentru puteri în domeniul $P_{ec} \ldots P_d$.
7) Cheltuieli orare la mersul în gol.
8) Creșterea specifică a cheltuielilor pentru puteri în domeniul $P_{mint} \ldots P_{ec}$.
9) Idem pentru puteri în domeniul $P_{ec} \ldots P_d$.

Elementele primare pentru toate calculele efectuate sînt caracteristicile de consum pe agregat, reprezentînd dependența dintre puterea electrică netă (puterea electrică produsă din care a fost scăzut consumul

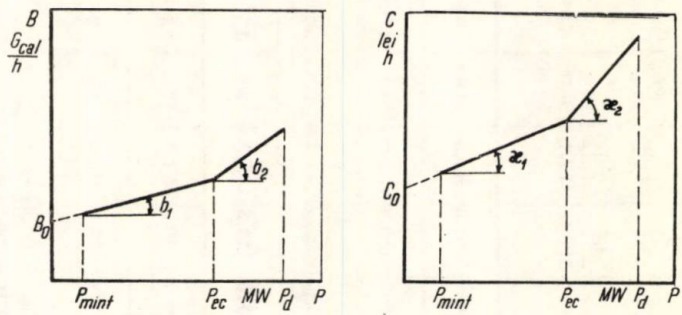


Fig. 1. — Caracteristica de consum și caracteristica de cheltuieli a unui agregat

Tabela 2

Date privind consumurile de pornire ale unor agregate

Puterea nominală a tubogeneratorului MW	5	24	30	50
Consumul orar convențional de mers în gol Gcal/h	3,3	4,4	8,0	8,7
Consumul la pornire Gcal	3,0	6,0	12,0	15,0

serviciilor interne) și consumul de căldură orar al agregatului. Deoarece aceste caracteristici se întîlnesc destul de rar în literatura de specialitate, au fost folosite caracteristicile prezentate grafic în [4], corespunzătoare la cinci tipuri de agregate funcționînd în centralele Wedel, Neuhof și Hafen din Republica Federală a Germaniei.

Pentru a scoate în evidență mai puternic influența pe care o are modul de repartiție a sarcinii pe centrale asupra funcționării economice a sistemului s-a considerat că cele cinci centrale consumă gaz natural, păcură, cărbune superior, eficiența optimizării fiind mai mare pentru sistemele cu tipurile de centrale, agregate și felurile de combustibil consumat, variate. Performanțele pe care le realizează în aceste condiții cele cinci centrale ale sistemului experimentat sînt apropiate de performanțele unor centrale reale.

După cum s-a arătat în paragraful 1, curba de sarcină anuală a sistemului este determinată prin patru curbe de sarcină zilnice caracteristice, corespunzătoare fiecare unui anotimp. Aceste curbe de sarcină deduse din [5], sînt prezentate în tabela 3 și figura 3. Cele patru paliere de putere corespund, în ordinea crescătoare a indicilor, următoarelor perioade din zi: seara, dimineața, ziua și noaptea.

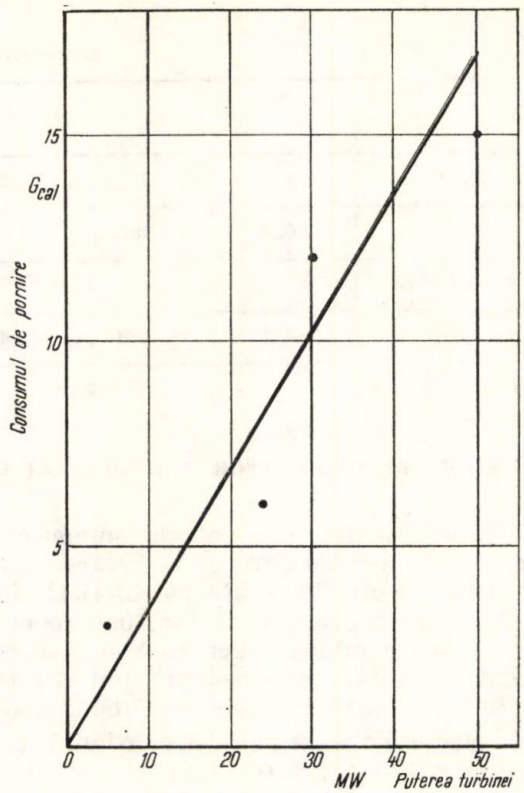


Fig. 2. — Consumul de pornire a unui agregat în funcție de puterea nominală.

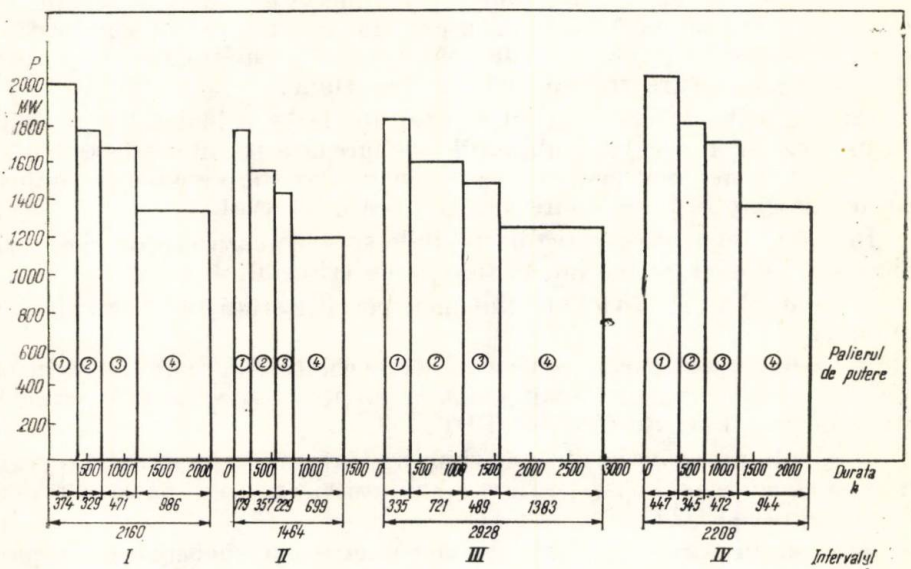


Fig. 3. — Curba de sarcină a sistemului considerat.

Tabela 3

Date primare privind curba de sarcină

Intervalul	I			
Palierul de putere	1	2	3	4
Puterea MW	2 024	1 780	1 687	1 342
Puterea medie a intervalului MW	1 600			
Durata *h*	374	329	471	986
Durata pe intervalul *h*	2 160			

3. PROGRAMAREA PE CALCULATOR A MODELULUI DINAMIC

Programul alcătuit pentru calculatorul numeric are drept date de plecare : datele primare pentru agregatele fiecărei centrale şi cerinţele impuse întregului sistem (puterile cerute pe diferitele intervale de timp de funcţionare). Sînt generate în calculator toate combinaţiile posibile de agregate ; pentru fiecare combinaţie generată se analizează dacă puterea furnizată de agregatele în funcţiune asigură puterea cerută. Combinaţiile care nu îndeplinesc această condiţie sînt abandonate.

Pentru combinaţiile de agregate care asigură puterea cerută se calculează puterea produsă de agregatele fiecărei centrale conform metodei de repartiţie optimă, consumul de combustibil necesar pentru producerea acestei puteri şi cheltuielile corespunzătoare. Aceste calcule sînt efectuate pentru fiecare interval de funcţionare, în funcţie de puterile cerute. La trecerea de la un interval la altul, în calculul consumului de combustibil şi al cheltuielilor se ţine seama de consumurile şi cheltuielile de pornire pentru agregatele care trebuie puse în funcţiune.

Consumurile de combustibil şi cheltuielile se calculează cumulativ de la interval la interval ; combinaţiile de agregate pe intervale sînt reţinute separat, astfel încît pentru fiecare centrală există o evidenţă a numărului de agregate în funcţionare pentru fiecare interval.

În final, din toate strategiile posibile se selectează cea de cheltuieli minime sau de consum minim, în funcţie de criteriul ales.

Programul a fost astfel alcătuit încît permite studierea a trei situaţii şi anume :

— cazul general în care se ţine seama de cheltuielile şi de consumurile de pornire, iar intervalele de timp sînt împărţite în subintervale caracterizate prin puteri cerute diferite—PD1 ;

— cazul în care intervalele de timp nu sînt împărţite în subintervale (sau, ceea ce e acelaşi lucru, pe fiecare subinterval de timp puterea cerută este constantă)—PD2 ;

— cazul în care sînt neglijate consumurile şi cheltuielile de pornire—PD3.

a sistemului electroenergetic cercetat

II				III				IV			
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1 785	1 562	1 440	1 195	1 835	1 607	1 495	1 248	2 050	1 810	1 710	1 360
1 393				1 445				1 643			
179	357	229	699	335	721	489	1 383	337	345	472	944
1 464				2 928				2 208			

În schema de calcul din figura 4 sînt prezentate principalele blocuri din care este alcătuit programul pentru cazul general. Programul a fost scris în limbajul FORTRAN IV pentru un calculator numeric IBM 360/40.

Notațiile din figura 4 au următoarele semnificații :

Z — spațiul din memoria calculatorului în care sînt plasate strategiile pentru toate intervalele de timp care preced intervalul curent ; după parcurgerea tuturor intervalelor în acest spațiu se află strategiile finale.

X — spațiul din memorie în care sînt trecute combinațiile de grupuri.

CX — spațiul din memorie în care se trec cheltuielile corespunzătoare combinațiilor din X.

$CONSX$ — spațiul în care se trec consumurile corespunzătoare combinațiilor din X.

Față de schema din figura 4 modificările care apar pentru celelalte două variante sînt :

a) pentru varianta PD2 blocul B6 din program se execută o singură dată cu datele primare : puterea medie pe tot intervalul și durata totală a intervalului.

b) pentru varianta PD3 se utilizează același program în care datele primare referitoare la consumurile și cheltuielile de pornire au valoarea 0.

Aceste modificări au fost prevăzute în program și au fost asociate indicelui de executare al programului (IP). Pentru $IP = 1$, programul s-a executat în cazul general ; $IP = 2$ a atras după sine modificările prevăzute la punctul *a*) ; $IP = 3$ a avut asociate modificările de la cazul *b*). A putut fi asigurată astfel obținerea rezultatelor de la toate variantele la o singură introducere a programului în calculator.

O restricție serioasă care a apărut a fost cea a capacității memoriei calculatorului ; din acest motiv s-a urmărit tot timpul să se rețină numai informațiile strict necesare (de exemplu : eliminările ce apar în blocul B 10). Ar fi putut fi extinsă memoria prin folosirea memoriilor externe (disc magnetic, bandă), dar apărea problema timpului de acces la informațiile memorate extern.

4. INTERPRETAREA REZULTATELOR OBȚINUTE PRIN FOLOSIREA MODELULUI DINAMIC

Modelul dinamic a fost aplicat, pentru studiul sistemului considerat, în trei moduri :

PD1 — programul dinamic aplicat sistemului fără modificări ale datelor primare ale acestuia :

PD2 — programul dinamic aplicat sistemului, înlocuind curba de sarcină pe fiecare interval cu un palier de putere egală cu puterea medie pe interval :

PD3 — programul dinamic aplicat sistemului considerînd consumurile și cheltuielile de pornire nule.

Analiza începe cu prima variantă de aplicare a programului dinamic — *PD1*. Numărul de strategii obținute este de 299. Aceste strategii rezultă din combinațiile posibile. Deci singura restricție de care se ține seama este ca pe fiecare interval puterea disponibilă a combinației să fie mai mare decît cea minimă cerută pe interval, iar puterea minimă tehnic să fie mai mică decît puterea minimă de pe interval. Aplicînd principiul programării dinamice au fost reținute strategiile cele mai economice la aceeași valoare a numărului de agregate × intervale folosite de fiecare centrală. Valorile consumului de combustibil — **B** — și ale cheltuielilor — **C** — corespunzătoare celor 299 de strategii sînt valorile corespunzătoare funcționării optime în ipoteza unei anumite strategii de utilizare a agregatelor disponibile.

Calculul tuturor acestor strategii a fost necesar în cazul cercetării numerice de față pentru a putea alege strategiile potrivite pentru compararea modelului liniar cu cel dinamic. În cazul utilizării modelului dinamic pentru optimizarea funcționării de durată a sistemului electroenergetic impunerea unor restricții suplimentare — limitarea consumului de energie primară — are ca rezultat micșorarea numărului strategiilor posibile.

Strategia optimă — strategia unu — corespunde situației în care agregatele oprite se găsesc în centralele care funcționează cu combustibilul cel mai scump (cărbune) adică în centralele *B* și *C*. Aceste centrale au însă caracteristicile de consum cele mai favorabile. Comparînd caracteristicile de consum ale centralelor *B* și *C* se constată că centrala *B* are o caracteristică mai favorabilă decît centrala *C* în ce privește creșterile specifice dar mai defavorabile în ce privește consumul de mers în gol. Acest fapt explică de ce strategia trei în care sînt oprite numai agregatele centralei cu creșterea relativă a cheltuielilor cea mai mare (centrala *C*) este totuși mai scumpă decît strategia unu.

Strategia cea mai scumpă — strategia 299 — corespunde situației în care sînt oprite numai agregatele centralei cu cheltuielile cele mai reduse — cheltuieli de mers în gol și creșteri specifice a cheltuielilor — adică centrala *E*.

Strategia cea mai scumpă implică cheltuieli cu 4,88% mai mari decît cele corespunzătoare strategiei optime. Deci în medie, două strategii succesive se deosebesc din punctul de vedere al cheltuielilor cu 0,163%. Practic acest fapt indică că la aceeași valoare a cheltuielilor sînt posibile mai multe strategii. Față de valoarea medie a cheltuielilor cores-

punzătoare celor 299 de strategii, strategiei optime îi corespund cheltuieli cu 2,71% mai mici, iar strategiei celei mai scumpe cheltuieli cu 2,78% mai mari. Cum valoarea medie a cheltuielilor este apropiată de valoarea cheltuielilor corespunzătoare strategiei 162 rezultă că există o uşoară grupare a strategiilor spre cea optimă iar cheltuielile cresc mai repede spre strategia cea mai scumpă.

Strategia 196 are toate agregatele în funcţiune. Valoarea cheltuielilor diferă puţin de valoarea medie a cheltuielilor. Dar toate cele 195 strategii precedente la care o parte din agregate sînt oprite pe diferite intervale au valori ale cheltuielilor mai mici. Printre aceste strategii sînt chiar şi acelea în care centralele care implică cheltuielile mai mari funcţionează cu toate agregatele. În consecinţă necesitatea opririi agregatelor pentru reparaţii reprezintă o condiţie minimală, agregatele putînd fi oprite şi pentru mişcarea cheltuielilor totale legate de funcţionare.

Mai clar rezultă acest lucru din compararea strategiilor unu, patru, cinci şi şase (tabela 4). Strategia cinci se deosebeşte de strategia unu prin faptul că la centrala *B* funcţionează un agregat în plus. Prin aceasta strategiei cinci îi corespund nu numai cheltuielile mai mari dar şi un consum de combustibil mai ridicat. Din compararea strategiilor patru, cinci şi şase rezultă că din punctul de vedere al optimizării nu este indiferent care agregat este oprit. Strategiile patru şi şase se deosebesc de strategia cinci prin faptul că mai au un agregat oprit în intervalul doi (în centrala *A* respectiv *D*). Totuşi strategia patru are cheltuieli şi consum de combustibil mai mici, iar strategia şase cheltuieli mai mari şi consum de combustibil mai mic, în comparaţie cu strategia cinci.

În condiţiile minimizării cheltuielilor totale consumul minim de combustibil se obţine pentru strategia cea mai scumpă — 299 — şi corespunde funcţionării cu toate agregatele centralelor cu caracteristicile de combustibil cele mai convenabile.

În sistemul experimentat centralele cu caracteristicile de consum cele mai convenabile consumă combustibilul cel mai scump şi invers. Totuşi strategia cu consumul maxim de combustibil nu este strategia optimă ci strategia 196 cu toate agregatele în funcţiune. Deci oprirea convenabilă a agregatelor reprezintă o măsură de reducere atît a cheltuielilor cît şi a consumului de combustibil.

Pentru cele 299 strategii variaţia consumului de combustibil convenţional este de 1% (raportat la consumul minim). Faţă de consumul mediu de combustibil al tuturor strategiilor, consumul maxim este mai mare cu 0,51% iar consumul minim mai mic cu 0,49%.

Variaţia mult mai mică a consumului pentru diferite strategii în comparaţie cu cheltuielile se explică prin faptul că centralele cu caracteristici de consum favorabile consumă combustibil scump şi invers.

Pentru sistemul experimentat — sistem realizabil — coeficientul de variaţie a cheltuielilor este de cîteva ori mai mare decît coeficientul de variaţie al consumului de combustibil pentru toate strategiile posibile. Acest fapt nu permite încă să se tragă concluzia că sensibilitatea faţă de optimizarea cheltuielilor este mai mare decît faţă de optimizarea consumului, deoarece pentru fiecare strategie funcţionarea optimă a fost făcută în funcţie de cheltuieli.

Tabela 4

Rezultatele privind patru strategii

Nr. strategiei	Centrala E				Centrala D				Centrala A			
	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}
1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4
5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
6	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4

O asemenea concluzie s-ar putea trage dacă s-ar face pentru același sistem o optimizare similară în funcție de consumul de combustibil și s-ar compara coeficientul de variație a cheltuielilor în primul caz cu coeficientul de variație a consumului de combustibil în al doilea caz.

În a doua variantă de aplicare a programului dinamic — PD2 — s-a aproximat curba de sarcină în patru trepte de putere prin puterea medie pe interval. Se compară între ele aceleași strategii de folosire a agregatelor, după rezultatele obținute în PD1 și PD2. Deoarece aceasta este una din aproximațiile programului liniar rezultatele comparației permit să se aprecieze în ce măsură eroarea programului liniar față de cel dinamic este determinată de înlocuirea curbei de sarcină originare prin puterea medie pe interval. Au fost extrase pentru comparație șapte strategii repartizate aproape uniform între cele 299 strategii (tabela 5).

Tabela 5

Rezultatele privind strategiile din PD1 și PD2 alese spre comparare

Numărul strategiei		C 10^{10} lei	B 10^8 Gcal	ε_C %	ε_B %
PD1	*PD2*				
1		0,1353471	0,3077478	—	—
	1	0,1328882	0,3072870	−1,82	−0,15
54		0,1367886	0,3075560	—	—
	50	0,1342736	0,3071083	−1,75	−0,15
100		0,1373579	0,3077118	—	—
	88	0,1347573	0,3073504	−2,00	−0,12
122		0,1375731	0,3085686	—	—
	150	0,1355133	0,3082576	−1,55	−0,10
178		0,1383522	0,3087782	—	—
	200	0,1361103	0,3086378	−1,60	−0,05
260		0,1400443	0,3065766	—	—
	250	0,1372360	0,3065046	−2,00	−0,03
299		0,1419260	0,3060062	—	—
	299	0,1391702	0,3060326	−2,00	+0,01

care se compară între ele

Centrala B				Centrala C				C	B
x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}	x_{51}	x_{52}	x_{53}	x_{54}	10^{10} lei	10^8 Gcai
4	2	4	4	4	4	2	4	0,1353471	0,3077478
4	3	4	4	4	4	2	4	0,1358449	0,3078014
4	3	4	4	4	4	2	4	0,1358595	0,3080086
4	3	4	4	4	4	2	4	0,1358704	0,3077344

Se constată că erorile sînt de circa 2% în determinarea cheltuielilor corespunzătoare strategiei şi de circa 0,1% în determinarea consumului de combustibil convenţional.

Sensibilitatea mult mai mare a cheltuielilor în comparaţie cu cea a consumului de combustibil convenţional la modificarea curbei de sarcină se datoreşte variabilităţii diferite a caracteristicilor de cheltuieli şi de consum pe centrale. Dacă pentru cele cinci centrale creşterile relative ale consumului de combustibil se află în limitele $+13\% \cdots -15\%$ iar consumurile de mers în gol în limitele $+36\% \cdots -30\%$, raportate la valoarea medie, în schimb creşterile relative ale cheltuielilor şi cheltuielile de mers în gol se află în limitele $+47\% \cdots -42\%$ respectiv $+67\% \cdots -380\%$. Această constatare pledează în favoarea optimizării cheltuielilor şi nu a consumului de combustibil.

A treia variantă de aplicare a programului dinamic — PD3 — diferă de — PD1 — varianta de referinţă — prin faptul că nu s-au luat în considerare cheltuielile de pornire şi consumurile de pornire la trecerea de la un interval la altul (duratele intervalelor sînt de cîteva luni). Această aproximaţie se face şi în modelul liniar şi de aceea este necesar să se cunoască efectul ei. În tabela 6 sînt prezentate cîteva strategii alese pentru comparare. Alegerea a fost făcută astfel încît ele să fie distribuite uniform printre toate strategiile.

Valorile din tabela 6 arată o diferenţă neglijabilă în cazul considerării cheltuielilor şi consumului de pornire drept nule. Diferenţele sînt de circa cinci unităţi la a şaptea cifră semnificativă pentru — cheltuieli — eroare de circa 0,0004% — şi de circa 10 unităţi la a şaptea cifră semnificativă pentru consumul de combustibil — eroare de circa 0,0003 %.

De aceea neglijarea cheltuielilor şi consumurilor la pornire la trecerea de la un interval la altul, cînd duratele acestora sînt de cîteva luni, nu introduce practic nici o eroare şi deci valorile obţinute cu ajutorul programului liniar nu sînt afectate de erori datorită acestei aproximaţii. (După cum s-a arătat în introducere, efectul opririlor în timpul zilei nu este studiat în acest articol).

Tabela 6

Rezultatele privind strategiile din PD1 şi PD3 alese spre comparare

Numărul strategiei		C 10^{10} lei	B 10^{8} Gcal	ε_C %	ε_B %
*PD*1	*PD*3				
1		0,1353471	0,3077478	—	—
	1	0,1353464	0,3077466	—	—
50		0,1367539	0,3075282	—	—
	50	0,1367533	0,3075270	—	—
100		0,1373579	0,3077118	—	—
	100	0,1373574	0,3077110	—	—
150		0,1380946	0,3073256	—	—
	150	0,1380942	0,3073248	—	—
200		0,1386014	0,3079597	—	—
	200	0,1386011	0,3079590	—	—
250		0,1398543	0,3066195	—	—
	250	0,1398538	0,3066182	—	—
299		0,1419260	0,3060062	—	—
	299	0,1419257	0,3060056		

BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, *Ein dynamisches Modell für den Dauerbetrieb des Elektrischen Energiesystems*, Rev. Roum. Sci. Tehn.-Electrotech. et Energ., **13**, *4* (1968).
2. V. M. Gornştein, Metodika uciota rejimi raboti energheticaskih sistem pri proektirovanii. Elektricestvo, septembrie, 9 (1960).
3. A. S. Gorşcov, *Indicii tehnico-economici ai centralelor termoelectrice*, Bucureşti, Editura energetică de Stat, 1953.
4. H. Mitschel, *Bestimmung des Teillastzuschlags zum spezifichen Wärmeverbrauch bei Bestlast von Blockanlagen*, BWK, noiembrie, **15**, *11* (1963).
5. * * * *Structura optimă a puterilor instalate în sistem. Anexa 2: idealizarea curbelor de sarcină.* ISPE, decembrie, 1966.

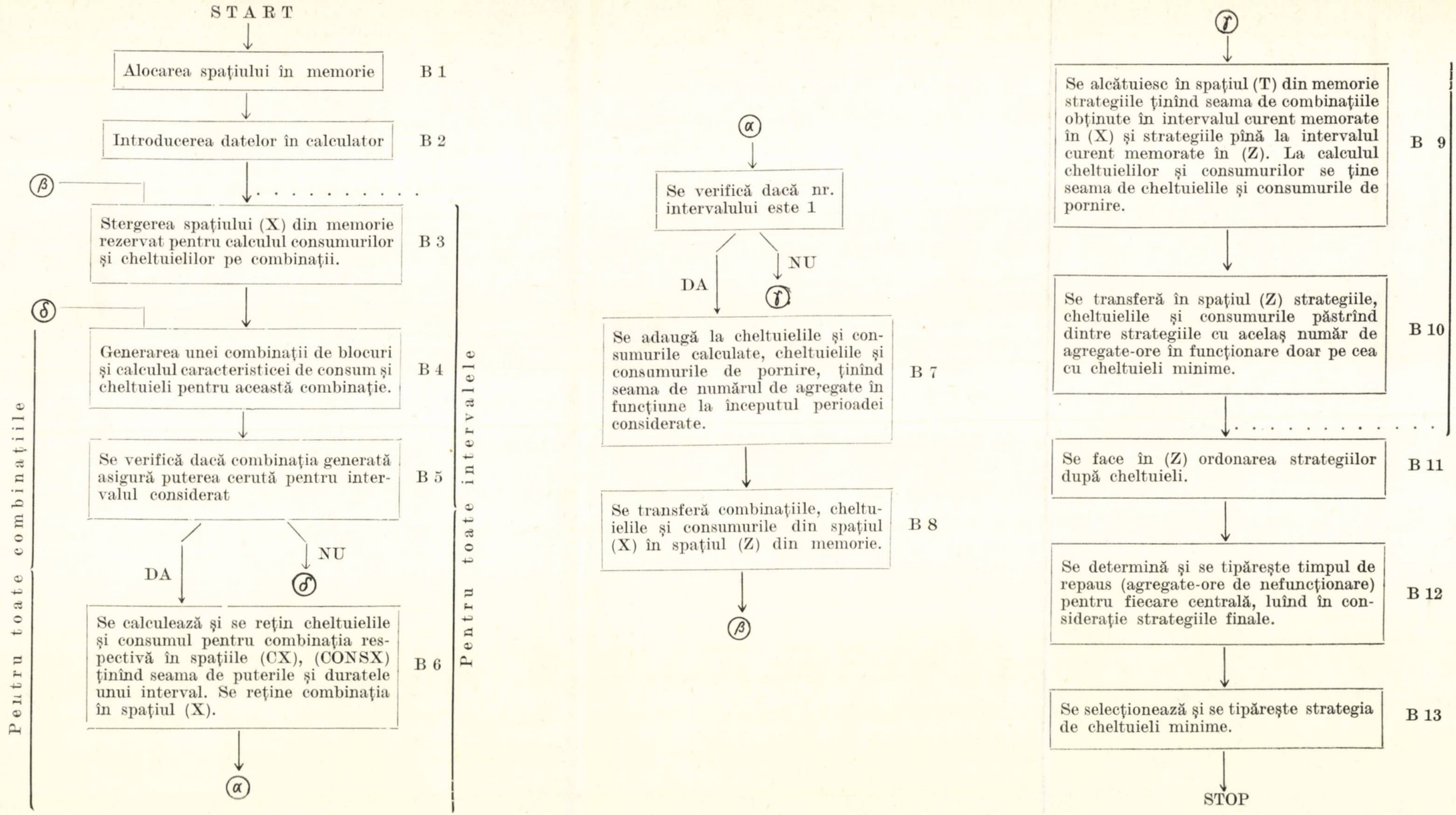


Fig. 4. — Schema-bloc a programului pentru calculatorul numeric.

O METODĂ PENTRU REZOLVAREA PROBLEMEI DE PROGRAMARE LINIARĂ CU TOATE VARIABILELE NUMERE ÎNTREGI

D. BUSUIOC

518.12

În articol se prezintă o metodă care constă în a căuta soluția problemei de programare liniară cu toate variabilele întregi printre soluțiile întregi ale z — ecuației corespunzînd aceleași probleme fără cerința de discretizare. Se fac unele considerații privind eficiența practică a metodei și modul de realizare pe un calculator. Metoda este ilustrată pe un exemplu numeric semnificativ.

Problema de programare liniară cu toate variabilele numere întregi constă în a determina un vector $x = (x_1, \cdots x_n)$ pentru care forma liniară

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j = z \tag{1}$$

devine maximă, sau minimă, în prezența restricțiilor:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, m}, \tag{2}$$

$$x_j \geqslant 0, \quad j = \overline{1, n}, \tag{3}$$

$$x_j - \text{întreg}, \; j = \overline{1, n}, \tag{4}$$

constantele $b_i (b_i \geqslant 0)$, c_j și a_{ij} se presupune a fi întregi pentru $i = \overline{1, m}$ și $j = \overline{1, n}$. Se presupune că mulțimea soluțiilor sistemului (2)—(3) este mărginită.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 15—21, 1972

În referinţele [1], [2], [3], [4] sînt expuse clase de probleme practice care se încadrează în modelul (1)—(4), clase de metode pentru rezolvarea modelului şi, de asemenea, se analizează eficienţa practică a metodelor mai importante. Din literatura de specialitate rezultă că cea mai bună metodă pentru rezolvarea modelului (1)—(4) este metoda secţiunilor plane datorată lui R. E. Gomory. Practic însă nici metoda lui Gomory nu dă satisfacţie întrucît, chiar şi pentru unele probleme de dimensiune redusă, numărul iteraţiilor poate fi foarte mare. La aceasta trebuie adăugată greutatea întocmirii unui program de calculator, şi greutatea folosirii metodei fără un program de calculator. Folosirea unei metode fără a face apel la un program de calculator nu este lipsită de importanţă întrucît este mai economic ca o problemă relativ mică să fie rezolvată semi-manual.

Metoda se realizează în două etape.

Etapa I. Se rezolvă problema (1)—(3). Fie x^* soluţia, şi fie $z^* = z(x^*)$. Dacă x^* are toate componentele întregi atunci x^* este soluţia problemei (1)—(4). Presupunînd că x^* nu are toate componentele întregi, obţinem la sfîrşitul etapei I:

$$x_B + \sum_{j \in R} y_j x_j = y_0, \tag{5}$$

$$\sum_{j \in R} (z_j - c_j)\, x_j = 0, \tag{6}$$

unde $y_0 = B^{-1}(b_1, \cdots, b_m)'$, $y_j = B^{-1}(a_{1j}, \cdots, a_{mj})'$ pentru $j \in R$, şi $z_j = C_B B^{-1}(a_{1j}, \cdots, a_{mj})'$ pentru $j \in R$. S-a folosit notaţia: B, matricea corespunzătoare bazei optime; R, mulţimea indicilor $j = \overline{1, n}$ corespunzînd variabilelor care nu intră în bază; $x_j \in X_B$ şi $c_j \in C_B$ dacă $j \in R$ şi $j = \overline{1, n}$.

Pentru problema (1)—(3) avem soluţia $x_B = y_0$ şi $x_j = 0$ dacă $j \in R$.

Etapa II. Să presupunem că problema (1)—(4) are o soluţie, fie aceasta $\bar{x}$. Întrucît y_0 nu are toate componentele numere întregi înseamnă că $\bar{x}$ sau corespunde altei baze, sau are mai mult decît m componente pozitive. În ambele cazuri avem $z(\bar{x}) \leqslant z(x^*)$ sau $z(\bar{x}) \geqslant z(x^*)$ după cum z se maximizează sau se minimizează. Problema revine acum la a găsi acele valori pentru x_j, $j \in R$, încît, fără a perturba restricţiile, valoarea corespunzătoare a lui z să se abată cît mai puţin posibil de la valoarea $z(x^*)$. În acest scop introducem notaţia:

$$z^0 = \begin{cases} [z^*] & \text{dacă } z \text{ se maximizează,} \\ [z^*] & \text{dacă } z \text{ se minimizează şi } z^* \text{ este întreg,} \\ [z]^* + 1 & \text{dacă } z \text{ se minimizează şi } z^* \text{ nu este întreg,} \end{cases} \tag{7}$$

simbolul [a] semnificînd funcţia parte întreagă.

Ţinînd cont de (6) şi (7) considerăm z — ecuaţia

$$\sum_{j \in R} (z_j - c_j)\, x_j = z^* - z^0 - \varepsilon t, \tag{8}$$

t fiind un parametru care poate primi succesiv valorile $0, 1 \cdots$ Dacă z se maximizează punem $\varepsilon = -1$ iar t trebuie să satisfacă condiția $z^0 - t \geqslant d$, d fiind valoarea minimă a lui z în raport cu restricțiile (2)—(3), sau un număr impus. Dacă z se minimizează punem $\varepsilon = 1$ iar t trebuie să satisfacă condiția $z^\circ + t \leqslant d$, d fiind acum valoarea maximă a lui z în raport cu restricțiile (2)—(3), sau un număr impus. În (8) avem $z_j - c_j \geqslant 0$ pentru $j \in R$ și $z^* - z^0 \geqslant 0$ dacă z se maximizează, sau $z_j - c_j \leqslant 0$ pentru $j \in R$ și $z^* - z^0 \leqslant 0$ dacă z se minimizează. Dacă introducem notația $-\varepsilon(z_j - c_j) = \alpha_j/h$ pentru $j \in R$, $-\varepsilon(z^* - z^0) = \beta/h$, și $h = |\det B|$, atunci ecuația (8) se transformă în ecuația

$$\sum_{j \in R} \alpha_j x_j = \beta + ht, \tag{8'}$$

cu toți coeficienții și termenul liber numere întregi nenegative.

Avem:

Propoziția 1. Dacă $\bar{x} = (\bar{x}_B, \bar{x}_R)$ este o soluție oarecare a problemei (1)—(4) atunci există numărul τ pentru care $\bar{x}_R$ este soluție a ecuației (8').

Propoziția este evidentă și dă numai o condiție necesară pentru ca problema (1)—(4) să admită soluție. De aici rezultă că dacă $\bar{t}$ este prima valoare a lui t pentru care $\bar{x}_R$, cu componente întregi nenegative este soluție a ecuației (8'), și dacă din (5) rezultă $\bar{x}_B$ cu componente întregi și nenegative, atunci $\bar{x} = (\bar{x}_B, \bar{x}_R)$ este soluția problemei (1)—(4). În acest fel rezolvarea problemei (1)—(4) se reduce la rezolvarea ecuației (8').

Relativ la ecuația (8') deosebim următoarele două cazuri:

Cazul 1. Avem $\alpha_j > 0$ pentru toți $j \in R$.

În acest caz soluția generală, cu componente nenegative, pentru ecuația (8') este dată de

$$x_j = \frac{\beta + ht}{\alpha_j} \lambda_j \tag{9}$$

unde

$$\sum_{j \in R} \lambda_j = 1 \text{ și } \lambda_j \geqslant 0,\ j \in R. \tag{10}$$

Din (5) și (9) obținem:

$$x_k = y_{0k} - (\beta + ht) \sum_{j \in R} (y_{kj}/\alpha_j) \lambda_j \tag{11}$$

pentru variabilele din bază.

Din (9) și (10) rezultă că dacă $\beta + ht < \alpha_j$ atunci $x_j = 0$, ceea ce restrînge numărul indicilor j pentru care $\lambda_j > 0$. De aici, și din faptul că pentru primele valori ale lui t ordinul de mărime al numărului $\beta + ht$ nu se abate mult de la ordinele de mărime ale coeficienților α_j, rezultă că pentru determinarea valorilor parametrilor λ_j, pentru care rezultă x_j și x_k cu componente întregi nenegative, se poate folosi o procedură combinatorie.

Deoarece sîntem în prezența unei metode exacte se impune ca în ambele etape să se lucreze cu perechi ordonate (p, q), cu p și q numere întregi. În acest caz va crește necesarul de memorie rapidă, și de asemenea va crește dificultatea scrierii unui program de calculator, însă numărul total de operații aritmetice poate fi substanțial redus, iar numărul de împărțiri se reduce la minim.

În rezolvarea problemei (1)—(4) putem fi numai în cazul 1 dacă introducem ipoteza că fiecare sistem format din $m+1$ vectori $(c_j, a_{1j}, \cdots, a_{mj})$, cu $j = \overline{1, n}$, este liniar independent. Într-adevăr, punînd $a_j = (a_{1j}, \cdots, a_{mj})$, pentru $j \in R$, avem :

Propoziția 2. În ipoteza de mai sus avem $\alpha_j > 0$ pentru $j \in R$.

Demonstrație. Avem succesiv : $|z_j - c_j| = |C_B B^{-1} a_j - c_j| =$

$$= \left| \det \begin{pmatrix} C_B & c_j \\ B & a_j \end{pmatrix} / \det B \right| = |D/h|,$$

și $z_j - c_j \neq 0$ dacă, și numai dacă, $D \neq 0$.

Cazul 2. Mulțimea $R_1 = \{j \in R : \alpha_j = 0\}$ este nevidă.

Scriem sistemul (5) sub forma

$$x_B + \sum_{j \in R_1} y_j x_j = y_0 - \sum_{j \in R \setminus R_1} y_j x_j \tag{12}$$

și

$$x_j \geqslant 0,\ j \in R_1 \text{ sau } j \in B, \tag{13}$$

dacă B semnifică și mulțimea indicilor corespunzători variabilelor din bază.

Acum, pentru fiecare t, începînd cu $t = 0$, se determină mulțimea S a soluțiilor întregi nenegative ale ecuației

$$\sum_{j \in R \setminus R_1} \alpha_j x_j = \beta + ht. \tag{14}$$

Calculînd partea dreaptă din (12) pentru fiecare element din S, se determină soluțiile extreme ale sistemului (12)—(13). Dacă aceste soluții sînt $X_1, \cdots, X_r$ atunci soluția generală a sistemului (12)—(13) va fi dată de relațiile :

$$X = \sum_{j=1}^{r} X_j \lambda_j. \tag{15}$$

$$\sum_{j=1}^{r} \lambda_j = 1;\ \lambda_j \geqslant 0,\ j = \overline{1, r}. \tag{16}$$

În ecuația (14) ne putem întîlni cu următoarele două situații:

1) $\beta = 0$. În acest caz dacă, pentru $t = 0$, din (15)—(16) nu rezultă o soluție pentru problema (1)—(4) atunci valoarea următoare a lui t va fi aceea pentru care ecuația (14) admite soluția nebanală;

2) $\beta > 0$. În acest caz orice soluție a problemei (1)—(4) va conține componente $x_j > 0$ pentru unii indici $j \in R \setminus R_1$.

Pentru ilustrarea metodei se consideră următorul exemplu numeric:

Să se maximizeze forma liniară

$$3x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 6x_5 = z \tag{17}$$

în prezența restricțiilor

$$3x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 21$$

$$4x_1 + 2x_2 + 9x_3 + 2x_4 + 10\,x_5 = 33 \tag{18}$$

$$x_j \geqslant 0,\ j = \overline{1,\ 5} \tag{19}$$

$$x_j - \text{întreg},\ j = \overline{1,\ 5}. \tag{20}$$

Etapa 1. Se rezolvă problema (17)—(19) și se obține tabela simplex finală:

x_B	y_0 \ c	3	2	7	0	6
x_2	144/26	22/26	1	2	1	0
x_5	57/26	6/26	0	13/26	0	1
z	630/26	2/26	0	0	2	0

Etapa II. Ecuația (8′) va fi:

$$2x_1 + 0x_3 + 52x_4 = 6 + 26\,t. \tag{21}$$

Întrucît $\alpha_3 = 0$ sîntem în cazul 2. Deoarece $\beta = 6 > 0$, soluția problemei (17)—(20) va trebui să conțină cel puțin o componentă $x_j > 0$ pentru $j \in R \setminus R_1$. Din ecuația, corespunzînd lui (14) pentru $t = 0$,

$$2x_1 + 52\,x_4 = 6, \tag{22}$$

găsim $x_1 = 3$, $x_4 = 0$. Introducînd aceste valori ale lui x_j, $j \in R \setminus R_1$, în (12) obţinem

$$\begin{aligned} x_2 + 2x_3 &= 3 \\ \frac{1}{2} x_3 + x_5 &= \frac{3}{2}. \end{aligned} \tag{23}$$

Pentru sistemul (23) avem soluţiile extreme:

$$X_1 = \left\{x_2 = 3,\ x_3 = 0,\ x_5 = \frac{3}{2}\right\},\quad X_2 = \left\{x_2 = 0,\ x_3 = \frac{3}{2},\ x_5 = \frac{3}{4}\right\}$$

şi soluţia generală, conform cu (15)—(16), dată de:

$$\begin{aligned} x_2 &= 3\lambda_1 \\ x_3 &= \frac{3}{2}\lambda_2 \\ x_5 &= \frac{3}{2}\lambda_1 + \frac{3}{4}\lambda_2 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1;\ \lambda_1,\ \lambda_2 \geqslant 0. \tag{25}$$

Pentru $\lambda_1 = \frac{1}{3}$ şi $\lambda_2 = \frac{2}{3}$ găsim $x_2 = 1$, $x_3 = 1$ şi $x_5 = 1$.

Pentru problema (17)—(20) avem soluţia:

$$\overline{X} = (3,\ 1,\ 1,\ 0,\ 1) \text{ şi } \overline{z} = 24.$$

Din analiza metodei expuse se desprind cîteva concluzii relativ la utilitatea practică a acesteia.

1. Pe lîngă simplitatea metodei se impune a fi scos în evidenţă faptul că permite determinarea, în principiu, a tuturor soluţiilor optime, ceea ce este practic foarte important.

2. Problemele de dimensiune relativ mică, uneori chiar şi de dimensiune ceva mai mare, pot fi rezolvate pe această cale în absenţa unui program de calculator, plecînd de la soluţia obţinută în etapa I. Această calitate nu o are nici una din celelalte metode existente. Costul rezolvării semimanuale a unei probleme relativ mici este mult mai redus decît costul rezolvării aceleiaşi probleme cu ajutorul unui calculator.

3. Simplitatea metodei face ca scrierea unui program de calculator să nu fie o problemă grea. De altfel, o estimaţie reală a eficienţei practice se va putea face numai în prezenţa unui astfel de program.

BIBLIOGRAFIE

1. A. A. Корбут, *Финкельштейн, ю. ю., Дискретное программирование*, Экономико математическая Библиотека, Москва, 1969.
2. G. Hadley, *Non-Linear and Dynamic Programming*, Addison-Wesley, Reading, Mass. 1964.
3. T. C. Hu, *Integer Programming and Nutwork Flows*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1969.
4. H. P. Künzi, H. G. Tzschach, C. A. Zehnder, *Numerical Methods of Mathematical Optimization*, Academic Press, Inc., 1968.

CALCULUL TEMPERATURILOR LA CAPĂTUL RECE AL PREÎNCĂLZITOARELOR DE AER FOLOSITE LA CAZANELE DE ABUR, ȚINÎND SEAMA DE COROZIUNE

ȘTEFAN GHEORGHIU

621.181.5 :620.193.7

Se prezintă factorii de care depinde temperatura peretelui și temperatura gazelor de ardere la capătul rece al preîncălzitoarelor de aer de tip recuperativ și regenerativ.

Pentru păcură cu conținut ridicat de sulf se calculează aceste temperaturi ținînd seama de coroziune.

1. GENERALITĂȚI

Pentru combustibilii lichizi cu conținut ridicat de sulf metoda cea mai des folosită pentru evitarea coroziunii la joasă temperatură a preîncălzitorului de aer constă în îndeplinirea următoarelor condiții:

— focarul și arzătoarele să fie astfel construite, ca arderea să se facă perfect și cît mai aproape de cea stoichiometrică;

— tipul preîncălzitorului de aer ca și datele constructive ale acestuia considerat ca fiind ultimul schimbător de căldură în drumul gazelor de ardere, să fie astfel alese, ca în condiții egale de efect al coroziunii, temperatura de evacuare a gazelor de ardere să fie cît mai coborîtă.

În prezenta lucrare se cercetează a doua condiție din cele arătate mai sus.

Preîncălzitoarele de aer ale cazanelor de abur folosite actualmente aproape în totalitatea cazurilor sînt recuperatorul tubular și regeneratorul rotativ cu masa acumulatoare de căldură în mișcare (Ljungström) sau fixă. Se consideră în cele ce urmează că materialul, cu ajutorul căruia se face schimbul de căldură între cele două medii — cald (gaze de ardere) și rece (aer de ardere) — este în întregime oțel. De asemenea se consideră că dispoziția relativă de curgere a celor două medii este mixtă — încrucișat și contracurent — în cazul recuperatorului și contracurent în cazul regeneratorului, care oferă în măsura cea mai mare posibilitatea coborîrii temperaturii de evacuare a gazelor.

St. cerc. ener. electr., tom. 22, nr. 1, p. 23—31, 1972

Efectul coroziunii produsă de condensarea vaporilor de acid sulfuric din gazele de ardere în contact cu peretele preîncălzitorului de aer depinde de temperatura suprafeţei acestuia şi de timpul cît are loc acest contact. Aprecierea efectului coroziunii prin măsurarea punctului acid de rouă ca şi a vitezei maxime de producere a peliculei de acid sulfuric nefiind suficient de corectă, s-au făcut măsurători ale pierderii de metal, în greutate, raportate la unitatea de timp, în funcţie de temperatura suprafeţei peretelui în contact cu gazele de ardere [1].

Între această temperatură şi cele două temperaturi ale mediului cald şi rece, în regiunea de ieşire a primului şi de intrare a celui de al doilea, numită „capătul rece" al preîncălzitorului de aer, există relaţii, determinate de procesul transmiterii de căldură. Temperaturile arătate se pot calcula cu ajutorul acestor relaţii.

Se notează cu :

t, T, temperatura,
V, gaze de ardere,
L, aer de ardere,
w, viteză,
z, număr de ţevi,
p, perete,
l, lungime,
h, număr de drumuri, ore,
m, coeficient de murdărire,
R, rece,
C, j, constantă, coeficient,
i, e, interior, resp. exterior,
1, 2, intrare, resp. ieşire,
c, căldură specifică,
d, diametru,
Q, flux de căldură,
M, valoare mijlocie, debit,
A, suprafaţă de încălzire,
r, turaţie,
b, de calcul,
s, suprafaţă, grosime (perete),
q, pierdere de metal (în greutate),
k', coeficient, echivalent global de trans. căldură,
O, stare normală, cursă inactivă,
α coeficient de convecţie termică,
λ conductivitate termică,
ν viscozitate dinamică,
γ greutate specifică,

$$u = \frac{d_e}{d_i}; \qquad x = \frac{\alpha_L}{\alpha_M}; \qquad \beta = \frac{M_{Lo}}{M_{Vo}}; \qquad f = \frac{A_L}{A_V}; \qquad a_V = \frac{A_V}{A}; \qquad a_0 = \frac{A_o}{A}.$$

Se admite că coeficientul de convecţie termică nu variază de-a lungul suprafeţei de încălzire şi că în cazul recuperatorului cele două suprafeţe ale peretelui au aceeaşi temperatură.

2. RECUPERATORUL

2.1. În cazul curgerii turbulente prin interiorul ţevilor se poate scrie [2]

$$\mathrm{Nu}_i = 0{,}027\,(\mathrm{Re}_i\,\mathrm{Pr}_i)^{0{,}78}, \qquad t_b = \frac{1}{2}\,(t_{i1} + t_{i2})$$

din care se deduce

$$\alpha_i = 0{,}027\,\lambda_i \left(\frac{\mathrm{Pr}_i}{\nu_i}\right)^{0{,}78} \frac{w_i^{0{,}78}}{d_i^{0{,}22}} = f(t_b)\,\frac{w_i^{0{,}78}}{d_i^{0{,}22}}$$

sau

$$w_i = \frac{d_i^{0,282}}{[f(t_b)]^{1,282}} \alpha_i^{1,282} \tag{1}$$

Din

$$M_i = \frac{4d_i^2}{4} \frac{z}{h} w_i, \qquad A_M = \pi d_M z l$$

rezultă

$$A_M = \frac{4 M_i l h d_M}{d_i^2 w_i};$$

Înlocuind pe w_i cu (1), rezultă

$$A_M = \frac{4 M_i l h d_M [f(t_b)]^{1,282}}{d_i^{2,282} \alpha_i^{1,282}}. \tag{2}$$

Dar

$$\left(\frac{1}{\alpha_i} \frac{d_M}{d_i} + \frac{1}{m\alpha_e} \frac{d_M}{d_e}\right) Q = A_M \Delta t_M. \tag{3}$$

Eliminînd A_M din (2) și (3) se obține

$$\alpha_i^{0,282}\left(1 + \frac{1}{um} \frac{\alpha_i}{\alpha_e}\right) = \frac{4 M_i \Delta t_M}{Q} [f(t_b)]^{1,282} \frac{lh}{d_i^{1,282}} = C. \tag{4}$$

Ecuația (4) stabilește o dependență între α_i și α_e, în funcție de mărimile care intră în compunerea constantei C și de m.

Dacă se consideră că aerul curge prin interiorul țevilor și dacă se exprimă α_L prin [3]:

$$\alpha_L = f(t_L) \frac{w_{LO}^{0,75}}{d_i^{0,25}}, \qquad t_L = \frac{1}{2}(t_{L1} + t_{L2}),$$

în locul ecuației (4) se obține

$$\alpha_L^{0,33}\left(1 + \frac{x}{um}\right) = \frac{4 M_{L0} \Delta t_M}{Q} [f(t_L)]^{1,33} \frac{lh}{d_i^{1,33}} = C_L \tag{5}$$

din care se deduce

$$x = um\left(\frac{C_L}{\alpha_L^{0,33}} - 1\right). \tag{6}$$

În figura 1 s-au construit curbele x în funcţie de α_L pentru valori $C_L = 8, 9, 10, 12, 14$, care se obţin în mod obişnuit în cazul preîncălzitoarelor de aer recuperative, tubulare, ale cazanelor de abur, pentru $u = 1{,}07$ (ţeavă de $45 \times 1{,}5$ mm) şi $m = 0{,}93$.

Din aceste curbe rezultă că în mod obişnuit $\alpha_L > \alpha_V$.

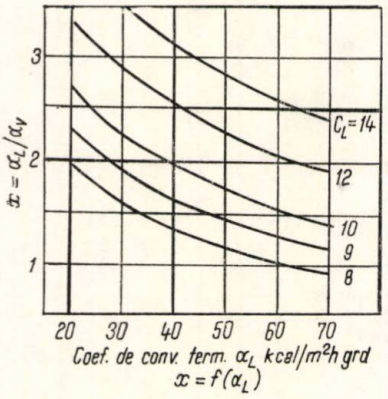


Fig. 1. — Variaţia raportului $x = \frac{\alpha_L}{\alpha_V}$ în funcţie de coeficientul de convecţie termică α_L, conform ec. (6) în cazul recuperatorului.

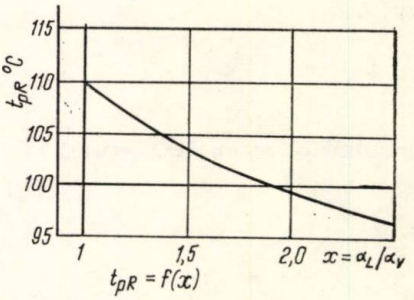


Fig. 2. — Variaţia temperaturii peretelui la capătul rece t_{pR} în funcţie de raportul $x = \frac{\alpha_L}{\alpha_V}$ conform ec. (7), în cazul recuperatorului.

2.2. Din bilanţul termic la capătul rece al recuperatorului, pentru o fracţiune j din suprafaţa de încălzire A

$$m\alpha_V(t_{V2} - t_{pR})\,jA = \alpha_L(t_{pR} - t_{L1})\,jA$$

se deduc relaţiile

$$t_{pR} = t_{L1} + \frac{1}{1 + \frac{x}{m}}(t_{V2} - t_{L1}), \tag{7}$$

$$t_{V2} = t_{pR} + \frac{x}{m}(t_{pR} - t_{L1}). \tag{8}$$

În figura 2 se arată variaţia temperaturii peretelui la capătul rece t_{pR} în funcţie de raportul x, calculată cu ajutorul ecuaţiei (7), pentru $t_{L1} = 80°C$, $t_{V2} = 140°C$, $m = 0{,}93$ şi $x = 1{,}0 \ldots 2{,}5$. Pentru $x = 1{,}625$ rezultă $t_{pR} = 102°C$.

2.3. Se alege, ca exemplu, în cazul combustibilului păcură cu un conţinut ridicat de sulf — 2,6% — o pierdere admisibilă de metal în greutate, produsă de coroziune, $q = 0{,}225\%$ la 1 000 ore. Dacă se consideră [1] o variaţie a pierderii de metal în greutate q, în funcţie de temperatura peretelui t_s, conform curbei din figura 3, pierderii de metal aleasă îi corespunde o temperatură $t_s = 116°C$. Punînd $t_{pR} = t_s$, pentru $t_{L1} = 80°C$, $m = 0{,}93$ şi $x = 1{,}625$ din ecuaţia (8) se obţine $t_{V2} = 178{,}8°C$.

3. REGENERATORUL

3.1. Se notează cu A suprafaţa totală de încălzire, cu A_V şi A_L suprafaţa de încălzire corespunzătoare duratei de încălzire, respectiv de răcire, cu t_{pRL} şi t_{pRV} temperatura masei acumulatoare de căldură (table de oţel) la capătul rece, la intrare, respectiv ieşire în (din) curentul de gaze şi cu t_{pRLM} respectiv t_{pRVM} valorile mijlocii ale acestor temperaturi în perioada de răcire, respectiv de încălzire (fig. 4). Bilanţul de căldură la capătul rece, pentru o fracţiune j din suprafaţa de încălzire se poate scrie :

$$m\alpha_V (t_{V2} - t_{pRVM})\, jA_V = m\alpha_L (t_{pRLM} - t_{L1})\, jA_L .$$

Abateriile mijlocii Δt_{pRLM} şi Δt_{pRVM} faţă de temperatura mijlocie t_{pRM} se datorează formei curbei de variaţie în timp a temperaturilor t_p în procesul nestaţionar de transmitere a căldurii ; ele pot fi neglijate dacă se consideră sensul lor şi influenţa factorului fx asupra ponderii lor, în ecuaţia de mai sus. Astfel din această ecuaţie se deduce

$$t_{pRM} = \frac{t_{V2} + fxt_{L1}}{1 + fx}, \tag{9}$$

$$t_{V2} = (1 + fx)\, t_{pRM} - fxt_{L1}. \tag{10}$$

Notînd

$$t_{pRV} - t_{pRL} = \Delta t_p,$$

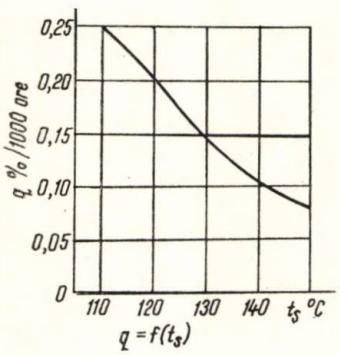


Fig. 3. — Variaţia pierderii de greutate a peretelui produsă de coroziune q, în funcţie de temperatura peretelui t_f, pentru păcură cu $S = 2{,}6\,\%$ [1].

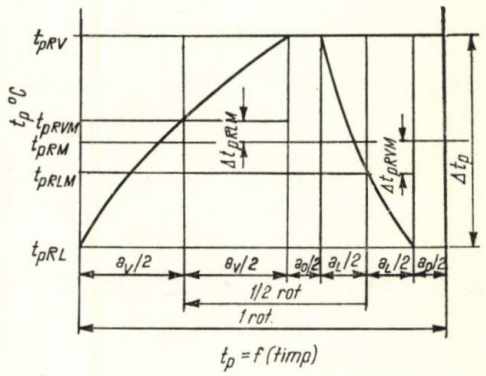


Fig. 4. — Variaţia temperaturii masei acumulatoare de căldură la capătul rece t_p, în timpul unei rotaţii în cazul regeneratorului.

se poate scrie

$$t_{pRM} - t_{pRL} = 0{,}5\, \Delta t_p,$$

$$t_{pRL} = \frac{t_{V2} + fxt_{L1}}{1 + fx} - 0{,}5\, \Delta t_p, \tag{11}$$

$$t_{pRV} = \frac{t_{V2} + fxt_{L1}}{1 + fx} + 0{,}5\, \Delta t_p. \tag{12}$$

3.2. În cazul curgerii turbulente de-a lungul pereţilor plani se poate scrie [4]

$$\mathrm{Nu} = 0{,}057\ \mathrm{Re}^{0.78}\,\mathrm{Pr}^{0.78}, \qquad t_b = \frac{1}{2}\left(t_p + \frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

în care t_1, t_2 sînt temperaturile mediului la intrare şi ieşire.

Din ecuaţia de mai sus, înlocuind factorul 0,057 printr-un coeficient $C > 0{,}057$ (întrucît plăcile masei acumulatoare de căldură prezintă suprafeţe plane, care fac un unghi cu direcţia de curgere a mediului), se deduce

$$\alpha = \frac{C}{l^{0.22}}\,\lambda\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\nu}\right)^{0.78} w^{0.78}\ .$$

Notînd cu j raportul dintre secţiunea de trecere a mediului şi suprafaţa de încălzire atinsă de acesta la curgerea sa, se poate scrie

$$w_0 = \frac{M_0}{jA}, \qquad w = \frac{M_0}{jA}\,\frac{T}{T_0}$$

$$x = \frac{\lambda_L}{\lambda_V}\left(\frac{\dfrac{\mathrm{Pr}_L}{\nu_L}}{\dfrac{\mathrm{Pr}_V}{\nu_V}}\right)^{0.78}\left(\frac{\beta}{f}\right),$$

iar pentru capătul rece al regeneratorului

$$x = \frac{\lambda_L}{\lambda_V}\left(\frac{\dfrac{\mathrm{Pr}_L}{\nu_L}}{\dfrac{\mathrm{Pr}_V}{\nu_V}}\right)^{0.78}\left(\frac{\beta T_{L1}}{f T_{V2}}\right)^{0.78}, \tag{13}$$

în care λ_L, Pr_L, ν_L se calculează pentru

$$t_{Lb} = \frac{1}{2}\,(t_{pRL} + t_{L1}), \tag{14}$$

iar λ_V, Pr_V, ν_V se calculează pentru

$$t_{Vb} = \frac{1}{2}\,(t_{pRV} + t_{V2}), \tag{15}$$

sau, ţinînd seama de ecuaţiile (11), (12)

$$t_{Lb} = \frac{(1 + 2fx)\,t_{L1} + t_{V2} - 0{,}5\,(1 + fx)\,\Delta t_p}{2(1 + fx)},$$

$$t_{Vb} = \frac{fx t_{L1} + (2 + fx)\,t_{V2} + 0{,}5\,(1 + fx)\,\Delta t_p}{2(1 + fx)}.$$

Pentru t_{L1} cuprins între 25 și 145°C, t_{V2} între 80 și 140°C, Δt_p între 8 și 18°C, dacă se calculează t_{Lb} și t_{Vb} pentru f cuprins între 0,5 și 0,7 și x între 1,05 și 1,45 se obțin diferențe mai mici decît 3,7% față de valorile corespunzînd la $f = 0{,}6$ și $x = 1{,}25$. În consecință se poate calcula t_{Lb} și t_{Vb} pentru aceste valori constante ale rapoartelor f și x.

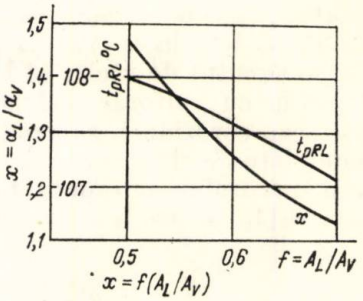


Fig. 5. — Variația raportului $x = \frac{\alpha_L}{\alpha_V}$ și a temperaturii masei acumulatoare de căldură la capătul rece la intrare în curentul de gaze t_{pRL}, în funcție de raportul $f = \frac{A_L}{A_V}$ în cazul regeneratorului.

Ecuația (13) stabilește o dependență între f și x în funcție de temperaturile de intrare și ieșire ale mediilor, de compoziția combustibilului și de coeficienții de exces de aer în recuperator și în focar.

3.3. Pentru $t_{L1} = 80$°C, $t_{V2} = 140$°C, $t_{L2} = 300$°C, $t_{V1} = 335$°C, $\Delta t_p = 13$°C, $\beta = 0{,}91$ (combustibil păcură, coeficienți de exces de aer în recuperator 1,10, în focar 1,05), temperaturile t_{Lb} și t_{Vb}, calculate așa cum se arată mai sus, sînt:

$$t_{Lb} = 94{,}0\text{°C}, \qquad t_{Vb} = 130{,}5\text{°C}.$$

Pentru aceste valori ca și pentru rapoarte f cuprinse între 0,5 și 0,7, în figura 5 se arată variația raportului x, calculat cu ajutorul ecuației (13). În aceeași figură se arată și variația temperaturii t_{pRL}, calculată cu ajutorul ecuației (11). Rezultă că x are valori în general puțin mai scăzute decît în cazul recuperatorului iar temperatura t_{pRL} este cu circa 5,6°C mai ridicată decît valoarea mijlocie a temperaturii t_{pR} (102°C) corespunzătoare unui raport mijlociu $x = 1{,}625$ din cazul recuperatorului.

3.4. Temperatura medie ponderată a masei acumulatoare de căldură în timpul cît este în contact cu gazele de ardere, atît în perioada de contact cu curentul de gaze cît și în cea de contact cu gazele transportate în cursa inactivă, este

$$t_{pR} = t_{pRL} + \Delta t_{pM} \tag{16}$$

în care

$$\Delta t_{pM} = \frac{0{,}5\,(j a_V + a_0)}{a_V + 0{,}5\,a_0} \cdot \Delta t_p \tag{17}$$

reprezintă diferența de temperatură medie ponderată în timpul arătat, coeficientul j indicînd abaterea Δt_{pRLM} raportată la Δt_{pRM}.

Timpul cît masa acumulatoare are temperatura t_{pR} este egal cu fracția

$$a_v + 0{,}5\, a_0$$

din durata de funcționare a regeneratorului.

Pierderea de greutate produsă de coroziune este măsurată [1] în % din greutatea inițială a unor sonde de probă, realizate din țevi, atinse de gazele de ardere la suprafața lor exterioară, interiorul țevilor fiind străbătut de agentul de răcire al lor. Pentru a aprecia efectul coroziunii regeneratorului cu ajutorul aceluiași criteriu, va trebui să ținem seama că în acest caz coroziunea se produce pe ambele suprafețe ale peretelui masei acumulatoare. Deci notînd cu q_{reg} pierderea echivalentă de greutate a regeneratorului, corespunzătoare unei pierderi q de greutate măsurate conform [1] se poate scrie

$$q_{reg} = \frac{q}{2(a_v + 0{,}5\, a_0)} \tag{18}$$

Această pierdere de greutate este produsă în condițiile de funcționare ale regeneratorului de către temperatura t_{pR} definită conform ecuației (16).

În cazul unui regenator de tip Ljungström, alegînd $f = 0{,}6$ și $a_v = 0{,}48$, rezultă $a_0 = 0{,}232$; cu $j = 1{,}2$ din ecuația (17) rezultă $\Delta t_{pM} = 0{,}678\ \Delta t_p$. Pentru același combustibil și aceeași pierdere de greutate $q = 0{,}225\,\%$ la 1 000 ore ca în cazul exemplului de la punctul 2.3, din ecuația (18) se obține $q_{reg} = 0{,}189\,\%$ la 1 000 ore, căreia îi corespunde conform figurii 3 o temperatură $t_s = t_{pR} = 122°C$. Ecuația (16) dă $t_{pR_L} = 122 - 0{,}678\ \Delta t_p °C$. Temperatura t_{pRM} va fi

$$t_{pRM} = t_{pRL} + 0{,}5\ \Delta t_p = 122 - 0{,}178\ \Delta t_p °C.$$

Pentru $t_{L1} = 80°C$ și $x = 1{,}25$ din ecuația (10) se deduce $t_{v2} = 153{,}5 - 0{,}312\ \Delta t_p °C$. Pentru $\Delta t_p = 13°C$ rezultă $t_{v2} = 149{,}5°C$, adică cu 29,3°C mai mare decît temperatura t_{v2} din cazul recuperatorului în aceleași condiții.

Notînd cu k' coeficientul echivalent global de transmitere a căldurii, din bilanțul termic al regeneratorului

$$\frac{A}{2} s\gamma c \Delta t_p\, 60\, r = A k' \Delta t_M$$

rezultă

$$s\Delta t_p = \frac{k' \Delta t_M}{30\, \gamma c r}.$$

O scădere a grosimii s a peretelui masei are ca urmare o micșorare cu totul neînsemnată a coeficientului k'. Deci produsul $s\Delta t_p$ se poate considera constant. Notînd cu h numărul orelor de funcționare, cu s_0

și Δt_{p0} valorile inițiale ale grosimii peretelui masei acumulatoare și ale diferenței de temperatură ale acestuia, se poate scrie

$$s_0 \left(1 - q_{reg} \frac{h}{1000}\right) \Delta t_p = s_0 \Delta t_{p0}$$

sau

$$\Delta t_p = \frac{1}{1 - q_{reg} \frac{h}{1000}} \Delta t_{p0} . \tag{19}$$

Cu $\Delta t_{p0} = 13°C$, $q_{reg} = 0{,}189\,\%$ la 1 000 ore și $h = 100\,000$ ore, din (19) rezultă $\Delta t_p = 16°C$. Cu această valoare, din ecuația (10) se deduce $t_{v2} = 153{,}5 - 0{,}312\ \Delta t_p = 148{,}5°C$, adică cu 1°C mai puțin decît valoarea temperaturii t_{v2} înainte de începerea coroziunii.

4. CONCLUZII

Din bilanțul termic la capătul rece se deduce o relație între temperatura peretelui, temperatura celor două medii și raportul coeficienților de convecție termică a acestora. Raportul de mai sus se calculează din exprimarea coeficienților de convecție termică în funcție de mărimile de care aceștia depind; pentru recuperator intervine în calcul și ecuația continuității aplicată mediului interior țevii (aer) precum și ecuația generală a schimbătoarelor de căldură.

Efectul coroziunii la joasă temperatură depinde de temperatura peretelui, de timpul de contact cu gazele de ardere, de coeficientul de exces de aer al acestora și de conținutul de sulf al combustibilului. Pentru o apreciere corectă a efectului coroziunii se folosește metoda determinării experimentale a pierderii de greutate a peretelui, raportată la unitatea de timp. Ținînd seama că pentru regenerator timpul de contact este numai o parte din timpul de funcționare și că ambele suprafețe ale peretelui sînt supuse la coroziune se poate stabili, în cazul regeneratorului, o temperatură a gazelor de ardere, pentru care efectul coroziunii este egal cu acel din cazul recuperatorului, corespunzător unei temperaturi date a gazelor de ardere.

Pentru anumite date numerice, rezultă în cazul regeneratorului o coborîre a acestei temperaturi cu 29,3°C față de cazul recuperatorului. Efectul subțierii peretelui regeneratorului, din cauza coroziunii este neînsemnat.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Weber, *Der Einfluss des Schwefelgehaltes auf das Korrosionsergebnis*, V.G.B., febr., 1970.
2. Grober, Erck, Grigull, *Wärmeübertragung*, Springer Verlag, 1957.
3. A. Schack, *Der industrielle Wärmeübergang*, Verlag Stahleisen, 1957.
4. * * * *V.D.I. Wärmeatlas*, V.D.I. Verlag, 1963.

MODELAREA FOCARULUI DE LA CAZANUL DE 525 t/h

C. CAZACU IL. BĂDICĂ AL. PAVELEŢ

621.181.001.57

Cazanul de abur de 525 t/h pentru gaze şi păcură, are o construcţie turn, cu arzătoarele amplasate pe doi pereţi opuşi. Cercetările de modelare s-au efectuat pe un model izoterm, tridimensional şi au urmărit în principal studierea curgerii în focar pentru diferite soluţii de amplasare a arzătoarelor şi determinarea distribuţiei timpului de rezidenţă (*DTR*) a combustibilului în focar. Această determinare a permis stabilirea unei metode originale de calculare a gradului de ardere a combustibilului în secţiunea de ieşire a focarului.

Trecerea la realizarea cazanelor cu parametri ridicaţi a căror execuţie necesită investiţii importante, a condus la dezvoltarea şi lărgirea ariei de investigare a tehnicii modelării.

Această cercetare prealabilă pe modele a diferitelor procese şi soluţii constructive, înainte de realizarea instalaţiei industriale, permite atît verificarea concepţiei în primele etape ale proiectării cît şi cercetarea şi corelarea proceselor termice şi aerodinamice care au loc în focar.

Pentru modelarea focarului de la cazanul de 525 t/h s-au studiat atît aspectul curgerii cît şi desfăşurarea procesului de ardere, printr-o nouă metodă de modelare, bazată pe determinarea distribuţiei timpului de rezidenţă în focar.

★

1. PREZENTAREA CAZANULUI ŞI CALCULUL MODELULUI

Cazanul de abur de 525 t/h al cărui focar a fost studiat pe un model izoterm, tridimensional, este un cazan cu circulaţie forţată, de construcţie turn. Dimensiunile principale ale focarului sînt : lăţime 6,64 m, adîncime 10 m, înălţimea 23,3 m ; arzătoarele, cu flux turbionar de aer şi ambrazură convergent-divergentă, sînt în număr de 16, fiind amplasate pe doi pereţi opuşi, la 4 nivele. Această arhitectură a focarului a fost adoptată în faza proiect tehnic, cercetarea pe model redus urmărind verificarea

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 33–41, 1972

condițiilor de curgere din focar pe soluția aleasă, condiții care determină în mare măsură desfășurarea normală a procesului de ardere și eficiența schimburilor termice. Experimentările s-au efectuat pentru trei soluții de amplasare a arzătoarelor și anume:

— amplasarea „decalată" D realizează un decalaj față de arzătoarele opuse și față de cele de la nivelele învecinate;

— amplasarea „față în față" $F—F$ are arzătoarele opuse unul în fața celuilalt și un decalaj orizontal între grupele de două arzătoare de pe același perete;

— amplasarea „linie-decalat" $L—D$ se caracterizează prin așezarea arzătoarelor de pe un perete, în linie (unul sub altul) și decalarea rîndurilor de arzătoare față de rîndurile de pe peretele opus.

La calculul modelului au fost luate în considerație următoarele criterii de similitudine:

a) similitudinea geometrică realizată prin reducerea dimensiunilor reale cu scara 1 : 20; la dimensionarea ambrazurii s-a aplicat criteriul Thring-Newby care ia în considerare efectul de creștere a vitezei în focar datorită creșterii temperaturii;

b) similitudinea cinematică realizată prin similitudinea geometrică și prin criteriul Reynolds, situează curgerea în domeniul de automodelare, permițîndu-se astfel ca în model, numărul Re să fie mai mic ca în cazanul real.

În cazul considerat $Re_{caz} = 3{,}5 \times 10^5$ și $Re_{mod} = 3 \times 10^4$, ceea ce asigură curgeri cinematic asemenea. Fluidul de lucru folosit a fost apa, curgerea prin model fiind realizată în circuit închis.

2. PREZENTAREA REZULTATELOR

Prima parte a experimentărilor a abordat probleme legate de procesul de curgere, prin folosirea unor tehnici de modelare care reliefează aspectul calitativ al procesului. O altă serie de experimentări a urmărit desfășurarea procesului de ardere corelată cu parametrii curgerii.

a) Studierea aspectului curgerii în cele trei variante de amplasare a arzătoarelor, s-a realizat prin vizualizarea liniilor de curent; metoda principală de vizualizare s-a bazat pe injectarea în arzător a unor substanțe cu putere mare de colorare a apei, ceea ce a permis fotografierea liniilor de curent astfel materializate, prezentate în figurile 1 și 2, pentru cele trei amplasări. În figura 3 sînt construite schemele de curgere respective.

Examinînd imaginile evoluției jeturilor, se constată:

— în amplasările „decalată" și „linie-decalat" jetul depășește jumătatea adîncimii focarului, evoluînd în ultima sa fază de-a lungul peretelui opus, și în jumătatea de secțiune opusă (fig. 1). Se remarcă existența unor recirculări în zona arzătorului;

— în amplasarea „față în față", jetul nu depășește jumătatea adîncimii focarului, decît în zonele superioare în care acțiunea arzătorului opus nu se mai face simțită. În general, curgerea se realizează de-a lungul peretelui de pe care s-a efectuat injectarea (fig. 2); se remarcă de asemenea recirculări.

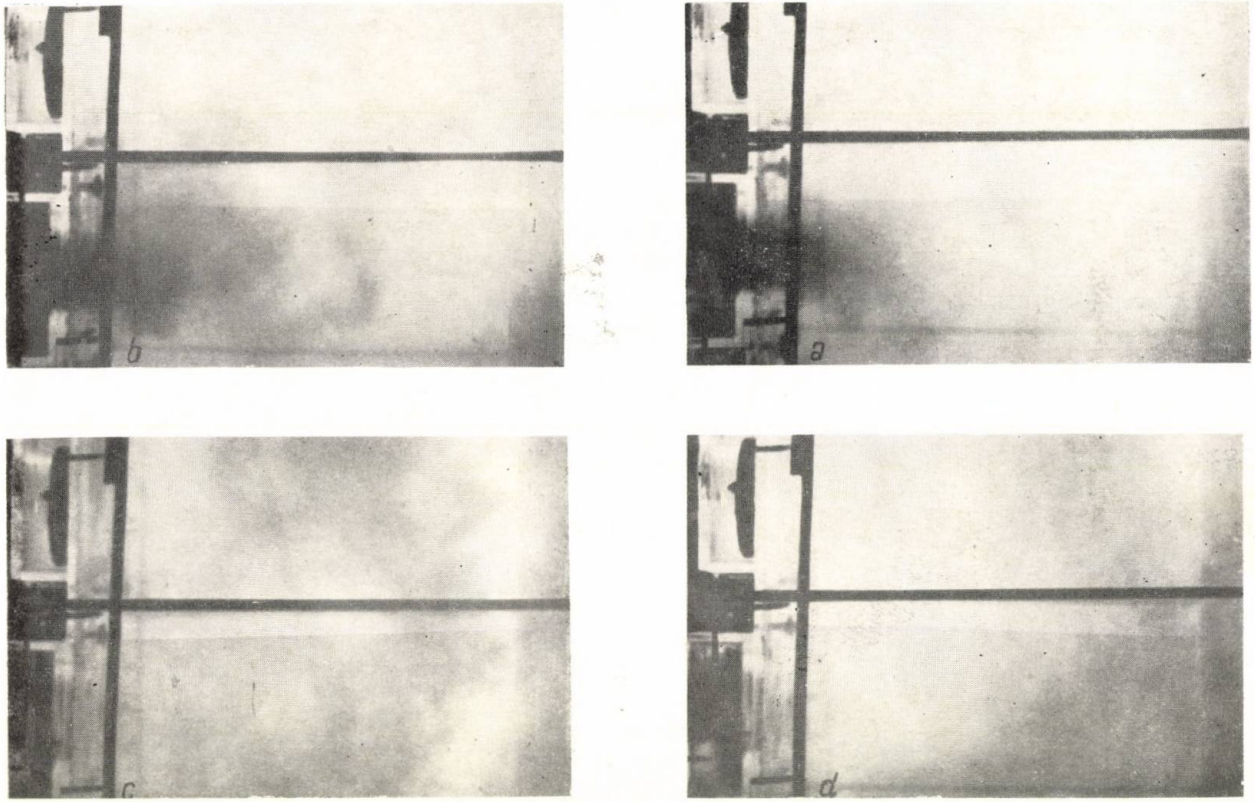


Fig. 1. — Aspectul curgerii în situaţia amplasării ,,*D*'' a arzătoarelor.

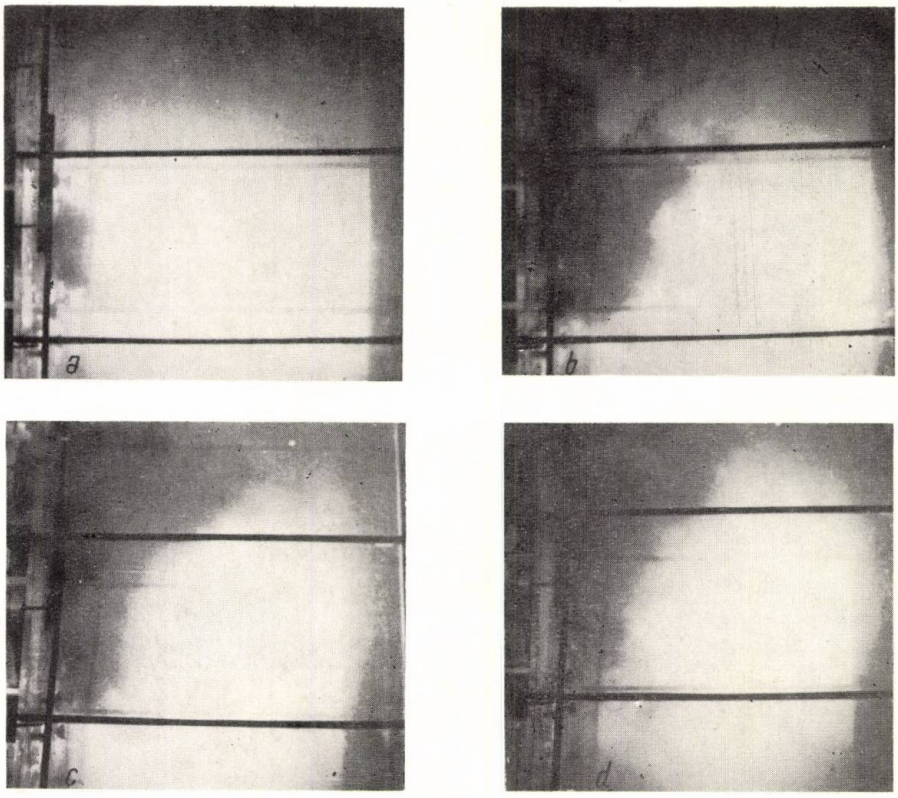


Fig. 2. — Aspectul curgerii în situația amplasării „$F - F$" a arzătoarelor.

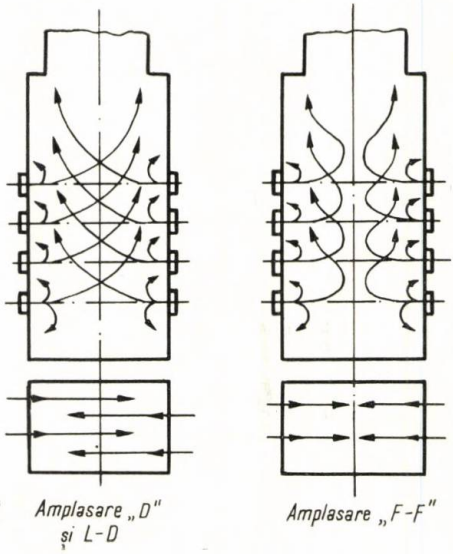


Fig. 3. — Schemele generale de curgere pentru amplasarea „D" și „$F - F$".

b) Determinarea gradului de uniformizare a curgerii în secțiunea de ieșire a focarului, s-a realizat prin calcularea dispersiei (varianței) cantităților de trasor și a timpului mediu de rezidență în această secțiune.

Metoda impuls-răspuns folosită a constat din imprimarea unui impuls sistemului (trasor injectat în focar) și înregistrarea modului în care sistemul reacționează la acest impuls. Trasorul utilizat a fost o soluție concentrată de săruri, răspunsurile fiind înregistrate sub formă unor curbe de variație a concentrației de săruri în apa care circulă prin model.

Secțiunea de ieșire a focarului a fost împărțită în nouă zone, determinările fiind făcute pentru fiecare zonă și pentru injectări de trasor în cele opt grupe de arzătoare, amplasate la patru nivele pe cei doi pereți opuși. Cantitățile de trasor au rezultat prin planimetrarea suprafețelor de sub curbele înregistrate concentrație-timp [$c(t)$], iar timpul mediu de rezidență s-a calculat cu ajutorul relației

$$t_m = \frac{\int_0^\infty t \times c(t)\,\mathrm{d}t}{\int_0^\infty c(t)\,\mathrm{d}t}\ [\mathrm{s}].$$

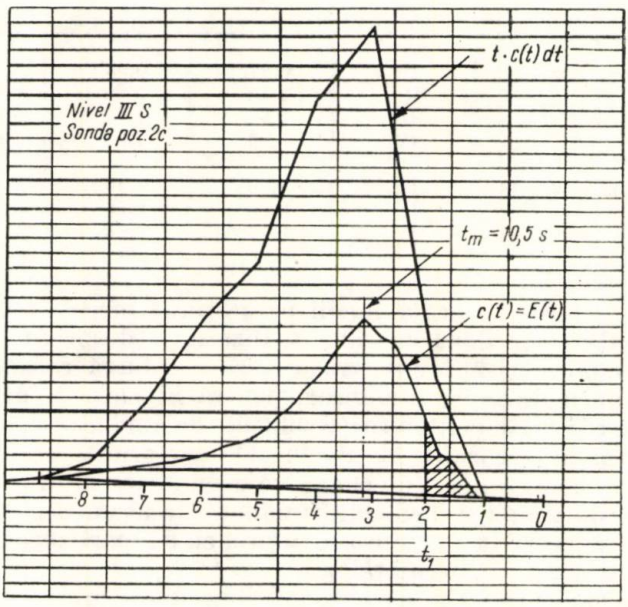


Fig. 4. — Exemplu de curbă înregistrată concentrație săruri-timp.

În figura 4, se prezintă un exemplu de curbă înregistrată concentrație săruri-timp, folosită pentru calculul lui t_m. Dispersia (varianța) în secțiune s-a determinat prin calcularea abaterii medii pătratice, cu

relația :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n}$$

în care

$$v_i = l_i - L \quad \text{și} \quad L = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{n}$$

l_i — mărimea măsurată (cantitatea de trasor, respectiv timpul de rezidență) ;

L — media aritmetică a mărimilor măsurate.

În tabela 1, sînt prezentate valorile lui σ^2 în cele trei soluții de amplasare a arzătoarelor.

Tabela 1

Dispersia	Nivelul de arzătoare	Soluția de amplasare		
		D	$F - F$	$L - D$
Cantității de trasor	I	0,27	0,08	0,20
	II	1,12	0,69	0,30
	III	1,55	1,77	0,88
	IV	3,66	4,85	3,37
Timpului de rezidență	II	1,06	1,40	1,44
	III	0,36	0,96	1,21
	IV	0,17	0,68	1,14

Din examinarea valorilor medii pe secțiune pentru abaterea medie pătratică σ^2 ale celor două mărimi analizate, se desprind următoarele :

— dispersia cantităților de trasor, arată o bună repartizare a fluidului în secțiunea de ieșire din focar, pentru nivelele de arzătoare inferioare (nivelul I și II) și pentru toate soluțiile de amplasare ;

— injectarea trasorului la nivelul IV (superior), arată valori mari pentru σ^2, ca urmare a lipsei de elemente geometrice în drumul fluidului ;

— dispersia timpilor medii de rezidență de asemenea arată o bună uniformizare a curgerii în secțiunea de ieșire, cu o repartizare mai omogenă, în soluția de amplasare „decalată" ;

— valori mai mari ale lui σ^2 la nivelele inferioare se datoresc unor devieri neuniforme a liniilor de curent de către jeturile arzătoarelor de la nivelele superioare.

În concluzie, cele trei metode prezentate arată o bună uniformizare a curgerii, ca urmare a unei geometrii simple a focarului și amplasării simetrice a arzătoarelor, nesemnalîndu-se zone preferențiale de curgere sau stagnare și deci pericole de ancrasare locală a suprafețelor.

c) Caracterizarea curgerii prin luarea în considerare a timpului mediu de rezidență determinat prin metoda impuls-răspuns prezentată la punctul 2*b*).

Comparînd valorile timpului de rezidență astfel obținut t_m cu valorile timpului așteptat t_a, calculat cu relația $t_a = V/Q$ (s), unde, V — reprezintă volumul focarului iar Q — debitul de fluid, pot apare în general, două situații:

— $t_m < t_a$, caracterizează existența unor spații fără circulație (moarte) sau a unor by pass-uri (treceri directe), deci nefolosirea întregului volum al focarului;

— $t_m > t_a$, caracterizează existența unor recirculări.

În tabela 2, sînt prezentate valorile lui t_m și t_a pentru fiecare nivel de arzătoare și pentru soluțiile de amplasare analizate.

Tabela 2

Soluția de amplasare	Nivelul de arzătoare							
	I		II		III		IV	
	t_a	t_m	t_a	t_m	t_a	t_m	t_a	t_m
Decalată	21,5	29,1	12,05	17,0	7,3	12,0	4,12	6,7
Față în față	21,5	25,5	12,05	14,65	7,3	12,0	4,12	6,84
Linie-decalat	21,5	26,1	12,05	18,7	7,3	12,4	4,12	9,0

Examinarea valorilor t_m și t_a conduce la următoarele concluzii:

— pentru toate nivelele și pentru cele trei amplasări, timpul de rezidență măsurat, t_m, este mai mare decît cel așteptat, t_a, arătînd astfel o bună umplere a focarului și existența unor recirculări, evidențiate și prin vizualizarea curgerii;

— la amplasările „decalată" și „linie-decalat", liniile de curent au un drum mai lung, valorile lui t_m fiind mai mari ca la amplasarea „față în față" (în special la nivelele inferioare).

d) Determinarea gradului de ardere al combustibilului în focar-

Înregistrarea răspunsului concentrație săruri-timp (după injectarea trasorului) într-un punct al secțiunii de ieșire redă o curbă care reprezintă funcția de distribuție a timpului de rezidență DTR, curbă a cărei alură a fost prezentată în figura 4. La un anumit timp t_1, se poate aprecia fracția de trasor care a părăsit focarul reprezentată prin suprafața haşurată.

O bună desfășurare a procesului de ardere impune o ardere completă a combustibilului pînă la părăsirea focarului, care este condiționată de timpul de staționare al combustibilului în focar, ca și de distribuția acestor timpi; o fracție a combustibilului poate părăsi mai repede focarul, lucru reliefat prin alura curbei $E(t)$ din figura 4, care redă o măsură a distribuției timpilor de rezidență DTR sau modul în care fluidul părăsește focarul.

Pe de altă parte, un proces de ardere este caracterizat printr-o anumită desfășurare, evidențiată prin curba scăderii concentrației de combustibil în funcție de timp. Această curbă are alură coborîtoare,

funcție de combustibil și de condițiile de ardere. Pentru o anumită incintă, caracterizată printr-o schemă de curgere, desfășurarea procesului de ardere reprezentat printr-o funcție concentrație combustibil-timp, trebuie corectată prin modul în care particulele părăsesc incinta, deci prin funcția DTR.

Produsul celor două curbe (funcțiile $\frac{C}{C_0} = f(t)$ și $E(t)$ normalizată) reprezintă o curbă rezultantă, suprafața de sub această curbă redînd procentual, combustibilul nears în secțiunea de prelevare, deci o măsură a gradului de ardere. Relația de calcul va fi:

$$n_a = \frac{\int_0^\infty \frac{C}{C_0} E(t)\,dt}{\int_0^\infty E(t)\,dt} \times 100 \quad [\%]$$

în care

n_a — combustibilul nears (%) sau gradul de ardere;
C_0 și C — concentrația de combustibil inițială și la timpul t;
$E(t)$ — funcția DTR.

Calcularea „gradului de ardere" pentru cazanul de 525 t/h, s-a făcut numai pentru nivelul IV, la care pot apare fracții din combustibil nearse, ca urmare a părăsirii focarului într-un timp mai scurt decît cel necesar arderii complete. Pentru aceasta s-a trasat curba medie $E(t)$ pentru nivelul IV și pentru toate cele nouă zone în care s-a înregistrat răspunsul.

Pornind de la relațiile stabilite de Ledinegg în [4] pentru calculul timpului de ardere, se pot trasa curbe reprezentînd procentele de combustibil nears $\left(\frac{C}{C_0}\right)$ pentru păcură (variația concentrației combustibilului), în funcție de timpul de ardere și pentru diferite excese de aer și viteze de amestec — W.

Relațiile de calcul pentru viteza de amestec W ia în considerare elementele care pot produce turbulență și anume formarea jetului arzătorului sau frecarea și rezistențele locale ale gazelor de ardere în focar [1]:

$$W = \frac{F}{Q}(W_1 - W_2) + \frac{\xi W_2}{2}$$

în care

F — secțiunea focarului,
Q — suprafața învelitoare a focarului,
W_1 — viteza jetului în arzător,
W_2 — viteza axială a flăcării raportată la întreaga secțiune F a focarului,
ζ — coeficient de frecare.

În cazul unui focar simplu, fără elemente geometrice care pot produce turbulenţă, termenul al II-lea se neglijează.

În figura 5, se prezintă, spre exemplificare, curbele care intră în relaţia de calcul a gradului de ardere n_a pentru amplasarea „decalată" şi anume :

— curbele concentraţiei combustibil-timp — $\frac{C}{C_0} = f(t)$ — pentru combustibil păcură şi pentru trei viteze de amestec ($W = 1, 2$ şi 3) precum şi pentru un exces de aer $\alpha = 1{,}05$ adoptat la cazanul de 525 t/h ;

— curba $E(t)$ normalizată reprezentînd funcţia de distribuţie a timpilor de rezidenţă pentru secţiunea de ieşire a focarului, în cazul injectării trasorului la nivelul IV de arzătoare ;

— curbele produsului $\frac{C}{C_0} \cdot E(t)$ pentru cele trei viteze de amestec luate în considerare.

Pe baza acestor curbe s-au calculat valorile gradului de ardere „n_a" prezentate în tabela 2, pentru cele trei soluţii de amplasare a arzătoarelor, care au fost studiate pe model.

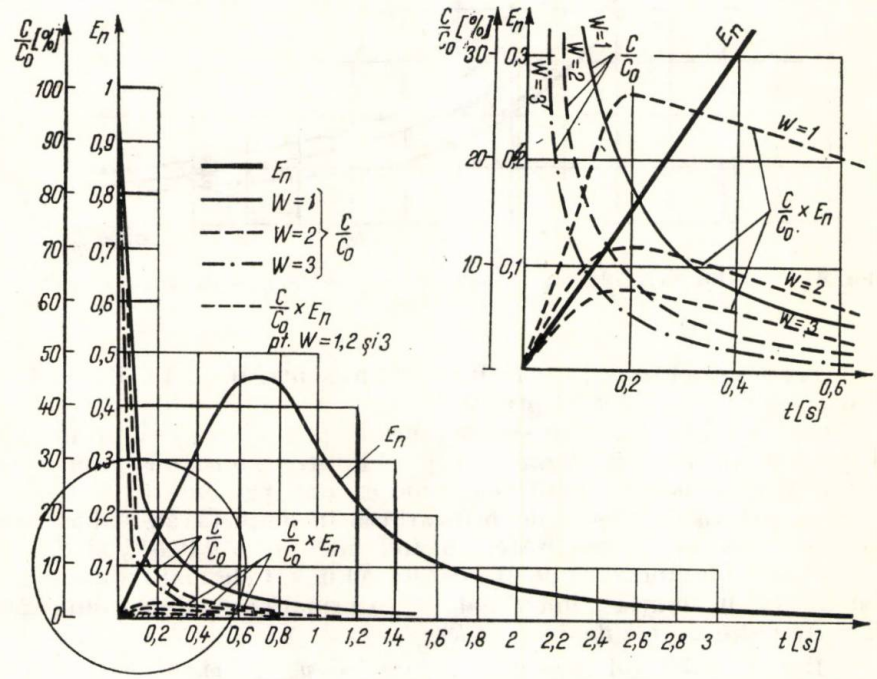


Fig. 5. — Determinarrea gradului de ardere „n_a" pentru amplasarea „D".

Tabela 2

	Amplasarea D			Amplasarea $F - F$			Amplasarea $L - D$			Amplas. D şi H=8,27		
	$W-1$	$W-2$	$W-3$	$W-1$	$W-2$	$W-3$	$W-1$	$W-2$	$W-3$	$W-1$	$W-2$	$W-3$
n_a	4,04	1,113	0,487	3,22	0,645	0,266	2,5	0,625	0,059	2,57	0,835	0,35

Pe același cazan, la o anumită sarcină, parametrii F, Q și W_2 din relația de calcul a vitezei de amestec sînt constanți, valoarea acestei viteze fiind funcție numai de W_1 — viteza jetului în arzător (ambrazură). Pentru cazanul de 525 t/h, valorile lui W_1 pentru cele trei viteze de amestec

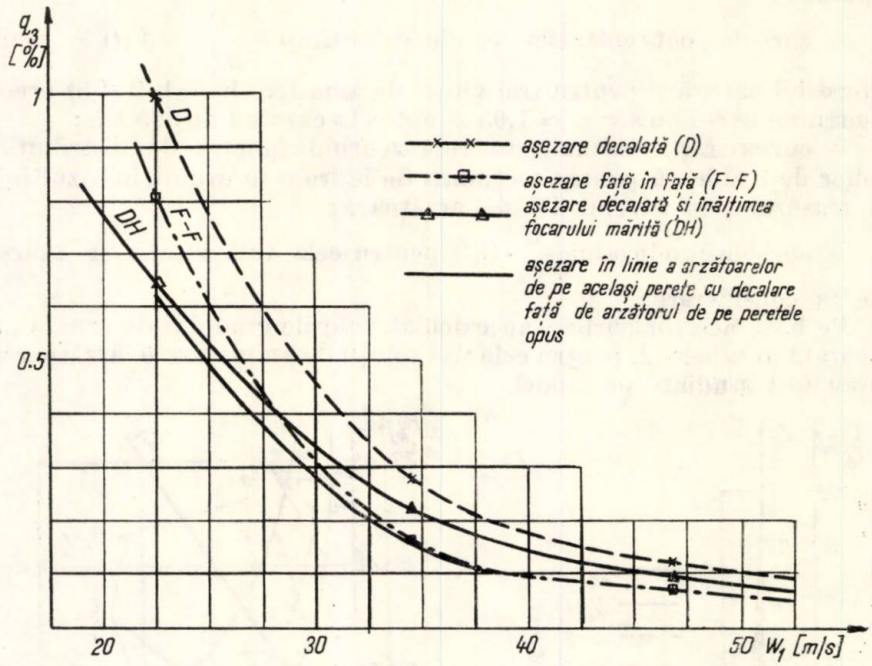


Fig. 6. — Variația pierderilor de căldură prin nearse, funcție de viteza jetului în ambrazură.

pentru care s-a calculat n_a, vor fi $W_1 = 23$ m/s ptr. $W = 1$; $W_1 = 35$ m/s ptr. $W_2 = 2$; $W_1 = 47$ m/s ptr. $W = 3$.

Această exprimare a vitezei de amestec prin viteza jetului în ambrazură pentru un anumit cazan, dă posibilitatea construirii unor curbe $q_3 = f(W_1)$, care pentru soluțiile studiate, sînt prezentate în figura 6.

Se constată că pierderile prin ardere incompletă au valori reduse pentru cele trei soluții analizate, variind între $q_3 = 0{,}015\,\%$ și $q_3 = 1\,\%$ pentru viteze în ambrazură de $W_1 = 20-50$ m/s. Cele mai reduse pierderi se semnalează în soluția „linie-decalat", ca urmare a unei mai bune distribuții a timpului de rezidență (DTR).

Influența înălțimii focarului asupra lui n_a, în cazul unei anumite scheme de curgere determinată prin DTR, a fost evidențiată printr-o curbă $q_3 = f(W_1)$ care arată că în cazul măririi înălțimii focarului cu 2 m, valorile q_3 sînt cu circa 40 % mai reduse față de valorile obținute cu înălțimea inițială.

Alura curbelor $q_3 = f(W_1)$ prezintă două domenii distincte și anume: în prima parte a curbelor, pînă la viteza în ambrazură de circa 35 m/s, curbele au o alură puternic coborîtoare, după care, la viteze de peste 35 m/s ele devin asimptotice la diferite valori ale lui q_3.

Aceasta arată că, în primul domeniu, cu viteze de pînă la 35 m/s mărimea pierderilor q_3, la o anumită valoare a vitezei în ambrazură, este dependentă de soluţia de amplasare a arzătoarelor şi înălţimea focarului. Un factor important îl are de asemenea gradul de turbulenţă în ambrazură, care se asigură prin mărirea vitezei jetului, ceea ce se evidenţiază prin reducerea importantă a pierderilor q_3 la mărirea vitezei jetului W_1, pentru aceeaşi soluţie de amplasare.

Pentru al doilea domeniu, cu viteze W_1 mai mari de 35 m/s, influenţa amplasării şi înălţimii focarului se reduce şi de asemenea influenţa turbulenţei realizată prin mărirea vitezei în ambrazură.

Analizînd curbele $q_3 = f(t)$ trasate pe modelul cazanului de 525 t/h, reiese că, în proiectare, pentru realizarea unei arderi complete în focar, se poate adopta una din următoarele soluţii :

— dacă se adoptă o instalaţie de ardere cu viteze în ambrazură de peste 35 m/s, pierderile de căldură prin ardere incompletă au valori foarte reduse de ($q_3 = 0{,}25-0{,}015\%$), soluţia de amplasare putînd fi aleasă pe considerente constructive sau funcţionale ;

— în cazul unei instalaţii de ardere cu viteze ale jetului sub 35 m/s se recomandă amplasarea „linie-decalat" care asigură cele mai reduse pierderi.

Examinînd schemele de curgere se constată că amplasarea „linie-decalat" asigură cea mai bună desfăşurare a procesului de amestec în zona arzătorului, nefiind influenţat de evoluţia jeturilor de la celelalte arzătoare.

CONCLUZII

Dimensiunile focarului şi amplasarea simetrică a arzătoarelor asigură o curgere uniformă în cele trei soluţii studiate, fără zone de stagnare, deci pericole de ancrasare locală. Trasarea pe baza determinării gradului de ardere n_a a curbelor $q_3 = f(W_1)$ permite adoptarea unei viteze a jetului în ambrazură sau a unei înălţimi de focar, care să asigure o ardere completă a combustibilului.

Luînd în considerare condiţiile de desfăşurare a procesului de curgere şi de ardere, ca şi criteriile constructive şi funcţionale, se recomandă ca soluţie optimă pentru cazanul de 525 t/h, amplasarea „linie-decalat".

BIBLIOGRAFIE

1. M. Faure, *Contribution de la direction des études et recherches d'Electricité de France aux étude sur modèles reduits des generateurs de vapeur.* Revue Generale de Thérmique, *65*, 501—521 (1967).
2. M. Blanchard, *Water model test to Establish the Coal Particle Residence Time Distribution in a Furnace.* Journal Institute of Fuel, *283*, 349—355 (1964).
3. D. Grecov şi colab., *Modelarea incintelor de reacţie în funcţionarea continuă.* Comunicare ICPET, 1971.
4. M. Ledinegg, *Bestimmungsgrössen für die Brennkammerbelastung bei Kohlenstaub — Öl — und Gasfeuerungen.* Mitteilungen der Vereinigung der Grosskesselbest zer — VGB —, *67*, 251—266 (1965).

UNELE ASPECTE ALE INFLUENȚEI FACTORILOR CONSTRUCTIVI LA POMPĂ ȘI LA INJECTOR, ASUPRA PROCESELOR DE INJECȚIE CU APLICAȚIE LA MOTORUL D-105 *)

GH. TIU, L. TEODORESCU, V. HARBUR, S. MANEA, O. BERCEA

621.43.038

Sînt prezentate rezultatele cercetărilor teoretice și experimentale, privind posibilitățile de adaptare a unui nou echipament de injecție pentru motorul D-105 prin lărgirea diversificării actualelor produse ale Uzinei de Mecanică Fină Sinaia, în condițiile creșterii performanțelor și caracteristicilor motorului.

1. INTRODUCERE

Problema acordării echipamentului de injecție la un anumit tip de motor, ridică numeroase impedimente dacă, în afară de cerințele impuse de natura formulei energetice de motor, se ia în considerare necesitatea unificării echipamentelor de injecție pentru o gamă cît mai largă de motoare. Cu atît mai mult, în țara noastră, lărgirea diversificării actualelor soluții însușite în fabricație, creșterea fiabilității acestora simultan cu ridicarea performanțelor motoarelor capătă o pondere din ce în ce mai mare, în balanța argumentelor care pot defini un anumit echipament de injecție.

În cadrul unei colaborări, realizate între ICPET și MEFIN Sinaia, s-au cercetat cîteva posibilități de adaptare a unui nou echipament de injecție pentru motorul D-105.

Dintre rezultatele cercetărilor efectuate, sînt prezentate cîteva aspecte semnificative privind influența unor parametri constructivi, asupra regimului de lucru a echipamentului de injecție și caracteristicilor motorului.

2. CERCETĂRI PE MODEL

Deoarece soluțiile constructive de secțiune de pompare ce urmau a fi luate în discuție, presupuneau atît modificarea profilului camei, cît și a geometriei supapei de descărcare s-a urmărit mai întîi cu ajutorul unui

* Extras din lucrarea prezentată la sesiunea anuală de comunicări tehnico-științifice ICPET. 1971

model analogic efectul distinct pe care-l poate avea modificarea caracteristicii de ridicare a camei (fig. 1) și alura de variație a secțiunii de curgere la supapa de descărcare (fig. 2).

Modelul analogic [1] a fost conceput pentru pompă debitînd într-o conductă la o anumită contrapresiune fără a avea montat injectorul, aceasta numai pentru a scoate în evidență rolul jucat de parametrii analizați asupra condițiilor la pompă, fără efectul perturbator al undelor reflectate la injector.

Transferul de combustibil la pompă a fost considerat ca fiind determinat numai de aportul de combustibil din camera de alimentare și descărcarea acestuia în camera supapei conform relației :

$$Q_k = \int \sqrt{\frac{2}{\rho}} (F_e \sqrt{p_0 - p_k} - F_f \sqrt{p_k - p_v})\, \mathrm{d}t. \tag{1}$$

În cadrul analizei teoretice, pentru fiecare soluție de supapă, s-au considerat diverse variante de înălțimi ale gulerului de descărcare și ale diametrului supapei fără a se modifica însă valoarea maximă a secțiunii de descărcare.

Ca urmare a acestui fapt legea de variație a secțiunii de curgere la supapă (F_f) a fost modelată independent, pentru fiecare variantă.

Transferul de combustibil în camera supapei a fost apreciat ca fiind dat de diferența între cantitatea vehiculată de piston în cameră prin secțiunea liberă de supapă și cea refulată spre conductă conform relației :

$$Q_v = \int \sqrt{\frac{2}{\rho}} F_f \sqrt{p_k - p_v}\, \mathrm{d}t - \int F_l w_l\, \mathrm{d}t \tag{2}$$

în care variația secțiunii libere de curgere la supapă, a fost corespondentă cu cea considerată la pompă.

Ca rezultat al deplasării pistonului, transferului de combustibil și deplasării supapei (h_v) s-au urmărit și legile de variație ale presiunilor la pompă (p_k) și la injector conform relațiilor

$$p_k = \frac{E(F_k h_k - F_v h_v + Q_k}{V_{k_0} - F_k h_k + F_v h_v} \tag{3}$$

$$p_v = \frac{E}{V_v}(F_v h_v + Q_v) \tag{4}$$

și

$$\frac{\mathrm{d}^2 h_v}{\mathrm{d}t^2} = \frac{F_v}{m_v}(p_v - p_k) - \frac{C_v h_v}{m_v} - \frac{p_{v_0} F_v}{m_v} - \frac{\delta}{m}\frac{\mathrm{d}h_v}{\mathrm{d}t}. \tag{5}$$

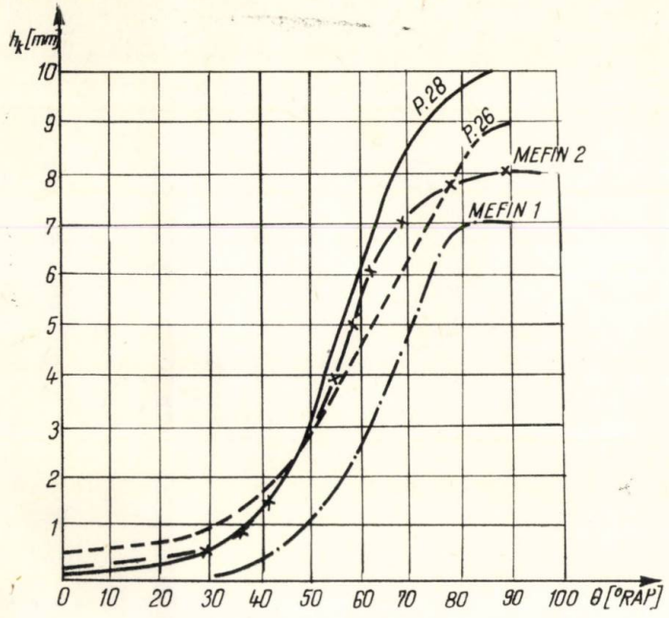


Fig. 1. — Legea de ridicare a camei.

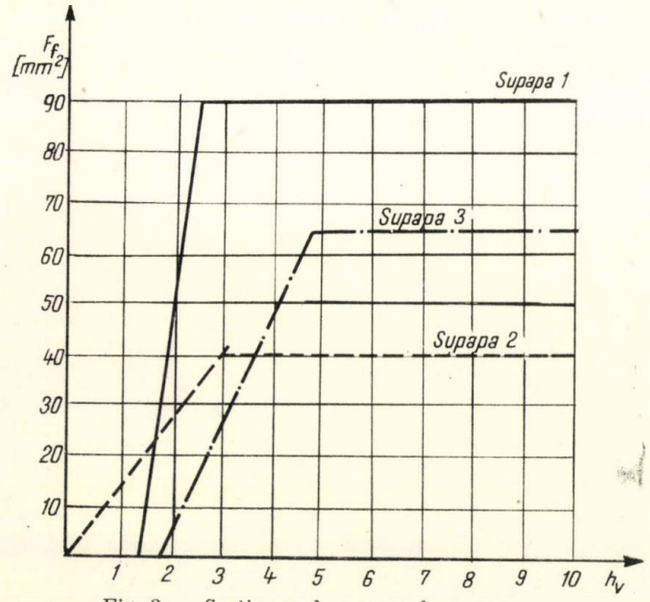


Fig. 2. — Secțiunea de curgere la supape

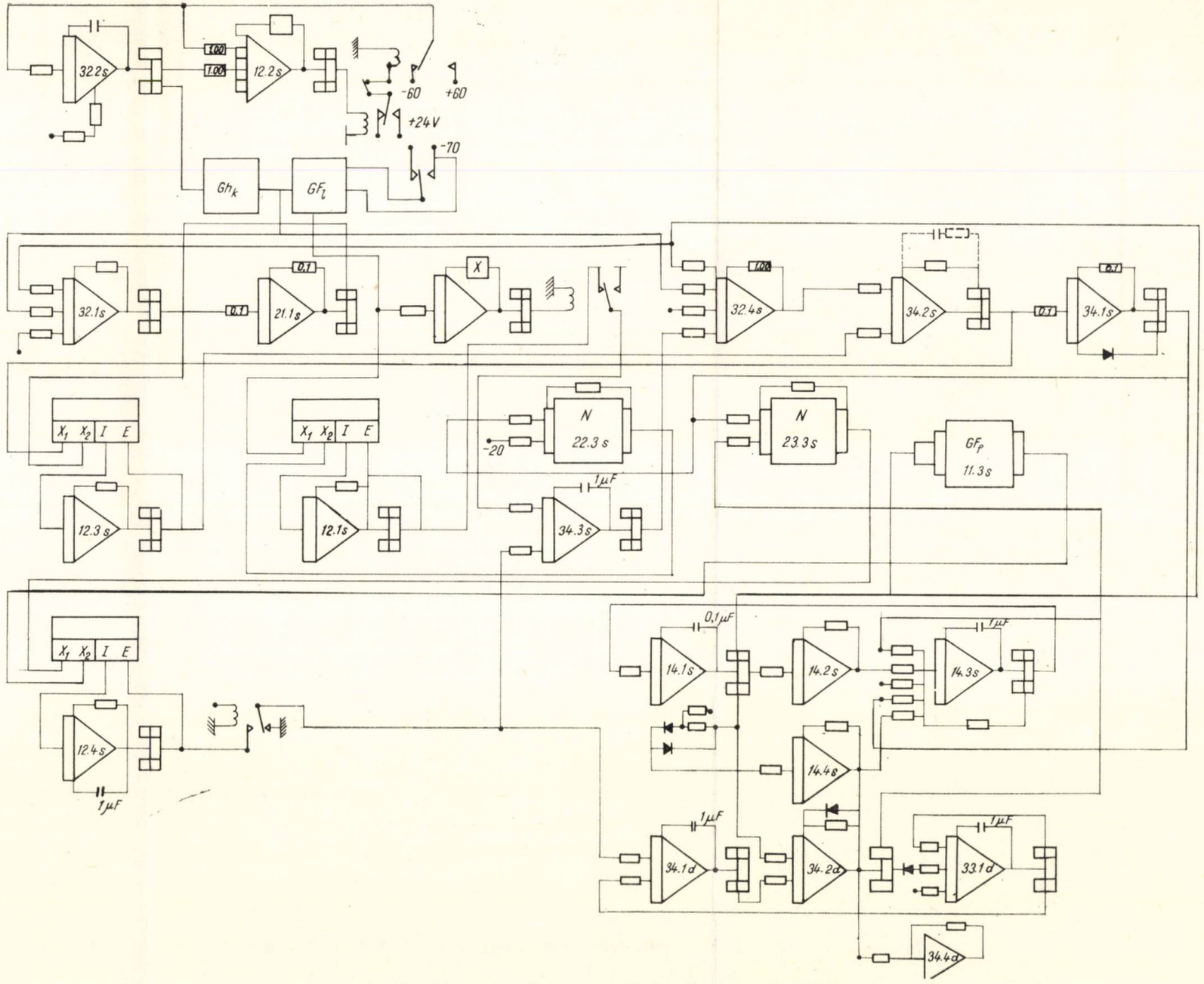


Fig. 3. — Schema analogică a proceselor la pompa de injecție

Schema analogică a proceselor de lucru la pompa de injecție, este prezentată în figura 3.

În diagramele din figura 4 sînt prezentate variațiile presiunii la pompă (p_k), din camera supapei de descărcare (p_v) ale cursei supapei (h_v) ale debitului la pompă (Q_k), la supapă (Q_v) și deplasarea pistonului (h_k) pentru trei valori distincte (în ordine crescătoare) ale diametrului gulerului de descărcare, fără a afecta valoarea maximă a secțiunii de curgere sau limita cursei maxime posibile a supapei.

Se constată că odată cu creșterea acestui parametru cursa de ridicare a supapei se reduce ușor afectînd în general foarte puțin alurile de variație ale presiunilor la pompă și la supapă. Elementul cel mai sensibil afectat este valoarea descărcării la supapă, descărcare ce se intensifică mai ales în perioada în care supapa lasă deschisă comunicația între camera supapei și camera de deasupra pistonului; în această etapă, deschiderea comunicației cu conducta de alimentare, lasă să se producă o descărcare foarte puternică a volumului de deasupra pistonului și datorită secțiunii mari de comunicare cu camera supapei să se realizeze un proces similar și în acest volum. În mod suplimentar la așezarea supapei pe sediu, această descărcare a volumului camerei a supapei este și mai mult intensificată.

Mult mai eficace apare efectul reducerii gulerului de descărcare.

În diagramele din figura 5 se ilustrează efectul micșorării gulerului de descărcare, asupra acelorași parametri.

Reducerea gulerului afectează mai evident variația de presiune în camera pistonului; reducînd cursa supapei, dar mărind totuși sensibil cantitatea de combustibil vehiculată spre conductă (aceasta și ca urmare a reducerii efectului de descărcare al supapei).

În toate variantele prezentate se poate remarca faptul că descărcarea volumului camerei supapei și respectiv a conductei de înaltă presiune este atît de intensă încît ușoarele ridicări ale supapei nu mai afectează variația de presiune — (avînd de fapt de-a face cu un „gol" atît la supapă cît și „la pompă" — volumul dezlocuit de supapă neputînd umple „golul".

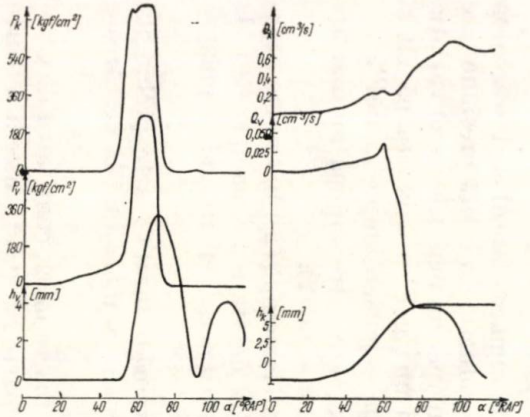
Cel mai interesant caz apare în situația în care supapa nu mai are guler (cazul pompei nr. II echipată cu supapa nr. 2).

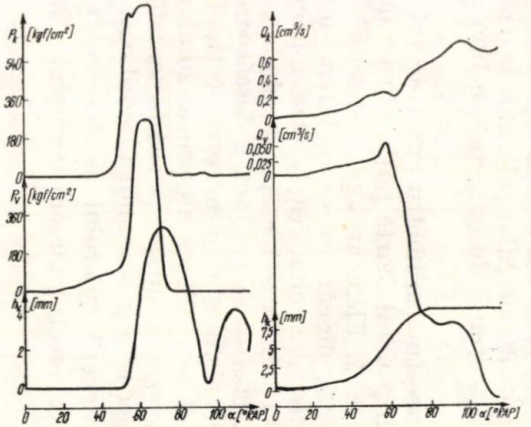
În figura 6 se prezintă variația presiunii la pompă (p_k) în camera supapei (p_v) a cursei supapei (h_v) a cantității debitate la pompă (Q_k), la supapă (Q_v) și a cursei pistonului (h_k) pentru acest subansamblu pompă-supapă.

Pentru varianta *a* (fără guler) se remarcă o durată foarte prelungită a procesului de refulare în conductă ca urmare a blocajului la descărcare pe care-l oferă supapa.

Deși cursa de ridicare a acesteia este foarte mică, cantitatea de combustibil vehiculată în camera supapei este foarte mare și transferată foarte rapid, descărcarea spre conductă făcîndu-se însă mult mai lent.

Existența gulerului de descărcare la supapă, modifică în mod radical alura de variație a presiunii la supapă (p_v) și a cantității de combustibil vehiculată spre conducta (Q_v) (figura 6 *b.c.d*).





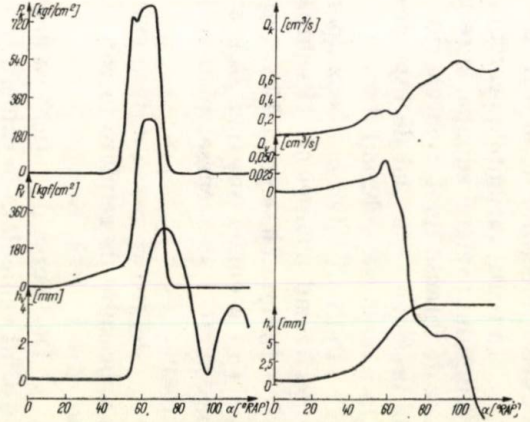


Fig. 4. — Variaţiile presiunii la pompa (p_k) din camera supapei de descărcare (p_v) ale cursei supapei (h_v) ale debitului la pompă (Q_k) la supapă (Q_v) şi deplasarea pistonului (h_k) pentru trei valori distincte (în ordine crescătoare) ale diametrului gulerului de descărcare.

De remarcat faptul că durata procesului de refulare la pompă scade, în mod vertiginos, datorită existenței acestui umăr de descărcare. Creșterea în continuare a diametrului gulerului nu mai afectează structural procesul de lucru la pompă.

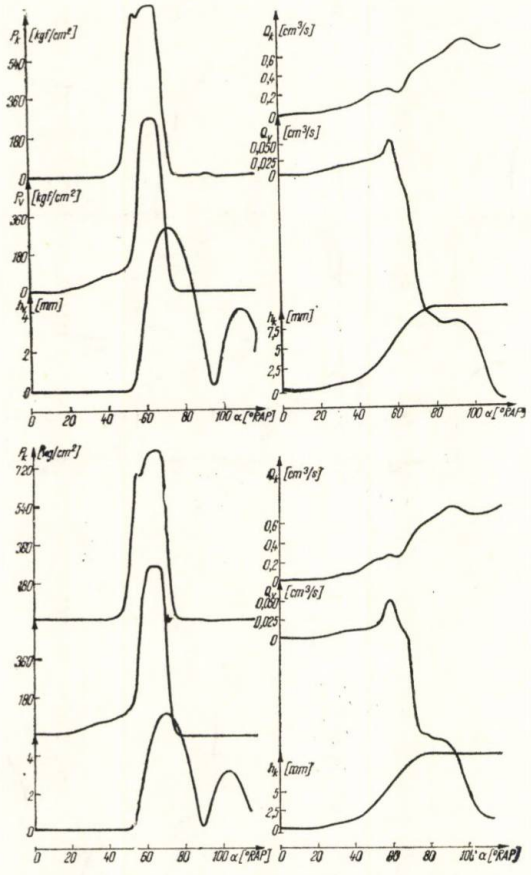


Fig. 5. — Variațiile presiunii la pompa (p_k) din camera supapei de descărcare (p_v) ale cursei supapei (h_v) ale debitului la pompă (Q_k) la supapă (Q_v) și deplasarea pistonului (h_k) pentru pompa P-28 echipată cu supapele 3.2. și 3.5. Condiții de lucru : rotația pompei $n = 600$ rot/min conductă cu presiune remanentă $P_0 = 90$ ata — fără injector.

Pentru profilul de camă III asociat cu supapă de tip 3 la care s-a modificat diametrul gulerului (ilustrat pentru trei valori crescătoare a.b.c.) valorile înregistrate pentru aceiași parametri funcționali, sînt prezentate în figura 7.

Ca și la variantele precedente efectul creșterii diametrului gulerului (în limitele permise de soluția constructivă a echipamentului) se traduce prin micșorarea cursei de ridicare a supapei (h_v) și prin intensificarea procesului de descărcare la pompă (Q_v).

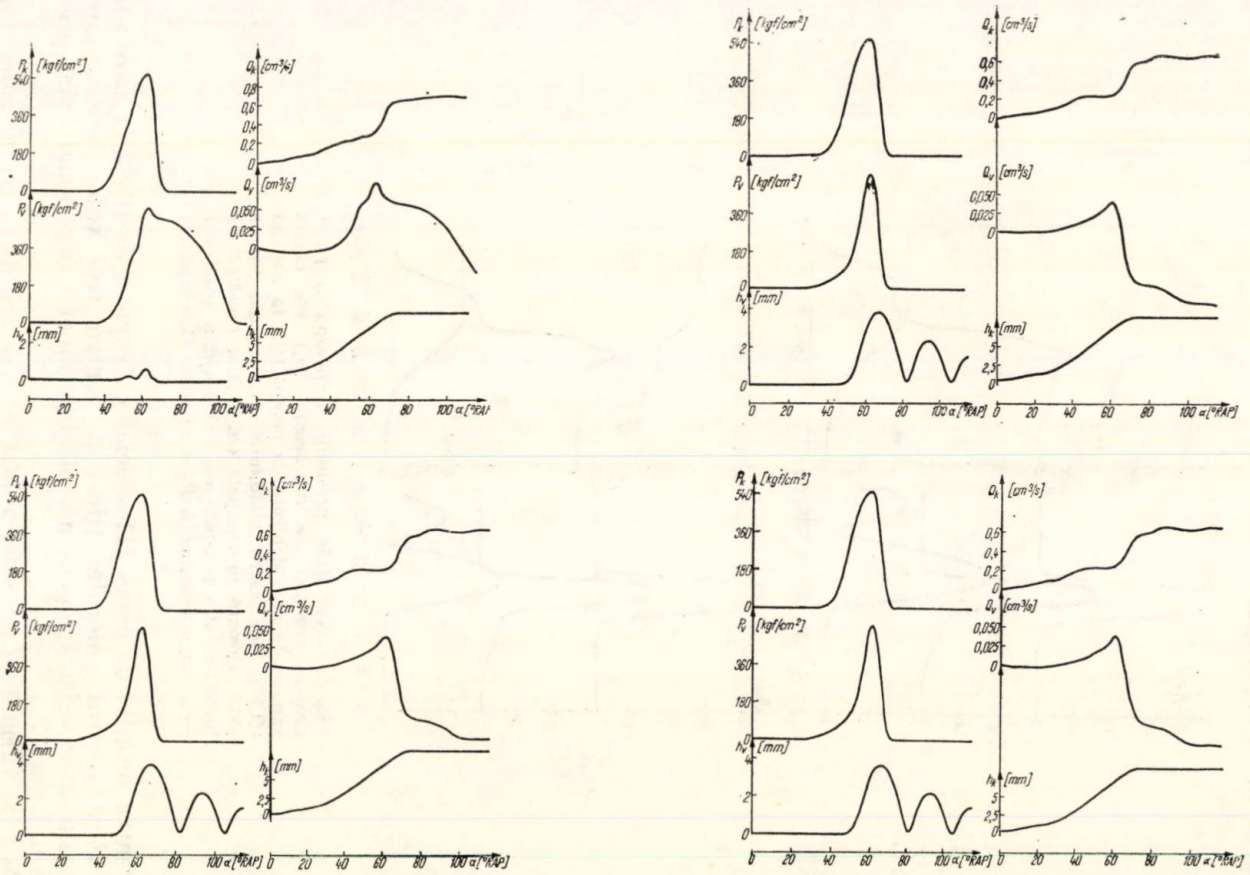
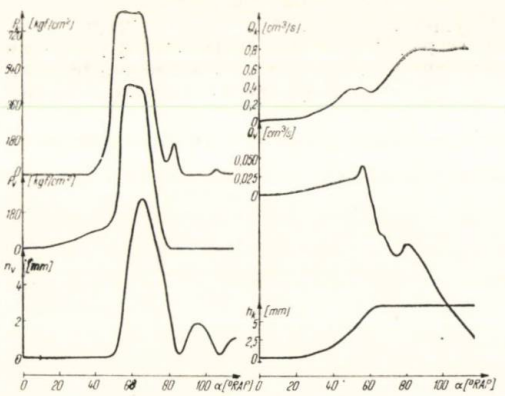
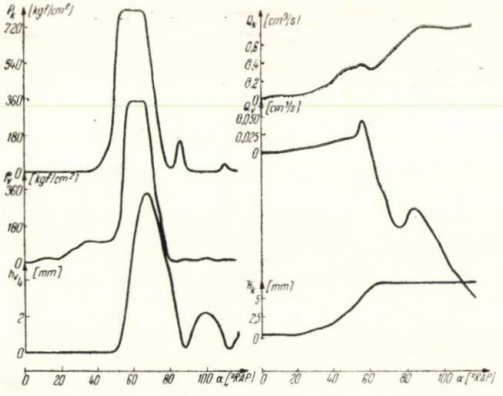


Fig. 6. — Variaţiile presiunii la pompa (p_k) din camera supapei de descărcare (p_v) a cursei supapei (h_v) a debitării la pompa (Q_k) la supapă (Q_v) şi a cursei-pistonului (h_k) pentru pompa P-26 echipată cu supapele 2.1, 2.2, 2.3. şi 2.4. Condiţii de încercare : rotaţia pompei $n = 600$ rot/min conductă cu presiune remanentă $P_0 = 90$ kgf/cm² fără injector.





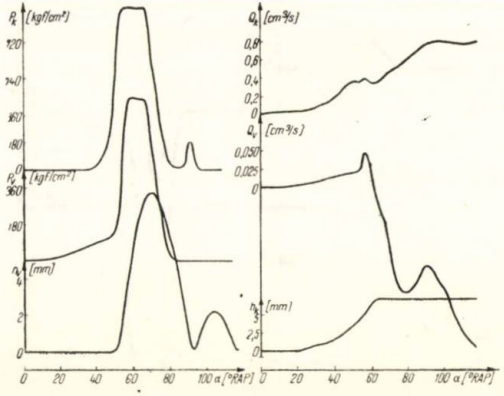


Fig. 7. — Variațiile presiunii la pompa (p_k) din camera supapei de descărcare (p_v) a cursei supapei (h_v) a debitării la pompa (Q_k) la supapă (Q_s) și a cursei pistonului (h_k) pentru pompa MEFIN I echipată cu supapele 3.5, 3.1 și 3.2. Condiția de încercare : rotația pompei $n = 600$ rot/min, conductă cu presiune remanentă $p_0 = 90$ kgf/cm² fără injector.

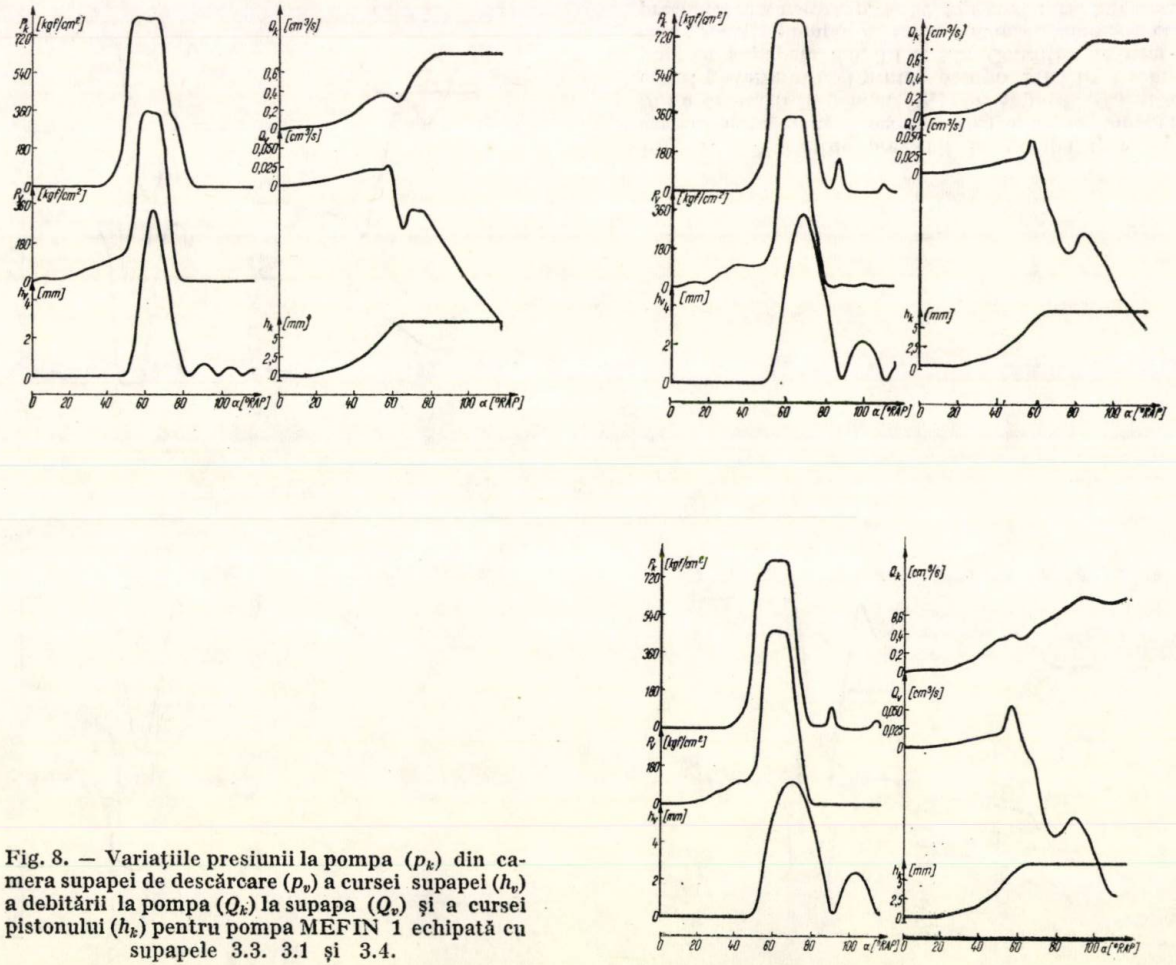
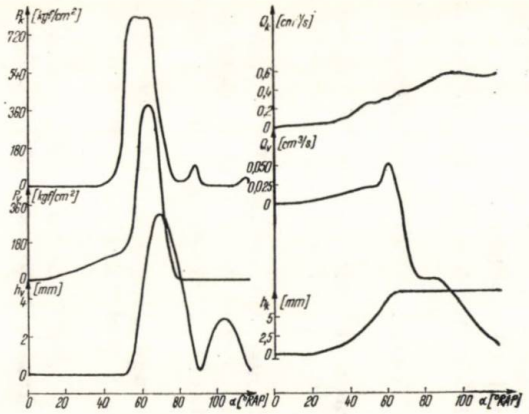
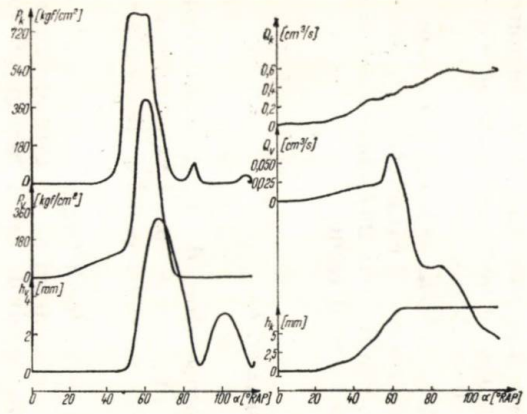


Fig. 8. — Variațiile presiunii la pompa (p_k) din camera supapei de descărcare (p_v) a cursei supapei (h_v) a debitării la pompa (Q_k) la supapa (Q_v) și a cursei pistonului (h_k) pentru pompa MEFIN 1 echipată cu supapele 3.3. 3.1 și 3.4.





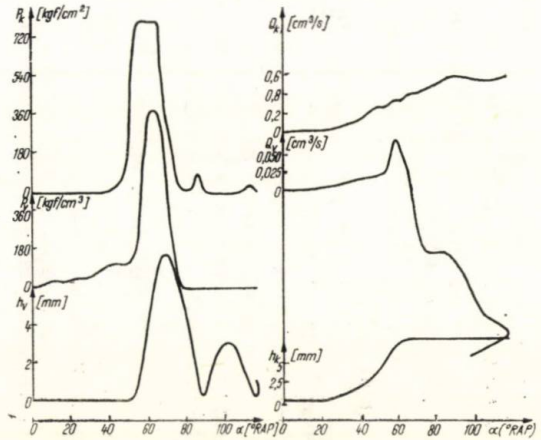


Fig. 9. — Variaţiile presiunii la pompa (p_k) din camera supapei de descărcare (p_v) a cursei supapei (h_v) a debitării la pompa (Q_k) la supapa (Q_v) şi a cursei pistonului (h_k) pentru pompa MEFIN II echipată cu supapele 1.1, 1.2 şi 1.3.

Efectul de reducere a înălțimii gulerului de descărcare (fig. 8) intervine cu o pondere net superioară, atenuînd mai sensibil cursa supapei și descărcînd mai puternic volumul camerei supapei și respectiv conducta.

Pentru varianta cu legea de ridicare IV asociată cu o supapă de tipul 1 (fig. 2) rezultatele sînt prezentate în figura 9 pentru variantele obținute prin creșterea diametrului supapei și în figura 10 pentru variantele obținute prin reducerea înălțimii gulerului de descărcare.

Analiza pe model scoate în evidență faptul că, la această categorie de pompe de injecție, geometria supapei și în special caracteristicile gulerului de descărcare, intervin cu o pondere mult mai însemnată, asupra proceselor de la pompă, decît profilul de ridicare al camei.

3. CERCETĂRI EXPERIMENTALE

Cercetările experimentale asupra procesului de injecție au fost organizate în ideea reliefării pe de o parte a rolului pe care-l joacă pulverizatorul injectorului, iar pe de altă parte de a confrunta concluziile degajate din analiza teoretică.

În această suită de idei s-au echipat cu aceleași tipuri de pulverizatoare la care s-a modificat sistematic unghiul conului de așezare al acului (variantele V_1, V_2, V_3 și V_4) și volumul intermediar de descărcare la pulverizator (variantele SN, V_0, V_5 și V_6) patru pompe distincte de mărime A și B respectiv cu legi de ridicare la profilul camei similare celor analizate în calcul (pompele P-26, P-28, MEFIN 1 și MEFIN 2).

În figura 11 se prezintă ilustrativ pentru pompa P-28 echipată cu injector Iy-28 și diverse variante de pulverizatoare reglate la aceeași presiune de deschidere (p_d = 125 kgf/cm^2) legile de variație ale presiunii la pompă (p_v), la injector (p_d) și cursa de ridicare a acului (h_d).

În mod similar s-au determinat legile de injecție (fig. 12) și forma jetului (fig. 13).

Aceste cercetări experimentale au scos în evidență următoarele aspecte:

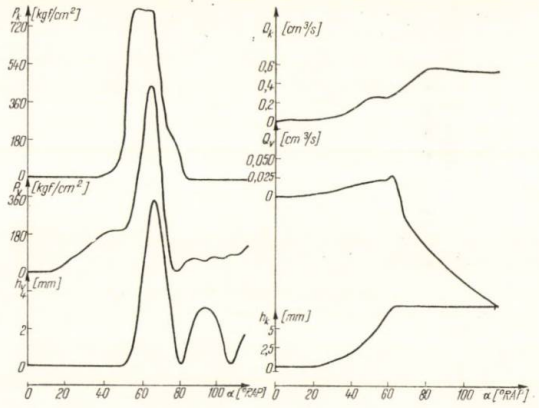
a) volumul intermediar de descărcare la pulverizator în limitele modificărilor realizate, nu afectează sensibil nici legea de injecție și nici forma jetului.

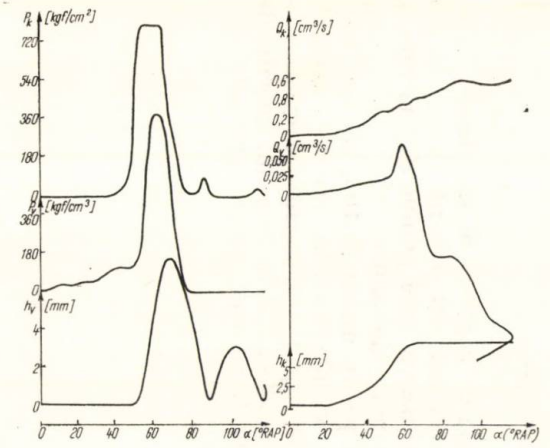
b) modificarea unghiului conului de așezare atrage după sine o alungire exagerată a legii de injecție, condiționînd în general două etape de injectare a combustibilului, etape distanțate, uneori net una de cealaltă.

c) Modificarea conului de așezare atrage după sine și o evazare a conului jetului de combustibil pulverizat reducînd în mod sensibil penetrația acestuia.

d) se confirmă rolul jucat de gulerul de descărcare asupra procesului de injecție; eliminarea gulerului de descărcare (pompa P-26) atrage o alungire a legii de injecție la pulverizator.

Prezența gulerului de descărcare condiționează o uniformizare a comportării celor trei pompe (P-28. MEFIN 1 și MEFIN 2) cu aceeași categorie de pulverizator.





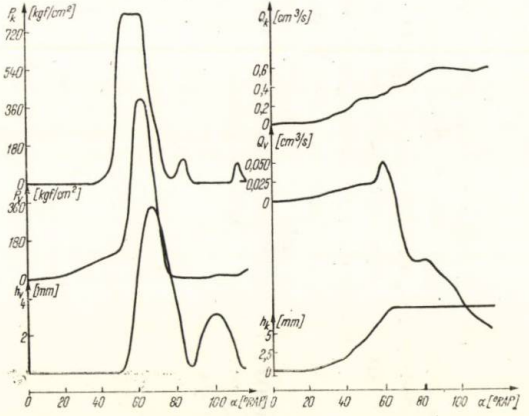


Fig. 10. — Variațiile presiunii la pompa (p_k) din camera supapei de descărcare (p_v) a cursei supapei (h_v) a debitării la pompa (Q_k) la supapa (Q_v) și a cursei pistonului (h_k) pentru pompa MEFIN II echipată cu supapele 1.4, 1.3 și 1.5.

e) ridicarea presiunii de deschidere a acului pulverizatorului, atenuează sensibil dispersia valorilor debitului la pulverizator; depășirea presiunii de reglaj (peste 125 kgf/cm²) nu mai atrage după sine un efect similar.

4. ÎNCERCĂRI PE MOTOR

Cercetările pe motor au urmărit pe de o parte să stabilească în ce măsură scurtarea duratei legii de injecție asigură o bună funcționare a motorului, iar pe de altă parte dacă utilizarea unei pompe de mărime *A* poate asigura cerințele actuale funcționale ale motorului.

Experimentările au fost realizate pe un motor D-105, echipat succesiv cu toate echipamentele cercetate, în laborator la rece. S-a urmărit în primul rînd, ca reglajul pompelor de injecție să asigure o creștere a puterii motorului pînă la 150 CP fără a afecta actualul consum specific de combustibil. Dintre experimentările de banc sînt prezentate cele mai ilustrative.

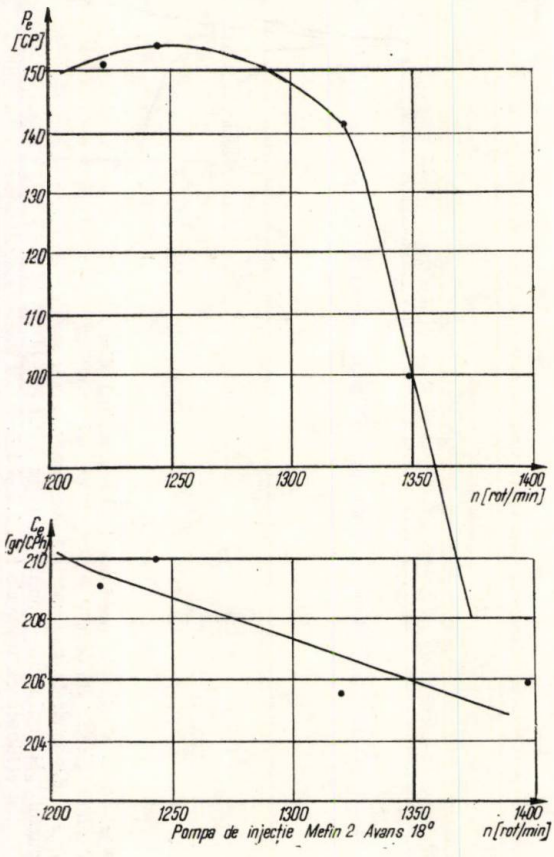
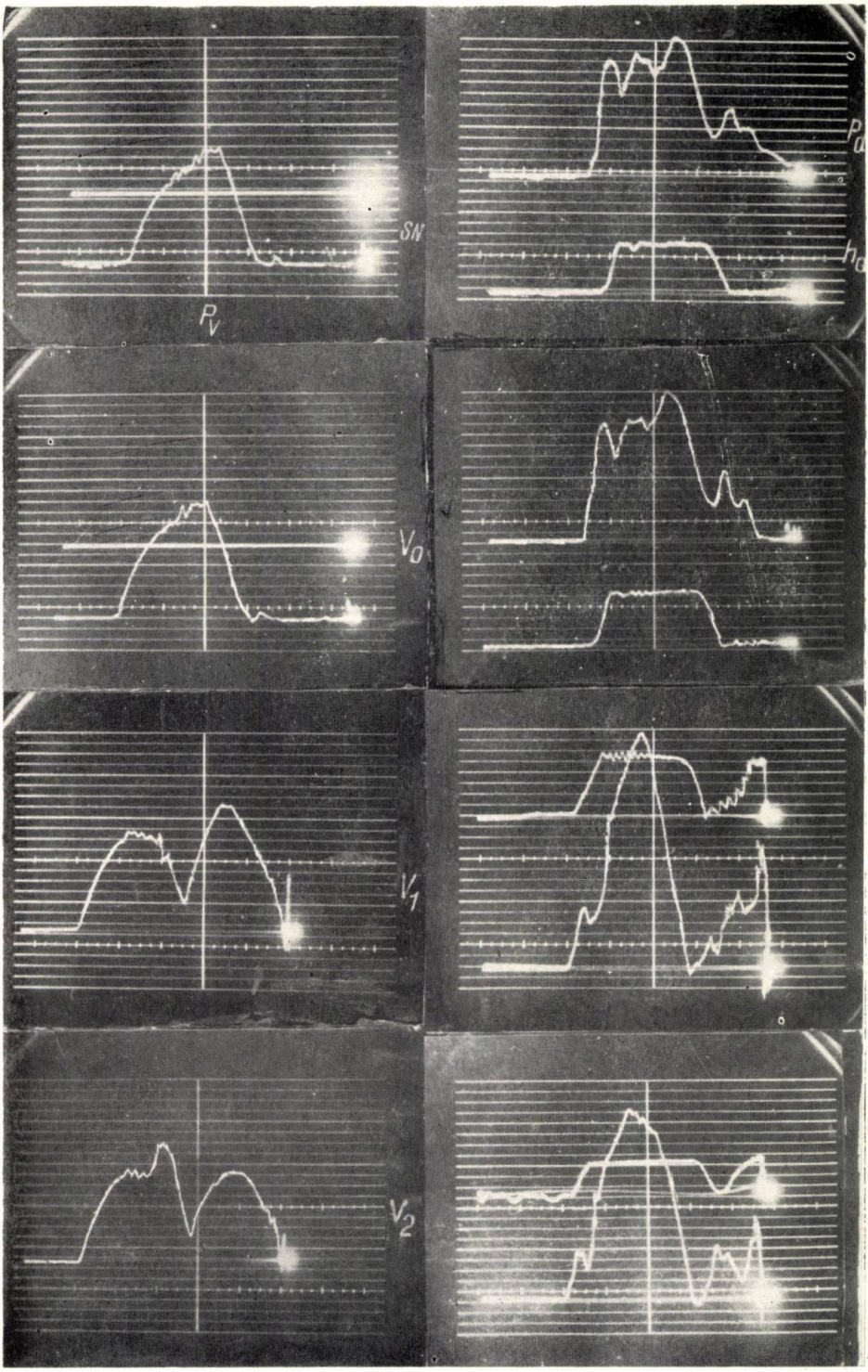


Fig. 14. — Pompa de injecție MEFIN 2-avans 18°

Caracteristicile obținute cu pompa MEFIN 2 (figura 14) scot în evidență în mod evident elemente funcționale comparabile ale echipamentului de injecție miniaturizat față de cel actual.


SN
P_V
P_0
h_0
V_0
V_1
V_2

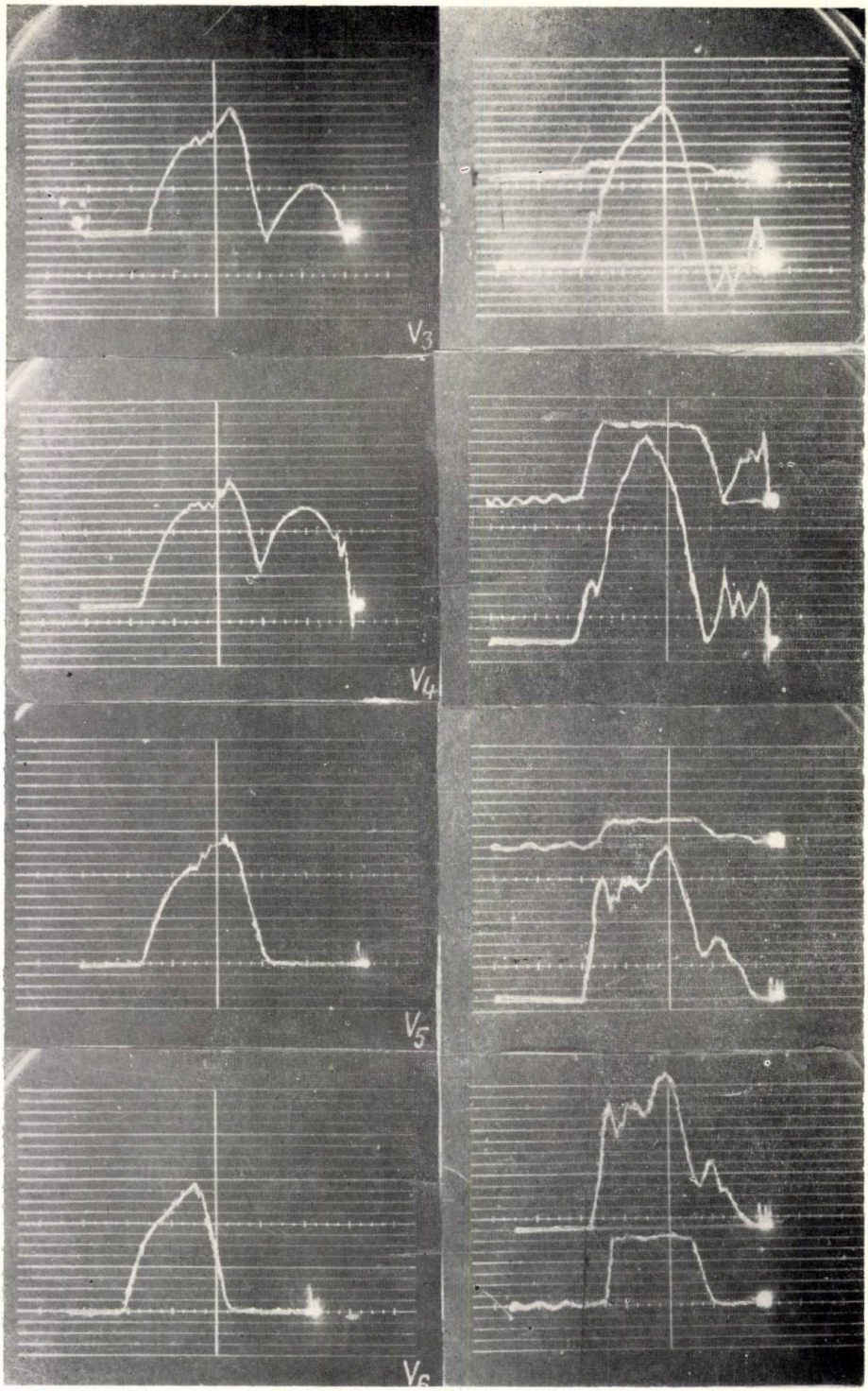
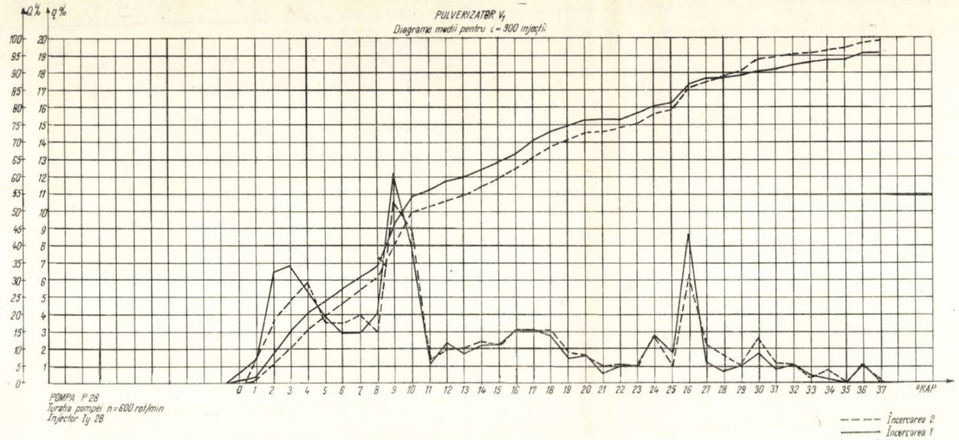
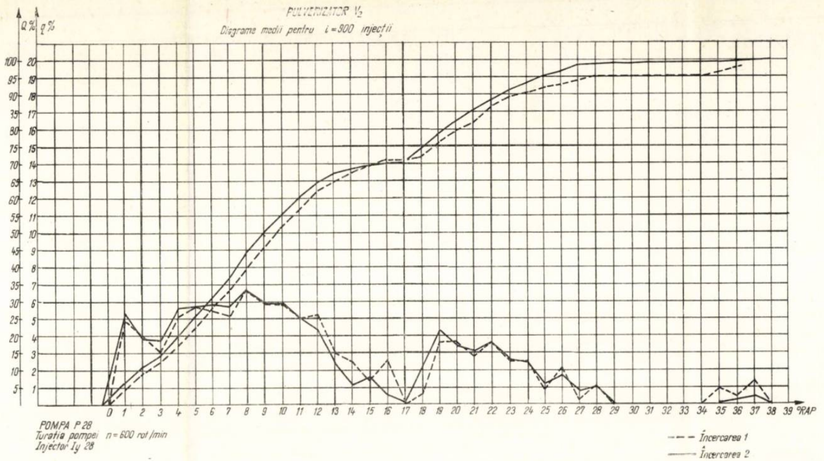
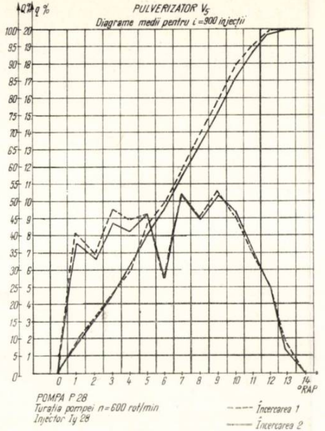
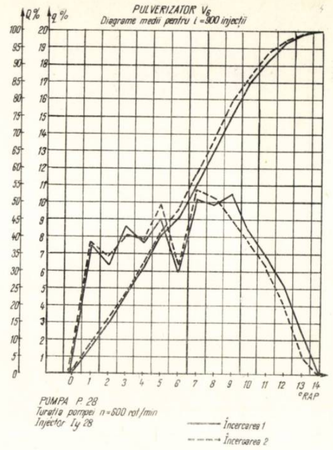


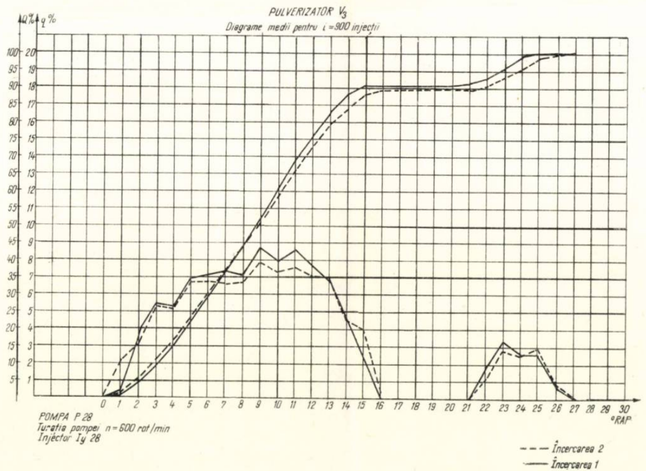
Fig. 11. — Variația presiunii la pompa (p_v) la injector (p_d) și cursa de ridicare a acului (h_d) în funcție de unghiul de rotație al pompei (°RAP) pentru pompa P-28 injector Iy 28 și diverse variante de pulverizator ($P_{d0} = 125$ kgf/cm^2).











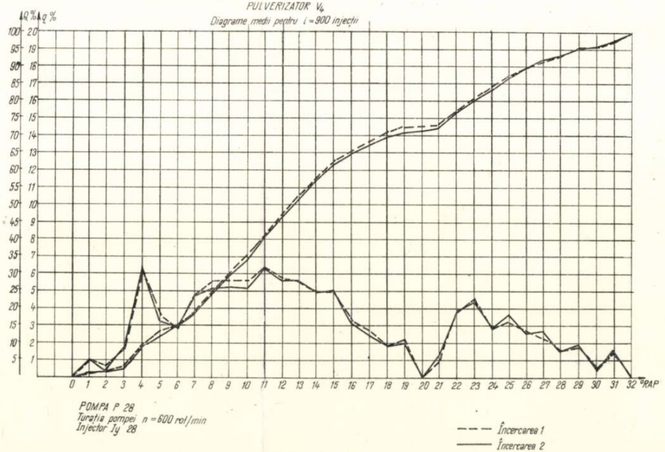
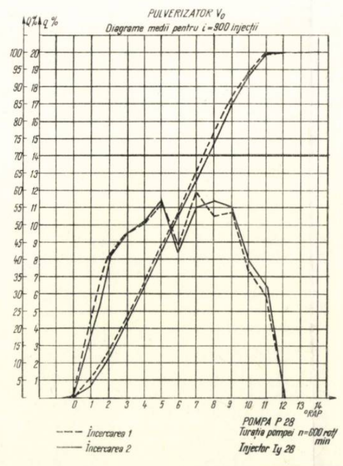


Fig. 12 *a* — Legile de injecție pt. : pulverizator *V* pompa P28 și injector Iy 28 ; pulverizator V_2, pompa P28 și injector Iy 28 ; pulverizator V_3 și pulverizator V_4.



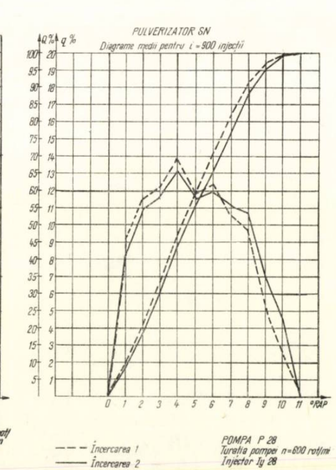


Fig. 12 *b*. — Legile de injecție pentru pompa P28 injector Iy 28 și pulverizator V_5, V_6, V_0 și *SN*.

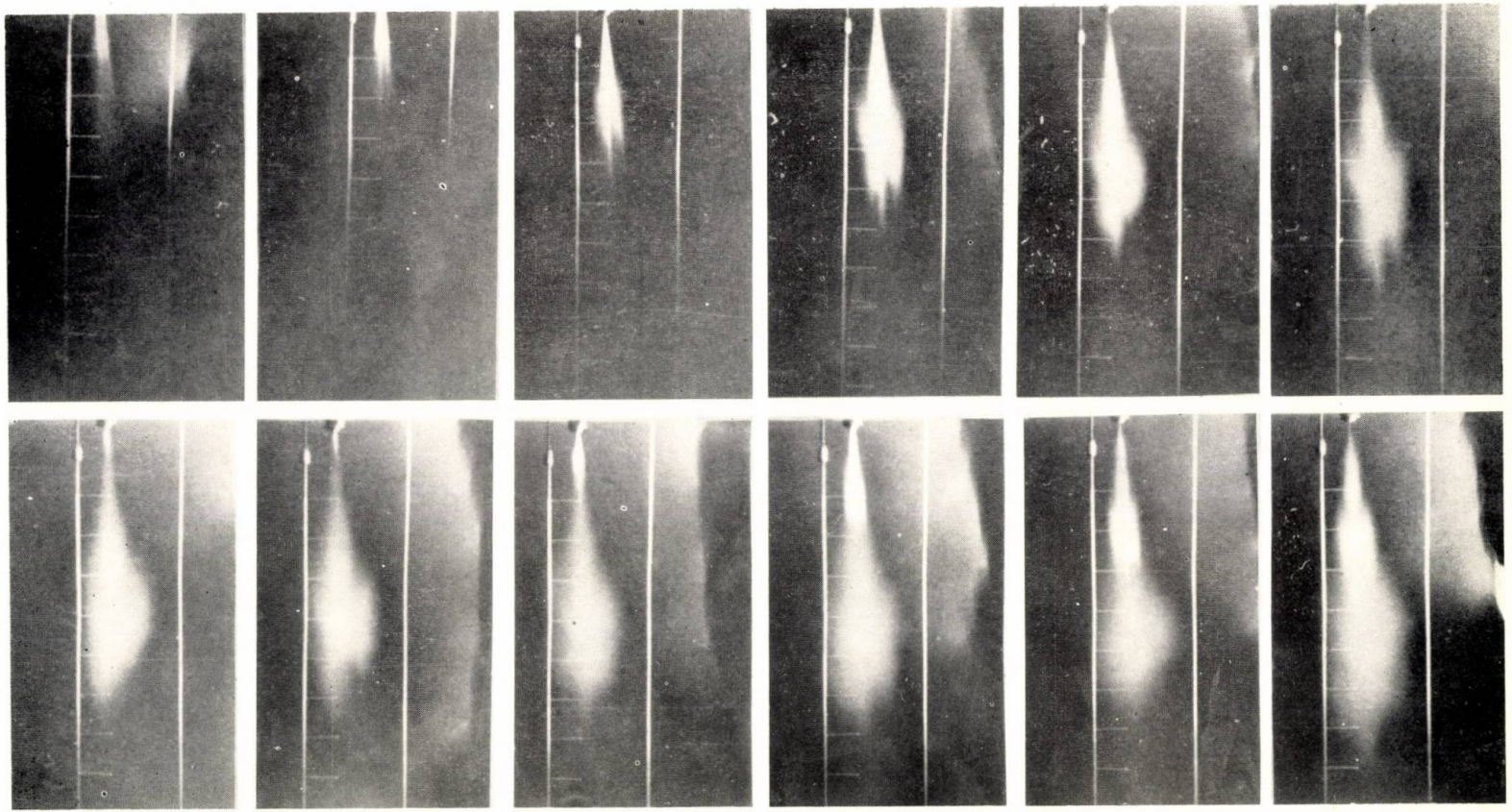


Fig. 13. — Evoluția formei și penetrația jetului pentru pompa P28 injector Iy28 și pelverizator V_2 în funcție de unghiul de rotație al pompei la sarcina și turația nominală.

Luînd în considerare și comportarea dinamică a motorului respectiv sensibilitatea mai mare la regimurile tranzitorii, se poate remarca interesul pe care-l deschide aplicabilititatea acestor rezultate, nu numai sub aspectul funcționalității motorului ci și al fiabilității crescute a acestuia, echipamentul miniaturizat asigurînd atît un grad ridicat de tehnicitate al produsului cît și o diversificare rațională a actualei fabricații de echipamente de injecție.

5. CONCLUZII

Analiza pe modele analogice a influenței diametrului gulerului supapei de descărcare și a lungimii acestuia scoate în evidență rolul deosebit de influent al înălțimii gulerului de descărcare asupra proceselor la pompă; reducerea gulerului condiționează o micșorare a cursei supapei mărind cantitatea vehiculată spre conductă.

Pentru variantele fără guler de descărcare, durata procesului de injecție la pompă se prelungește în mod exagerat, modificînd radical alura de variație a presiunii la pompă și la supapă.

Creșterea gulerului de descărcare reduce vertiginos durata procesului de refulare la pompă; creșterea exagerată a gulerului nu mai afectează acest proces.

Profilul camei, la această categorie de pompe, afectează într-o mai mică măsură dinamica proceselor la pompă în comparație cu soluția constructivă a supapei de descărcare.

Cercetările experimentale de laborator, scot în evidență posibilități noi de controlare atît a duratei injecției cît și a caracteristicilor jetului, cu ajutorul unghiului de așezare al acului pulverizatorului.

Ridicarea presiunii de deschidere a acului reduce în mod sensibil dispersia valorilor debitului la pulverizator; depășirea unei limite de reglaj (cca. 125 kgf/cm^2) nu mai atrage după sine un efect similar. Cercetările pe motor scot în evidență nu numai performanțele îmbunătățite ale motorului de D-105 realizate cu un echipament modernizat ci și perspectiva pe care o deschide diversificarea rațională a actualei fabricații de echipamente de injecție.

BIBLIOGRAFIE

1. L. Teodorescu, S. Ghețaru, *Modelarea proceselor din echipamentul de injecție al motoarelor Diesel pe un calculator de tip analogic.* St. cerc. energ. electr., *2* (1965).

2. A Pischinger, *Gemischbildung und Verbrennung in Diesel motor.* Wien Springer, 1967.

CERCETĂRI ASUPRA STRUCTURII BITUMULUI DE PETROL UTILIZAT LA OBȚINEREA COCSULUI BRICHETE PRIN TRATAMENT TERMOCHIMIC

I. NISTOR, S. GUTMAN, C. DOBOȘ

662.7/8 :665.5

Pentru elucidarea fenomenelor care au loc în timpul procesului de obținere a cocsului prin procedeul termochimic, bitumul de petrol a fost fracționat prin cromatografie de adsorbție; fracțiunile izolate au fost supuse analizei structurale statistice și au fost utilizate ca lianți, la obținerea cocsului brichete oxidat. S-au stabilit corelații între structura chimică a liantului și însușirile mecanice ale cocsului brichete obținut, care au permis stabilirea măsurilor pentru ameliorarea calității lui.

În cursul procesului de obținere a cocsului brichete [1], [2] liantul este acela care suferă transformările cele mai importante; de aceea lucrările privind structura bitumului de petrol au ocupat un loc deosebit în complexul de cercetări efectuate în vederea explicării fenomenelor care au loc în proces și a ameliorării calității cocsului brichete.

Denumirea generică de bitum de petrol, se conferă reziduurilor obținute după îndepărtarea uleiurilor din păcurile rezultate la prelucrarea diverselor țițeiuri. Din punctul de vedere al compoziției chimice, bitumul reprezintă în principal un amestec de hidrocarburi, în compoziția sa intră de asemenea, în proporții mici, compuși cu oxigen, sulf și azot. Componenții menționați formează un sistem coloidal, în care mediul dispers poartă denumirea de „maltene", iar cel dispersat de „asfaltene".

Constituția fizico-chimică a bitumului îi conferă o serie de proprietăți reologice și chimice, pe care se bazează utilizarea sa ca liant la fabricarea cocsului brichete. Comportarea și rolul liantului în cursul procesului pot fi deci elucidate numai pe baza cunoașterii mai aprofundate a constituției sale.

Într-un studiu publicat în anul 1960 [3] se arată că s-au izolat din țiței, un număr de 172 hidrocarburi de tip parafinic (parafine normale și izoparafine), naftenic (mono și policiclice) și aromatic (mono și policiclice), constituind împreună 45,7% în greutate dintr-un petrol „tip". Nici una

din hidrocarburile menţionate nu a fost izolată din fracţiunea corespunzătoare bitumului.

Dificultăţile întîmpinate în stabilirea structurii componenţilor bitumului sînt legate de puternicele asemănări existente între aceştia, care fac dificilă separarea lor. Diversele procedee de separare conduc doar la o fracţionare în componenţi asemănători din punct de vedere structural. Aşa de exemplu, fracţionarea cu solvenţi [4], conduce la obţinerea unor produşi (carboide, carbene, asfaltene, maltene) la rîndul lor foarte complecşi şi puţin caracteristici. Distilarea moleculară, dializa, aplicate ca metode de separare, nu au condus nici ele la obţinerea de fracţiuni omogene din punct de vedere structural.

Progrese însemnate s-au realizat însă prin aplicarea cromatografiei de adsorbţie ca metodă de separare [5], [6], [7]. Eficienţa cromatografiei ca metodă de fracţionare se datoreşte faptului că se bazează atît pe deosebirile de structură între moleculele constituenţilor amestecului, cît şi pe acelea ale dimensiunilor lor.

Aplicarea acestei metode deschide perspectiva stabilirii liantului cu caracteristici optime pentru fabricarea cocsului brichete şi dirijării procesului de oxidare către obţinerea unui cocs cu calităţi termomecanice superioare.

★

În cercetările prezentate, s-a lucrat după următoarea metodologie:

1. Fracţionarea bitumului de petrol în componenţi omogeni din punct de vedere structural (prin cromatografie de adsorbţie);
2. Analiza structurală statistică a fracţiunilor obţinute;
3. Utilizarea fracţiunilor de bitum, ca lianţi, pentru obţinerea cocsului brichete.

1. FRACŢIONAREA BITUMULUI DE PETROL ÎN COMPONENŢI OMOGENI

Bitumul de petrol parafinos utilizat, a avut următoarele caracteristici chimico-tehnice:

Analiza chimico-tehnică			Punct înmuiere I.B.°C	Punct inflamabilitate °C	Cocs Conradson %
W^a %	A^{anh} %	V^{anh} %			
0,10	0,19	85,4	61	325	20,4

Obţinerea fracţiunilor omogene din punct de vedere structural s-a efectuat după schema de separare din figura 1.

Separarea cromatografică s-a realizat prin utilizarea ca mediu adsorbant a pămîntului SONDAFIN, care s-a dovedit a avea proprietăţi adsorbtive şi selective satisfăcătoare, avînd o capacitate de adsorbţie de 19,5 cm^3 toluen/100 g şi o granulaţie de 80% < 0,09 mm.

Eluenţii utilizaţi au fost în număr de cinci, din seriile alcătuite de Brooks şi Trappé [5], cu indici de adsorbţie bine diferenţiaţi şi progresivi:

— eter de petrol,
— tetraclorură de carbon,
— benzen,
— acetonă,
— alcool etilic-benzen 1 : 1.

După încercări preliminare, raportul adsorbant /bitum a fost stabilit la 20 :1, iar cel eluent/bitum, la 8 000 cm³/100 g.

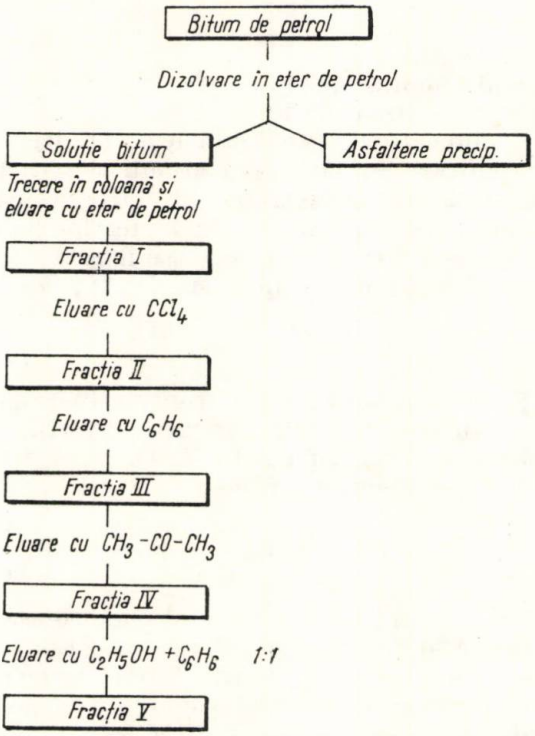


Fig. 1. — Schema procesului de separare a bitumului de petrol.

Prin alte încercări, pe o coloană mică (H = 200 min. mm Ø 35 mm), s-au stabilit următorii parametri de lucru pentru separarea cromatografică, pe coloana experimentală mare, H = 1 000 mm, Ø 90 mm), care a permis obținerea de cantități suficiente pentru utilizarea fracțiunilor ca lianți de brichetare.

— raport adsorbant/bitum — 20 : 1 (în greutate),
— raport eluent/bitum — 8000 cm³ /100 g,
— viteza de curgere : 4,5 — 5 mm/min,
— presiunea de azot : 3 ata,
— temperaturi : 20 — 25°C.

2. ANALIZA STRUCTURALĂ STATISTICĂ A FRACŢIUNILOR

Caracterizarea fracţiunilor de bitum s-a făcut printr-o metodă statistică, iniţiată de Waterman [8], pentru produse petroliere uşoare.

Metoda poate fi extinsă la analiza bitumului, pe baza unor consideraţii analogice celor făcute de Van Krevelen [8], la studiul huilelor.

Volumul molar este o funcţie aditivă, adică

$$V_M = \sum_i u_i V_i, \tag{1}$$

unde V_M — volumul molar,
V_i — volumul atomilor de tip i,
u_i — numărul de atomi de tip i.

Noţiunea de volum atomic este legată de natura legăturii dintre atomi. Dacă, pentru simplificare, se consideră atomii a avea forma unor sfere care se ating şi dacă se cunosc distanţele interatomice caracteristice diferitelor tipuri de legături, se pot calcula razele sferelor şi deci, volumele lor.

Ţinînd cont că unul şi acelaşi atom, după natura legăturii poate avea mai multe valori ale volumului atomic, formula (1) poate fi scrisă în forma

$$V_M = \sum_i u_i V_i - \sum z_i W_i \tag{2}$$

unde termenul $\sum z_i W_i$ reprezintă suma contracţiilor datorite diverselor efecte structurale (duble sau triple legături, cicluri).

Considerînd bitumul format din C, H, O, N, S şi împărţind relaţia la numărul de atomi de carbon, se obţine :

$$V_M = \frac{M}{d} = \frac{1}{C}\left(V_C + V_H \frac{H}{C} + V_0 \frac{O}{C} + V_N \frac{N}{C} + V_S \frac{S}{C}\right) - V_R \frac{R}{C} \tag{3}$$

unde V_C, V_H, V_0, V_N, V_S sînt volumele atomice ale constituenţilor, iar V_R, contracţia moleculară datorată ciclurilor. S-a considerat că termenului $\sum z_i W_i$ din relaţia (2) îi corespunde, pentru bitum, termenul $V_R R$, adică se admite că, datorită caracterului său pronunţat de polimer, este puţin probabilă prezenţa de olefine în compoziţie, suma contracţiilor molare datorîndu-se numai ciclurilor (aromatice şi naftenice).

Cunoscînd volumele atomice ale constituenţilor, greutăţile lor atomice, cum şi funcţia $V_R = f\left(\frac{H}{C}\right)$ stabilită pe baza valorilor cunoscute la grafit, polistiren şi celuloză [8], se poate explicita relaţia (3) pentru $\frac{R}{C}$

(4)

$$\frac{R}{C} = \frac{9{,}9 + 3{,}1\frac{H}{C} + 3{,}7\frac{O}{C} + 1{,}5\frac{N}{C} + 14\frac{S}{C} - \frac{1}{d}\left(12{,}01 + 1{,}008\frac{H}{C} + 16\frac{O}{C} + 14\frac{N}{C} + 32\frac{S}{C}\right)}{9{,}1 - 3{,}6\frac{H}{C}}$$

Pornind de la relaţia cunoscută dintre numărul de atomi de carbon (C) şi de hidrogen (H) dintr-o hidrocarbură cu legături alifatice, naftenice şi aromatice,

$$H = 2C - 2(R - 1) - 2\,C_a \tag{5}$$

unde

R = numărul de cicluri

C_a = numărul de atomi de carbon aromatic,

se poate calcula un indice de aromaticitate

$$f_a = \left(1 - \frac{H}{C}\right) + \left(1 - 2\frac{R-1}{C}\right). \tag{6}$$

Dacă se admite că, pentru bitum, substanţă cu caracter evident policondensat, $R \gg 1$, relaţia (6) devine:

$$f_a \approx \left(1 - \frac{H}{C}\right) + \left(1 - \frac{2R}{C}\right). \tag{7}$$

În continuare, notînd

C_1 = fracţiunea atomilor de carbon alifatic şi naftenic necondensat din moleculă;

C_2 = fracţiunea atomilor de carbon naftenic condensat;

C_3 = fracţiunea atomilor de carbon aromatic necondensat;

C_4 = fracţiunea atomilor de carbon aromatic condensat.

Cunoscînd relaţia

$$C_1 = 0{,}5\left(\frac{H}{C}\right)^{3/2} - 0{,}29\left(\frac{H}{C}\right)^{1/2} \tag{8}$$

şi întrucît

$$2C_1 + C_2 + C_3 = \frac{H}{C}$$

$$C_2 + C_4 = \frac{2R}{C}$$

$$C_3 + C_4 = f_a$$

se obţine compoziţia structurală statistică medie a fracţiunilor studiate, din rezultatele analizei elementare şi a densităţii fracţiunilor.

În calculele efectuate s-a recurs la cîteva simplificări minore. Astfel, volumul atomic al oxigenului, exprimat în cm^3, a fost considerat 3,7, valoare medie pentru legăturile de tip OH, COOH şi C = O, de asemenea, întrucît analiza elementară a bitumului nefracţionat a arătat că procentul

conţinutului total de sulf şi de azot ese mai mic de 1%, s-a asimilat O% cu (O + N + S)%, astfel încît formula (4) a devenit :

$$\frac{R}{C} = \frac{9{,}9 + 3{,}1\frac{H}{C} + 3{,}7\frac{O}{C} - \frac{1}{d}\left(12{,}01 + 1{,}008\frac{H}{C} + 16\frac{O}{C}\right)}{9{,}1 - 3{,}6\frac{H}{C}} \qquad (4')$$

2.1. *Determinările greutăţilor moleculare.* În afară de structura moleculelor bitumului de petrol, s-a considerat important a determina şi mărimea lor ; o măsură a acestei mărimi este greutatea moleculară.

Pentru efectuarea de greutăţi moleculare, literatura indică mai multe metode. Toate aceste metode, deşi fundamentate teoretic, conduc la rezultate foarte deosebite, din care cauză în literatură, orice valori de greutăţi moleculare sînt însoţite de menţiuni privind metoda şi solventul folosit pentru efectuarea determinărilor.

Pentru cercetările efectuate s-a ales metoda crioscopică, atît datorită simplităţii ei relative, cît şi datorită posibilităţii de comparare a rezultatelor, oferită de frecvenţa mai mare a determinărilor de acest fel din literatură.

În cursul determinărilor de greutăţi moleculare, verificările efectuate la diverse concentraţii ale soluţiilor au arătat că, pe măsura creşterii concentraţiei (C), avea loc o creştere a greutăţilor moleculare a substanţelor cercetate, fapt care atestă producerea de asociaţii moleculare la concentraţii mari. De aceea s-a considerat că trebuie acceptată acea valoare a greutăţii moleculare care rezultă din extrapolarea la concentraţia = 0 a curbelor $M = f$ (concentraţie) (fig. 2).

3. UTILIZAREA FRACŢIUNILOR DE BITUM CA LIANŢI, PENTRU OBŢINEREA COCSULUI BRICHETE I. E

Fracţiunile de bitum izolate şi analizate au fost utilizate în continuare ca lianţi pentru producerea cocsului brichete (brichete cilindrice —Ø = 20 mm, h = 20 mm), după procedeul termochimic [1, 2]. Aceste brichete au fost supuse probelor de rezistenţă mecanică la toba Nedelmann.

★

Rezultatele separărilor cromatografice, a analizelor structurale statistice şi a măsurătorilor de densitate şi greutate moleculară sînt prezentate în tabela 1.

Ele arată că bitumul cercetat prezintă :

— un conţinut ridicat de substanţe asfalto-răşinoase, reprezentate prin fracţiunile insolubile în eter de petrol şi dintre cele solubile, de fracţiunile eluate ulterior cu acetonă şi alcool-benzen ; acestea pe lîngă un caracter aromatic destul de pronunţat, au un grad de polimerizare ridicat, rezultînd atît din valorile greutăţilor moleculare (fig. 2) cît şi din numărul

Tabela 1

Caracteristicile fizico-chimice ale bitumului și fracțiunilor obținute la separarea lui cromatografică

Nr. crt.	Fracția	Randament		Analiza elementară			Greutate spec. g/cm³	Greutate moleculară medie **)	Indici structurali						
		Cromatograma I Bitum proaspăt %	Cromatograma II Bitum după 50 zile %	C %	H %	O+N+S*) % $			Indici de condensare $2R/C$	Indici de aromatizare $2Fa/C$	C_1 %	C_2 %	C_3 %	C_4 %	$\frac{R}{\text{mol}}$ —
1	Bitum inițial***	—	—	86,98	10,59	2,43	1,049	—	—	—	—	—	—	—	
2	Fracția I eluată cu eter de petrol	21,08	10,31	84,64	14,79	0,57	1,018	690	—	—	—	—	—	—	
3	Fracția II eluată cu tetraclorură de carbon	9,33	5,66	84,46	12,47	3,07	0,935	680	12,7	10,3	79,4	10,3	7,9	2,4	3
4	Fracția III eluată cu benzen	7,07	4,35	83,98	11,10	5,02	0,988	610	28,6	12,9	63,6	23,5	7,8	5,1	6,1
5	Fracția IV eluată cu acetonă	28,34	38,93	77,87	8,88	13,35	1,085	1 170	20,0	43,0	46,0	11,0	34,0	9,0	7,6
6	Fracția V eluată cu amestec alcool etilic + benzen 1 : 1	12,35	20,90	83,06	9,70	7,20	1,040	4 300	34,5	25,5	48,6	25,9	16,9	8,6	51
7	Fracția insolubilă în eter de petrolasfaltene	17,72	12,67	86,97	8,96	4,07	1,082	3 350	49,0	27,5	36,8	35,7	14,2	13,3	59
8	Pierderi	4,11	7,18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

* Calculată prin diferență

** Greutatea moleculară a fost determinată prin metoda crioscopică. Fracțiile au fost solubilizate în benzen.

*** Suma ponderată a compozițiilor elementare a fracțiilor separate diferă cu pînă la 3% față de compoziția bitumului neseparat, aceasta probabil datorită faptului că fracțiile au suferit un proces de oxidare în atmosferă.

mare de cicluri aromatice şi naftenice ale unei molecule (R/mol) care, probabil, cuprinde mai multe unităţi structurale.

— Un conţinut ridicat de atomi de carbon parafinic şi naftenic necondensat, predominant mai cu seamă în fracţiunile uleioase (eluate cu

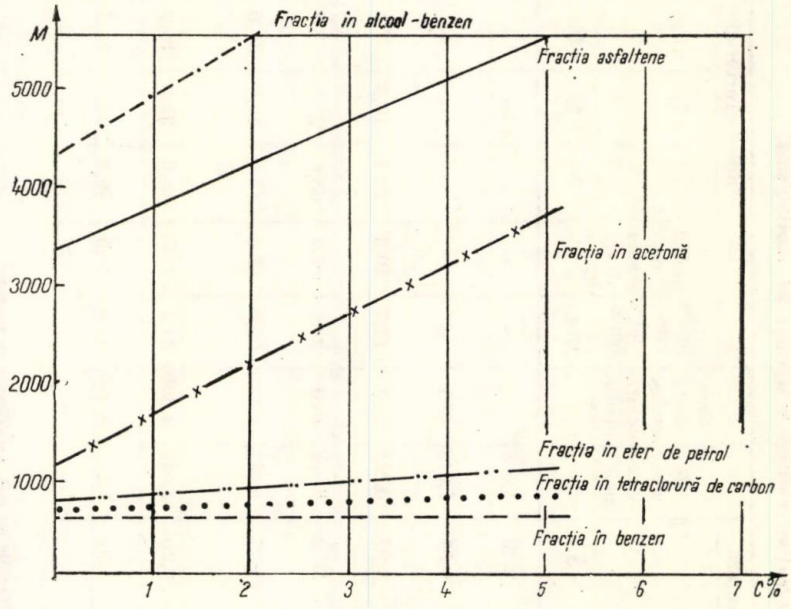
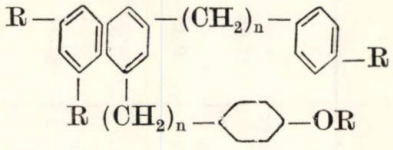


Fig. 2. — Variaţia greutăţii moleculare (M) a fracţiunilor separate din bitumul de petrol, în funcţie de concentraţia soluţiilor (c) (determinările efectuate la crioscopul Beckmann).

eter de petrol, tetraclorură de carbon şi benzen); aceasta arată că natura macromoleculară a bitumului nu se realizează neapărat prin condensarea unor cicluri, ci şi, în bună măsură, prin intermediul unor grupări alifatice, care fac legătura între două inele aromatice sau naftenice, ca în formula ipotetică de mai jos [5]



Bitumul de petrol cercetat suferă transformări în contact cu oxigenul din atmosferă, exprimate prin tendinţa fracţiunilor uleioase de a trece în substanţe asfalto-răşinoase; astfel, separarea cromatografică a bitumului păstrat 50 zile în aer liber a dus la obţinerea unor randamente sporite de fracţiuni IV şi V. Această constatare reflectă rolul important al oxigenului la formarea compuşilor macromoleculari din bitum.

În tabela 2 sînt cuprinse valorile rezistenţei mecanice ale cocsurilor brichete obţinute prin aglomerarea măruntului de cocs, utilizînd ca liant

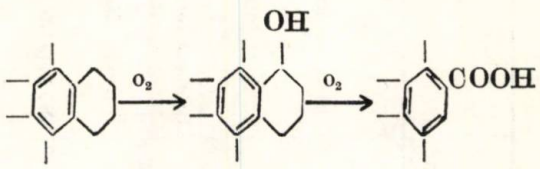
Tabela 2

—Caracteristicile cocsului brichete obținute prin utilizarea ca liant a fracțiunilor de la separarea cromatografică a bitumului, comparativ cu cele obținute la brichetarea cu bitum neseparat—

Nr. crt.	Caracteristicile cocsului brichete Compoziția brichetelor *)	V^{anh} %	Rezistența la toba Nedelmann			Observații
			> 10 mm	10—1 mm	< 1 mm	
1	Asfaltene 14%, *CF* 68,8% *CM* 17, 2%	9,82	—	—	100	Brichete sfărîmate, după oxidare
2	Fracția eluată cu eter de petrol 14%, *CF* 68, 8%, *CM* 17, 2%	7,90	67,7	20,7	11,6	Brichete întregi, se oxidează bine
3	Fracția eluată cu tetraclorură de carbon 14%, *CF* 68,8% *CM* 17, 2%	8,59	95,60	0,76	3,64	Brichete întregi, bine oxidate
4	Fracția eluată cu benzen 14%, *CF* 68, 8%, *CM* 17, 2%	8,56	96,46	1,84	1,52	Brichete întregi, bine oxidate
5	Fracția eluată cu acetona 14% *CF* 68, 8%, *CM* 17, 2%	10,0	—		100	Brichete sfărîmate
6	Fracția eluată cu alcool-benzen 14%, *CF* 68, 8%, *CM* 17, 2%	9,20	—		100	Brichete sfărîmate
7	Bitum de petrol 14%, *CF* 68, 8%, *CM* 17, 2%	9,66	92,3	1,6	6,1	Brichete întregi, se oxidează bine

* *CF* — cocs de fluidizare *CM* — cocs măcinat de cuptoare verticale Raportul CF/CM = 80/20

fracţiunile izolate din bitum, (tratamentul termochimic ulterior s-a efectuat cu aer încălzit la 250°C). Rezistenţa mecanică ridicată a brichetelor obţinute cu ajutorul fracţiunilor II şi III, în contrast cu cea obţinută la utilizarea celorlalte fracţiuni de lianţi pare a indica rolul important al inelelor naftenice, — (predominante în aceste fracţiuni), în procesul oxidării, care poate avea loc după o schemă asemănătoare cu cea propusă de Göppel [9] şi Knotnerus :



CONCLUZII

1. Bitumul de petrol cercetat prezintă un caracter macromolecular; dimensiunile mari ale moleculelor sînt realizate atît prin condensarea unor inele aromatice şi naftenice, cît mai ales, prin punţi între cicluri.

2. Obţinerea unor structuri rezistente prin oxidarea bitumului utilizat ca liant la fabricarea cocsului brichete se datoreşte, în primul rînd, transformărilor suferite de anumite fracţiuni, caracterizate între altele prin conţinutul ridicat de inele naftenice necondensate.

3. Conservarea îndelungată a bitumului conduce la reducerea componenţilor care îi conferă însuşirile pe care se bazează utilizarea sa la fabricarea cocsului brichete.

BIBLIOGRAFIE

BLUM I., NISTOR I., St. cerc. energ., **XI**, *2*, 345 (1961).

NISTOR I., ŞTEFĂNESCU F., TĂZLĂUANU V., St. cerc. energ., **XIII**, *B 3*, 415 (1963).

ROSSINI D., MAIR S., Revue de l'Institut français du petrole, 321 (1960).

PFEIFFER J., *The properties of asphaltic bitumen*, Elsevier Publ. Comp. Inc. N.Y., H 1950.

S. R. SERGHIENCO, *Состав и свойства высокомолекулярные соединение нефть*, Москва, 1962

C. PADOVANI, V. BERTI, *Fifth World Petroleum Congress*, 1959, 273.

R. N. TRAXLER, *Asphalt, its Composition properties and uses*, Reinhold publishing Corp. N.Y. 1961.

S. W. van KREVELEN, J. SCHUYER, *Coal Science*, Elsevier Publ. Comp. Amsterdam — N.Y., 1957.

J. T. A. GOPPEL, J. KNOTNERUS, *Fifth World Petroleum Congress*, 1959, 399.

REGIMUL TRANZITORIU AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC INDUCTIV ÎNTR-UN SISTEM DE BARE CONDUCTOARE MASIVE. PARAMETRII TRANZITORII

ANDREI ȚUGULEA

CZ.538.1 ; 621.3

Se studiază cîmpul electromagnetic tranzitoriu inductiv într-un sistem de bare conductoare paralele de secțiune dreptunghiulară. Se trasează curbele de variație în spațiu și timp a mărimilor cîmpului la diferite moduri simple de alimentare. Se calculează și se reprezintă grafic parametrii tranzitorii ai sistemului de bare.

1. INTRODUCERE

Studiul cîmpului electromagnetic tranzitoriu în prezența unor conductoare masive prezintă o dublă importanță : importanță practică pentru analiza comportării în regim tranzitoriu a căilor conductoare masive care compun de regulă căile de curent în instalațiile de curenți intenși ; importanță teoretică pentru punerea în evidență a unor fenomene caracteristice regimului tranzitoriu al cîmpului electromagnetic, cum ar fi de pildă fenomenul de pătrundere al acestuia în conductoare, reacțiunea conductoarelor asupra cîmpului exterior etc. În literatura de specialitate [1], [2], [3] studiul regimurilor tranzitorii ale cîmpului electromagnetic este utilizat și pentru calculul parametrilor tranzitorii ai unor elemente de circuit esențial nefiliforme.

De regulă, elementele cu structură geometrică complicată, așa cum se întîlnesc în aplicații, pun numeroase dificultăți matematice, soluțiile obținute, ca expresii analitice, atunci cînd e posibil, fiind greu de analizat. Exemplele privind elementele cu structură geometrică mai simplă întîlnite mai rar în aplicații au avantajul de a conduce la soluții mai simple care pot fi multilateral analizate.

Deși studiul prezentat în această lucrare are în vedere un exemplu simplu și anume—cazul a două bare paralele identice suficient de înalte față de grosimea lor și față de distanța dintre ele și suficient de lungi pentru ca efectele de capăt să nu joace un rol esențial — așa cum vom

vedea—în tehnică se pot găsi aplicații în care rezultatele obținute să nu prezinte numai interes tehnic, ci și unul aplicativ.

În acest fel considerăm că sînt servite în mod egal și cît mai complet posibil atît teoria cît și aplicațiile.

Problema studiată se referă deci, la un sistem de două bare conductoare identice avînd secțiunea dreptunghiulară cu dimensiunile a, b $(a \ll b)$

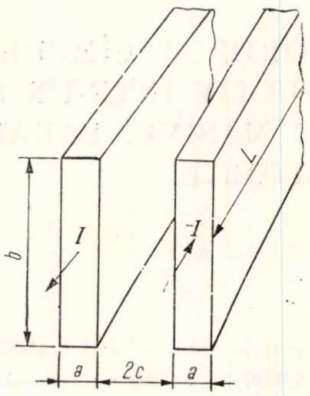


Fig. 1.1. — Sistem de bare paralele masive parcurse de curenți egali și de sensuri contrarii.

așezate paralel cu fețele late la distanța $2c \ll b$ (fig. 1.1). Lungimea sistemului L, se presupune teoretic infinită, practic cu mult mai mare decît dimensiunile transversale ale sistemului. Materialul conductoarelor se presupune linear, omogen și izotrop, avînd conductivitatea σ și permeabilitatea μ; iar mediul din jur se presupune perfect izolant ($\sigma_e = 0$), omogen și izotrop din punct de vedere magnetic avînd permeabilitate μ_e. Sistemul de bare este scurtcircuitat la unul din capete și poate fi alimentat celălalt fie printr-un generator de tensiune, fie printr-un generator de curent.

Ne interesează cîmpul electromagnetic în regim anelectric [4] (inductiv) tranzitoriu, în acest sistem, pentru diferite moduri de alimentare, adică în situațiile în care efectele electromagnetice ale curenților de deplasare sînt neglijabile atît în conductoare cît și în afara lor. Aceasta presupune adoptarea unui model teoretic anelectric, adică adoptarea valorii $\varepsilon = 0$ pentru sistemul considerat [4]. Mai observăm că datorită liniarității sistemului e suficient să studiem cîmpul în cazul alimentării barelor fie cu o treaptă de curent fie cu o treaptă de tensiune, soluția pentru orice altă formă a mărimilor de intrare obținîndu-se apoi pe baza teoriei răspunsului tranzitoriu.

În final vor fi calculați și parametrii tranzitorii ai sistemului. Ca metodă vom utiliza calculul operațional bazat pe transformarea Laplace.

2. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC TRANZITORIU DINTRE BARE

Fie $i(t)$ intensitatea curentului injectată de un generator de curent conectat la intrare.

Considerăm o secțiune transversală arbitrară, suficient de depărtată de capete pentru ca efectele de capăt să nu se manifeste și alegem axele ca în figura 2.1.

Conform analizei efectuate în lucrarea [5] cîmpul magnetic este transversal atît în conductoare cît și în afara lor. Cîmpul electric este strict longitudinal în conductoare, între ele avînd însă și o componentă transversală.

Conform aceleiași analize, cîmpul electric longitudinal din conductoare și cîmpul magnetic transversal din conductoare și din afara lor sînt

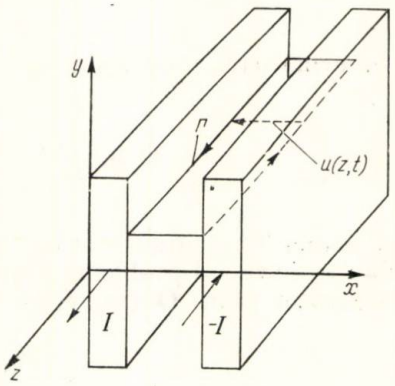


Fig. 2.1. — Alegerea sistemului de coordonate pentru calculul cîmpurilor între cele două bare.

univoc determinate de intensitățile curenților din secțiunile transversale ale conductoarelor din planul transversal considerat și de distribuția inițială a densității de curent în aceste secțiuni. Cum în cazul de față aceste intensități (egale și de semn contrar) se conservă instantaneu în lungul conductoarelor, rezultă că mărimile de cîmp considerate sînt independente de coordonata longitudinală z. Neglijînd în mod voit și efectele de capăt transversale, admitem că aceste cîmpuri nu depind nici de coordonata y, fiind

$$\begin{aligned} \boldsymbol{h}_i &= \boldsymbol{j}\, h_i(x,\ t) \\ \boldsymbol{e}_i &= \boldsymbol{k}\, e_i(x,\ t) \\ \boldsymbol{h}_e &= \boldsymbol{j}\, h_e(x,\ t) \end{aligned} \tag{2.1}$$

indicele i și e desemnînd „interior" și „exterior".

În interiorul conductoarelor nu există componentă transversală a cîmpului electric, secțiunile acestora fiind echipotențiale [5]. În exteriorul conductoarelor cîmpul electric transversal este potențial și e determinat numai de potențialele secțiunilor care depind de coordonata longitudinală z. Prin urmare avem în general

$$\boldsymbol{e}_{et} = -\operatorname{grad}_{x,y} \cdot V(x,\ y,\ z,\ t) \tag{2.2}$$

unde

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \tag{2.3}$$

Componenta longitudinală a cîmpului electric în exteriorul barelor rezultă prin integrarea ecuaţiilor diferenţiale obţinute din forma locală a legii inducţiei electromagnetice.

$$\text{rot } \boldsymbol{e}_e = -\mu_e \frac{\partial \boldsymbol{h}_e}{\partial t} \tag{2.4}$$

conducînd la următoarele ecuaţii :

$$\frac{\partial e_{ez}}{\partial x} - \frac{\partial e_{ex}}{\partial z} = \mu_e \frac{\partial h_e}{\partial t}; \quad \frac{\partial e_{ey}}{\partial z} = \frac{\partial e_{ey}}{\partial x} = 0 \tag{2.5}$$

Ţinînd seama de configuraţia domeniului de integrare observăm că în fiecare plan transversal problema determinării potenţialului se pune ca într-un condensator plan. Obţinem deci

$$e_{ey} = 0,$$

care satisface identic şi ultimele două ecuaţii (2.5) şi o componentă transversală omogenă

$$e_{ex}(z, t) = -\frac{u(z, t)}{2c}, \tag{2.6}$$

unde $u(z, t)$ e tensiunea transversală între bare în secţiunea considerată. Aplicînd legea inducţiei electromagnetice unui contur Γ care are două laturi pe feţele interioare ale barelor şi ţinînd seama de condiţiile de simetrie, din (2.6) obţinem :

$$e_{ex}(z, t) = -\frac{z}{c}\left[e_i(a, t) + \mu_e \frac{\partial h_e}{\partial t} c\right]. \tag{2.7}$$

Se arată în mod elementar că intensitatea cîmpului magnetic între bare este omogenă, astfel că din (2.7) şi (2.5) rezultă ecuaţia

$$\frac{\partial e_{ez}}{\partial x} = -\frac{1}{c} e_i(a, t) \tag{2.8}$$

a cărei integrare în raport cu x conduce la soluţia

$$e_{ez}(x, t) = -\frac{1}{c} e_i(a, t) \cdot x + f(t). \tag{2.9}$$

Impunînd conservarea componentelor tangențiale ale intensității cîmpului electric pe fețele interioare ale barelor, determinăm $f(t)$ astfel că în final obținem

$$e_{ez}(x,\ t) = e_i(a,\ t)\frac{a + c - x}{c}. \tag{2.10}$$

Din relațiile (2.7) și (2.10) rezultă că intensitatea cîmpului electric dintre bare este complet determinată de cîmpul magnetic extern și de componenta tangențială a intensității cîmpului electric din bare, adică pînă la urmă de intensitatea curentului electric din bare.

3. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC TRANZITORIU DIN BARE LA INJECTAREA UNEI TREPTE DE CURENT

Fie $i(t) = I_0 1(t)$. În cele ce urmează ne ocupăm numai de una dintre bare, de exemplu de bara din stînga (fig. 3.1). În condiții inițiale de repaos cîmpurile

$$\mathbf{H}(x,\ p) \equiv \mathfrak{L}\{h_i(x,\ t)\}$$

și

$$\mathbf{E}(x,\ p) \equiv \mathfrak{L}\{e_i(x,\ t)\}$$

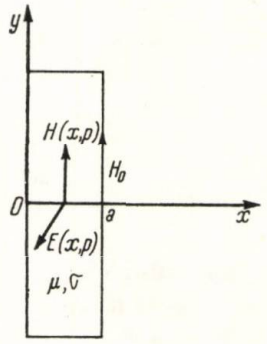


Fig. 3.1. — Alegerea sistemului de coordonate pentru calculul cîmpurilor în interiorul barelor.

satisfac ecuațiile lui Maxwell

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{E}}{\mathrm{d}x} = p\mu\mathbf{H},$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{H}}{\mathrm{d}x} = \sigma\mathbf{E}, \tag{3.1}$$

respectiv ecuațiile de ordinul al doilea

$$\frac{d^2H}{dx^2} - p\mu\sigma H = 0,$$

$$\frac{d^2E}{dx^2} - p\mu\sigma E = 0. \tag{3.2}$$

Vom integra ecuația pentru H deoarece cunoaștem condițiile de frontieră pentru acest vector :

$$H(0, p) = 0\,;\ H(a, p) = \frac{I_0}{pb} = \frac{H_0}{p}. \tag{3.3}$$

Soluția primei ecuații (3,2) va fi în aceste condiții

$$H(\xi, p) = \frac{H_0}{p} \cdot \frac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}\xi}{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}, \tag{3.4}$$

unde am notat

$$\tau = \mu\sigma a^2\,;\ \xi = \frac{x}{a}. \tag{3.5}$$

Din (3.1) rezultă

$$E(\xi, p) = E_0\sqrt{p\tau}\,\frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}\xi}{p\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}, \tag{3.6}$$

unde

$$E_0 = \frac{I_0}{\sigma ab} \tag{3.7}$$

este intensitatea cîmpului electric în regim staționar.

Expresiile (3.4) și (3.6) sînt funcții meromorfe de variabila complexă p și pot fi inversate cu formulele lui Heaviside.

Obținem

$$h_i(\xi, \theta) = H_0\left[\xi + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\,\frac{\sin k\pi\xi}{k}\cdot e^{-k^2\pi^2\theta}\right], \tag{3.8}$$

și

$$e_i(\xi, \theta) = E_0\left[1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\cos k\pi\xi\, e^{-k^2\pi^2\theta}\right], \tag{3.9}$$

unde $\nu_{0k} = jk\pi$ sînt rădăcinile nenule ale ecuației

$$\operatorname{sh}\sqrt{p\tau} = 0, \tag{3.10}$$

iar $\theta = t/\tau$, unde τ este constanta de timp intrinsecă a proceselor tranzitorii de cîmp electromagnetic din bară, este timpul relativ (sau timpul normat).

În momentul inițial ($t = 0 +$) pentru orice $\xi \neq 1$ rezultă

$$h_i(\xi, 0 +) = 0,$$

$$e_i(\xi, 0 +) = E_0\delta(1 - \xi) = \frac{1}{\sigma} j_i(\xi, 0) \tag{3.11}$$

deoarece :

$$\xi = -\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{\sin k\pi\xi}{k},$$

$$\delta(1 - \xi) = 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \cos k\pi\xi. \tag{3.12}$$

Prin urmare, în momentul inițial, cîmpul electromagnetic nu pătrunde în conductor, repartiția curentului electric fiind strict superficială. Pe măsura trecerii timpului distribuția cîmpului electromagnetic tinde către distribuția de regim staționar

$$\lim_{\theta\to\infty} h_i(\xi, \theta) = H_0(\xi) = \frac{I_0}{b} \cdot \frac{x}{a},$$

$$\lim_{\theta\to\infty} e_i(\xi, \theta) = E_0. \tag{3.13}$$

În vecinătatea originii timpului, convergența seriilor (3.8) și (3.9) este mică. Pentru ușurința calculelor vom stabili expresii cu convergență sporită.

Utilizînd dezvoltarea :

$$\frac{1}{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}} = 2\,\mathrm{e}^{-\sqrt{p\tau}}\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{e}^{-2k\sqrt{p\tau}}\right] \tag{3.14}$$

obținem următoarele dezvoltări asimptotice pentru expresiile operaționale ale cîmpurilor :

$$\mathrm{H}(p, \xi) = \frac{H_0}{p}\left[\mathrm{e}^{-\sqrt{p\tau}(1-\xi)} - \mathrm{e}^{-\sqrt{p\tau}(1+\xi)}\right]\cdot\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{e}^{-2k\sqrt{p\tau}}\right], \tag{3.15}$$

$$\mathrm{E}(\xi, p) = \frac{E_0}{p}\sqrt{p\tau}\left[\mathrm{e}^{-\sqrt{p\tau}(1-\xi)} + \mathrm{e}^{-\sqrt{p\tau}(1+\xi)}\right]\cdot\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{e}^{-2k\sqrt{p\tau}}\right]. \tag{3.16}$$

Cu relațiile de inversiune tabelate [6]:

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-\alpha\sqrt{p}}}{p}\right\} = \operatorname{erfc}\frac{\alpha}{2\sqrt{t}}$$

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{\sqrt{p}\,e^{-\alpha\sqrt{p}}}{p}\right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi t}}\exp\left(-\frac{\alpha^2}{4t}\right), \tag{3.17}$$

obținem din (3.15) și (3.16) inversate termen cu termen:

$$h(\xi, t) = H_0 \sum_{k=0}^{\infty}\left[\operatorname{erfc}\frac{1+2k-\xi}{2\sqrt{t/\tau}} - \operatorname{erfc}\frac{1+2k+\xi}{2\sqrt{t/\tau}}\right], \tag{3.18}$$

și

$$e(\xi, t) = E_0\sqrt{\frac{\tau}{\pi t}}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\exp\frac{-(2k+1-\xi)^2}{4t/\tau} + \right.$$

$$\left. + \exp\frac{-(2k+1+\xi)^2}{4t/\tau}\right]. \tag{3.19}$$

Reținînd numai termenii cu argumentele cele mai mici obținem expresiile asimptotice:

$$h(\xi, t) \simeq H_0 \operatorname{erfc}\frac{(1-\xi)}{2\sqrt{t/\tau}}, \tag{3.20}$$

și

$$e(\xi, t) \simeq \frac{E_0}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\tau}{t}}\exp\left[-\frac{(1-\xi)^2}{4t/\tau}\right], \tag{3.21}$$

care cu $(1-\xi) = \xi'$ coincid cu expresiile care descriu pătrunderea cîmpului electromagnetic într-un semispațiu conductor la aplicarea unei trepte de cîmp magnetic. Se constată astfel, că în vecinătatea originii timpului, caracterul pătrunderii cîmpului electromagnetic în conductoare e independent de grosimea barei.

În figurile 3.2 și 3.3 sînt reprezentate repartițiile cîmpurilor $h(\xi,t)$ și $e(\xi, t)$ pentru diferite valori ale timpului relativ. Pe măsura creșterii timpului aceste distribuții tind monoton către cele de regim staționar.

Cîmpul magnetic exterior va fi

$$h_e(x, t) = 1(t)\,H_0 = \frac{I_0}{h}1(t). \tag{3.22}$$

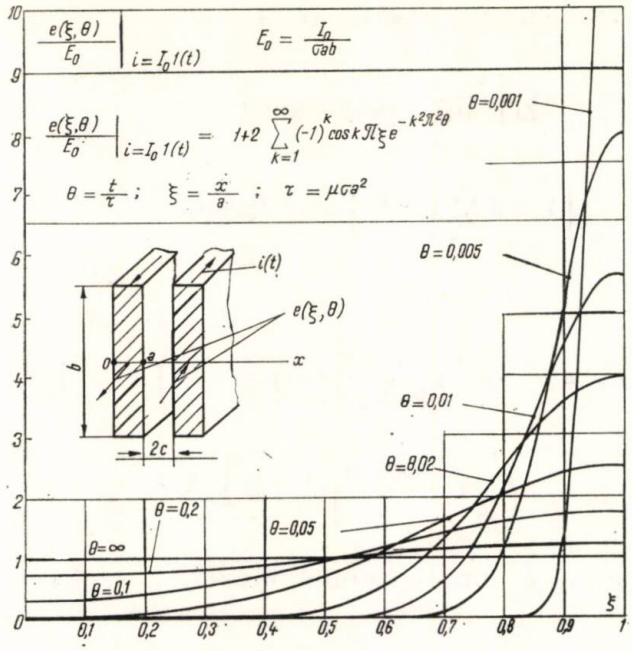


Fig. 3.2. — Repartiția spațială și variația ei în timp pentru cîmpul electric din interiorul barei la aplicarea treptei de curent.

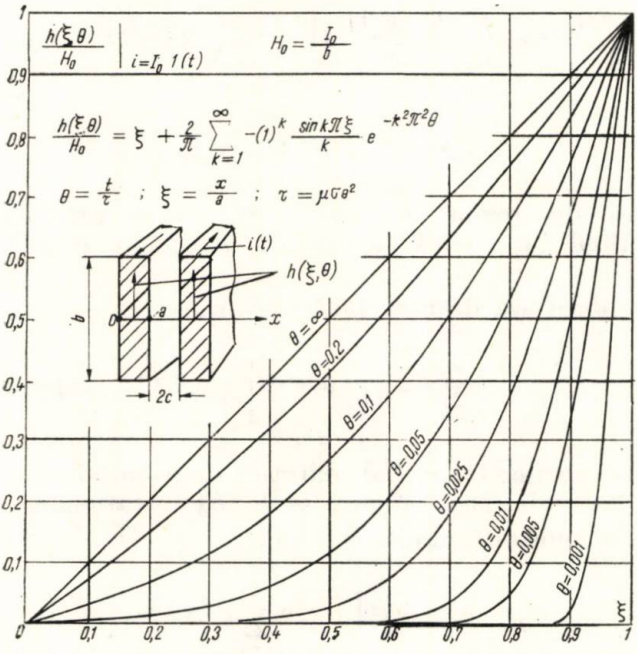


Fig. 3.3. — Repartiția spațială și variația ei în timp pentru cîmpul magnetic din interiorul barei la aplicarea treptei de curent.

iar componentele cîmpului electric vor fi

$$e_{ex} = -\frac{E_0}{\sqrt{\pi\theta}} \cdot \frac{z}{c} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{k^2}{\theta}\right) + \exp\left(-\frac{(k+1)^2}{\theta}\right) \right] - \mu_e H_0 z \delta(t) =$$

$$= -E_0 \frac{z}{c} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-k^2\pi^2\theta} \right] - \mu_e H_0 z \delta(t), \tag{3.23}$$

respectiv

$$e_{ez}(x, \theta) = E_0 \left[1 - \frac{x-a}{c} \right] \frac{1}{\sqrt{\pi\theta}} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{k^2}{\theta}\right) + \exp\left(-\frac{(k+1)^2}{\theta}\right) \right] =$$

$$= E_0 \left[1 - \frac{x-a}{c} \right] \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-k^2\pi^2\theta} \right]. \tag{3.24}$$

Tensiunea aplicată la intrare rezultă din (2.6) și (3.9) pentru $z = L$

$$u(L, \theta) = \frac{U_0}{\sqrt{\pi\theta}} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{k^2}{\theta}\right) + \right.$$

$$\left. + \exp\left(-\frac{(k+1)^2}{\theta}\right) \right] + \mu_e \frac{I_0}{b} 2Lc\delta(\theta) \tag{3.25}$$

unde

$$U_0 = +2E_0 L = r_s I_0 \tag{3.26}$$

este tensiunea de regim staționar corespunzătoare curentului I_0, $r_s = 2L/\sigma ab$ fiind rezistența de curent continuu a celor două bare înseriate.

Puterea absorbită de cele două bare este :

$$p(\theta) = r_s I_0^2 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{2k} \mathrm{e}^{-k^2\pi^2\theta} \right] + \mu_e \frac{2Lc}{b} I_0^2 1(\theta)\delta(\theta) \tag{3.27}$$

fiind infinită în momentul inițial, datorită distribuției strict superficiale a curentului. Ea tinde către valoarea sa de regim staționar.

Pierderile Joule instantanee rezultă :

$$p_J(\theta) = r_s I_0^2 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-2k^2\pi^2\theta} \right], \tag{3.28}$$

fiind de asemenea infinite în momentul inițial.

Energia magnetică totală acumulată în final de sistem va fi:

$$W_m = \int_0^\infty [p(\theta) - p_J(\theta)]\,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{2} I_0^2 \left[\frac{2Lc}{b}\mu_e + \frac{2}{3}\mu\frac{aL}{b}\right] =$$

$$= \frac{1}{2} I_0^2 [l_e + l_i] \tag{3.29}$$

unde l_e este inductivitatea exterioară a barelor, iar l_i inductivitatea lor interioară de curent continuu. Deşi atît în interiorul barelor cît şi în exteriorul lor există şi cîmp electric, energia electrică nu intervine în bilanţ, deoarece în regim cuasistaţionar inductiv am presupus $\varepsilon = 0$. De altfel dacă se calculează această energie presupunînd de exemplu că $\varepsilon = \varepsilon_0$, se constată că valoarea ei finală e neglijabilă faţă de valoarea finală a energiei magnetice.

4. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC DIN INTERIORUL BAREI LA APLICAREA UNEI TREPTE DE TENSIUNE

Fie $u(t) = U_0\,1(t)$ treapta de tensiune aplicată la intrarea barelor. În acest caz intensitatea curentului $i(t)$ e o necunoscută a problemei. Ea trebuie în prealabil determinată şi apoi substituită în expresiile soluţiilor ecuaţiilor cîmpurilor. Aplicînd legea inducţiei electromagnetice pentru un contur ales ca în figura 2.1, obţinem: cu (3 — 6) în care facem $\xi = 1$

$$\frac{U_0}{p} = pl_e I(p) + 2L\mathrm{E}(p, 1) = [pl_{ext} + r_s\sqrt{p\tau}\,\mathrm{cth}\,\sqrt{p\tau}]\,I(p). \tag{4.1}$$

Din această ecuaţie rezultă

$$Z(p) = \frac{1}{Y(p)} = \frac{U_0}{pI(p)} = r_s[p\tau_e + \sqrt{p\tau}\,\mathrm{cth}\,\sqrt{p\tau}] \tag{4.2}$$

unde

$$\tau_e = \frac{l_e}{r_s}. \tag{4.3}$$

Observînd că $I_0 = \frac{U_0}{r_s}$ este intensitatea de regim staţionar şi introducînd (4.2) cu (4.3) în (3.3) şi (3.4) obţinem:

$$\mathrm{H}(p, \xi) = \frac{H_0}{p} \cdot \frac{\mathrm{sh}\sqrt{p\tau}\,\xi}{p\tau_e\,\mathrm{sh}\,\sqrt{p\tau} + \sqrt{p\tau}\,\mathrm{ch}\,\sqrt{p\tau}} \tag{4.4}$$

și

$$\mathrm{E}(p,\,\xi) = \frac{E_0}{p} \cdot \frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}\,\xi}{p\tau_e \dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}} + \operatorname{ch}\sqrt{p\tau}}. \tag{4.5}$$

Introducînd și notația

$$\frac{\tau}{\tau_e} = m \tag{4.6}$$

obținem următoarele forme finale ale expresiilor operaționale ale cîmpurilor

$$\mathrm{H}(p,\,\xi) = \frac{H_0}{p} \cdot \frac{m \cdot \dfrac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}}{\sqrt{p\tau}\operatorname{sh}\sqrt{p\tau} + m\,\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}} \tag{4.7}$$

și

$$\mathrm{E}(p,\,\xi) = \frac{E_0}{p} \cdot \frac{m\,\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}\operatorname{sh}\sqrt{p\tau} + m\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}} \tag{4.8}$$

în care meromorfia este pusă în evidență cu claritate.

Aplicînd din nou formulele de inversiune ale lui Heaviside obținem:

$$h(\xi,\theta) = H_0\left[\xi - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{\nu_k} \sin \nu_k\xi \cdot \mathrm{e}^{-\nu_k^2\theta}\right] \tag{4.9}$$

și

$$e(\xi,\theta) = E_0\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos \nu_k\xi \cdot \mathrm{e}^{-\nu_k^2\theta}\right] \tag{4.10}$$

unde ν_k sînt rădăcinile ecuației:

$$\nu \operatorname{sh}\nu + m\,\operatorname{ch}\nu = 0 \tag{4.11}$$

și

$$A_k = \frac{4\,\sin\nu_k}{2\nu_k + \sin 2\nu_k} = 2(-1)^{k+1}\frac{m\sqrt{m^2+\nu_k^2}}{\nu_k(m^2+m+\nu_k^2)}. \tag{4.12}$$

Relațiile (4.9) și (4.10) arată că și în cazul aplicării unei trepte de tensiune, cîmpurile nu se stabilesc instantaneu în interiorul conductoarelor. Valorile lor inițiale sînt nule deoarece

$$\lim_{p\to\infty} p\,\mathrm{H}(p,\xi) = 0 = h(\xi,\,0) \tag{4.13}$$

şi

$$\lim_{p\to\infty} p\,\mathrm{E}(p,\xi) = 0 = e(\xi, 0).$$

Făcînd trecerea la limită corespunzătoare în relaţiile (4.9) şi (4.10) obţinem dezvoltările în serie:

$$\xi = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \frac{\sin \nu_k \xi}{\nu_k}$$

$$1 = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos \nu_k \xi \tag{4.14}$$

Pe măsura creşterii timpului cîmpurile tind către distribuţiile de regim staţionar.

În tabela (4.1) din [3] sînt date primele 6 rădăcini ale ecuaţiei (4.11), iar în tabela (4.3) din [3] valorile corespunzătoare ale primilor şase coeficienţi.

O primă constatare prilejuită de cercetarea tabelei (4.1) arată că rădăcina ν_k, de ordinul k, dependentă de m este cuprinsă în intervalul

$$\nu_k \in \left[2(k-1)\frac{\pi}{2}, (2k-1)\frac{\pi}{2}\right]$$

în timp ce rădăcinile de acelaşi ordin ale ecuaţiei de valori proprii (3.10) sînt $\nu_k = k\pi$. Ca urmare constantele de timp efective ale exponenţialelor de acelaşi ordin din cele două cazuri sînt diferite maximul raportului lor fiind

$$\frac{[\tau_k]_{i=I_0\cdot 1(t)}}{[\tau_k]_{u=U_0\cdot 1(t)}} = \frac{\dfrac{\tau}{k^2\pi^2}}{\dfrac{\tau}{(k-1)^2\pi^2}} = \left(\frac{k-1}{k}\right)^2 < 1. \tag{4.15}$$

Ca urmare în acest caz procesele de pătrundere a cîmpurilor electromagnetice în barele conductoare sînt mai lente decît cele care rezultă la aplicarea treptei de curent. Se poate afirma deci că procesele de pătrundere a cîmpului electromagnetic în conductoare au evoluţii dependente de modul de producere a cîmpurilor, adică de modul de alimentare.

Două cazuri particulare prezintă interes. Cazul pentru care $m = \infty (l_e = 0)$ cînd barele sînt lipite între ele fiind separate printr-o peliculă izolantă de grosime practic nulă; în acest caz expresiile cîmpurilor sînt:

$$h(\xi,\theta) = H_0\left[\xi - \frac{8}{\pi^2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k+1)^2}\sin(2k+1)\frac{\pi}{2}\xi\cdot e^{-\frac{\pi^2}{4}(2k+1)^2\theta}\right] \tag{4.16}$$

și

$$e(\xi, \theta) = E_0\left[1 - \frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k+1)}\cos(2k+1)\frac{\pi}{2}\xi\, e^{-\frac{\pi^2}{4}(2k+1)^2\theta}\right], \quad (4.17)$$

Cazul în care $m = 0$, ($l_e \neq 0$, $r_s = 0$) cînd barele sînt supraconductoare care conduce la cîmpuri nule în orice punct al barelor și în orice moment după aplicarea tensiunii. Acest caz ar corespunde teoretic și situației în care $r_s \neq 0$, dar $l_e \to \infty$, dar soluția obținută e eronată deoarece creșterea nelimitată a inductivității exterioare implică depărtarea nelimitată a barelor și nu mai corespunde modelului studiat.

Formulele asimptotice pentru calculul cîmpurilor în vecinătatea originii timpului se pot stabili utilizînd expresii asimptotice ale imaginilor lor Laplace pentru argumente mari.

Considerînd dezvoltările asimptotice ale funcțiilor hiperbolice

$$\operatorname{ch}\sqrt{p\tau} \underset{p\to\infty}{\simeq} \operatorname{sh}\sqrt{p\tau} \underset{p\to\infty}{\simeq} \frac{1}{2}\, e^{\sqrt{p\tau}} \quad (4.18)$$

din (4.7) și (4.8) rezultă :

$$H(p, \xi) \simeq \frac{H_0}{p}\,\frac{m\, e^{-\sqrt{p\tau}(1-\xi)}}{\sqrt{p\tau}\,(m + \sqrt{p\tau})} \quad (4.19)$$

și

$$E(p, \xi) \simeq \frac{E_0}{p}\,\frac{m\, e^{-\sqrt{p\tau}(1-\xi)}}{m + \sqrt{p\tau}}. \quad (4.20)$$

Utilizînd relațiile de inversiune tabelate

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-\sqrt{\alpha p}}}{p\,(b+\sqrt{p})}\right\} = \frac{1}{b}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{t}}\right) -$$

$$- \frac{1}{b}\, e^{(\sqrt{\alpha}\, b + b^2 t)} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{t}} + b\sqrt{t}\right) \quad (4.21)$$

și

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-\sqrt{\alpha p}}}{p\sqrt{p}\,(b+\sqrt{p})}\right\} = \frac{1}{b^2}\, e^{(\sqrt{\alpha} b + b^2 t)} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{t}} + b\sqrt{t}\right) +$$

$$+ \frac{2}{b}\sqrt{\frac{t}{\pi}}\, e^{-\frac{\alpha}{4t}} - \frac{(1 + b\sqrt{\alpha})}{b^2}\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{t}}\right). \quad (4.22)$$

Cu $\alpha = \tau(1-\xi)^2$ și $b = \dfrac{m}{\sqrt{\tau}}$ se obțin expresiile :

$$h(\xi, \theta) \simeq H_0\left[2\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}\, e^{-\frac{(1-\xi)^2}{4\theta}} + \frac{m\xi - 1 - m}{m} \operatorname{erfc} \frac{1-\xi}{2\sqrt{\theta}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{m} e^{[m\epsilon(1-\xi)+m^2\theta}\cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{1-\xi}{2\sqrt{\theta}} + m\sqrt{\theta}\right)\right] \qquad (4.23)$$

și

$$e(\xi, \theta) \cong E_0\left[\operatorname{erfc}\frac{1-\xi}{2\sqrt{\theta}} - e^{[m(1-\xi)+m\sqrt{\theta}}.\operatorname{erfc}\left(\frac{1-\xi}{2\sqrt{\theta}} + m\sqrt{\theta}\right)\right] \qquad (4.24)$$

mai convergente în vecinătatea originii timpului.

Primii termeni din fiecare expresie corespund pătrunderii cîmpului electromagnetic în semispațiul conductor la aplicarea unei trepte de cîmp electric pe suprafața semispațiului.

În figurile 4.1 și 4.2 se reprezintă evoluția distribuției cîmpurilor în bară pentru diferite momente succesive de timp. Se observă din nou creșterea monotonă a acestora către valorile de regim staționar.

Intensitatea curentului absorbit de bare este conform teoremei lui Ampère

$$i(\theta) = bh(\theta, 1) = I_0\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} B_k\, e^{-\nu_k^2\theta}\right] \qquad (4.25)$$

unde

$$B_k = \frac{A_k}{\nu_k}\sin\nu_k = \frac{4\sin^2\nu_k}{\nu_k[2\nu_k + \sin\nu_k]} = \frac{2m^2}{\nu_k^2[m^2 + m + \nu_k^2]}. \qquad (4.26)$$

Valorile acestor coeficienți pentru $k = 1, 2 \ldots 6$ sînt date ca funcțiune de m în tabela 4.2 din [3].

Pentru valori foarte mici ale timpului relativ cu (4.23) rezultă expresia asimptotică :

$$i(\theta) \cong I_0\left[2\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} + \frac{1}{m}(e^{m^2\theta}\operatorname{erfc} m\sqrt{\theta} - 1)\right]. \qquad (4.27)$$

Cîmpul magnetic extern este variabil în timp, dar omogen în spațiul dintre bare avînd expresia

$$h_e(\theta) = \frac{i(\theta)}{b}. \qquad (4.28)$$

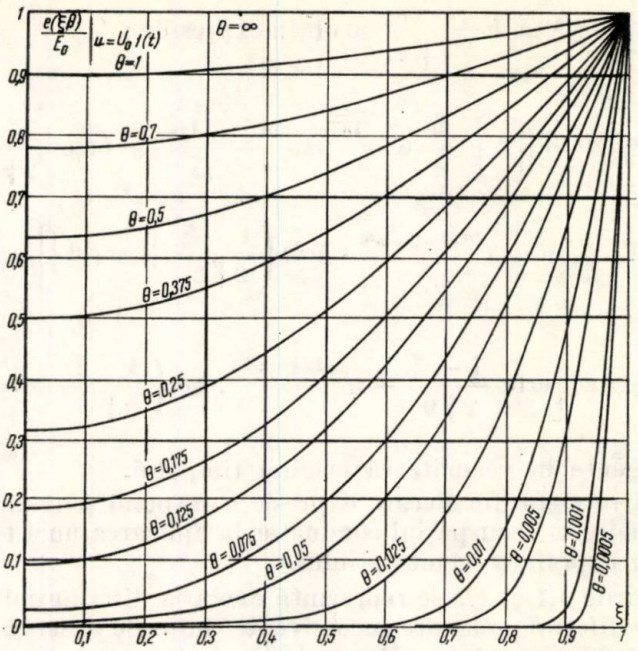


Fig. 4.1. — Repartiția spațială și variația ei în timp pentru cîmpul electric din interiorul barei la aplicarea treptei de tensiune ($c = 0$).

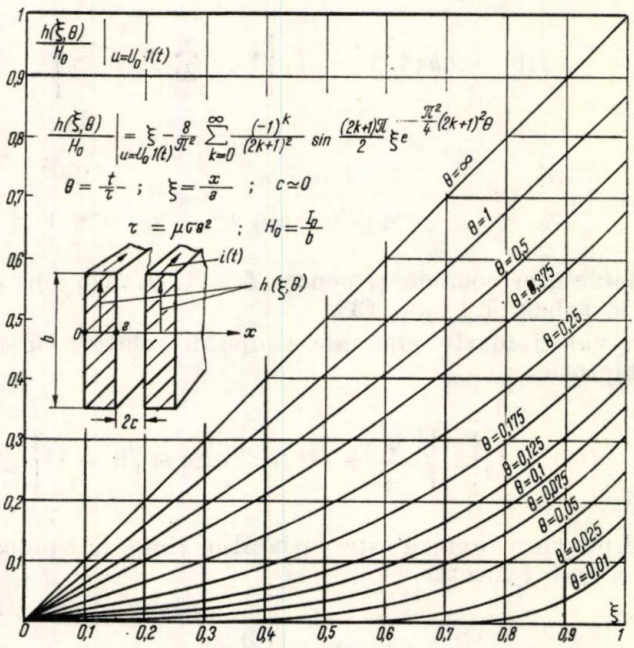


Fig. 4.2. — Repartiția spațială și variația ei în timp pentru cîmpul magnetic din interiorul barei la aplicarea treptei de tensiune ($c = 0$).

Expresiile cîmpurilor electrice exterioare se calculează cu relaţiile stabilite în paragraful 2 introducînd în acestea mărimile $h_e(\theta)$ şi $e(\theta, 1)$ unde :

$$e(\theta, 1) = E_0 \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos \nu_k \, e^{-\nu_k^2 \theta}\right] \sim E_0 \left[1 - e^{m^2\theta} \operatorname{erfc} m \sqrt{\theta}\right]. \tag{4.29}$$

Puterea absorbită de sistem este :

$$p(\theta) = U_0 I_0 \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} B_k \, e^{-\nu_k^2 \theta}\right], \tag{4.30}$$

fiind nulă în momentul iniţial şi tinzînd monoton către valoarea ei de regim staţionar.

Sînt finite de asemenea pierderile Joule şi energia magnetică acumulată de sistem, valoarea finală a acesteia din urmă fiind aceeaşi ca în cazul alimentării cu treaptă de curent.

5. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC TRANZITORIU LA SCURTCIRCUITAREA BRUSCĂ SAU LA ÎNTRERUPEREA BRUSCĂ A SISTEMULUI DE BARE ALIMENTATE ÎN CURENT CONTINUU

Considerăm sistemul de bare alimentat în regim staţionar cu intensitatea I_0 sub tensiune constantă $U_0 = r_s I_0$. Regimul tranzitoriu poate fi provocat fie prin scurtcircuitarea bruscă şi netă a barelor la capătul de alimentare, fie prin întreruperea bruscă a circuitului la acelaşi capăt. Acesta va fi diferit în cele două cazuri.

Cele două regimuri pot fi studiate utilizînd o metodă de superpoziţie. Astfel regimul de scurtcircuit poate fi considerat drept o suprapunere peste regimul staţionar a unei alimentări cu tensiunea $-U_0 \cdot 1(t)$.

Pentru expresiile cîmpurilor se obţine

$$h(\theta, \xi)\Big|_{u=0} = H_0 \, \xi + h(\theta, \xi)\Big|_{u=-U_0 1(t)} = H_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{\nu_k} \sin \nu_k \, \xi \cdot e^{-\nu_k^2 \theta} \tag{5.1}$$

şi

$$e(\theta, \xi)\Big|_{u=0} = E_0 + e(\theta, \xi)\Big|_{u=-U_0 1(t)} = E_0 \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos \nu_k \, \xi \cdot e^{-\nu_k^2 \theta}. \tag{5.2}$$

Se constată descreşterea monotonă către zero a acestor cîmpuri. Intensitatea curentului va fi :

$$i(\theta) = I_0 + i(\theta)\Big|_{u=-U_0 1(t)} = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} B_k \, e^{-\nu_k^2 \theta}. \tag{5.3}$$

având în momentul inițial valoarea

$$I_0 = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} B_k \text{ cu } \sum_{k=1}^{\infty} B_k = 1 \tag{5.4}$$

și tinzînd monoton către zero.

Întreruperea bruscă a curentului poate fi considerată teoretic drept o superpoziție peste regimul staționar, a unei trepte de curent de intensitate $-I_0 1(t)$.

Expresiile cîmpurilor vor fi:

$$h(\theta, \xi)\Big|_{i=0} = H_0 \xi + h(\theta, \xi)\Big|_{i=-I_0 1(t)} = -\frac{2}{\pi} H_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin k\pi\xi \cdot e^{-k^2\pi^2\theta} \tag{5.5}$$

$$e(\theta, \xi)\Big|_{i=0} = E_0 + e(\theta, \xi)\Big|_{i=-I_0 1(t)} = -2E_0 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cos k\pi\xi \cdot e^{-k^2\pi^2\theta} \tag{5.6}$$

iar expresia tensiunii la bornele de alimentare va fi:

$$u(\theta)\Big|_{i=0} = U_0 + u(\theta)\Big|_{i=-I_0 1(t)} = -r_s I_0 \sum_{k=1}^{\infty} e^{-k^2\pi^2\theta} - l_e \delta(\theta). \tag{5.7}$$

Constatăm că nici în acest caz cîmpurile nu se anulează brusc și nici tensiunea de la bornele de alimentare. Astfel în momentul inițial intensitatea cîmpului magnetic își conservă distribuția de regim staționar în interiorul barei, anulîndu-se brusc în exterior. Intensitatea cîmpului electric poate fi scrisă cu

$$e(0, \xi)\Big|_{i=0} = E_0 [1 - \delta(1 - \xi)], \tag{5.8}$$

expresie care arată că peste distribuția de regim staționar a cîmpului electric și deci a curentului de conducție se suprapune în momentul inițial o pînză de curent distribuită pe fața interioară a barelor și avînd o intensitate egală și de semn contrar cu intensitatea curentului continuu.

Tensiunea în momentul inițial rezultă infinită datorită caracterului inductiv al circuitului întrerupt.

Practic regimul de întrerupere bruscă a curentului este împiedicat de apariția arcului electric la bornele întreruptorului.

În mod similar se pot studia și regimurile tranzitorii care se produc la trecerea bruscă dintr-o stare staționară la altă stare staționară fie prin salturi bruște de curent, fie prin salturi bruște de tensiune.

6. PARAMETRII TRANZITORII AI SISTEMULUI DE BARE

Parametrii tranzitorii ai sistemui de bare se pot calcula fie pornind de la imaginile acestora definite prin relațiile :

$$R(p) = \frac{Z(p)}{p} - l_e, \tag{6.1}$$

$$L(p) = \frac{Z(p)}{p^2} - \frac{r_s}{p^2}, \tag{6.2}$$

$$G(p) = \frac{Y(p)}{p} - c_e, \tag{6.3}$$

$$C(p) = \frac{Y(p)}{p^2} - \frac{g_s}{p^2}, \tag{6.4}$$

fie utilizînd interpretarea în instantaneu a acestor mărimi

$$\left.\begin{aligned} r(t) &= \frac{1}{I_0} \cdot u(t)\Big|_{i=I_0 1(t)} \quad t > 0 \\ g(t) &= \frac{1}{U_0} \cdot i(t)\Big|_{u=U_0 1(t)} \quad t > 0 \end{aligned}\right\} \tag{6.5}$$

și utilizînd apoi relațiile generale

$$\left.\begin{aligned} l(t) &= l_e + \int_0^t [r(n) - r_s]\,\mathrm{d}\eta \\ c(t) &= c_e + \int_0^t [g(\eta) - g_s]\,\mathrm{d}\eta. \end{aligned}\right\} \tag{6.6}$$

și

În cele ce urmează vom aplica prima metodă pentru calculul parametrilor $r(t)$ și $g(t)$ urmînd a verifica că acestea satisfac relațiile (6.5) în care cunoaștem mărimile $u(t)$ și $i(t)$ determinate din soluționarea problemelor de cîmp. Parametrii $l(t)$ și $c(t)$ vor fi calculați cu relațiile (6.6).

6.1. Rezistența tranzitorie și inductivitatea tranzitorie

Ținînd seama de expresia impedanței operaționale (4.3) și aplicînd relațiile de definiție (6.1) și (6.2), obținem

$$R(p) = \frac{r_s}{p} \cdot \frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}}{\frac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}} \tag{6.7}$$

și

$$L(p) = \frac{l_e}{p} + \frac{r_s}{p^2}\left(\frac{\operatorname{ch}\sqrt{p\tau}}{\frac{\operatorname{sh}\sqrt{p\tau}}{\sqrt{p\tau}}} - 1\right) \tag{6.8}$$

ambele fiind funcții mezomorfe de variabila complexă p. Aplicînd relațiile de inversiune obținem:

$$r(t) = r_s\left[1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-k^2\pi^2\frac{t}{\tau}}\right], \tag{6.9}$$

$$l(t) = l_e + l_i\left[1 - \frac{6}{\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{-k^2\pi^2\frac{t}{\tau}}}{k^2}\right]. \tag{6.10}$$

Expresiile normate ale acestor parametri sînt funcții universale de timpul relativ θ:

$$\rho(\theta) = \frac{r(\theta)}{r_s} = 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{k^2\pi^2\theta} \tag{6.11}$$

$$\lambda(\theta) = \frac{l(\theta)}{l_s} = \frac{l(\theta)}{l_e + l_i} = 1 - \frac{1}{1+n}\,6.\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{-k^2\pi^2\theta}}{k^2\pi^2} \tag{6.12}$$

unde

$$n = \frac{l_e}{l_i} = \frac{\frac{l_e}{r_s}}{\frac{l_i}{r_s}} = \frac{\tau_e}{\tau_i}. \tag{6.13}$$

Se observă că rezistența tranzitorie e infinită în momentul inițial, datorită repartiției superficiale a curentului și tinde monoton către valoarea ei de regim staționar. Inductivitatea tranzitorie este finită în momentul inițial și egală cu l_e tinzînd monoton către valoarea sa de regim staționar.

În valori relative:

$$\lambda(0) = \frac{n}{n+1} = \frac{l_e}{l_s}. \tag{6.14}$$

Parametri $\rho(\theta)$ și $\lambda(\theta)$ sînt reprezentați în figurile (6.1) și (6.2).

Observăm de asemenea că valorile relative ale acestor parametri satisfac ecuația diferențială.

$$\rho(\theta) = 1 + \theta_s \frac{d\lambda}{d\theta}, \tag{6.15}$$

unde

$$\theta_s = \frac{\frac{l_s}{r_s}}{\tau} = \frac{\tau_s}{\tau}. \tag{6.16}$$

Introducînd funcția universală

$$\Psi(\theta) = \frac{6}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-k^2\pi^2\theta}}{k^2} \tag{6.17}$$

relațiile (6.11) și (6.12) se mai pot scrie:

$$\lambda(\theta) = 1 - \frac{1}{1+n} \Psi(\theta) \tag{6.18}$$

și

$$\rho(\theta) = 1 - \frac{1}{m} \Psi'(\theta) \tag{6.19}$$

unde:

$$m = \frac{\tau r_s}{l_i} = \frac{\tau}{\tau_i} = 3. \tag{6.20}$$

Formulele (6.18) și (6.19) sînt generale pentru elementele inductive și cînd $m \neq 3$.

Funcția $\Psi(\theta)$ este dată în figura 6.2. Rezultatele se puteau obține și direct utilizînd relațiile (6.5) și (6.6).

Convergența funcțiilor $\Psi(\theta)$ și $\Psi'(\theta)$ este slabă pentru valori ale variabilei θ situate în vecinătatea imediată a originii timpului. De aceea este util să se stabilească expresii asimptotice ale parametrilor tranzitorii cu convergența sporită pentru valorile considerate ale timpului relativ.

Astfel, dacă în expresia imaginii rezistenței tranzitorii, $R(p)$, se consideră dezvoltarea asimptotică a funcției cth $\sqrt{p\tau}$ pentru argumente mari

$$\operatorname{cth}\sqrt{p\tau} = 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-2k\sqrt{p\tau}} \tag{6.21}$$

se obține

$$R(p) = r_s\sqrt{\frac{\tau}{p}}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-2k\sqrt{p\tau}}\right). \tag{6.22}$$

Cu relațiile de inversiune

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{p}}\right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \tag{6.23}$$

și

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-2k\sqrt{p\tau}}}{\sqrt{p\tau}}\right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi t}}\, e^{-k^2\pi^2\frac{\tau}{t}},$$

se obține

$$\rho(\theta) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi\theta}}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{k^2}{\theta}}\right). \tag{6.24}$$

Pentru găsirea expresiei asimptotice a inductivității tranzitorii și se poate proceda la fel sau integrînd ecuația (6.15) adică calculînd integrala :

$$\lambda(\theta) = \frac{1}{\theta_s}\int_0^{\theta} [\rho(\theta') - 1]\, d\theta' + \lambda(0). \tag{6.25}$$

Cu (6.24) din (6.25) obținem

$$\lambda(\theta) = \lambda(0) + \frac{1}{\theta_s}\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}\left[2 - \sqrt{\pi\theta} + 4\sqrt{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{ierfc}\frac{k}{\sqrt{\theta}}\right] \tag{6.26}$$

unde

$$\operatorname{ierfc}\, x = \int_x^{\infty} \operatorname{erfc}\, x'\, dx' \tag{6.27}$$

este integrala funcției erorilor complimentare.

Cu (6.16), (6.20) relația (6.26) se mai poate scrie :

$$\lambda(\theta) = \frac{1}{1+n}\left\{n + 6\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}\left[1 - \sqrt{\frac{\pi\theta}{4}} + 2\sqrt{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{ierfc}\frac{k}{\sqrt{\theta}}\right]\right\} \tag{6.28}$$

Funcțiunile $\rho(\theta)$ și $\lambda(\theta)$ sînt reprezentate în figurile 6.1 și 6.2. Rezistența tranzitorie e infinită în momentul inițial ca urmare a distribuției

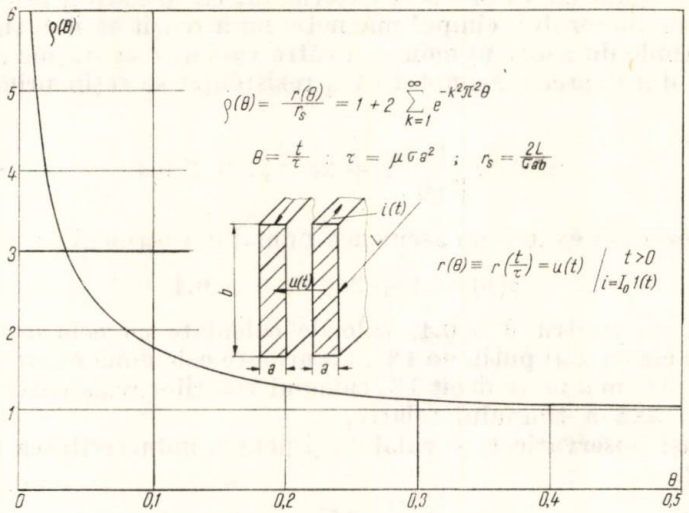


Fig. 6.1. — Rezistența tranzitorie a sistemului de bare.

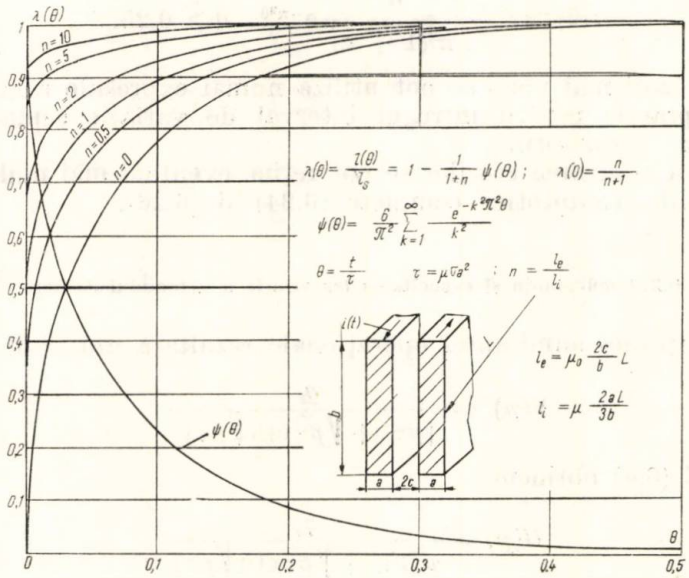


Fig. 6.2. — Inductivitatea tranzitorie a sistemului de bare.

strict superficiale a curentului, așa cum rezultă din interpretarea ei fizică în valori instantanee (prima din relațiile 6.8), ea tinde monoton către valoarea ei de regim staționar. Inductivitatea tranzitorie e finită în momentul inițial, fiind egală cu valoarea ei exterioară, ca urmare a faptului că în interiorul conductorului, cîmpul magnetic nu a reușit să pătrundă instantaneu; ea tinde de asemeni monoton către valoarea sa staționară.

Dacă din expresia asimptotică a rezistenței se reține primii doi termeni:

$$\rho(\theta) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi\theta}}\left(1 + 2e^{-\frac{1}{\theta}}\right); \quad \theta \leqslant 0{,}4 \tag{6.29}$$

iar din expresia ei exactă de asemenea numai doi termeni:

$$\rho(\theta) = 1 + 2e^{-\pi^2\theta} \quad \theta \geqslant 0{,}4 \tag{6.30}$$

se constată că pentru $\theta = 0{,}4$, valorile calculate cu cele două expresii diferă între ele cu mai puțin de 1%. Ca urmare cele două expresii pot acoperi cu precizie mai mare decît 1% calculul valorilor rezistenței tranzitorii pe întreaga axă a timpului relativ.

Aceeași observație este valabilă și pentru inductivitatea tranzitorie (cu $n \neq 0$).

$$\lambda(\theta) \cong \frac{1}{1+n}\left\{n + 6\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} - 3\theta\right\} \quad \theta \leqslant 0{,}25 \tag{6.31}$$

și

$$\lambda(\theta) \cong 1 - \frac{6}{\pi^2(1+n)} e^{-\pi^2\theta} \quad \theta \geqslant 0{,}25. \tag{6.32}$$

Acceptînd erori mai mari se pot utiliza numai expresiile asimptotice de mai sus, practic pentru intregul interval de variație semnificativă a parametrilor tranzitorii.

Pentru reducerea erorilor se pot reține eventual mai mulți termeni din expresiile asimptotice complete (6.24) și (6.26).

6.2. Conductanța și capacitatea tranzitorie a sistemului de bare

Cu expresia admitanței operaționale rezultată din (4.3)

$$Y(p) = \frac{g_s}{[p\tau_e + \sqrt{p\tau}\,\mathrm{cth}\sqrt{p\tau}]} \tag{6.33}$$

din (6.3) și (6.4) obținem

$$G(p) = \frac{g_s}{p[p\tau_e + \sqrt{p\tau}\,\mathrm{cth}\sqrt{p\tau}]} \tag{6.34}$$

și

$$C(p) = \frac{g_s[1 - p\tau_e - \sqrt{p\tau}\,\mathrm{cth}\sqrt{p\tau}]}{p^2[p\tau_e + \sqrt{p\tau}\,\mathrm{cth}\sqrt{p\tau}]}, \tag{6.35}$$

În relația (6.32) s-a ținut seamă că pentru elementele inductive există relația generală :

$$c_e = C(0+) = \lim_{p\to\infty} p\,C(p) = 0 \tag{6.36}$$

așa cum rezultă și direct din (6.33).

Imaginile $G(p)$ și $C(p)$ sînt funcții meromorfe și pot fi inversate cu formulele lui Heaviside obținîndu-se :

$$g(t) = g_s\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} B_k(m)\,\mathrm{e}^{-\nu_k^2 \frac{t}{\tau}}\right], \tag{6.37}$$

$$c(t) = -\,g_s\tau \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k(m)}{\nu_k^2}\,(1 - \mathrm{e}^{-\nu_k^2 \frac{t}{\tau}}), \tag{6.38}$$

relația (6.36) putînd fi obținută și prin integrare directă conform relației :

$$c(t) = c(0+) + \int_0^t [g(\eta) - g_s]\,\mathrm{d}\eta. \tag{6.39}$$

În aceste expresii, ν_k sînt valorile ecuației transcendente (4.11), iar $B_k(m)$ au semnificația din (4.26) și sînt date în tabela 4.2 din [3].

Deoarece :

$$g(0+) = \lim_{p\to\infty} p\,G(p) = 0 \tag{6.40}$$

și

$$c(\infty) = \lim_{p\to 0} p\,C(p) = -\,g_s\tau\,\frac{m+3}{3m}$$

din (6.35) și (6.36) rezultă valorile sumelor

$$\left.\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} B_k(m) &= 1, \\ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k(m)}{\nu_k^2} &= \frac{m+3}{3m}. \end{aligned}\right\} \tag{6.41}$$

Parametrii tranzitorii relativi exprimați ca funcții universale de timpul relativ au expresiile

$$\gamma(\theta) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} B_k(m)\,\mathrm{e}^{-\nu_k^2\theta}, \tag{6.42}$$

$$k(\theta) = -\,1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3m}{m+3}\,\frac{B_k(m)}{\nu_k^2}\,\mathrm{e}^{-\nu_k^2\theta}. \tag{6.43}$$

Expresiile asimptotice la valori mici alc timpului se obțin fie pe baza imaginilor (6.30) și (6.31) fie utilizînd definiția în instantaneu a acestor parametri și expresia asimptotică (4.27) a intesității curentului. Obținem astfel

$$\gamma(\theta) = 2\sqrt{\frac{\theta}{\tau}} + \frac{1}{m}\,(\mathrm{e}^{m^2\theta}\,\mathrm{erfc}\,m\sqrt{\theta} - 1) \tag{6.44}$$

și

$$\varkappa(\theta) = -\frac{3m}{m+3}\left[\frac{4}{3}\theta\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} - \theta\left(1+\frac{1}{m}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{m}\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} + \frac{1}{m^2}\left[e^{m^2\theta}\,\operatorname{erfc} m\sqrt{\theta} - 1\right]\right]. \tag{6.45}$$

Convergența acestor formule depinde și de valorile parametrului m, care poate fi exprimat și astfel :

$$m = \frac{\tau}{\tau_e} = \frac{\tau r_s}{l_e} = \frac{\mu\sigma a^2}{\mu\dfrac{2c}{h}} \cdot \frac{2}{\sigma a h} = \mu_r \frac{a}{c} \tag{6.46}$$

Pentru bare neferomagnetice ($\mu_r = 1$) acest parametru depinde numai de raportul dintre grosimile barelor și semidistanța dintre ele și e independent de înălțimea lor. Valorile mici ale parametrului m corespund unor bare depărtate, iar cele mari unor bare foarte apropiate. De regulă dimensiunile a și c sînt comparabile astfel că valorile interesante practic sînt cele de ordinul unității.

Funcțiunile universale $\gamma(\theta)$ și $k(\theta)$ sînt reprezentate în figura 6.3 pentru $m = 10$ și $m = \infty$. Se constată din nou monotonia variației în

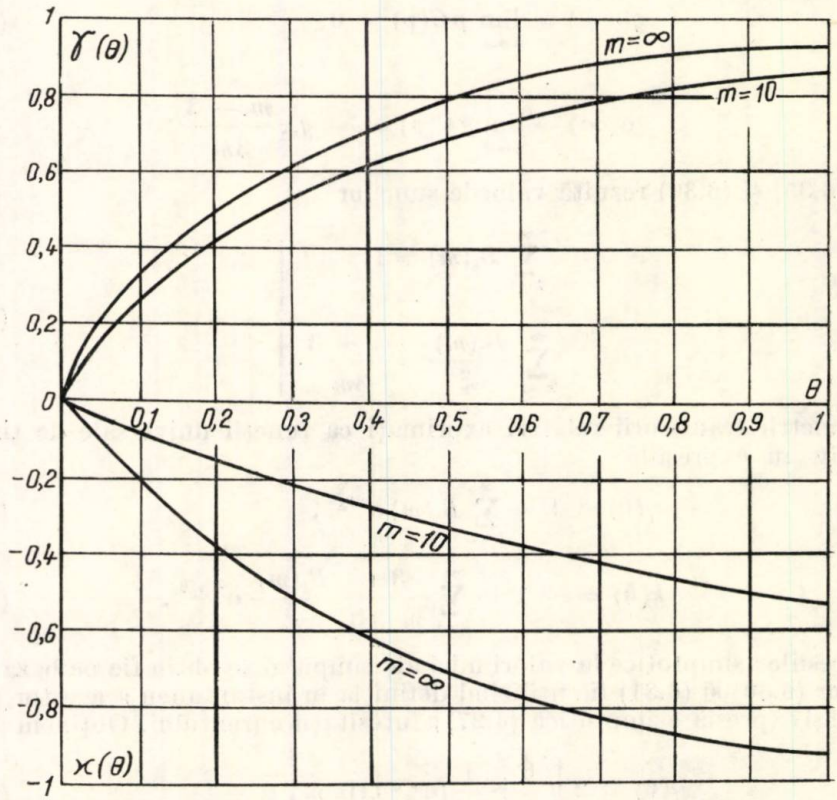


Fig. 6.3. — Conductivitatea și capacitatea tranzitorie a barelor pentru $m = 10$ și ∞.

timp a acestora. Capacitatea tranzitorie e o funcţiune negativă, proprietate specifică tuturor elementelor inductive.

Cercetînd tabela 4.2 [3], constatăm buna convergenţă a relaţiilor (6.42) şi (6.43) chiar pentru valori foarte mici ale timpului.

Ca urmare expresiile asimptotice (6.44) şi (6.45) prezintă interes numai în stricta vecinătate a originii timpului.

7. CONCLUZII

În lucrare s-a efectuat un studiu complet al cîmpului electromagnetic tranzitoriu în regim cuasistaţionar anelectric în cazul unui sistem de bare paralele parcurse de curenţi egali şi de semn contrar ; s-au calculat de asemenea parametrii tranzitorii şi s-a cercetat comportarea lor la valori mici şi mari ale timpului relativ. Soluţiile obţinute sînt aplicabile şi la cazul unei bare înalte situate în crestătura maşinilor electrice, caz studiat în lucrarea [3].

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleţ, Al. Timotin, A. Ţugulea, *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor lineare avînd elemente nefiliforme şi pierderi suplementare.* St. cerc. energ. electr., **16**, *4*, 857—929 (1966).
2. Al. Timotin, A. Ţugulea, *Parametrii tranzitorii longitudinali ai liniei coaxiale.* St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 577—602 (1967).
3. C. V. Bălă, A. Ţugulea, *Efectul pelicular tranzitoriu şi parametrii tranzitorii ai barelor conductoare masive de secţiune dreptunghiulară aşezate în crestăturile maşinilor electrice.* St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 621—647 (1967).
4. R. Răduleţ, Al. Timotin, A. Ţugulea, *Teoreme de unicitate pentru regimurile variabile ale cîmpului electromagnetic.* St. cerc. energ. electr., **21**, *1*, 109—129 (1971).
5. Al. Timotin, *Unicitatea soluţiilor şi calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unui sistem de conductoare paralele.* St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 143—156 (1967).
6. V. A. Ditkin, A. P. Prudnicov, *Îndreptar de calcul operaţional.* (în l. rusă) Moscova, 1965.

MODEL PENTRU CALCULUL PIERDERILOR PRIN CURENȚI TURBIONARI ÎN TOLA DIN MATERIAL FEROMAGNETIC

GAVRILĂ HORIA

621.3.017.31

Se propune un model și o metodă mai precisă pentru calculul pierderilor prin curenți turbionari în tola din material feromagnetic. Metoda propusă se bazează pe un model dinamic al structurii de domenii a materialului feromagnetic și permite de asemenea determinarea mai exactă a cîmpului electromagnetic în interiorul tolei. Rezultatele calculelor numerice se dovedesc a fi în bună concordanță cu datele experimentale.

I. INTRODUCERE

Pierderile specifice prin curenți turbionari în tola din material feromagnetic se calculează cu formula [1]:

$$p = \frac{\pi^2}{6}\sigma\Delta^2 f^2 B_m^2,$$

în care: σ este conductivitatea electrică a materialului, f frecvența cîmpului magnetic sinusoidal de inducție maximă B_m, Δ grosimea tolei. Deducerea formulei se face în ipoteze ce reduc mult limitele ei de aplicabilitate:

1°. Grosimea Δ a tolei fiind foarte mică în raport cu celelalte dimensiuni, se neglijează efectele de la capete și se adoptă un model unidimensional al tolei în cîmpul magnetic exterior.

2°. Materialul feromagnetic se presupune liniar.

3°. Se consideră că magnetizarea tolei se realizează într-un cîmp magnetic exterior a cărui inducție magnetică variază sinusoidal în timp.

4°. Se neglijează structura internă caracteristică materialului feromagnetic.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 95—112, 1972

Un model mai realist al tolei feromagnetice în cîmp magnetic exterior trebuie să țină seama însă de următoarele :

1°. Configurația cîmpului electromagnetic în interiorul tolei nu are caracterul unidimensional presupus mai sus. Vom propune un model în care intensitatea cîmpului electric să aibă și o componentă normală la planul tolei ; această componentă este continuă și se anulează la suprafețele tolei.

2°. Liniaritatea materialului feromagnetic este o aproximație valabilă cel mult pe anumite intervale.

3°. Magnetizarea tolei poate fi realizată și într-un cîmp magnetic exterior pentru care intensitatea cîmpului magnetic să varieze sinusoidal în timp.

4°. Tola din material feromagnetic are o structură de domenii cu un caracter extrem de regulat [2], care influențează net cîmpul electromagnetic din tolă și explică proprietățile neliniare ale materialului.

Într-o lucrare precedentă [3], folosind un model al structurii de domenii care constituie generalizarea modelelor propuse de Polivanov [4] și Bishop și Lee [5], am calculat configurația reală a cîmpului electromagnetic în tolă și am obținut o formulă a pierderilor prin curenți turbionari care ține seama de această configurație și de structura internă a materialului. S-a presupus aplicat din exterior un cîmp magnetic de intensitate sinusoidală. În lucrarea de față propunem extinderea calculelor prin :

— luarea în considerație a masei efective a pereților dintre domenii, efect neglijat în lucrarea precedentă [3] ;

— calcularea permeabilității și susceptibilității magnetice medii în tolă ;

— obținerea unei formule modificate a pierderilor prin curenți turbionari, în care să apară valoarea maximă a inducției magnetice medii în tolă, în locul valorii maxime a intensității cîmpului magnetic aplicat din exterior ;

— calcularea pierderilor de putere activă datorate termenului de amortizare din ecuația de mișcare a peretelui dintre domenii.

Observăm că rezultatele obținute sînt încă valabile numai în primul interval de comportare liniară a materialului feromagnetic.

II. MODELUL DE STRUCTURĂ DE DOMENII PROPUS

Conform legii inducției electromagnetice, liniile curenților turbionari sînt conținute în plane perpendiculare pe direcția cîmpului magnetic variabil în timp $\boldsymbol{H}_0$, presupus paralel cu fețele tolei și orientat în lungul axei z (fig. 1). Tolele fiind din oțel silicios care cristalizează în sistem cubic, este foarte plauzibilă ipoteza că structura de domenii a tolei corespunde situației reprezentate în figura 1, cunoscută sub numele de structura Landau-Lifshitz. Domeniile de magnetizare spontană sînt de forma unor plăcuțe paralelipipedice de lungime l, grosime Δ și lățime a, magnetizările de saturație $\boldsymbol{M}_s$ a două domenii învecinate fiind orientate antiparalel, după direcția axei z. Pereții care separă domeniile sînt astfel pereți Bloch 180° ale căror plane sînt normale pe planele în care sînt conținuți curenții turbionari, deci paralele cu planul xOz. Într-o lucrare anterioară [3] se

face justificarea completă a alegerii acestui model de structură de domenii. Între altele, magnetizarea periodică a tolei se explică prin mișcarea periodică și în sensuri opuse a pereților de domenii învecinați, datorită presiunilor magnetice diferite ce se exercită pe cele două fețe ale fiecărui

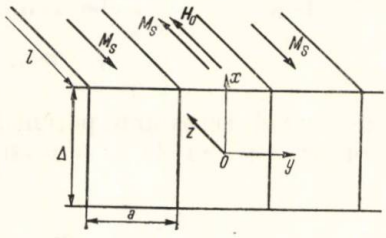


Fig. 1. — Structura internă de domenii a tolei feromagnetice.

perete. Într-adevăr această mișcare modifică periodic volumul domeniilor de magnetizare spontană magnetizate antiparalel și tola se magnetizează global, fenomen care are evident un caracter periodic. Așa cum se indică în figura 1, originea sistemului de coordonate s-a ales în centrul unui domeniu de magnetizare spontană, la egală distanță de pereții domeniului și de fețele tolei.

III. CALCULUL CONFIGURAȚIEI CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN INTERIORUL TOLEI ȘI DETERMINAREA PIERDERILOR SPECIFICE PRIN CURENȚI TURBIONARI

În acest paragraf vom reaminti pe scurt premisele calculelor făcute anterior [3] și principalele rezultate. Vom semnala, acolo unde este nevoie, și modificările efectuate.

Se presupune aplicat din exterior un cîmp magnetic sinusoidal, orientat în lungul axei z:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H}_0(t) &= H_0(t)\cdot\boldsymbol{k} \\ H_0(t) &= H_0 \sin \omega t. \end{aligned} \tag{1}$$

Cîmpul magnetic de reacție al curenților induși, creați de variația în timp a cîmpului magnetic aplicat din exterior este orientat de asemenea în lungul axei z, deoarece curenții turbionari sînt conținuți în plane paralele cu planele xOy

$$\boldsymbol{H}(x, y, t) = H(x, y, t)\cdot\boldsymbol{k} \tag{2}$$

În mod evident, $H(x, y, t)$ este un cîmp periodic, cu o perioadă egală cu aceea a cîmpului magnetic exterior. Această variație temporală fiind caracteristică tuturor mărimilor asociate cîmpului electromagnetic, este posibilă reprezentarea în complex simplificat a tuturor acestor mărimi.

În acord cu presupunerea fundamentală a faptului că există o foarte mare diferență între permeabilitatea magnetică din interiorul domeniilor și cea asociată pereților (vezi anexa 1), prima a fost total neglijată, considerînd astfel inducția magnetică locală din domenii determinată numai de magnetizarea de saturație a domeniului: $\boldsymbol{B} \cong \mu_0 \boldsymbol{M}_s$. Forma locală a legii inducției electromagnetice:

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = 0 \tag{3}$$

permite atunci introducerea unui potențial electric $V(x, y, t)$ laplacian, antisimetric în raport cu planele $x = 0$ și $y = 0$ și satisfăcînd condiția la limită

$$\frac{\partial V}{\partial x} \equiv 0 \quad \text{în} \quad x = \pm \frac{\Delta}{2}. \tag{4}$$

În imagine complexă, soluția căutată este

$$\underline{V}(x, y) = \underline{A}_0 y + \sum_n{}' \underline{A}_n \operatorname{sh} \frac{n\pi y}{\Delta} \cdot \sin \frac{n\pi x}{\Delta} \tag{5}$$

unde simbolul Σ' indică că sumarea trebuie efectuată numai pentru valorile impare ale numărului natural n. Mărimile de interes se determină prin bine cunoscutele relații

$$\underline{E}_x(x, y) = -\frac{\partial \underline{V}}{\partial x}; \qquad \underline{E}_y(x, y) = -\frac{\partial \underline{V}}{\partial y}$$

$$\operatorname{rot} \underline{\boldsymbol{H}}(x, y) = \sigma \underline{\boldsymbol{E}}(x, y). \tag{6}$$

Antisimetria în raport cu planul $x = 0$ a componentei y a intensității cîmpului electric impune: $\underline{A}_0 = 0$.

Pe de altă parte, mișcarea periodică a peretelui Bloch intra-domenii care, din motive de simetrie, este funcție numai de coordonata x, ascultă de următoarea ecuație [6]:

$$-\sigma_B \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + m_{ef} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u = 2\mu_0 \boldsymbol{M}_s [\boldsymbol{H}_0(t) + \boldsymbol{H}(x, y, t)] \tag{7}$$

în care $u = u(x, t)$ este îndepărtarea peretelui de la poziția de echilibru, iar $-\sigma_B \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ corespunde faptului că pereților Bloch li se asociază o energie, caracterizată prin densitatea ei σ_B în raport cu suprafața peretelui; $m_{ef} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ este termenul inerțial obișnuit, în care m_{ef} este masa efectivă a peretelui; $\beta \dfrac{\partial u}{\partial t}$ corespunde amortizării relaxării de spin în mișcarea

peretelui, fiind caracterizat prin coeficientul de amortizare β; αu este un termen de natura unei forțe elastice, datorat faptului că mișcarea peretelui se face astfel încît la fețele tolei el rămîne fixat superficial; constanta macroscopică de material α va descrie efectul mediu al tensionării peretelui și al interacției sale cu imperfecțiunile conținute în rețeaua cristalină a materialului.

Integrarea ecuației (7) se face deci cu condiția la limită:

$$u\left(\pm\frac{\Delta}{2},\ t\right)=0.$$

și impunînd ca în vecinătatea imediată a peretelui să fie satisfăcută legea inducției electromagnetice, ceea ce conduce la ecuația:

$$\mu_0 M_s \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=E_x\left(x,\frac{a}{2},t\right). \tag{8}$$

Soluția căutată este atunci [3]:

$$u(x,t)=\frac{4H_0}{\sigma\Delta\mu_0 M_s}\sum_n{}'\frac{1}{\Gamma_n}(-1)^{\frac{n-1}{2}}\operatorname{th}\frac{n\pi a}{2\Delta}\cos\frac{n\pi x}{\Delta}\sin(\omega t+\varphi_n') \tag{9}$$

în care:

$$\begin{aligned}
\Gamma_n &= [(\alpha_n T_n)^2+\omega^2(1-\beta T_n)^2]^{1/2},\\
\varphi_n &= \frac{\pi}{2}+\operatorname{arc\,tg}\frac{\omega(1-\beta T_n)}{\alpha_n T_n},\\
\alpha_n &= \alpha-m_{ef}\cdot\omega^2+\sigma_B\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2,\\
T_n &= \frac{n\pi}{2(\mu_0 M_s)^2\sigma\Delta}\operatorname{th}\frac{n\pi a}{2\Delta}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Ecuațiile (8) și (6) permit determinarea soluției exacte pentru cele două componente ale intensității cîmpului electric și pentru intensitatea

cîmpului magnetic de reacţie al curenţilor induşi din domeniul cercetat

$$E_x(x, y, t) = \frac{4H_0\omega}{\sigma\Delta} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma_n \cdot \operatorname{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}} \operatorname{sh}\frac{n\pi y}{\Delta} \cos\frac{n\pi x}{\Delta} \sin(\omega t + \varphi_n)$$

$$E_y(x, y, t) = \frac{4H_0\omega}{\sigma\Delta} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma_n \cdot \operatorname{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}} \operatorname{ch}\frac{n\pi y}{\Delta} \sin\frac{n\pi x}{\Delta} \sin(\omega t + \varphi_n) \tag{11}$$

$$H(x, y, t) = \frac{4}{\pi} H_0\omega \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma_n \cdot \operatorname{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}} \operatorname{ch}\frac{n\pi y}{\Delta} \cos\frac{n\pi x}{\Delta} \sin(\omega t + \varphi_n). \tag{12}$$

Este evident că pentru celelalte domenii situaţia se reproduce identic.

Pentru determinarea pierderilor instantanee locale prin curenţi turbionari se foloseşte forma locală a legii transformării de energie în conductoarele parcurse de curenţi de conducţie :

$$p(x, y, t) = \sigma E^2(x, y, t). \tag{13}$$

Folosind expresiile (11) ale intensităţii cîmpului electric, mediind în raport cu timpul, integrînd pe întreg domeniul tolei şi împărţind cu volumul acesteia, se obţine următoarea expresie a pierderilor specifice prin curenţi turbionari [3]

$$p = \frac{128}{\pi} \cdot (\mu_0 M_s)^4 \sigma \frac{\Delta}{a} H_0^2 f^2 \sum_n{}' \frac{\frac{1}{n^3} \operatorname{cth}\frac{n\pi a}{2\Delta}}{\alpha_n^2 + \omega^2 \left(\frac{1}{T_n} - \beta\right)^2} \tag{14}$$

în care : $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

IV. DETERMINAREA PERMEABILITĂŢII ŞI SUSCEPTIBILITĂŢII MAGNETICE. O NOUĂ FORMULĂ A PIERDERILOR PRIN CURENŢI TURBIONARI

După cum este cunoscut, în regim armonic permanent se defineşte permeabilitatea magnetică complexă. Ea este o constantă de material macroscopică, definită prin relaţia :

$$\underline{\mu} = \frac{\underline{\widetilde{B}}}{\underline{\widetilde{H}}}, \tag{15}$$

în cate $\underline{\widetilde{B}}$ este imaginea complexă a inducției magnetice medii din tolă, iar $\underline{\widetilde{H}}_t$ este imaginea complexă a intensității cîmpului magnetic mediu din tolă.

A doua dintre aceste mărimi se determină prin :

$$\underline{\widetilde{H}}_t = \underline{\widetilde{H}}_0 + \underline{\widetilde{H}} \tag{16}$$

în care pentru determinarea lui $\underline{\widetilde{H}}$ trebuie făcută medierea pe volumul unui domeniu a imaginii complexe a intensității cîmpului magnetic de reacție a curenților induși, obținută din expresia (12)

$$\underline{H}(x, y) = \frac{4}{\pi}\underline{H}_0\omega \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}} e^{j\varphi_n}}{n\Gamma_n \operatorname{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}} \operatorname{ch}\frac{n\pi y}{\Delta} \cdot \cos\frac{n\pi x}{\Delta} \cdot \tag{17}$$

Atunci

$$\underline{\widetilde{H}} = \frac{1}{a\Delta}\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \underline{H}(x, y)\,dx\,dy = \frac{16}{\pi^3}\omega\frac{\Delta}{a}\underline{H}_0 \sum_n{}' \frac{1}{n^3}\frac{e^{j\varphi_n}}{\Gamma_n}\operatorname{th}\frac{n\pi a}{2\Delta} \cdot \tag{18}$$

Pentru determinarea inducției magnetice medii în tolă se aplică legea inducției electromagnetice unui contur dreptunghiular Γ conținut într-un plan paralel în planul xOy, cu laturile verticale în axele a două domenii învecinate și cu cele orizontale în fețele tolei (fig. 2).

Din relațiile (11) rezultă :

$$\underline{E}_x(x, 0) = 0,$$

$$\underline{E}_y\left(\frac{\Delta}{2}, y\right) = \frac{4\underline{H}_0\omega}{\sigma\Delta} \sum_n{}' \frac{e^{j\varphi_n}}{\Gamma_n \cdot \operatorname{ch}\frac{n\pi a}{2\Delta}} \operatorname{ch}\frac{n\pi y}{\Delta}$$

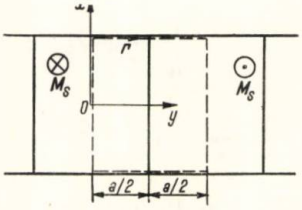


Fig. 2. — Aplicarea legii inducției electromagnetice pentru determinarea inducției magnetice în tolă.

astfel încît aplicarea legii pe conturul menționat conduce la relația :

$$4\int_0^{\frac{a}{2}} \underline{E}_y\,dy = -j\omega\underline{\widetilde{B}}a\Delta,$$

din care :

$$\underline{\widetilde{B}} = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{\underline{H}_0}{\sigma a \Delta} \sum_n{}' \frac{1}{n} \frac{e^{j\left(\varphi_n + \frac{\pi}{2}\right)}}{\Gamma_n} \operatorname{th} \frac{n\pi a}{2\Delta}. \tag{19}$$

Făcînd notaţia suplimentară :

$$\Phi_n = \frac{1}{\Gamma_n} \cdot \operatorname{th} \frac{n\pi a}{2\Delta}, \tag{20}$$

rezultă, conform definiţiei (15) :

$$\underline{\mu} = \frac{\frac{16}{\pi} \cdot \frac{1}{\sigma a \Delta} \sum_n{}' \frac{1}{n} \Phi_n e^{j(\varphi_n' + \pi)}}{1 + \frac{16}{\pi^3} \omega \frac{\Delta}{a} \sum_n{}' \frac{1}{n^3} \Phi_n e^{j\left(\varphi_n' + \frac{\pi}{2}\right)}}. \tag{21}$$

Notînd : $A = \frac{\pi^3}{16} \frac{1}{\omega} \frac{a}{\Delta}$, expresia (21) se mai scrie

$$\underline{\mu} = \frac{\pi^2}{\sigma \omega \Delta^2} \frac{\sum_n{}' \frac{1}{n} \Phi_n e^{j(\varphi_n' + \pi)}}{A + \sum_n{}' \frac{1}{n^3} \Phi_n e^{j\left(\varphi_n' + \frac{\pi}{2}\right)}}, \tag{22}$$

care facilitează separarea permeabilităţii magnetice reale şi imaginare :

$$\mu_r = \frac{\pi^2}{\omega \sigma \Delta^2} \frac{-A \sum_n{}' \frac{1}{n} \Phi_n \cos \varphi_n' + \sum_n{}' \sum_m{}' \frac{1}{nm^3} \Phi_n \Phi_m \sin (\varphi_m' - \varphi_n')}{A^2 - 2A \sum_n{}' \frac{1}{n^3} \Phi_n \sin \varphi_n' + \sum_n{}' \sum_m{}' \frac{1}{n^3 m^3} \Phi_n \Phi_m \cos (\varphi_n' - \varphi_m')}$$

$$\mu_i = \frac{\pi^2}{\omega \sigma \Delta^2} \frac{-A \sum_n{}' \frac{1}{n} \Phi_n \sin \varphi_n' + \sum_n{}' \sum_m{}' \frac{1}{nm^3} \Phi_n \Phi_m \cos (\varphi_m' - \varphi_n')}{A^2 - 2A \sum_n{}' \frac{1}{n^3} \Phi_n \sin \varphi_n' + \sum_n{}' \sum_m{}' \frac{1}{n^3 m^3} \Phi_n \Phi_m \cos (\varphi_n' - \varphi_m')} \tag{23}$$

ca şi determinarea modulului său :

$$\mu = \frac{\pi^2}{\omega \sigma \Delta^2} \left[\frac{\sum_n{}' \sum_m{}' \frac{1}{nm} \Phi_n \Phi_m \cos (\varphi_m' - \varphi_n')}{A^2 - 2A \sum_n{}' \frac{1}{n^3} \Phi_n \sin \varphi_n' + \sum_n{}' \sum_m{}' \frac{1}{n^3 m^3} \Phi_n \Phi_m \cos (\varphi_m' - \varphi_n')} \right]^{1/2}. \tag{24}$$

Magnetizarea medie a tolei se determină făcînd media ponderată în raport cu volumul a magnetizărilor de saturație orientate antiparalel ale domeniilor învecinate :

$$M(t) = \frac{2M_s}{a\Delta}\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} u(x, t)\,\mathrm{d}x = \tag{25}$$

$$= \frac{32}{\pi^2}\,\frac{\mu_0 M_s^2}{a} H_0 \sum_n{}' \frac{1}{n^2}\left[\alpha_n^2 + \omega^2\left(\frac{1}{T_n} - \beta\right)^2\right]^{-1/2} \sin(\omega t + \varphi_n').$$

Susceptibilitatea magnetică complexă este atunci :

$$\underline{\chi} = \frac{\underline{M}}{\underline{\widetilde{H}_t}} = \frac{\underline{\mu}}{\mu_0}. \tag{26}$$

Calculele făcute în acest paragraf permit determinarea unei noi formule a pierderilor prin curenți turbionari în care în locul valorii maxime H_0 a intensității cîmpului magnetic, apare valoarea maximă a inducției magnetice medii $\widetilde{B}$. În adevăr între aceste valori maxime există relația :

$$\widetilde{B} = \frac{16}{\pi}\,\frac{H_0}{\sigma a\Delta}\left[\sum_n{}' \sum_m{}' \frac{1}{mn}\Phi_m\Phi_n \cos(\varphi_m - \varphi_n)\right]^{1/2}. \tag{27}$$

Înlocuind în expresia (14) a pierderilor specifice prin curenți turbionari se obține :

$$p = \frac{\pi^3}{8}\sigma a\Delta f^2\widetilde{B}^2\,\frac{\displaystyle\sum_n{}' \frac{1}{n^3}\operatorname{cth}\frac{n\pi a}{2\Delta}\cdot\frac{1}{\alpha_n^2 + \omega^2\left(\frac{1}{T_n} - \beta\right)^2}}{\displaystyle\sum_n{}' \sum_m{}' \frac{1}{n^2m^2}\,\frac{\alpha_n\alpha_m + \omega^2\left(\frac{1}{T_n} - \beta\right)\left(\frac{1}{T_m} - \beta\right)}{\left[\alpha_n^2 + \omega^2\left(\frac{1}{T_n} - \beta\right)^2\right]\left[\alpha_m^2 + \omega^2\left(\frac{1}{T_m} - \beta\right)^2\right]}}. \tag{28}$$

V. CONTRIBUȚIA LA PIERDERI A TERMENULUI DE AMORTIZARE DIN ECUAȚIA (7)

Termenul de amortizare din ecuația (7) a mișcării peretelui dintre domenii contribuie evident la pierderile totale de putere activă în tola de material feromagnetic. Pentru calculul acestor pierderi, trebuie cunoscute

deplasarea $u(x, t)$ a peretelui şi viteza de deplasare $\frac{\partial u}{\partial t}$. Prima dintre aceste mărimi este dată de ecuaţia (19) şi atunci :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{4\omega H_0}{\sigma\Delta\mu_0 M_s} \sum_n{}' \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma_n} \operatorname{th} \frac{n\pi a}{2\Delta} \cos \frac{n\pi x}{\Delta} \cos(\omega t + \varphi_n').$$

În intervalul de timp elementar dt şi referitor la un singur perete, energia pierdută este atunci :

$$dW_\beta = l \cdot \beta \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \frac{\partial u}{\partial t} \cdot du \cdot dx =$$

$$= \frac{\beta l (2\omega H_0)^2}{\sigma^2 \Delta (\mu_0 M_s)^2} \sum_n{}' \frac{1}{\Gamma_n^2} \cdot \operatorname{th}^2 \frac{n\pi a}{2\Delta} [1 + \cos 2(\omega t + \varphi_n')] \cdot dt.$$

Pe parcursul unei mişcări oscilatorii complete a peretelui energia pierdută este :

$$\Delta W_\beta = \int_0^T dW_\beta = 8\pi \cdot \frac{\beta l \omega H_0^2}{\sigma^2 \Delta (\mu_0 M_s)^2} \sum_n{}' \frac{1}{\Gamma_n^2} \operatorname{th}^2 \frac{n\pi a}{2\Delta}. \tag{29}$$

În tolă fiind cuprinse $\frac{l'}{a}$ domenii şi deci $\left(\frac{l'}{a} - 1\right)$ pereţi Bloch — 180°, pierderile totale de putere datorate amortizării curenţilor turbionari vor fi :

$$\Delta P_\beta = \frac{\beta l (2\omega H_0)^2}{\sigma^2 \Delta (\mu_0 M_s)^2} \left(\frac{l'}{a} - 1\right) \sum_n{}' \frac{1}{\Gamma_n^2} \operatorname{th}^2 \frac{n\pi a}{2\Delta}, \tag{30}$$

şi, întrucît $\frac{l'}{a} \gg 1$, pierderile specifice asociate efectului sînt astfel :

$$\Delta p_\beta = \frac{\Delta P_\beta}{l l' \Delta} = \frac{\beta (2\omega H_0)^2}{\sigma^2 a \Delta^2 (\mu_0 M_s)^2} \sum_n{}' \frac{1}{\Gamma_n^2} \cdot \operatorname{th}^2 \frac{n\pi a}{2\Delta};$$

ele se mai pot pune sub forma :

$$\Delta p_\beta = 64\, \beta f^2 (\mu_0 M_s)^2 H_0^2 \frac{1}{a} \sum_n{}' \frac{1}{n^2} \frac{1}{\alpha_n^2 + \omega^2 \left(\frac{1}{T_n} - \beta\right)^2}. \tag{31}$$

Cu ajutorul relației (27) le putem exprima în funcție de valoarea maximă a inducției magnetice medii :

$$\Delta p_\beta = \frac{\pi^4}{16}\cdot\frac{\beta f^2 a \widetilde{B}^2}{(\mu_0 M_s)^2}\cdot\frac{\sum_n{}' \frac{1}{n^2}\cdot\frac{1}{\alpha_n^2+\omega^2\left(\frac{1}{T_n}-\beta\right)^2}}{\sum_m{}'\sum_n{}' \frac{1}{m^2\cdot n^2}\frac{\alpha_m\alpha_n+\omega^2\left(\frac{1}{T_m}-\beta\right)\left(\frac{1}{T_n}-\beta\right)}{\left[\alpha_m^2+\omega^2\left(\frac{1}{T_m}-\beta\right)^2\right]\left[\alpha_n^2+\omega^2\left(\frac{1}{T_n}-\beta\right)^2\right]}}\cdot \tag{32}$$

VI. CONCLUZII

Am dedus în lucrare formula pierderilor specifice prin curenți turbionari în funcție atît de valoarea maximă a intensității cîmpului magnetic H_0, cît și de valoarea maximă a inducției magnetice medii în tolă $\widetilde{B}$, presupunînd că din exterior s-a aplicat un cîmp magnetic $H_0(t)$ care variază sinusoidal în timp. Formulele (14) și (28) arată că dependența acestor pierderi de frecvență nu este decît aproximativ pătratică, aproximația fiind cu atît mai bună, cu cît frecvențele sînt mai joase. Un remarcabil avantaj al acestor formule rezidă în faptul că se ia în considerare structura internă specifică a corpurilor feromagnetice ; pierderile se exprimă în funcție de lățimea a a domeniului de structură, de magnetizația de saturație M_s și de constantele de material α, β, σ_β, m_{ef}. Din nefericire însă, pentru moment tocmai în aceasta constă și principalul lor neajuns, întrucît nu sînt cunoscute decît determinări aproximative ale factorului de amortizare β, ale lățimii domeniului în funcție de grosimea tolei și îndeosebi ale constantei de structură α. Se cunosc determinări bune ale densității superficiale de energie a pereților [7] și ale magnetizației de saturație a domeniilor de structură (din curba de magnetizare a materialului) :

$$\sigma_B = 1{,}6.10^{-3}\,\mathrm{J/m^2}\,; \qquad \mu_0 M_s \cong 1{,}8\ T.$$

Pentru factorul de amortizare a relaxării de spin se poate lua [5] : $\beta \approx 1\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^2 s}}$, iar pentru masa efectivă a peretelui Bloch în raport cu unitatea de arie [6] : $m_{ef} \approx 10^{-7}\ \mathrm{kg/m^2}$.

Lățimea unui domeniu de structură depinde de mulți factori, cei mai importanți fiind anizotropia materialului și grosimea tolei. În domeniul de grosimi al tolelor obișnuite raportul $\frac{a}{\Delta}$ este foarte mic $\frac{a}{\Delta} \ll 1$.

Constanta de material α rămîne (în mod obiectiv) cea mai dificil de determinat, literatura neconținînd decît puține date privitoare la valorile sale [5] ; aceste valori acoperă cîteva ordine de mărime și în determinările ce urmează vom admite valoarea medie : $\alpha \approx 3.10^9\ \mathrm{N/m^3}$.

Un remarcabil avantaj al tuturor formulelor deduse în lucrare este acela că seriile conținute în aceste formule sînt foarte rapid convergente (termenii seriilor conțin factorii $\frac{1}{n^2}, \frac{1}{n^3}, \frac{1}{n^4}$), astfel încît calculele numerice se efectuează ușor.

În domeniul frecvențelor industriale ($f \cong 50$ Hz), formulele capătă formele mai simple cunoscute. În adevăr, cu datele numerice propuse mai sus, formula (10_3) dă :

$$\alpha_n = \alpha - m_{ef}\omega^2 + \sigma_B\left(\frac{n\pi}{\Delta}\right)^2 \cong \begin{cases} \alpha - 10^{-2} + 0{,}129\cdot 10^6\cdot n^2 - \text{tola de } 0{,}35 \text{ mm} \\ \alpha - 10^{-2} + 0{,}063\cdot 10^6\cdot n^2 - \text{tola de } 0{,}5 \text{ mm} \end{cases}$$

care, dată fiind convergența seriilor discutate, conduce natural la aproximarea : $\alpha_n \cong \alpha$.

Alegînd : $\sigma \sim 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ (conductivitatea materialului variază între limite largi, fiind de regulă indicată de constructor) și $a \sim 10^{-5}$ m, se găsește :

$$\frac{1}{T_n} \sim 10^5 \cdot \frac{1}{n^2}$$

fiind mult mai mare decît β și mult mai mic decît raportul $\frac{\alpha}{\omega}$ la primii termeni ai seriilor. Cu o foarte bună aproximație atunci

$$\alpha_n^2 + \omega^2\left(\frac{1}{T_n} - \beta\right)^2 \cong \alpha^2.$$

Formulele (14), (28), (32) devin :

$$p \cong \frac{256}{\pi^2}(\mu_0 M_s)^4 \cdot \frac{\sigma}{\alpha^2}\left(\frac{\Delta}{a}\right)^2 f^2 H_0^2 \sum_n{}' \frac{1}{n^4}, \tag{14'}$$

$$p \cong \frac{\pi^2}{4}\sigma\Delta^2 f^2 \widetilde{B}^2 \frac{\sum_n{}' \frac{1}{n^4}}{\left(\sum_n{}' \frac{1}{n^2}\right)^2}, \tag{28'}$$

$$\Delta p_\beta \cong \frac{\pi^4}{16} \cdot \frac{\beta a f^2 \widetilde{B}^2}{(\mu_0 M_s)^2} \cdot \frac{1}{\sum_n{}' \frac{1}{n^2}}. \tag{32'}$$

Folosind relațiile cunoscute :

$$\sum_n{}' \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}; \qquad \sum_n{}' \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{96}, \tag{33}$$

relațiile de mai sus capătă forma :

$$p = \frac{8\pi^2}{3} (\mu_0 M_s)^4 \cdot \frac{\sigma}{\alpha^2} \left(\frac{\Delta}{a}\right)^2 f^2 H_0^2, \tag{34}$$

$$p = \frac{\pi^2}{6} \sigma \Delta^2 f^2 \widetilde{B}^2 \tag{35}$$

(care este tocmai formula de obicei cunoscută în domeniul frecvențelor industriale),

$$\Delta p_\beta = \frac{\pi^2}{2} \frac{\beta a f^2 \widetilde{B}^2}{(\mu_0 M_s)^2}. \tag{36}$$

Comparînd pierderile prin curenți turbionari (35) cu cele corespunzătoare termenului de amortizare (36), obținem

$$\frac{\Delta p_\beta}{p} = 3 \frac{\beta \sigma a \Delta^2}{(\mu_0 M_s)^2} \tag{37}$$

și în limitele mai sus menționate : $\frac{\Delta p_\beta}{p} \cong 2 \cdot 10^{-5}$.

Formulele obținute au fost verificate pentru o serie de tole cu grosimi de 25,50 și respectiv 100mμ, în domeniul de frecvențe 400...40 000Hz, produse de firma Yawata Iron & Steel Co., Ltd. Rezultatele acestor verificări pentru tola ZT 50, cu grosimea $\Delta = 50$ mμ, sînt înscrise în tabelele 1—8.

În coloana a 2-a a acestor tabele figurează pierderile specifice prin curenți turbionari, obținute pe baza datelor din cataloagele firmei. Aceste cataloage indică dependența, determinată experimental, a pierderilor specifice totale p_t de inducție și de frecvență ; extrapolarea curbelor $\frac{p_t}{f} \sim f$, ridicate pentru diferite inducții, permite determinarea pierderilor pe un ciclu de histeresis și deci separarea pierderilor specifice prin curenți turbionari.

În coloana a 3-a a tabelelor sînt înscrise pierderile calculate conform formulei „clasice" (35). În mod corect, la frecvențe ridicate ($\geqslant$ 10 000Hz), trebuia aplicată formula exactă [8] :

$$p = \pi \frac{f \cdot \widetilde{B}^2}{\mu \alpha \Delta} \frac{\operatorname{sh} \alpha\Delta - \sin \alpha\Delta}{\operatorname{ch} \alpha\Delta + \cos \alpha\Delta}, \tag{38}$$

în care : $\alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma}$.

Tabela 1

1	2	3	4	5	6	7
f(Hz)	p(W/m³)					
	experim.	„clasic"	caz a	caz b	caz c	caz d
2 000	0,094	0,0343	0,0548	0,0552	0,0817	0,1308
5 000	0,541	0,2145	0,341	0,345	0,508	0,804
10 000	2,23	0,858	1,354	1,367	1,994	3,05
20 000	10,28	3,432	5,265	5,314	7,67	10,1
40 000	35,1	13,728	18,92	19,00	21,00	24,1

Pierderile specifice prin curenți turbionari, calculate pentru inducția de 0,001 T, pentru cazurile: a) $a = 5 \cdot 10^{-6}$ m; b) $a = 1 \cdot 10^{-5}$ m; c) $a = 5 \cdot 10^{-5}$ m; d) $a = 1 \cdot 10^{-4}$ m. Pentru determinarea lui α s-a folosit relația $a\alpha = 4{,}31 \cdot 10^3$ N/m².

Tabela 2

1	2	3	4	5	6	7
f(Hz)	p(W/m³)					
	experim.	„clasic"	caz a	caz b	caz c	caz d
400	0,0074	0,00547	0,01512	0,0152	0,0224	0,0355
1 000	0,13	0,0342	0,0944	0,0949	0,14	0,222
2 000	0,496	0,1368	0,378	0,379	0,558	0,884
5 000	2,6	0,855	2,351	2,36	3,47	5,44
10 000	10,48	3,42	9,325	9,38	13,6	20,51
20 000	44,7	13,68	36,18	36,27	50,3	66,6
40 000	153,8	54,72	128	128,2	188,5	153,4

Pierderile specifice prin curenți turbionari, calculate pentru inducția de 0,002 T, în cazurile: a) $a = 5 \cdot 10^{-6}$ m; b) $a = 1 \cdot 10^{-5}$ m; c) $a = 5 \cdot 10^{-5}$ m; d) $a = 1 \cdot 10^{-4}$ m. Pentru determinarea lui α s-a folosit relația $a\alpha = 4{,}025 \cdot 10^3$ N/m²

Tabela 3

1	2	3	4	5	6	7
f(Hz)	p(W/m³)					
	experim.	„clasic"	caz a	caz b	caz c	caz d
400	0,085	0,0342	0,0719	0,0725	0,1058	0,167
1 000	0,95	0,214	0,45	0,454	0,661	1,04
2 000	3,41	0,856	1,798	1,814	2,64	4,15
5 000	18,27	5,35	11,22	11,3	16,4	25,4
10 000	76,3	21,4	44,4	44,74	64	95,2
20 000	310,4	85,6	170,8	172,3	234,3	302,4
40 000	1 034	342,4	596	597,5	699	669

Pierderile specifice prin curenți turbionari, calculate pentru inducția de 0,005 T, în cazurile: a) $a = 5 \cdot 10^{-6}$ m; b) $a = 1 \cdot 10^{-5}$ m; c) $a = 5 \cdot 10^{-5}$ m; d) $a = 1 \cdot 10^{-4}$ m. Pentru determinarea lui α s-a folosit relația: $a\alpha = 3{,}75 \cdot 10^3$ N/m².

Tabela 4

1	2	3	4	5	6	7
f(Hz)	p(W/m³)					
	experim.	„clasic"	caz a	caz b	caz c	caz d
400	0,28	0,137	0,351	0,3535	0,510	0,790
1 000	3,6	0,857	2,197	2,209	3,184	4,94
2 000	13,8	3,427	8,79	8,84	12,72	19,69
5 000	76	21,42	54,7	55,0	78,9	120,3
10 000	337	85,68	216,1	217,3	306,8	444
20 000	1286	342,72	825	830	1105	1366
40 000	4414	1370,88	2803	2806	3158	2850

Pierderile specifice prin curenți turbionari, calculate pentru inducția de 0,01 T, în cazurile: a) $a = 5 \cdot 10^{-6}$ m; b) $a = 1 \cdot 10^{-5}$ m; c) $a = 5 \cdot 10^{-5}$ m; d) $a = 1 \cdot 10^{-4}$ m. Pentru determinarea lui α s-a folosit relația: $a\alpha = 3{,}39 \cdot 10^3$ N/m².

Tabela 5

1	2	3	4	5	6	7
f(Hz)	p(W/m³)					
	experim.	„clasic"	caz a	caz b	caz c	caz d
400	2,43	0,547	1,716	1,720	2,432	3,715
1 000	18,9	3,42	10,73	10,75	15,21	23,2
2 000	63,6	13,68	42,91	43,04	60,8	92,5
5 000	350	85,5	266,9	267,6	376	562
10 000	1497	342	1052	1056	1453	2045
20 000	$5{,}54 \cdot 10^3$	$1{,}368 \cdot 10^3$	$3{,}97 \cdot 10^3$	$3{,}983 \cdot 10^3$	$5{,}108 \cdot 10^3$	$6{,}023 \cdot 10^3$
40 000	$18{,}87 \cdot 10^3$	$5{,}472 \cdot 10^3$	$13{,}1 \cdot 10^3$	$12{,}98 \cdot 10^3$	$13{,}82 \cdot 10^3$	$11{,}78 \cdot 10^3$

Pierderile specifice prin curenți turbionari, calculate pentru inducția de 0,02 T, în cazurile: a) $a = 5 \cdot 10^{-6}$ m; b) $a = 1 \cdot 10^{-5}$ m; c) $a = 5 \cdot 10^{-5}$ m; d) $a = 1 \cdot 10^{-4}$ m. Pentru determinarea lui α s-a folosit relația: $a\alpha = 3{,}01 \cdot 10^3$ N/m²

Tabela 6

1	2	3	4	5	6	7
f(Hz)	p(W/m³)					
	experim.	„clasic"	caz a	caz b	caz c	caz d
400	21,6	3,424	7,40	7,40	10,06	14,83
1 000	112	21,4	46,3	46,2	62,9	92,5
2 000	367	85,6	185	184,5	251	367,2
5 000	2200	535	1148	1146	1543	2208
10 000	$10{,}15 \cdot 10^3$	$2{,}14 \cdot 10^3$	$4{,}489 \cdot 10^3$	$4{,}49 \cdot 10^3$	$5{,}87 \cdot 10^3$	$7{,}768 \cdot 10^3$
20 000	$36{,}7 \cdot 10^3$	$8{,}56 \cdot 10^3$	$16{,}47 \cdot 10^3$	$16{,}43 \cdot 10^3$	$19{,}4 \cdot 10^3$	$20{,}87 \cdot 10^3$
40 000	$127 \cdot 10^3$	$34{,}24 \cdot 10^3$	$49{,}6 \cdot 10^3$	$49{,}2 \cdot 10^3$	$47{,}4 \cdot 10^3$	$36{,}5 \cdot 10^3$

Pierderile specifice prin curenți turbionari, calculate pentru inducția de 0,05 T, în cazurile: a) $a = 5 \cdot 10^{-6}$ m; b) $a = 1 \cdot 10^{-5}$ m; c) $a = 5 \cdot 10^{-5}$ m; d) $a = 1 \cdot 10^{-4}$ m. Pentru determinarea lui α s-a folosit relația: $a\alpha = 2{,}42 \cdot 10^3$ N/m².

Tabela 7

1	2	3	4	5	6	7	8
f(Hz)	p(W/m^3)						
	experim.	„clasic"	caz a	caz b	caz c	caz d	caz e
400	76,5	13,7	21,53	21,30	27,57	38,52	47,35
1 000	466	85,7	134,7	133,1	172,2	239,6	291,6
2 000	1610	342,7	537,5	531,2	686,8	952,7	1109
5 000	$9{,}85.10^3$	$2{,}142.10^3$	$3{,}324.10^3$	$3{,}287.10^3$	$4{,}092.10^3$	$5{,}62.10^3$	$5{,}13.10^3$
10 000	$43{,}2.10^3$	$8{,}568.10^3$	$12{,}81.10^3$	$12{,}56.10^3$	$15{,}52.10^3$	$18{,}7.10^3$	$10{,}62.10^3$
20 000	$160{,}7.10^3$	$34{,}27.10^3$	$44{,}7.10^3$	$44{,}18.10^3$	$43{,}45.10^3$	$44{,}84.10^3$	—

Pierderile specifice prin curenți turbionari, calculate pentru inducția de 0,1 T în cazurile: a) $a = 5\cdot10^{-6}$m; b) $a = 1\cdot10^{-5}$ m; c) $a = 5\cdot10^{-5}$ m; d) $a = 1\cdot10^{-4}$ m; e) $a = 5\cdot10^{-4}$ m. Pentru determinarea lui α s-a folosit relația: $a\alpha = 1{,}874\cdot10^3$ N/m^2.

Tabela 8

1	2	3	4	5	6	7	8
f(Hz)	p(W/m^3)						
	experim.	„clasic"	caz a	caz b	caz c	caz d	caz e
400	264	54,72	67,0	65,5	77,3	99,6	93,9
1 000	1890	342	419,0	409,0	482,3	620,0	575,4
2 000	$5{,}99.10^3$	$1{,}368.10^3$	$1{,}671.10^3$	$1{,}63.10^3$	$1{,}918.10^3$	$2{,}445.10^3$	$2{,}158.10^3$
5 000	$40{,}45.10^3$	$8{,}55.10^3$	$10{,}22.10^3$	$9{,}97.10^3$	$11{,}52.10^3$	$13{,}92.10^3$	$9{,}34.10^3$
10 000	$161{,}9.10^3$	$34{,}2.10^3$	$40{,}43.10^3$	$37{,}11.10^3$	$40{,}6.10^3$	$42{,}0.10^3$	—

Pierderile specifice prin curenți turbionari, calculate pentru inducția de 0,2 T, în cazurile: a) $a = 5\cdot10^{-6}$ m; b) $a = 1\cdot10^{-5}$ m; c) $a = 5\cdot10^{-5}$ m; d) $a = 1\cdot10^{-4}$ m; e) $a = 5\cdot10^{-4}$ m. Pentru determinarea lui α s-a folosit relația: $a\,\alpha = 1{,}32\cdot10^3$ N/m.

Pentru toate calculele s-au folosit următoarele valori ale constantelor de material:

- conductivitatea: $\sigma = \frac{10^8}{48}\,\Omega^{-1}m^{-1}$;
- magnetizația de saturație: $M_S = 1{,}432\cdot10^6$ A/m;
- densitatea superficială de energie a peretelui Bloch; $\sigma_B = 1{,}6\cdot10^{-3}$ J/m^2;
- factorul de amortizare: $\beta \cong 1$ kg·m^{-2}s^{-1}

Pentru simplicitate, am preferat însă formula (35), cu atît mai mult cu cît ea aproximează superior pierderile calculate prin formula exactă (38).

În coloanele 4 — 8 am tabelat pierderile specifice prin curenți turbionari calculate conform formulei (14). Întrucît nu avem nici un criteriu care să decidă asupra alegerii valorii lățimii domeniului, am propus următoarele valori: a) $a = 5\cdot10^{-6}$ m; b) $a = 1\cdot10^{-5}$ m; c) $a = 5\cdot10^{-5}$ m; d) $a = 1\cdot10^{-4}$ m; e) $a = 5.10^{-4}$ m, ceea ce corespunde următoarelor valori ale raportului dintre grosimea tolei și lățimea domeniului de structură: $\frac{\Delta}{a} = 10\,;\ 5\,;\ 1\,;\ 0{,}5\,;\ 0{,}1.$

O relație deosebit de importantă permite determinarea constantei de material α, odată fixată lățimea domeniului. În adevăr, la limita

$\omega \to 0$, permeabilitatea în curent alternativ a materialului (24) devine:

$$\mu(0) = \frac{32}{\pi^2} \frac{(\mu_0 M_s)^2}{a} \sum_n{}' \frac{1}{n^2 \alpha_n}. \tag{39}$$

În aproximația $\alpha_n \cong \alpha$, corectă la valori nu prea mari ale lățimii domeniului și în orice caz valabilă pentru cazurile tabelate, această relație devine:

$$\mu(0) = 4 \cdot \frac{(\mu_0 M_s)^2}{a\alpha},$$

$\mu(0)$ s-a putut însă determina din cataloagele firmei, prin extrapolarea curbelor experimentale care prezintă dependența permeabilității magnetice în curent alternativ de frecvență și inducția magnetică.

Lectura tabelelor arată că formula propusă (14) dă rezultate mai bune decît formula „clasică" (1) în toate cazurile propuse și pentru toate valorile alese ale inducției magnetice. Această situație este deosebit de favorabilă la valori mici ale inducției (pînă la aproximativ 0,05 T), îmbunătățirile fiind nesemnificative la valori mai mari ale acesteia. Rezultatul nu este surprinzător, deoarece teoria dezvoltată în lucrare are un caracter esențial liniar, iar comportarea materialului feromagnetic rămîne aproximativ liniară numai la asemenea valori mici ale inducției magnetice. Se mai observă că în cazurile propuse rezultatele obținute cu ajutorul formulei (14) încadrează pe cele obținute din datele experimentale, părînd a indica că lățimea domeniului de structură are o valoare comparabilă cu grosimea domeniului. Pentru cîteva valori ale inducției, concluziile de mai sus sînt numai aproximativ valabile la frecvența cea mai mică, ceea ce credem că se datorează dificultăților inerente metodei grafice de extrapolare folosite pentru separarea pierderilor specifice prin curenți turbionari.

Rezultatele obținute indică astfel că formulele deduse în lucrare constituie o reprezentare mai corectă a situației din tolele feromagnetice decît cele utilizate în prezent. Este neîndoielnic că o determinare mai precisă a tuturor constantelor de material va permite o utilizare optimă a acestor formule.

ANEXA 1

În paragraful 3 s-a menționat că neglijarea permeabilității magnetice din interiorul domeniilor este permisă de faptul că ea este cu mult mai mică decît cea asociată pereților dintre domenii. Într-adevăr, așa cum a arătat Shockeley [9], în interiorul domeniilor, permeabilitatea magnetică are valoarea:

$$\mu^* = \left(1 + \frac{(\mu_0 M_s)^2}{2K\mu_0}\right) \mu_0, \tag{A1}$$

în care K este constanta de anizotropie cristalină a materialului. La fier, această valoare este $\mu^* = 46\ \mu_0$ [2].

În tola feromagnetică se observă valori mult mai mari ale permeabilităţii magnetice relative medii (de ordinul 10^2—10^3). Deoarece în tolă grosimea pereţilor este cu mult mai mică decît lăţimea domeniilor (cu cel puţin două ordine de mărime), este natural să presupunem că pereţilor li se asociază o permeabilitate magnetică cu mult mai mare decît cea din interiorul domeniilor.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Preda, P. Cristea, F. Spinei, J. Marcovici, *Bazele electrotehnicii*, vol. I, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti, 1969.
2. Ch. Kittel, Rev. Mod. Physics, **21**, 541 (1949).
3. H. Gavrilă, Bul. Instit. polit. (în curs de publicare).
4. K. M. Polivanov, Izv. Akad. Nauk. SSSR. (Ser. Fiz.) **XVI**, 449 (1952).
5. J.E.L. Bishop, E. W. Lee, Proc. Royal Soc. **A 276**, 96 (1963).
6. M. Prutton, *Thin Ferromagnetic Films*, London, Butterworths (1964).
7. J. Kaczer, Czech. J. Phys., **7**, 557 (1957).
8. R. Rădulet, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV, Tip. şi litografia M. I., 1956.
9. W. Shockeley, Phys. Rev., **73**, 1246 (1948).

CONSTRUIREA SCHEMELOR ECHIVALENTE ALE CONDENSATOARELOR CU DIELECTRICI NEIDEALI

A. IFRIM, P. NOŢINGHER

621.319.4

Cu ajutorul expresiilor pe care le are permitivitatea complexă a dielectricilor nepolari şi polari, deduse cu ajutorul teoriilor ei microscopice, se determină admitanţa (sau impedanţa) complexă a condensatoarelor cu astfel de dielectrici şi apoi, pe baza teoremelor de sinteză a reţelelor electrice, se obţin elementele celor mai simple scheme echivalente ale condensatoarelor considerate.

Permitivitatea relativă şi tangenta unghiului de pierderi (tg δ) ale dielectricilor sînt funcţii de frecvenţa cîmpului electric exterior în care aceştia sînt situaţi. Pentru valorile frecvenţei numite de rezonanţă, tangenta unghiului de pierderi are valori maxime, iar permitivitatea materialului suferă variaţii sensibile cu frecvenţa. Curbele care reprezintă aceste variaţii sînt de tipul curbelor de rezonanţă ale oscilatorilor. De aceea, explicarea, la scară microscopică, a acestei comportări a dielectricilor se bazează pe considerarea unor oscilatori armonici elementari care să modeleze procesele de vibraţie a microparticulelor din interiorul atomilor (moleculelor) sau a acelora din nodurile reţelelor cristaline, determinate de cîmpul electric periodic exterior.

Cu ajutorul modelului clasic al oscilatorului armonic liniar (necuplat), se pot obţine (v. şi [3]) expresii convenabile pentru aplicaţii inginereşti ale permitivităţii şi ale tangentei unghiului de pierderi în funcţie de frecvenţă (pulsaţie). Pornind de la aceste expresii, în lucrarea de faţă se determină, cu ajutorul metodelor folosite în sinteza reţelelor electrice, schemele electrice echivalente ale condensatoarelor cu dielectrici reali (cu pierderi).

Delectricii omogeni şi izotropi pot prezenta următoarele tipuri fundamentale de polarizaţie electrică : *polarizaţia electronică*, existentă la toate tipurile de dielectrici, *polarizaţia ionică*, pe care o au cristalele ionice şi *polarizaţia de orientare* a corpurilor cu molecule polare.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 113—127, 1972

1. DIELECTRICI CU POLARIZAȚIE ELECTRONICĂ SAU IONICĂ

Polarizația electronică consistă în formarea dipolilor electrici prin deformarea atomilor, ca urmare a deplasării electronilor în raport cu nucleele atomice, sub acțiunea cîmpului electric activ (sau interior) $\boldsymbol{E}_0$ (fig. 1). Fiecare atom, astfel deformat, e caracterizat printr-un moment electric

$$p_e = z q_0 x, \tag{1}$$

în care z reprezintă numărul de electroni ai atomului, q_0 este sarcina electrică a electronului, iar x este distanța dintre nucleul, considerat imobil (datorită masei sale mari în raport cu cea a electronilor), și dintre centrul de acțiune a sarcinii negative a norului electronic; distanța x este evident funcțiune de modulul și orientarea cîmpului activ $\boldsymbol{E}_0$. Dacă mărimea $\boldsymbol{E}_0$ este armonică, mișcarea de vibrație a unui electron, presupus situat în centrul norului electronic, în jurul punctului o în care se găsește nucleul, poate fi asimilată, într-o primă aproximație, cu aceea a unui oscilator armonic liniar (fig. 2) pentru care este satisfăcută ecuația

$$m_0 \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = - F_f - \varkappa x + q_0 E_0(t), \tag{2}$$

în care m_0 este masa electronului, termenul $\varkappa x$ reprezintă forța cvasielastică de atracție a electronului de către nucleu, iar F_f este forța de frînare a electronului corespunzătoare radiației sale electromagnetice. Expresia

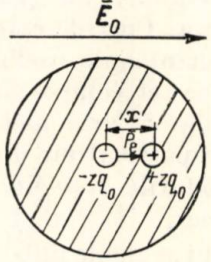


Fig. 1. — Dipolul electric microscopic corespunzător polarizației electronice.

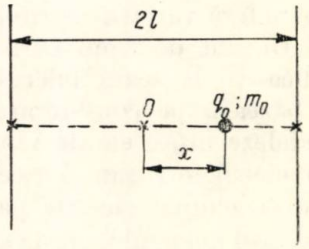


Fig. 2. — Oscilator armonic liniar.

forței de frînare, dedusă în cadrul teoriei oscilatorului electric elementar hertzian (v. [3], I, 13, p. 48) are forma

$$F_f = - \frac{\mu_0 q_0^2}{6\pi c} \frac{\mathrm{d}^3 x}{\mathrm{d}t^3}, \tag{3}$$

în care $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m este permeabilitatea vidului, iar $c = 3 \cdot 10^8$ m/s este viteza de propagare a luminii în vid.

Din ecuația (2) rezultă însă egalitatea

$$\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}t^3} = -\frac{\varkappa}{m_0}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - \frac{1}{m_0}\frac{\mathrm{d}F_f}{\mathrm{d}t} - \frac{q_0}{m_0}\frac{\mathrm{d}E_0}{\mathrm{d}t}, \tag{4}$$

în care ultimii doi termeni din membrul drept se pot neglija în raport cu primul (puterea medie radiată pe o perioadă fiind mică) obținîndu-se relația

$$\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}t^3} \approx -\frac{\varkappa}{m_0}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\omega_0^2\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \tag{5}$$

unde

$$\omega_0^2 = \frac{\varkappa}{m_0} \tag{6}$$

este pulsația proprie a oscilatorului (pentru $E_0 = 0$) și deci

$$F_f \approx \frac{\mu_0 q_0^2 \omega_0^2}{6\pi c}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \varphi\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{7}$$

cu

$$\varphi = \frac{\mu_0 q_0^2 \omega_0^2}{6\pi c}. \tag{8}$$

Ecuația (2) ia atunci forma următoare:

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\varphi}{m_0}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = \frac{q_0}{m_0}E_0(t) \tag{9}$$

Valorile mărimilor $\varkappa$ și φ pot fi calculate cu ajutorul relațiilor (6), respectiv (8) dacă pulsația ω_0 este cunoscută.

Ecuația pe care o satisface polarizația electrică de tip electronic P, se obține înmulțind ambii membri ai ecuației (9) cu zq_0 pentru a obține momentul electric mediu al unui atom, p_e, și apoi cu numărul N de atomi din unitatea de volum:

$$\frac{\mathrm{d}^2P}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\varphi}{m_0}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 P = \frac{N z q_0^2}{m_0}E_0 = \frac{N z q_0^2}{m_0}\left(E + \frac{\gamma}{\varepsilon_0}P\right), \tag{10}$$

în care am ținut seamă de expresia cîmpului activ (interior)

$$E_0 = E + \frac{\gamma}{\varepsilon_0}P$$

în funcție de cîmpul macroscopic E. Factorul γ din ultima expresie depind de structura microscopică a materialului; pentru corpuri cristalizat în sistemele cubice sau, mai general, pentru cele a căror structur prezintă simetrie sferică în jurul oricărui punct interior, se obține $\gamma=\frac{1}{3}$

Notînd

$$\omega_0'^2 = \omega_0^2 - \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0 m_0} \tag{11}$$

și integrînd ecuația (10), în complex, obținem

$$\underline{P} = \frac{N z q_0^2}{m_0} \frac{1}{\omega_0'^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\varphi}{m_0}} \underline{E} \tag{12}$$

Deoarece mărimile $\underline{P}$ și $\underline{E}$ nu sînt în fază în cazul materialelor cu pierderi se definește o susceptivitate electrică complexă $\underline{\chi}_e$, respectiv o permitivitate relativă complexă, $\underline{\varepsilon}_r = 1 + \underline{\chi}_e$, cu ajutorul relației

$$\underline{P} = \varepsilon_0 \underline{\chi}_e \underline{E} = \varepsilon_0 (\underline{\varepsilon}_r - 1) \underline{E}. \tag{13}$$

Între inducția electrică complexă $\underline{D}$ și intensitatea complexă a cîmpului electric $\underline{E}$ rezultă, pentru materialele izotrope și nepolarizate electric permanent, relația

$$\underline{D} = \varepsilon_0 \underline{\varepsilon}_r \underline{E}. \tag{14}$$

Din relațiile (12) și (13) rezultă

$$\underline{\varepsilon}_r = 1 + \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{\omega_0'^2 - \omega^2 + j\omega \frac{\varphi}{m_0}}, \tag{15}$$

sau, folosind expresia $\underline{\varepsilon}_r = \varepsilon_r' - \mathrm{j}\, \varepsilon_r''$ a permitivității complexe, mai rezultă

$$\varepsilon_r' = 1 + \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{\omega_0'^2 - \omega^2}{(\omega_0'^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \frac{\varphi^2}{m_0^2}}; \tag{16}$$

$$\varepsilon_r'' = \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{\frac{\varphi}{m_0}\omega}{(\omega_0'^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \frac{\varphi^2}{m_0^2}}, \tag{17}$$

$$\mathrm{tg}\, \delta_h = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'}. \tag{18}$$

Variația în funcție de ω a mărimilor ε_r' și ε_r'' este reprezentată în figura 3, în care $\varkappa' = m_0 \omega_0'^2$.

Rezultatele obținute mai sus pentru polarizația electronică sînt valabile (cu valori adecvate ale constantelor φ și $\varkappa$) și pentru polarizația

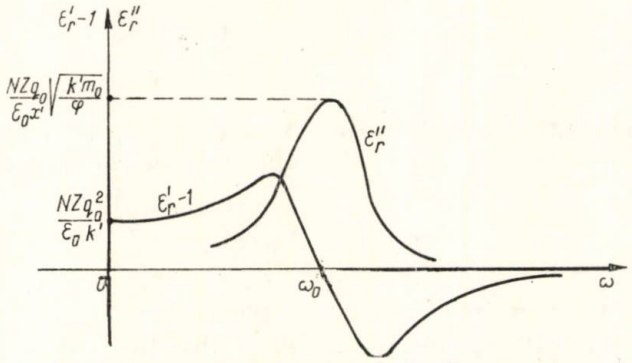


Fig. 3. — Dependența mărimilor ε_r' și ε_r'' de pulsația ω pentru materiale cu polarizație electronică.

onică, deoarece ionii din nodurile rețelei cristaline pot fi, de asemenea, asimilați, în cîmpuri electrice alternative, cu oscilatori elementari (în primă aproximație).

2. CALCULUL SCHEMEI ECHIVALENTE PENTRU CONDENSATOARE CU DIELECTRICI CARE PREZINTĂ POLARIZAȚII ELECTRONICE SAU IONICE

Schema echivalentă a unui condensator cu un dielectric neideal este formată dintr-o grupare de elemente de circuit care prezintă aceleași pierderi de energie ca și condensatorul dat și deci aceeași tg δ [1].

Considerăm un condensator plan alimentat sub tensiune la borne sinusoidală și avînd un dielectric omogen, izotrop, nepolar și de conductivitate nenulă σ. Notăm cu A aria armăturilor și cu g grosimea dielectricului condensatorului; intensitatea complexă a curentului absorbit de condensator are expresia

$$\underline{I} = A\,(\underline{J} + \underline{J}_D) = A\,(\underline{J} + j\,\omega\,\underline{D}) = A\,(\sigma + \mathrm{j}\,\omega\varepsilon_0\,\underline{\varepsilon}_r)\,\underline{E},$$

în care $\underline{J}$ este densitatea complexă a curentului de conducție, iar $\underline{J}_D = \mathrm{j}\,\omega\,\underline{D}$ a curentului de deplasare. Tensiunea la borne (complexă) $\underline{U}$ se poate exprima în funcție de intensitatea cîmpului electric $\underline{E}$ prin relația

$$\underline{U} = g\,\underline{E}.$$

Rezultă atunci că admitanța complexă a condensatorului are expresia

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \mathrm{j}\,\omega\,\frac{\varepsilon_0 A}{g}\,\underline{\varepsilon}_r + \frac{A\sigma}{g}$$

sau, notînd cu $C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{g}$ capacitatea pe care ar avea-o condensatoru dat dacă între armături ar fi vid (în locul materialului dielectric) expresia :

$$\underline{Y} = \mathrm{j}\,\omega\, C_0 \underline{\varepsilon}_r + \frac{\sigma C_0}{\varepsilon_0} \tag{19}$$

Scriem ultima egalitate sub forma $\underline{Y} = \mathrm{j}\,\omega\, C_0\, \underline{\varepsilon}_{rt}$, în care $\underline{\varepsilon}_{rt} = \underline{\varepsilon}_r + \sigma/\mathrm{j}\,\omega\,\varepsilon_0 = \varepsilon_r' - \mathrm{j}\varepsilon_r'' - \mathrm{j}\sigma/\varepsilon_0\,\omega$. Cu ajutorul acestei expresii se poate defini mărimea

$$\varepsilon_{rt}'' = \varepsilon_r'' + \sigma/\varepsilon_0\,\omega, \tag{20}$$

care reprezintă coeficientul total de pierderi.

Înlocuind în (19) expresia mărimii $\underline{\varepsilon}_r$ din (15) mai obținem următoarea expresie a admitanței complexe :

$$\underline{Y} = \mathrm{j}\,\omega\, C_0 + \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{\mathrm{j}\,\omega\, C_0}{\omega_0'^2 - \omega^2 + \mathrm{j}\omega \dfrac{\varphi}{m_0}} + \frac{\sigma C_0}{\varepsilon_0},$$

sau

$$Y(s) = \frac{(s^2 + \alpha s + \omega_0'^2)\, sC_0 + sC_0 B}{s^2 + \alpha\, s + \omega_0'^2} + \frac{\sigma C_0}{\varepsilon_0}, \tag{21}$$

dacă notăm

$$\mathrm{j}\,\omega = s\,;\ \frac{\varphi}{m_0} = \alpha \quad \text{și} \quad \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0 m_0} = B.$$

Ne propunem acum să construim o schemă echivalentă a condensatorului — cu ajutorul teoremelor cunoscute din sinteza rețelelor electrice — formată din elemente neliniare, a cărei admitanță să aibă expresia (21).

Se știe din sinteza rețelelor electrice [2] că pentru ca o funcție $F(s)$ de impedanță sau de admitanță să admită o schemă formată din elemente simple (fără transformatoare etc.) este necesar ca funcția să îndeplinească următoarele condiții :

1. — să fie pozitiv reală, adică :
   1.1. — $F(s)$ să fie reală pentru s real, și
   1.2. — $\mathrm{Re}\, F(s) \geqslant 0$, dacă $\mathrm{Re}\, s = 0$; $\mathrm{Re}\, F(s) > 0$, dacă $\mathrm{Re}\, s > 0$;
2. — să se descompună în fracții simple, fiecare fracție îndeplinind condițiile 1.

Funcția $Y(s)$ îndeplinește condiția (1), iar condiția (2) poate fi îndeplinită după descompunerea ei sub forma funcției continue Stieljes

(descompunerea pe care am efectuat-o prin încercări) în așa fel încît cîturile parțiale să fie pozitive și să aibă coeficienți pozitivi (Anexa *A*):

$$Y(s) = s\,C_0 + \frac{1}{\dfrac{s}{C_0 B} + \dfrac{\alpha}{C_0 B} + \dfrac{1}{\dfrac{C_0 B}{\omega_0'^2}\,s}} + \frac{\sigma C_0}{\varepsilon_0}\,; \tag{22}$$

ultima expresie conduce la sinteza unui dipol sub formele canonice ale lui Cauer [2] (fig. 4).

Dacă notăm cu $G_c = \sigma A/g = \sigma C_0/\varepsilon_0$ conductanța dielectricului, expresia admitanței ia forma

$$Y(s) = \frac{(s^2 + \alpha s + \omega_0'^2)\,C_0\,s + C_0 B s}{s^2 + \alpha\,s + \omega_0'^2} + G_c, \tag{23}$$

și deci, în cazul cel mai general, schema echivalentă va fi cea reprezentată în figura 5.

Față de schemele uzuale folosite [$R-C$ serie sau paralel (scheme ale căror parametri se deduc prin încercări)] această schemă prezintă, ca elemente în plus, inductivitatea $L = \dfrac{1}{C_0 B}$ care corespunde fenomenului de radiație electromagnetică a electronului în mișcare, rezistența $R = \dfrac{\alpha}{C_0 B}$ și capacitatea $C = \dfrac{C_0 B}{\omega_0'^2}$, valorile lor fiind foarte mici în comparație cu R_c și C_0 în cazul frecvențelor depărtate de frecvența proprie a electronului.

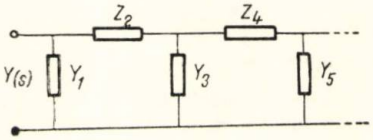


Fig. 4. — Dipol echivalent corespunzător formelor canonice Cauer.

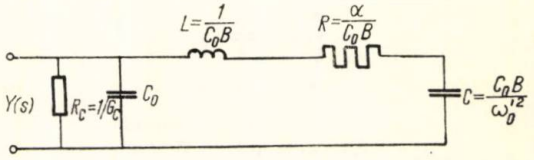


Fig. 5. — Schema echivalentă a unui condensator cu dielectric cu polarizație electronică și conductivitate nenulă.

Considerăm, ca exemplu, un condensator cu armături circulare avînd diametrul $D = 100$ mm și distanța dintre armături $g = 1$ mm, pentru care $C_0 = 70$ pF și al cărui dielectric are următoarele caracteristici: rezistivitatea $\rho = 10^{12}$ Ωm, pulsația de rezonanță proprie $\omega_0 = 0{,}7 \cdot 10^{15}\ s^{-1}$, concentrația numerică a atomilor $N_v = 2{,}6 \cdot 10^{25}\ m^{-3}$, numărul $Z = 10$; ținînd seamă că sarcina, respectiv masa electronului

au valorile $q_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C și $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg se obțin valorile următoare ale parametrilor R, L, C:

$$C = \frac{C_0 B}{\omega_0'^2} = 0{,}14 \text{ pF},$$

$$L = \frac{1}{C_0 B} = 1{,}58 \cdot 10^{-17} \text{ H},$$

$$R = \frac{\alpha}{C_0 B} = 1{,}73 \cdot 10^{-9} \Omega.$$

Examinăm forma schemei echivalente a acestui condensator pentru următoarele două cazuri particulare:

a) Pulsația tensiunii de alimentare corespunde frecvenței industriale: $f = 50$ Hz, $\omega = 314$ s^{-1}; în acest caz obținem valorile:

$$\frac{R_c}{X_0} = \frac{\rho \frac{g}{A}}{\frac{1}{\omega C_0}} = \frac{\rho \frac{\varepsilon_0}{C_0}}{\frac{1}{\omega C_0}} = \rho \omega \varepsilon_0 = 2\,780,$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{\omega_0'^2}{\omega C_0 B} = 4{,}5 \cdot 10^7 \Omega,$$

$$X_L = \omega L = \frac{\omega}{C_0 B} = 5 \cdot 10^{-15} \Omega,$$

din care rezultă $X_c \gg R$, $X_c \gg X_L$ și deci că, practic, schema echivalentă a condensatorului cu pierderi are forma reprezentată în figura 6.

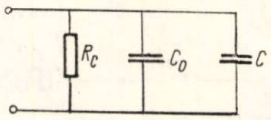


Fig. 6. — Schema simplificată a dipolului din figura 5, pentru cazul frecvențelor joase.

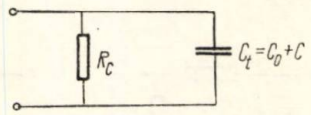


Fig. 7. — Schemă echivalentă a dipolului din figura 6.

Cum $X_0/X_c \approx 1$, mai obținem schema folosită curent pentru încercările materialelor electrotehnice, adică schema paralel (fig. 7), din care rezultă

$$\varepsilon_r' = \frac{C_0 + C}{C_0},$$

$$\varepsilon_{rt}'' = \frac{1}{C_0 R_c \omega}, \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon_{rt}''}{\varepsilon_r'} = \frac{1}{R_c (C_0 + C)\, \omega}.$$

b) Pulsaţia cîmpului electric exterior corespunde frecvenţei proprii electronului $\omega = \omega_0' \approx 10^{15}\ s^{-1}$; între parametrii schemei rezultă — entru această pulsaţie — relaţiile :

$$\frac{R_c}{X_0} = \rho \varepsilon_0 \omega_0' = 10^{14};\ R_c \gg X_0$$

$$\frac{R}{X_c} = \frac{\alpha\omega}{\omega_0'^2} = 10^{-8};\ X_c \gg R$$

$$\frac{X_L}{X_c} = \frac{\omega^2}{\omega_0'^2} = 1; \qquad X_c = X_L.$$

În acest caz schema echivalentă ar corespunde aceleia din figura 8 leşi practic nu se poate pune problema alimentării schemei sub o astfel e frecvenţă) :

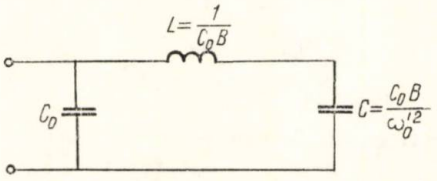


Fig. 8. — Schema simplificată a dipolului din figura 5 pentru cazul frecvenţelor apropiate de frecvenţa de rezonanţă.

Structura acestei scheme permite şi evidenţierea fenomenului de dispersie anomală" care consistă în scăderea valorii mărimii ε_r' atunci înd pulsaţia cîmpului ia valori în jurul pulsaţiei proprii (v. datele abelei 1).

Observăm că schemele stabilite în cazul dielectricilor cu polarizaţie onică au aceleaşi structuri, deoarece expresiile (21) · · · (23) sînt valabile i în acest caz, evident parametrii lor avînd valori corespunzătoare măriilor m_0', φ', $\varkappa'$ ale ionilor.

3. POLARIZAŢIA DE ORIENTARE

Pentru polarizaţia de orientare se pot determina simplu expresiile nărimilor ε_r, ε_r' şi ε_r'' dacă se ţine seama că rotaţia moleculelor polare oate fi asimilată cu mişcarea de translaţie a unor oscilatori liniari. Şi n acest caz poate fi deci utilizată ecuaţia (2), cu observaţia că se poate eglija în această ecuaţie termenul $m_0 \mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$ în raport cu termenii din membrul drept (v. [6], § 11). Ecuaţia (10) ia, în final, forma

$$\frac{\varphi}{m}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 P = \frac{N z q_0^2}{m}\left(E + \frac{\gamma}{\varepsilon_0} P\right)$$

Tabe

$\omega[s^{-1}]$	0	$3{,}14\cdot10^{2}$	10^{4}	10^{8}	$2\cdot10^{14}$	$6\cdot10^{14}$
ε_r'	2,92	2,92	2,92	2,9291	3,07	10,44
ε_{rt}''	∞	$3{,}6\cdot10^{-4}$	$1{,}15\cdot10^{-5}$	$1{,}13\cdot10^{-7}$	$1{,}01\cdot10^{-9}$	$6{,}39\cdot10^{-}$

Obs. Pentru efectuarea calculelor s-a considerat un dielectric pentru care:

$\varphi = 10^{-24}$ Ns/m, $\omega_0'^2 = 4{,}5\cdot10^{29}$ s^{-2}, $\alpha^2 = 10^{12}$ s^{-}

din care rezultă

$$\underline{\varepsilon}_r = 1 + \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0(\varkappa' + \mathrm{j}\varphi\omega)}, \tag{2}$$

$$\varepsilon_r' = 1 + \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0}\frac{\varkappa'}{\varkappa'^2 + \varphi^2\omega^2}, \tag{2}$$

$$\varepsilon_r'' = \frac{N z q_0^2}{\varepsilon_0}\frac{\varphi\omega}{\varkappa'^2 + \varphi^2\omega^2},$$

cu reprezentările grafice din figura 9.

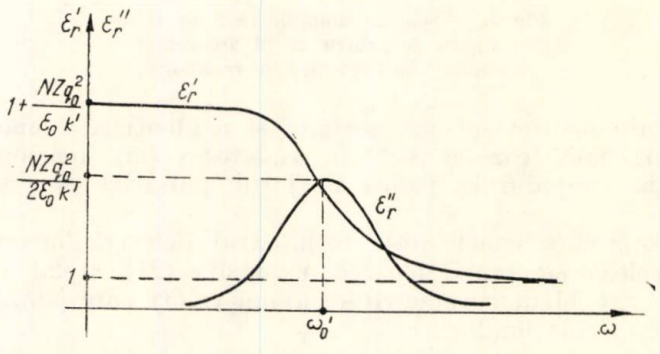


Fig. 9. — Dependența mărimilor ε_r' și ε_r'' de pulsația ω pentru materiale cu polarizație de orientare.

4. CALCULUL SCHEMEI ECHIVALENTE PENTRU MATERIALE CARE PREZINTĂ POLARIZAȚIE DE ORIENTARE

Pentru determinarea schemei echivalente, considerăm funcția admi tanță de forma (19), în care neglijăm termenul corespunzător curentulu de conducție, cu $\underline{\varepsilon}_r$ din (24)

$$\underline{Y}(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{j}\,\omega\, C_0\,\underline{\varepsilon}_r = C_0\,\frac{\mathrm{j}\omega\,(\mathrm{j}\omega + \omega_0'')}{\mathrm{j}\omega + \tau\omega_0'^2}, \tag{26}$$

1

$6{,}706\cdot10^{14}$	$6{,}708.10^{14}$	$6{,}709\cdot10^{14}$	$7\cdot10^{14}$	$2\cdot10^{15}$	$5\cdot10^{15}$
$2{,}83.10^{4}$	1	$-8{,}5\cdot10^{3}$	$-16{,}2$	0,761	0,966
$6{,}33.10^{-1}$	$1{,}26\cdot10^{9}$	$5{,}7\cdot10^{-2}$	$2{,}38\cdot10^{-7}$	$1{,}35.10^{-10}$	$7\cdot10^{-12}$

$B = 8{,}5\cdot10^{29}\ s^{-2}$, $\varrho = 10^{12}\ \Omega m$.

unde

$$\omega_0'^2 = \omega_0^2 - \frac{N z q_0^2}{m}; \quad \tau = \frac{m}{\varphi}; \quad A = \frac{N z q_0^2}{m \varepsilon_0} \text{ și } \omega_0'' = \tau(\omega_0' + A).$$

Pentru determinarea parametrilor schemei echivalente este indicat să se folosească funcția impedanță

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{1}{\underline{Y}(j\omega)} = \frac{1}{C_0} \frac{j\omega + \tau\omega_0'^2}{j\omega(j\omega + \omega_0'')}. \tag{27}$$

Notînd $\frac{1}{C_0} = K_0$ și $j\omega = s$ relația (27) ia forma

$$Z(s) = K_0 \frac{s + \tau\omega_0'^2}{S(s + \omega_0'')} \tag{28}$$

sau, după descompunere în fracții simple, forma

$$Z(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s + \omega_0''}, \tag{29}$$

în care

$$K_1 = K_0 \frac{\tau\omega_0'^2}{\omega_0''} \text{ și } K_2 = K_0 \frac{\omega_0'' - \tau\omega_0'^2}{\omega_0''} = \frac{\tau A}{\omega_0''}. \tag{30}$$

Expresiei (29) îi corespunde dipolul din figura 10 (v. [2]), în care s-au făcut notațiile

$$C_1 = \frac{1}{K_1} = \frac{C_0\omega_0''}{\tau\omega_0'^2}$$

$$C_2 = \frac{1}{K_2} = \frac{C_0\omega_0''}{\tau A} \tag{31}$$

$$R_2 = \frac{K_2}{\omega_0''} = \frac{A}{C_0\omega_0''^2}.$$

Schema echivalentă determinată pe această cale diferă de cea folosită curent în practică și care este reprezentată în figura 11. Punînd însă condiția ca dipolii din figurile 10 și 11 să aibă aceeași admitanță

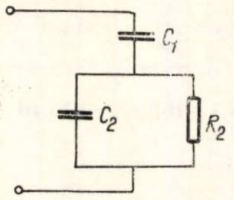


Fig. 10. — Schema echivalentă a unui condensator cu dielectric cu polarizație de orientare.

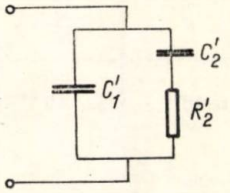


Fig. 11. — Schemă echivalentă dipolului din figura 10.

și aceleași pierderi, se poate obține transformarea unuia în celălalt (v. Anexa B), legăturile dintre parametrii lor fiind date de egalitățile:

$$C_1' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \quad C_2' = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2}; \quad R_2' = R_2 \frac{(C_1 + C_2)^2}{C_1^2}. \tag{32}$$

Pentru a se ține seamă de pierderile datorite conductivității electrice a materialului se adaugă un element de circuit cu rezistența R_c, respectiv conductanța G_c, în paralel, similar cu cel din figura 5.

5. CONCLUZII

1. Folosirea schemelor echivalente prezintă importanță deosebită în încercările materialelor electrotehnice. Astfel, folosind una din schemele obținute și efectuînd două măsurători ale permitivității relative (pentru un material oarecare) la două frecvențe diferite (o frecvență joasă și una suficient de înaltă) se poate cunoaște modul de variație a permitivității și tangentei unghiului de pierderi în raport cu pulsația.

Astfel, în cazul polarizației de orientare se obțin relațiile

$$\varepsilon_r' = \varepsilon_{r\infty}' + \frac{\varepsilon_{rst}' - \varepsilon_{r\infty}'}{1 + \omega^2 \tau_2^2}$$

$$\varepsilon_{rt}'' = \frac{(\varepsilon_{rst}' - \varepsilon_{r\infty}')\,\omega \tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \tag{33}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{(\varepsilon_{rst}' - \varepsilon_{r\infty}')\,\omega \tau_2}{\varepsilon_{rst}' + \varepsilon_{r\infty}' \omega^2 \tau_2^2}$$

în care s-a notat cu $\tau_2 = R_2 C_2$ constanta de timp a circuitului RC, cu $\varepsilon_{rst}' = \dfrac{C_1' + C_2'}{C_0} = \dfrac{C_1^2 + C_1 C_2}{(C_1 + C_2)\,C_0}$ permitivitatea relativă măsurată pentru

o frecvență foarte mică și cu $\varepsilon'_{r\infty} = \frac{C'_1}{C_0} = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2) C_0}$ permitivitatea relativă măsurată pentru o frecvență foarte înaltă ($\varepsilon'_{r\infty}|_{\omega\to\infty} = 1$). Remarcăm faptul că în relațiile (33) nu mai intervine decît pulsația ca parametru.

2. Plecînd de la considerații microscopice s-a determinat structura schemelor echivalente cum și valorile parametrilor care intervin, parametri care — în general — sînt obținuți printr-un număr mare de încercări experimentale.

3. Din măsurări ale mărimilor ε'_r și tg δ se pot obține informații referitoare la structura microscopică a unui material, adică se pot determina, de exemplu, timpul de relaxație și mărimile φ, $\varkappa$.

ANEXA A

Descompunerea fracției raționale

$$Y(s) = \frac{s^3 C_0 + s^2 \alpha C_0 + s(\omega_0'^2 C_0 + C_0 B)}{s^2 + s\alpha + \omega_0'^2}$$

în fracție continuă Stieljes se efectuează pe etape:

1. Se împarte numărătorul la numitorul fracției, obținîndu-se cîtul Q_1 și restul R_1;

2. Se împarte numitorul fracției (împărțitorul din etapa precedentă) la restul R_1, obținîndu-se cîtul Q_2 și restul R_2 etc.

În etapa a doua de calcul s-a considerat cîtul $Q_2 = \frac{s}{C_0 B} + \frac{\alpha}{C_0 B}$, și nu $\frac{s}{C_0 B}$, pentru a se evita semnul negativ care ar fi rezultat pentru cîtul parțial Q_3. Calculele se pot ordona corespunzător următoarei scheme:

$$\begin{array}{r|l} s^2 + s\alpha + \omega_0'^2 & sC_0 \\ \hline -s^3 C_0 - s^2 \alpha C_0 - s\omega_0'^2 C_0 & \\ \hline / \quad / \quad / & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} sC_0 B & \frac{s}{C_0 B} + \frac{\alpha}{C_0 B} \\ \hline -s^2 - s\alpha & \\ \hline / \quad / & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} s^2 + s\alpha + \omega_0'^2 & \frac{C_0 B}{\omega_0'^2} s \\ \hline \omega_0'^2 & sC_0 B \\ \hline & -sC_0 B \\ \hline & / \end{array}$$

ANEXA B

Deoarece în încercările industriale schemele cele mai folosite sînt de tipul celei din figura 11 determinăm, în cele de urmează, elementele acestei scheme pornind de la schema obținută în § 4 și reprezentată în figura 10.

Admitanțele corespunzătoare celor două circuite sînt :

$$\underline{Y}'(j\omega) = j\omega C_1' + \frac{1}{R_2' + \dfrac{1}{j\omega C_2'}} = \frac{j\omega(C_1' + C_2') - \omega^2 R_2' C_1' C_2'}{1 + j\omega R_2' C_2'}$$

$$\underline{Y}(j\omega) = \frac{j\omega C_1 (1 + j\omega R_2 C_2)}{1 + j\omega R_2 (C_1 + C_2)} = \frac{j\omega C_1 - \omega^2 R_2 C_1 C_2}{1 + j\omega R_2 (C_1 + C_2)} \tag{1}$$

sau

$$\underline{Y}'(j\omega) = \frac{\omega^2 R_2' C_2' (C_1' + C_2') - \omega^2 R_2' C_1' C_2'}{1 + \omega^2 R_2'^2 C_2'^2} + j\omega \frac{C_1' + C_2' + \omega^2 R_2' C_1' C_2'^2}{1 + \omega^2 R_2'^2 C_2'^2}$$

$$\underline{Y}(j\omega) = \frac{\omega^2 R_2 C_1 (C_1 + C_2) - \omega^2 R_2 C_1 C_2}{1 + \omega^2 R_2^2 (C_1 + C_2)^2} + j\omega \frac{C_1 + \omega^2 R_2^2 C_1 C_2 (C_1 + C_2)}{1 + \omega^2 R_2^2 (C_1 + C_2)^2}. \tag{2}$$

Egalînd cele două admitanțe și punînd condiția ca egalitatea să fie satisfăcută pentru orice valoare a lui ω, obținem

$$Y(\omega) - Y'(\omega) = F(\omega) \equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Re}\,[F(\omega)] \equiv 0 \\ \text{Im}\,[F(\omega)] \equiv 0 \end{cases}$$

Din identitatea $\text{Re}\,[F(\omega)] \equiv 0$ rezultă.

$$(1 + \omega^2 R_2'^2 C_2'^2)\,[\omega^2 R_2 C_1 (C_1 + C_2) - \omega^2 R_2 C_1 C_2] -$$

$$- [1 + \omega^2 R_2^2 (C_1 + C_2)^2][\omega^2 R_2' C_2' (C_1' + C_2') - \omega^2 R_2' C_1' C_2'] \equiv 0,$$

relație satisfăcută pentru :

$$\omega^2 [R_2 C_1 (C_1 + C_2) - R_2 C_1 C_2 + R_2' C_1' C_2' - R_2' C_2' (C_1' + C_2')] = 0 \tag{3}$$

și

$$\omega^4 \{R_2'^2 C_2'^2 [R_2 C_1 (C_1 + C_2) - R_2 C_1 C_2] -$$

$$- R_2^2 (C_1 + C_2)^2 [R_2' C_1' C_2' - R_2' C_2' (C_1' + C_2')]\} = 0. \tag{4}$$

Din Im $[F(\omega)] \equiv 0$ rezultă identitatea

$$(1 + \omega^2 R_2'^2 C_2'^2)\,[C_1 + \omega^2 R_2^2 (C_1 + C_2) C_1 C_2] - [1 + \omega^2 R_2^2 (C_1 + C_2)^2] \cdot$$

$$\cdot (C_1' + C_2' + \omega^2 R_2'^2\, C_1' C_2'^2) \equiv 0$$

are conduce la ecuaţiile

$$C_1 - (C_1' + C_2') = 0 \tag{5}$$

$$\omega^2[R_2^2 C_1 C_2 (C_1 + C_2) - R_2'^2 C_1' C_2'^2 + R_2'^2 C_1' C_2'^2 - R_2^2 (C_1 + C_2)^2 (C_1' + C_2')] = 0 \tag{6}$$

$$\omega^4[R_2'^2 C_2'^2 R_2^2 C_1 C_2\,(C_1 + C_2) - R_2^2 (C_1 + C_2)^2 R_2'^2 C_1' C_2'^2] = 0. \tag{7}$$

Efectuînd operaţiile, obţinem (considerînd $\omega \neq 0$):

$$R_2 C_1^2 - R_2' C_2'^2 = 0 \tag{3'}$$

$$R_2' C_1^2 - R_2 (C_1 + C_2)^2 = 0 \tag{4'}$$

$$C_1 - (C_1' + C_2') = 0 \tag{5'}$$

$$R_2^2 C_1 C_2\,(C_1 + C_2) - R_2'^2 C_1' C_2'^2 + R_2'^2\, C_2'^2 C_1 - R_2^2 (C_1 + C_2)^2 (C_1' + C_2') = 0 \tag{6'}$$

$$C_1 C_2 - C_1'\,(C_1 + C_2) = 0 \tag{7'}$$

adică un sistem de 5 ecuaţii cu 3 necunoscute, a cărui compatibilitate poate fi verificată cu uşurinţă.

Din ecuaţiile (4'), (7') şi (5') obţinem:

$$R_2' = R_2 \frac{(C_1 + C_2)^2}{C_1^2};\quad C_1' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \text{ şi } C_2' = \frac{C_1^2}{C_1 + C_2}$$

soluţii care verifică (identic) şi ecuaţiile (3') şi (6').

BIBLIOGRAFIE

1. Christiana Popescu, Cecilia Lefter, *Maleriale electrolehnice*. Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1970.
2. M. Preda, P. Cristea, *Analiza şi sinteza circuitelor electrice*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1958.
3. A. von Hippel, *Dielectrics and Waves*. John Wiley and Sons, New York, 1954.
4. A. von Hippel, *Dielectric Materials and Applications*. John Wiley and Sons, New York, 1954.
5. V. Sergiescu, *Introducere în fizica solidului*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1956.
6. H.P.J. Wijin, P. Dullenkopf, *Werkstoffe der Elektrotechnik*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1967.

FORMULĂ TOPOLOGICĂ GENERALĂ PENTRU TRANSMITANŢELE CIRCUITELOR MULTIPORT

MARIUS PREDA, IOANA BREAZU, JACK MARCOVICI

621.3.011

În lucrare se prezintă o formulă topologică generală care exprimă unitar toate transmitanţele dintre porţile diferite ale unui multiport, indiferent de natura lor fizică : impedanţe, admitanţe, factori de transfer în tensiune sau în curent. Această formulă prezintă avantajul utilizării numai a arborilor grafului şi a admitanţelor laturilor multiportului ceea ce duce la o sistematizare şi simplificare a calculelor necesare determinării ecuaţiilor de funcţionare ale multiporţilor.

Cea mai generală formă a ecuaţiilor unui multiport pasiv în condiţii iniţiale de zero se exprimă alegînd ca mărimi de intrare tensiunile la bornele unora din porţi şi intensităţile curenţilor la bornele celorlalte porţi. Considerînd corespunzător surse ideale de tensiune respectiv surse ideale de curent pentru porţi se obţine multiportul alimentat aşa cum se indică în figura 1. Ecuaţia matricială a unui astfel de multiport se poate pune în forma operaţională :

$$\left|\frac{[U_\alpha]}{[I_\beta]}\right| = \left|\frac{[T_{\alpha\alpha}]}{[T_{\beta\alpha}]}\ \frac{[T_{\alpha\beta}]}{[T_{\beta\beta}]}\right| \cdot \left|\frac{[I_\alpha]}{[U_\beta]}\right|, \tag{1}$$

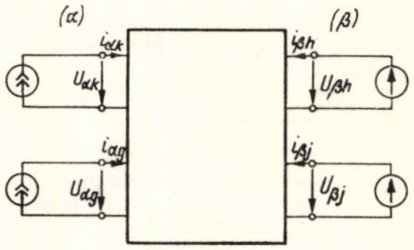


Fig. 1. — Multiport alimentat cu surse ideale corespunzătoare mărimii de intrare a fiecărei porţi.

în care $[U_\alpha]$, $[I_\beta]$ sînt matricele imaginilor mărimilor de ieşire, tensiuni respectiv curenţi, la porţile α respectiv β ale căror mărimi de intrare

sînt curenţii respectiv tensiunile cu imagini grupate în matricele $[I_\alpha]$, $[U_\beta]$; elementele matricelor transmitanţelor au următoarele semnificaţii: impedanţe de transfer operaţionale pentru $[T_{\alpha\alpha}]$, admitanţe de transfer operaţionale pentru $[T_{\beta\beta}]$, factori operaţionali de transfer în tensiune pentru $[T_{\alpha\beta}]$, şi factori operaţionali de transfer în curent pentru $[T_{\beta\alpha}]$. Transmitanţele definite de ecuaţia matricială (1) corespund regimurilor reprezentate în figurile 2*a*, *b*, în care se pasivizează toate sursele în afară de cea corespunzătoare mărimii de intrare respective şi au expresiile:

$$T_{\alpha_g\alpha_k} = \left(\frac{U_{\alpha_g}}{I_{\alpha_k}}\right)_{I_{\alpha_k}}, \tag{2}$$

$$T_{\beta_h\alpha_k} = \left(\frac{I_{\beta_h}}{I_{\alpha_k}}\right)_{I_{\alpha_k}}, \tag{3}$$

$$T_{\alpha_g\beta_h} = \left(\frac{U_{\alpha_g}}{U_{\beta_h}}\right)_{U_{\beta_h}}, \tag{4}$$

$$T_{\beta_j\beta_h} = \left(\frac{I_{\beta_j}}{U_{\beta_h}}\right)_{U_{\beta_h}}, \tag{5}$$

unde indicele din exteriorul parantezelor indică singura mărime de intrare nenulă în regimul care determină valoarea transmitanţei respective.

Formulele topologice existente în literatură exprimă transmitanţe pentru laturi cu elemente pasive care conţin în serie surse de tensiune şi laturi care au în derivaţie surse de curent. Aceste condiţii evident nu sînt în general îndeplinite pentru un multiport la care perechile de accesuri care formează porţi sînt luate arbitrar. Pentru stabilirea unor formule topologice generale aplicabile transmitanţelor multiportului (2)—(5)

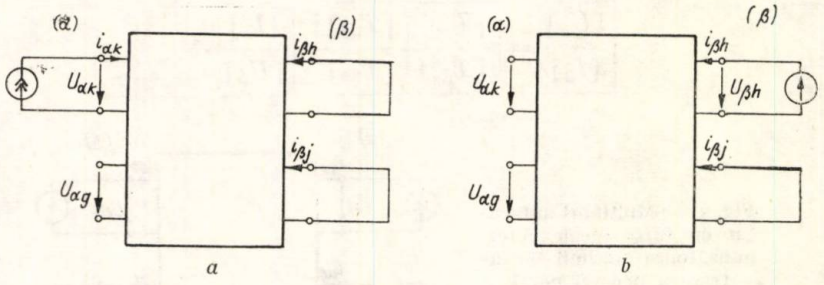


Fig. 2. — Multiportul cu o singură sursă nepasivizată (*a*) de curent, (*b*) de tensiune.

în cazul în care acesta nu conţine surse comandate şi nici cuplaje magnetice între elementele sale se pot introduce elemente pasive de circuit care să formeze laturile necesare aplicării formulelor topologice cunoscute şi apoi, prin treceri la limită care corespund eliminării elementelor pasive introduse, să se determine noi formule topologice.

Astfel pentru calculul transmitanței $T_{\alpha_g \alpha_k}$ se pot introduce laturile pasive α_k, α_g cu admitanțele operaționale $Y\alpha_k$, $Y\alpha_g$, indicate punctat în figura 3*a*. Utilizînd formula topologică [1] a impedanțelor de transfer rezultă :

$$T_{\alpha_g \alpha_k} = \lim_{\substack{Y_g \to 0 \\ Y_k \to 0}} \frac{\sum\limits_{A_{gk,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum\limits_{A_{gk}} V_S(y)}, \tag{6}$$

unde prin $\sum\limits_{A_{gk,-1}}$ se înțelege suma valorilor în admitanțe ale subgrafurilor S care completate fie cu latura g fie cu latura k formează un arbore în graful (G_{gk}) în care toate sursele sînt pasivizate cu excepția surselor α_g, α_k pentru care se consideră laturile respective.

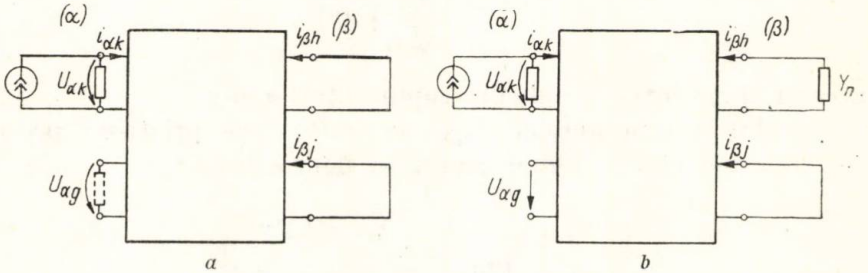


Fig. 3. — Multiportul completat în vederea calculării impedanței operaționale de transfer (*a*), respectiv factorului operațional de transfer în curent (*b*).

Factorul de semn ε_S are valorile $+1$, respectiv -1, după cum laturile g și k adăugate la subgraful $S \in A_{gk-1}$ au același sens, respectiv sensuri opuse în bucla pe care o închid.

Prin $\sum\limits_{A_{gk}}$ s-a notat suma pentru subgrafele care formează arbori în graful G_{gk}. Utilizînd formula Feussner pentru dezvoltarea sumei de la numitor după laturile Y_g, Y_k, se obține :

$$\sum_{A_{gk}} V_S(y) = Y_g Y_k \sum_{A_{gs,ks}} V_S(y) + Y_g \sum_{A_{gs,kg}} V_S(y) +$$

$$+ Y_k \sum_{A_{gg,ks}} V_S(y) + \sum_{A_{gg,kg}} V_S(y), \tag{7}$$

unde indicele suplimentar g indică eliminarea laturii, respective prin mers în gol, iar indicele suplimentar s indică eliminarea laturii respective prin mers în scurtcircuit. Ca urmare, prin trecere la limită în (6) se obține prima formulă topologică căutată :

$$T_{\alpha_g \alpha_k} = \frac{\sum\limits_{A_{gk,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum\limits_{A_{gg,kg}} V_S(y)}. \tag{8}$$

Pentru calculul transmitanţelor $T_{\beta_h \alpha_k}$ se pot introduce laturile pasive Y_h, Y_k aşa cum se indică în figura 3*b*. Utilizînd formula topologică a impedanţei de transfer, înmulţind cu admitanţa operaţională Y_h şi trecînd la limita pentru $Y_h \to \infty$ se obţine :

$$T_{\beta_h \alpha_k} = \lim_{\substack{Y_h \to \infty \\ Y_k \to 0}} Y_h \frac{\sum_{A_{kh,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum_{A_{kh}} V_S(y)}. \tag{9}$$

Dezvoltînd, şi în acest caz suma de la numitor, după formula lui Feussner, rezultă :

$$T_{\beta_h \alpha_k} = \frac{\sum_{A_{kh,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum_{A_{kg,hs}} V_S(y)} \tag{10}$$

cu aceeaşi semnificaţie a indicilor suplimentari s şi g.

Calculul transmitanţelor $T_{\alpha_g \beta_h}$ se poate face printr-un procedeu analog, folosind circuitul reprezentat în figura 4*a* :

$$T_{\alpha_g \beta_h} = \lim_{\substack{Y_g \to 0 \\ Y_h \to \infty}} Y_h \frac{\sum_{A_{gh,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum_{A_{g,h}} V_S(y)}. \tag{11}$$

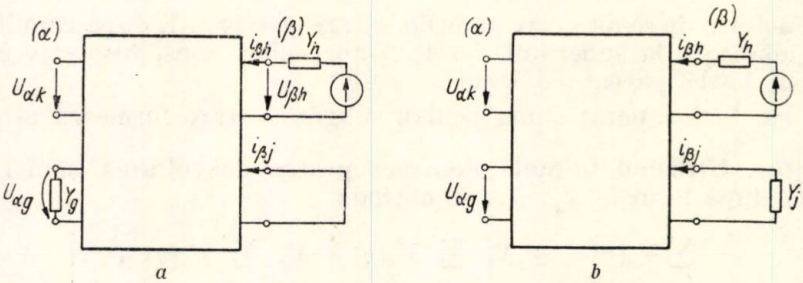


Fig. 4. — Multiportul completat în vederea calculării factorului operaţional de transfer în tensiune (*a*), respectiv admitanţei operaţionale de transfer (*b*).

Efectuînd trecerea la limită se deduce pentru transmitanţa căutată formula :

$$T_{\alpha_g \beta_h} = \frac{\sum_{A_{gh,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum_{A_{hs,gg}} V_S(y)}, \tag{12}$$

unde suma de la numitor se face pentru arborii grafului în care latura g este în scurtcircuit, iar latura h în gol.

Transmitanța $T_{\beta_j\beta_h}$ se determină folosind circuitul reprezentat în figura 4*b* pentru care aplicînd formula topologică cunoscută rezultă :

$$T_{\beta_j\beta_h} = \lim_{\substack{Y_j\to\infty \\ Y_h\to\infty}} Y_j Y_h \frac{\sum\limits_{A_{jh,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum\limits_{A_{jk}} V_S(y)} \tag{13}$$

și deci :

$$T_{\beta_j\beta_h} = \frac{\sum\limits_{A_{jh,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum\limits_{A_{js,hs}} V_S(y)}, \tag{14}$$

cu $A_{js,hs}$ mulțimea arborilor grafului în care laturile β_j și β_h sînt eliminate prin mers în scurtcircuit.

Pentru cazul particular al admitanței de intrare, folosind formula topologică cunoscută și apoi trecînd la limită :

$$T_{\beta_h\beta_h} = \lim_{Y_h\to\infty} Y_h \frac{\sum\limits_{A_{h,f}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum\limits_{A_h} V_S(y)} = \frac{\sum\limits_{A_{h,f}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum\limits_{A_{hs}} V_S(y)}. \tag{15}$$

Formulele topologice (8), (10), (12) și (14) pot fi puse sub o formă unică, observînd că eliminările de laturi cu mers în gol respectiv scurtcircuitare, indicate în arborii de la numitori corespund trecerii de la graful considerat în sumele de la numărător la graful cu toate sursele porților pasivizate.

Astfel, pentru transmitanțele unor porți diferite μ, ν, indiferent ce mărimi de intrare (respectiv surse) au, se obține *formula topologică generală:*

$$T_{\mu\nu} = \frac{\sum\limits_{A_{\mu\nu,-1}} \varepsilon_S V_S(y)}{\sum\limits_{A_p} V_S(y)}, \tag{16}$$

unde A_p este mulțimea arborilor multiportului pasivizat (cu sursele de tensiune eliminate și bornele fiecărei astfel de surse suprapuse și sursele de curent eliminate cu lăsarea în gol a bornelor lor) ; $A_{\mu\nu,-1}$, este mulțimea subgrafelor care completate fie cu latura μ fie cu latura ν formează un arbore în graful care conține laturile porților μ și ν și are pasivizate sursele celorlalte porți (care sînt deci în gol pentru porțile cu curenți ca mărimi de intrare și în scurtcircuit pentru porțile care au tensiuni ca mărimi de intrare).

Factorul de semn ε_S are valorile $+1$, respectiv -1 după cum laturile μ și ν adăugate la subgraful $S \in A_{\mu\nu,-1}$ au același sens, respectiv sensuri opuse în bucla pe care o închid.

Pentru admitanța de intrare, respectiv impedanța de intrare (inversă primei) formula topologică se poate exprima observînd că atît mărimea dată de (15), cît și inversă acesteia sînt date de formula topologică

$$T_{\mu\mu} = \frac{\sum\limits_{S \in A_{\mu'}} V_S(y)}{\sum\limits_{S \in A_p} V_S(y)} \tag{17}$$

în care $A_{\mu'}$, este mulțimea arborilor grafului multiportului cu sursa porții μ pasivizată invers și toate sursele celorlalte porți pasivizate. Prin pasivizare inversă se înțelege înlocuirea unei surse de curent cu un scurtcircuit și înlocuirea unei surse de tensiune cu o întrerupere.

CONCLUZII

Impedanțele și admitanțele de intrare, ca și impedanțele și admitanțele de transfer, factorii de transfer în tensiune și curent la orice multiport, care conține numai elemente reciproce și nu are cuplaje magnetice între elemente, pot fi calculate direct prin formulele topologice (17) respectiv (16). Un rol central în aceste formule îl are graful multiportului cu intrări pasivizate.

Utilizarea acestui graf în general mai simplu decît graful multiportului cu laturi pentru porți, contribuie la sistematizarea calculului acestor transmitanțe care toate au la numitor aceeași expresie. Un astfel de calcul prezintă interes în diverse probleme privind studiul circuitelor electrice și în particular permite determinarea ecuațiilor de stare ale circuitelor.

De asemenea relațiile date sînt utile și la studiul multipolilor, cunoscînd că un multipol cu m borne de acces poate fi transformat într-un $(m-1)$ port. În acest mod se pot determina admitanțele de transfer între accesuri, utile și la transfigurările multipolilor.

APLICAȚII

1. Se dă cvadripolul diport din figura 5. Să se determine matricele parametrilor $[H]$, $[F]$, $[Z]$ și $[A]$. Matricea $[H]$ corespunde următoarei ecuații matriciale a cvadripolului :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [H] \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}.$$

Mulțimea arborilor A_p de la numitorul relațiilor (16) și (17) se determină din graful reprezentat în figura 6*a* : 34, 35, 46, 56.

Deci numitorul are expresia :

$$n = \sum_{A_p} V_S(y) = Y_3Y_4 + Y_3Y_5 + Y_4Y_6 + Y_5Y_6.$$

Relația (17) dă transmitanțele de intrare.

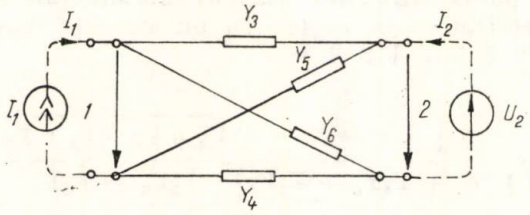


Fig. 5. — Cvadripol diport.

Pentru $\mu = 1$, graful cu poarta 1 pasivizată invers este cel din figura 6*b*, cu arborii 3, 4, 5, 6.

Deci transmitanța $T_{11} = H_{11}$ este :

$$H_{11} = \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6}{n}.$$

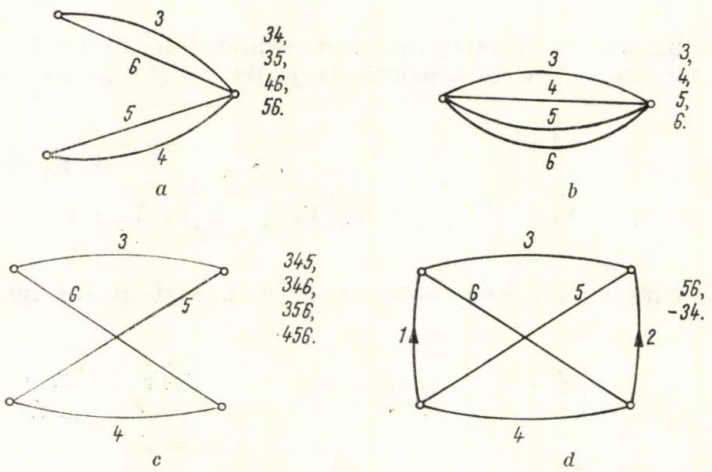


Fig. 6. — Grafe utilizate la calculul matricelor parametrilor $[H]$, $[F]$, $[Z]$, $[A]$ ale cvadripolului diport.

Pentru $\mu = 2$, graful cu poarta 2 pasivizată invers este cel din figura 6 *c*, cu arborii : 345, 346, 356, 456, deci

$$H_{22} = T_{22} = \frac{Y_3Y_4Y_5 + Y_3Y_4Y_6 + Y_3Y_5Y_6 + Y_4Y_5Y_6}{n} = \frac{N_{22}}{n}.$$

În sfîrşit, transmitanţa $T_{12} = T_{21}$ este

$$H_{12} = H_{21} = \frac{Y_5Y_6 - Y_3Y_4}{n}$$

unde, conform relaţiei (16) cu $\mu = 1$, $\nu = 2$ subgrafele la care adăugîndu-se pe rînd latura 1, apoi latura 2, devin arbori sînt subgrafele 56, 34. Semnul termenilor s-a determinat în raport cu un sens de parcurgere arbitrar pe subgrafele 1 2 5 6 şi 1 2 3 4

$$[H] = \frac{1}{Y_3Y_4 + Y_3Y_5 + Y_4Y_6 + Y_5Y_6} \left| \begin{array}{c|c} Y_3+Y_4+Y_5+Y_6 & Y_5Y_6-Y_3Y_4 \\ \hline Y_5Y_6 - Y_3Y_4 & N_{22} \end{array} \right|$$

Se face remarca că, de obicei în teoria cuadripolului, curentul I_2 se alege cu sensul invers celui din figura 5. În acest caz elementele liniei 2 din $[H]$ îşi schimbă semnul.

Matricea $[F]$ corespunde ecuaţiei matriciale.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = [F] \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Procedînd analog ca la 1.1, conform grafelor din figura 7 şi 6*b*, *c*, *d*, se obţine, plasînd sursa de tensiune la poarta 1 şi sursa de curent la poarta 2 :

$$[F] = \frac{1}{Y_3Y_4 + Y_3Y_6 + Y_4Y_5 + Y_5Y_6} \left| \begin{array}{c|c} N_{22} & Y_5Y_6-Y_3Y_4 \\ \hline Y_5Y_6 - Y_3Y_4 & Y_3+Y_4+Y_5+Y_6 \end{array} \right|$$

După cum se observă, şi-a schimbat numai graful numitorului (fig. 7).

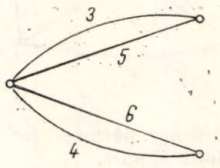


Fig. 7. — Graf de calcul.

Matricea $[Z]$ se determină aplicînd la ambele porţi surse de curent. Arborele A_p este cel din figura 6 *c*, numitorul transmitanţelor fiind :

$$N_{22} = \sum_{A_p} V_s(y) = Y_3Y_4Y_5 + Y_3Y_4Y_6 + Y_3Y_5Y_6 + Y_4Y_5Y_6.$$

Pentru numărătorii impedanțelor Z_{11}, Z_{22} și Z_{12} se folosesc, respectiv grafele din figurile 7, 6*a* și 6*b*, astfel încît

$$Z_{11} = \frac{Y_3Y_4 + Y_3Y_6 + Y_4Y_5 + Y_5Y_6}{N_{22}},$$

$$Z_{22} = \frac{Y_3Y_4 + Y_3Y_5 + Y_4Y_6 + Y_5Y_6}{N_{22}},$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{Y_5Y_6 - Y_3Y_4}{N_{22}}.$$

Matricea $[A]$ din ecuația cvadripolului de forma

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

se poate determina folosind ecuațiile (1). Pentru cvadripolii având I_1 și U_2 mărimi de intrare

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

de unde, pentru $I_2 = 0$, rezultă:

$$A_{11} = T_{12} - \frac{T_{11}T_{22}}{T_{21}} \quad \text{și} \quad A_{21} = -\frac{T_{22}}{T_{21}} \text{ etc.}$$

2. Să se calculeze laturile poligonului complet (triunghi) corespunzător unui multipol în stea fără punctul neutru accesibil (fig. 8).

Metoda prezentată în lucrare permite în particular calculul admitanțelor de transfer între accesuri.

Într-adevăr, conform figurii 10 numărătorul admitanței de transfer între nodurile 1 și 3 se deduce din graful figurii 10, conform relației (16): Y_1Y_3.

Numărătorul se determină din graful cu toate accesurile în scurt-circuit (fig. 9): $Y_1 + Y_2 + Y_3$.

În acest mod rezultă

$$Y_{13} = Y_{ab} = \frac{Y_1Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}.$$

Prin permutări circulare se obțin relațiile cunoscute de la transfigurarea stea — triunghi.

Se remarcă faptul că la fel de simplu și direct rezultă admitanța de transfer între două accesuri ale unui circuit în stea cu n accesuri avînd laturi numai cu elemente reciproce și fără cuplaje magnetice între ele.

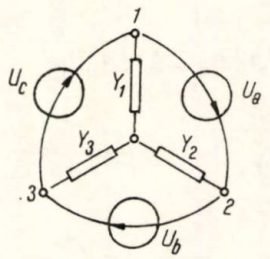


Fig. 8. — Multipol în stea fără punct neutru accesibil.

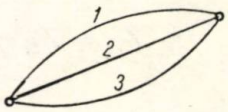


Fig. 9. — Graf al multipolului cu toate accesurile scurtcircuitate.

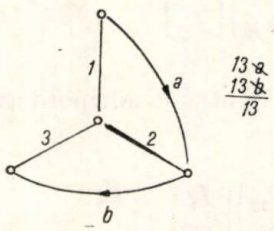


Fig. 10. — Graf de calcul.

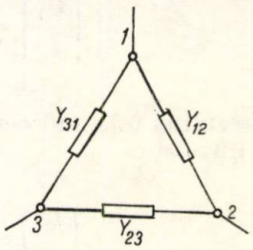


Fig. 11. — Circuit echivalent.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Preda, P. Cristea, *Analiza și sinteza circuitelor electrice*, București, Edit. tehnică, 1968.
2. C.L. Coates, *General topological formulas for linear network functions*, Trans. Inst Radio Engrs **CT-5**, 30 — 42 (1958).
3. L. Weinberg, *Network analysis and synthesis*, NewYork, Mc. Graw-Hill Book Company, 1962.
4. M. Reed, S. Seshu, *Linear graphs and electrical networks*, Massachusetts, Addison-Weseley Publishing Co., Inc., Reading, 1961.
5. G. Zobrist, M. Jong, *Topological formulas for general linear networks*, I.E.E.E., Trans. Circuit Theory **CT-15**, 251 — 259 (1968).

STABILIREA UNOR MATRICI DE INCIDENŢĂ CORESPUNZĂTOARE UNEI REŢELE DE CVADRIPOLI

ARIE A. ARIE, HORIA CRIŞCIU

Prin extinderea metodelor matriciale de deducere şi rezolvare a ecuaţiilor generale ale reţelelor de dipoli se dau metode asemănătoare aplicabile reţelelor de cvadripoli (cvadripoli diport).

1. INTRODUCERE

În cadrul problemei calculului circulaţiei de curenţi şi căderilor de tensiune în reţelele electrice apar cazuri în care reţeaua electrică trebuie să fie considerată ca formată dintr-un ansamblu de cvadripoli (în general cvadripoli diport).

Astfel, în studiul transmiterii fenomenelor staţionare de frecvenţă industrială (50 Hz) se poate da ca exemplu cazul unei structuri formate din linii lungi, iar în cadrul transmiterii unor fenomene staţionare de frecvenţă superioară celei industriale (armonica) chiar liniile considerate scurte trebuie tratate ca elemente cvadripolare cu parametrii uniform distribuiţi.

Chiar şi în cazul unor reţele electrice a căror laturi pot fi considerate dipoli intervin elemente care trebuie introduse în schema de calcul prin cvadripoli (de exemplu reţele electrice cu transformatoare şi autotransformatoare).

Studiul reţelelor complexe formate din cvadripoli ridică în mod evident probleme mai dificile decît cele care apar în cazul unei reţele de dipoli. Din cauza aceasta în prezentul articol ne propunem extinderea teoriei grafurilor topologice folosite în cazul unor reţele complexe de dipoli [1] şi pentru studiul unor structuri complexe formate din cvadripoli. Particularizată, metoda elaborată cuprinde şi teoria grafurilor aplicată unor reţele formate din dipoli.

Arătăm că în literatura de specialitate s-a căutat extinderea teoriei grafului în cazul unei structuri formată din linii lungi, folosindu-se teoria propagării fenomenelor electromagnetice pe liniile lungi [2]. Metoda propusă în acest articol se bazează numai pe considerente pur topologice ale reţelei.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 139—156, 1972

2. FORMAREA MATRICELOR DE INCIDENȚĂ PENTRU O REȚEA DE CVADRIPOLI

Folosirea teoriei grafurilor permite atașarea unei matrici operator structurii topologice a rețelei studiate și în felul acesta se realizează posibilitatea rezolvării problemei cu ajutorul unui calculator numeric.

2.1. Graful imagine a unei rețele de cvadripoli

Se consideră o rețea electrică formată din cvadripoli de tipul celor din figurile 1 și 2.

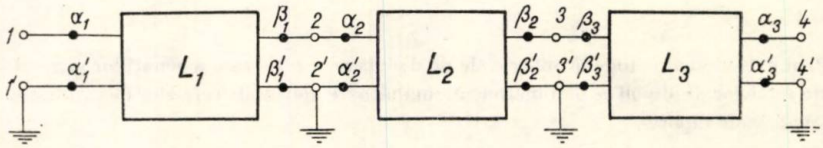


Fig. 1 — Rețea de cvadripoli

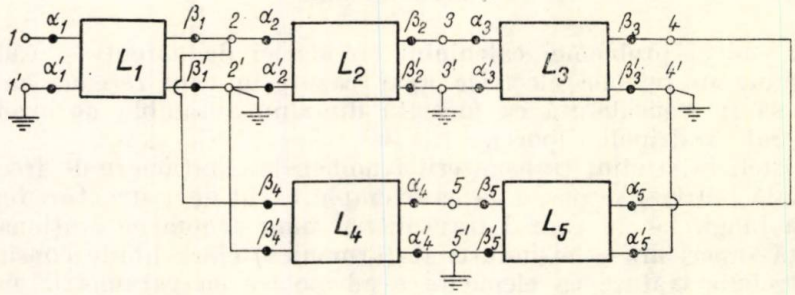


Fig. 2 — Rețea de cvadripoli

De la început se vor separa noțiunile de bornă și nod. În figurile de mai sus bornele au fost notate cu α, α' — la intrarea cvadripolului și β, β' la ieșirea cvadripolului; după cum se vede, un nod se formează prin unirea a cel puțin două borne.

Pentru a trasa graful imagine a rețelelor figurate mai sus, se consideră că fiecare *bornă nelegată la nul* este atașată unui nod în graf iar fiecare cvadripol (L_1, $L_2 \cdots$) este reprezentat în graf printr-o latură cuprinsă între nodul corespunzător bornelor de intrare și cel corespunzător bornelor de ieșire ale cvadripolului considerat.

Grafurile imaginare ale rețelelor din figurile 1 și 2 sînt arătate în figura 3 respectiv 4.

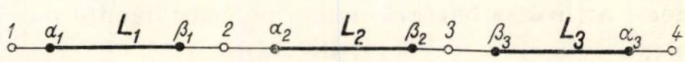


Fig. 3 — Graful imagine a rețelei de cvadripoli reprezentată de figura 1.

În graf nu este reprezentată în mod explicit legătura nodurilor cu borna de nul. Această legătură există însă după cum se poate vedea din figurile 1 și 2.

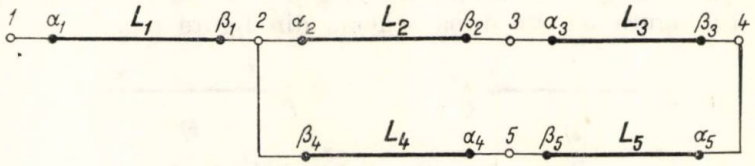


Fig. 4 — Graful imagine a rețelei de cvadripoli reprezentată de figura 2.

Graful din figura 3 reprezintă un arbore (și nu are un coarbore).

Graful din figura 4 poate avea mai mulți arbori (respectiv coarbori) care au fost reprezentați în figura 5.

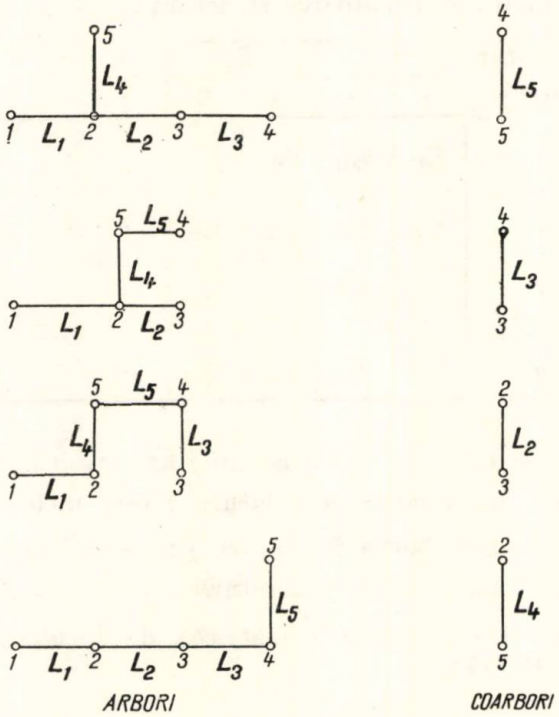


Fig. 5—Arborii și coarborii grafului imagine a rețelei de cvadripoli reprezentată de figura 2.

2.2. **Matricea de incidență noduri-laturi a unui graf dat**

Matricea de incidență noduri-laturi a unui graf format după cum s-a văzut la paragraful 2.1, conține informații asupra incidenței sau

nonincidenței unei laturi L_K din graf cu unul din nodurile grafului. Totodată matricea de incidență trebuie să precizeze care bornă (α sau β) a cvadripolului ce se conectează în nodul considerat.

Astfel între două noduri ale rețelei notate cu p și q, un cvadripol având bornele nelegate la nul notate cu α și β, se poate conecta fie după schema din figura 6 *a* fie după schema din figura 6 *b*.

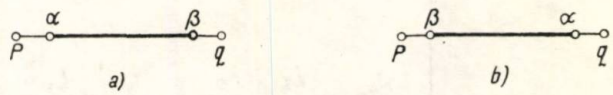


Fig. 6 — Poziția bornelor unui cvadripol față de nodurile de interconexiune.

În consecință pentru a preciza care bornă a cvadripolului este incidentă cu nodul considerat se atașează fiecărei laturi L_K o matrice cu două coloane corespunzătoare bornei respective.

Așadar matricea de incidență noduri-laturi a grafului corespunzător rețelei de cvadripoli are următoarea structură :

$[A] =$

Laturi / Noduri	L_1		L_2		. . .	L_K	
	α	β	α	β	. . .	α	β
1	$\delta_{\alpha 11}$	$\delta_{\beta 11}$	$\delta_{\alpha 12}$	$\delta_{\beta 12}$	. . .	$\delta_{\alpha 1K}$	$\delta_{\beta 1K}$
2	$\delta_{\alpha 21}$	$\delta_{\beta 21}$	$\delta_{\alpha 22}$	$\delta_{\beta 22}$	. . .	$\delta_{\alpha 2K}$	$\delta_{\beta 2K}$
.	.	.	.	.		.	.
.	.	.	.	.		.	.
.	.	.	.	.		.	.
n	$\delta_{\alpha n1}$	$\delta_{\beta n1}$	$\delta_{\alpha n2}$	$\delta_{\beta n2}$	. . .	$\delta_{\alpha nK}$	$\delta_{\beta nK}$

în care :

$$\delta_{\alpha i,j} = \begin{cases} 0 \text{ — dacă borna } \alpha \text{ a laturii } j \text{ nu este incidentă cu nodul } i \\ 1 \text{ — dacă borna } \alpha \text{ a laturii } j \text{ este incidentă cu nodul } i \end{cases}$$

$$\delta_{\beta i,j} = \begin{cases} 0 \text{ — dacă borna } \beta \text{ a laturii } j \text{ nu este incidentă cu nodul } i \\ 1 \text{ — dacă borna } \beta \text{ a laturii } j \text{ este incidentă cu nodul } i \end{cases}$$

Pentru graful din figura 3 matricea de incidență noduri-laturi are următoarea formă :

$$[A] = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \alpha_1 & \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & \alpha_3 & \beta_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Similar se poate construi o matrice de incidență noduri-laturi și pentru graful din figura 4.

După cum se vede matricea de incidență noduri-laturi a unui graf corespunzător unei rețele de cvadripoli are

n — rînduri și $2 \times L$ coloane unde :
n — nr. de noduri a rețelei exclusiv nodul de nul
L — nr. de laturi (cvadripoli) a rețelei.

2.3. Matricea de incidență bucle-laturi a unui graf dat

Matricea de incidență bucle-laturi a unui graf de cvadripoli conține informații asupra apartenenței sau nonapartenenței unei laturi L_K a grafului în circuitele închise ce apar prin unirea a doi cvadripoli.

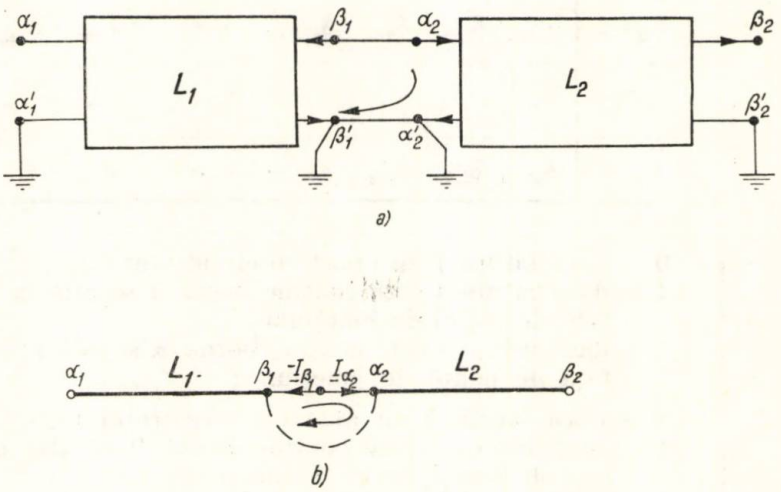


Fig. 7 — Formarea unui circuit închis prin conexiunea a doi cvadripoli.

După cum se vede (în fig. 7*a* — 7*b*), prin unirea bornelor β_1, β_1' cu α_2, α_2' s-a format un circuit închis. Acest circuit conține borna β_1 a laturii L_1 și borna α_2 a laturii L_2.

Se atașează notația binară „0" sau „1" după cum o latură aparține sau nu unui circuit de unire a cvadripolilor.

Pentru o latură care aparține circuitului considerat semnul $+1$ atașat unei borne arată faptul că această bornă aparține unei laturi ce se găsește în aval nodului de joncțiune al celor doi cvadripoli astfel încît drumul parcurs dinspre nod spre latură să fie în sensul de parcurgere al circuitului. Semnul -1 se va atașa bornei care aparține laturii din amonte a nodului de joncțiune astfel încît drumul parcurs dinspre nod spre latură să fie în sens contrar sensului de parcurgere a circuitului.

Astfel pentru circuitul format prin unirea laturii L_1 cu L_2 al grafului din figura 7*b* se poate scrie o matrice de forma :

$$[B'] = c\,[\underset{\alpha_1}{0} \mid \underset{\beta_1}{-1} \mid \underset{\alpha_2}{+1} \mid \underset{\beta_2}{0}] \qquad \begin{matrix} & L_1 & & L_2 & \\ \alpha_1 & \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 \end{matrix}$$

Prin urmare matricea de incidență circuite închise (bucle) — laturi a grafului corespunzător rețelei de cvadripoli are următoarea structură :

$B =$

Laturi / circ. închise	L_1		L_2		...	L_K	
	α	β	α	β	...	α	β
C_1	$\delta_{\alpha 11}$	$\delta_{\beta 11}$	$\delta_{\alpha 12}$	$\delta_{\beta 12}$	...	$\delta_{\alpha 1K}$	$\delta_{\beta 1K}$
C_2	$\delta_{\alpha 21}$	$\delta_{\beta 21}$	$\delta_{\alpha 22}$	$\delta_{\beta 22}$	...	$\delta_{\alpha 2K}$	$\delta_{\beta 2K}$
.	.	.	.	.		.	.
.	.	.	.	.		.	.
.	.	.	.	.		.	.
C_i	$\delta_{\alpha i1}$	$\delta_{\beta i1}$	$\delta_{\alpha i2}$	$\delta_{\beta i2}$	...	$\delta_{\alpha iK}$	$\delta_{\beta iK}$

în care

$$\delta_{\alpha_{ij}} = \begin{cases} 0 \text{ — dacă latura } j \text{ nu aparține circuitului } C_i, \\ +1 \text{ — dacă latura } j \text{ care conține borna } \alpha \text{ se află în aval*) față de nodul de joncțiune,} \\ -1 \text{ — dacă latura } j \text{ care conține borna } \alpha \text{ se află în amonte față de nodul de joncțiune;} \end{cases}$$

$$\delta_{\beta_{ij}} = \begin{cases} 0 \text{ — dacă latura } j \text{ nu aparține circuitului } C_i, \\ +1 \text{ — dacă latura } j \text{ care conține borna } \beta \text{ se află în aval față de nodul de joncțiune,} \\ -1 \text{ — dacă latura } j \text{ care conține borna } \beta \text{ se află în amonte față de nodul de joncțiune.} \end{cases}$$

Pentru graful din figura 4 matricea de incidență bucle — laturi are următoarea formă (sensul circuitelor închise se consideră de la borna cu nr. de ordine mai mic spre borna cu nr. de ordine mai mare) :

$$[B] = \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} \alpha_1 & \beta_1 & \alpha_2 & \beta_2 & \alpha_3 & \beta_3 & \alpha_4 & \beta_4 & \alpha_5 & \beta_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

*) Poziția aval sau amonte a unei laturi față de nodul de joncțiune se ia în funcție de sensul de parcurgere al circuitului închis respectiv.

După cum se vede, matricea de incidență bucle-laturi a unui graf corespunzător unei rețele de cvadripoli are

l — rînduri și $2 \times L$ coloane unde:
l — nr. de circuite închise independente a rețelei
L — nr. de laturi (cvadripoli) a rețelei.

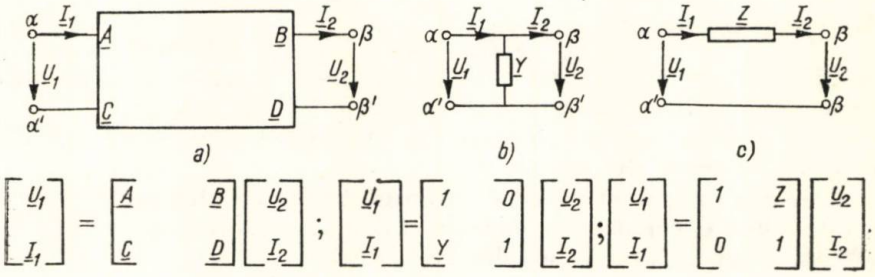
3 CALCULUL MATRICIAL AL REȚELEI DE CVADRIPOLI

3.1. Punerea problemei

Pentru o structură electrică complexă în care apar q surse de injecții de curent constant în noduri se pune problema determinării circulației de curenți în cele L laturi ale rețelei precum și determinarea tensiunilor la cele n noduri ale ei, în funcție de cei q curenți injectați.

După cum s-a mai spus, modelul matematic pentru o linie electrică va fi cel al unui cvadripol de constante $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$ avînd bornele de intrare α, α' și cele de ieșire β, β' (fig. 8 *a*).

Întrucît domeniul unui cvadripol acoperă și domeniul unui dipol, cvadripolul poate exprima și cazul unei admitanțe concentrate montată transversal între bornele de intrare și cele de ieșire (fig. 8*c*).



$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Y} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}.$$

Fig. 8 — Tipuri de cvadripoli.

Se consideră ca fiecare element al rețelei este format (în cazul general) dintr-un cvadripol activ (fig. 9) avînd surse de curent și tensiune constante atașate fiecărei perechi de borne în parte.

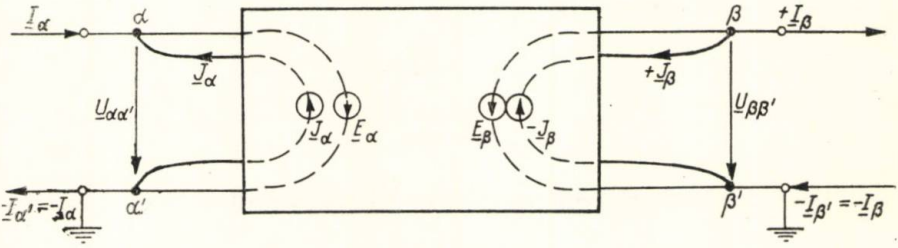


Fig. 9 — Mărimi caracteristice pentru un cvadripol.

Sursele de curent și tensiune reduse la bornele de intrare α, α' sînt $\underline{J}_\alpha$, $\underline{E}_\alpha$ iar cele reduse la bornele de ieșire β, β' sînt $\underline{J}_\beta$, $\underline{E}_\beta$.

Necunoscutele de stare sînt:

$\underline{I}_\alpha$, $\underline{U}_{\alpha,\alpha'}$ — la bornele de intrare

$\underline{I}_\beta$, $\underline{U}_{\beta,\beta'}$ — la bornele de ieșire

Curentul de la bornele de ieșire este afectat de semnul „—".

Prin urmare o rețea electrică formată dintr-un ansamblu de L cvadripoli are $4L$ necunoscute de stare.

3.2. Stabilirea numărului ecuațiilor în cazul rezolvării rețelei prin metoda potențialelor la noduri

Pentru a determina aceste necunoscute, ecuațiile de transfer între necunoscutele atașate fiecărui cvadripol oferă $2L$ relații. Aceste relații sînt de forma:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_\alpha^m + \underline{J}_\alpha^m \\ -\underline{I}_\beta^m - \underline{J}_\beta^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11}^m & \underline{Y}_{12}^m \\ \underline{Y}_{21}^m & \underline{Y}_{22}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_\alpha^m + \underline{E}_\alpha^m \\ \underline{U}_\beta^m + \underline{E}_\beta^m \end{bmatrix} \tag{1}$$

cu

$$1 \leqslant m \leqslant L.$$

Celelalte $2L$ relații se obțin scriindu-se condițiile de continuitate ale fluxurilor de curenți și de continuitate a tensiunilor la bornele de unire ale rețelei considerate.

În conformitate cu prima teoremă a lui Kirchoff se pot scrie n relații distincte. Din condițiile de egalitate a tensiunilor perechilor de borne care se unesc într-un nod se obțin $2L-n$ relații.

Într-adevăr ansamblul celor L cvadripoli considerați neuniți prezintă $2L$ perechi de borne.

Prin unirea unei perechi de borne libere cu altă pereche de borne se introduce o ecuație de legătură între tensiunile perechilor de borne care se unesc (apare o pereche de noduri).

Numărul perechilor de borne rămase libere este:

$$n' = 2L - 1.$$

Continuînd raționamentul inductiv pentru x condiții de legătură corespunzînd la x perechi de borne care se unesc, numărul de perechi de noduri ale rețelei va fi

$$n = 2L - x$$

sau

$$x = 2L - n.$$

Așadar cele două teoreme ale lui Kirchoff dau:

$$n + x = n + 2L - n = 2L$$

informații, care împreună cu cele $2L$ informații date de ecuațiile (1) rezolvă sistemul format de cele $4L$ necunoscute.

3.3. Stabilirea numărului ecuațiilor în cazul realizării rețelei prin metoda curenților ciclici

Ecuațiile de transfer între necunoscutele atașate fiecărui cvadripol oferă $2L$ relații. Aceste relații sînt de forma :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_\alpha^m + \underline{E}_\alpha^m \\ \underline{U}_\beta^m + \underline{E}_\beta^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11}^m & \underline{Z}_{12}^m \\ \underline{Z}_{21}^m & \underline{Z}_{22}^m \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{I}_\alpha^m + \underline{J}_\alpha^m \\ -\underline{I}_\beta^m - \underline{J}_\beta^m \end{bmatrix} \tag{2}$$

cu $$1 \leqslant m \leqslant L$$

Celelalte $2L$ ecuații se obțin după cum urmează :

Din aplicarea teoremei a II-a a lui Kirchoff se pot scrie $2L-n$ ecuații întrucît într-o rețea există $2L-n$ circuite independente. Într-adevăr prin lipirea celor „$n-1$" laturi arbore a grafului de cvadripoli se nasc $n-2$ circuite închise independente.

Prin lipirea unei corzi la arbore se mai nasc două circuite închise independente, deci prin lipirea celor $L-n+1$ corzi se mai formează $2\,(L-n+1)$ circuite independente.

Prin urmare un graf de cvadripoli are :

$2\,(L-n+1)+n-2 = 2L-n$ circuite închise independente.

Totodată prin exprimarea celor $2L$ curenți din cele L laturi ale grafului de cvadripoli în funcție de cei $2L-n$ curenți ciclici se mai introduc :

$$2L-(2L-n) = n$$

ecuații independente.

Așadar în afară de ecuațiile de transfer între necunoscutele atașate fiecărui cvadripol se mai pot scrie $2L-n+n = 2L$ ecuații deci un total de $4L$ ecuații pentru aflarea celor $4L$ necunoscute.

3.4. Metoda tensiunilor la noduri aplicată într-o structură electrică formată din cvadripoli

Matricea de incidență noduri-laturi (A) a grafului imagine a rețele de cvadripoli permite ca cu ajutorul ei să se exprime legi și teoreme cunoscute pentru determinarea celor $2L$ curenți și $2L$ tensiuni de la bornele cvadripolilor considerați.

Prin aplicarea matricei $[A]$ vectorului de curent $[\underline{I}]$ se poate exprima prima teoremă a lui Kirchoff în sensul că :

$$[A]\,[I] = 0, \tag{3}$$

unde

$$[\underline{I}] = \left.\begin{bmatrix} \underline{I}_{1\alpha} \\ -\underline{I}_{1\beta} \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{I}_{n\alpha} \\ -\underline{I}_{n\beta} \end{bmatrix}\right\} 2L$$

reprezintă vectorul curenților atașați celor $2L$ borne ale cvadripolilor considerați.

Cu ajutorul matricii $[A]_t$ se poate exprima condiția de lipire a celor $2L$ borne ale laturilor nelegate la nul.

Vectorul *tensiunilor bornelor* laturilor față de nul este :

$$[\underline{U}] = \left.\begin{bmatrix} \underline{U}_{1\alpha} \\ \underline{U}_{1\beta} \\ \vdots \\ \underline{U}_{n\alpha} \\ \underline{U}_{n\beta} \end{bmatrix}\right\} 2L$$

Vectorul *tensiunilor nodurilor* rețelei este :

$$[\underline{U}_n] = \left.\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{U}_n \end{bmatrix}\right\} n$$

Ținîndu-se seama de condițiile de lipire ale bornelor în nod se poate scrie :

$$[\underline{U}] = [A]_t \times [\underline{U}_n]. \tag{4}$$

Relația (4) conține un număr de $2L$ informații în funcție de vectorul suplimentar $[\underline{U}_n]$ care are n componente.

Așadar relația (3) conține $2L-n$ informații.

Aceste informații împreună cu cele n informații date de ecuația (3) totalizează un număr de $2L$ informații. Restul de $2L$ informații necesare pentru aflarea celor $4L$ necunoscute este dat de legea lui Ohm scrisă sub forma ecuațiilor (1).

Ecuația (1) se mai poate scrie matriceal pentru toți cvadripolii :

$$[\underline{I}] + [\underline{J}] = [\underline{Y}] \times [[\underline{U}] + [\underline{E}]] \tag{5}$$

unde $\underline{Y}$ este matricea de admitanță și are forma:

$$[\underline{Y}] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{11}^1 & y_{22}^1 \\ y_{21}^1 & y_{22}^1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} y_{11}^2 & y_{12}^2 \\ y_{21}^2 & y_{22}^2 \end{bmatrix} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \begin{bmatrix} y_{11}^L & y_{12}^L \\ y_{21}^L & y_{22}^L \end{bmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \end{bmatrix}$$

Relația (5) apare ca o relație generalizată a legii lui Ohm aplicată unui ansamblu de cvadripoli.

Aplicînd relației (5) operatorul (A) și ținînd cont de (3) rezultă:

$$[A]\,[\underline{J}] = [A]\,[\underline{Y}]\,[[\underline{U}] + [\underline{E}] \tag{6a}$$

sau:

$$[A]\,[\underline{J}] - [A]\,[\underline{Y}]\,[\underline{E}] = [A]\,[\underline{Y}]\,[\underline{U}] \tag{6b}$$

$[A]\,[\underline{J}]$ — vectorul curenților injectați în *nodurile* rețelei formate din conexiunea celor L cvadripoli,

$[A]\,[\underline{Y}]\,[\underline{E}]$ — vectorul reprezentînd influența surselor de tensiune asupra curenților injectați în nodurile rețelei.

Notînd

$$[A]\,[\underline{J}] - [A]\,[\underline{Y}]\,[\underline{E}] = [\underline{J}'],$$

relația (6b) devine

$$[\underline{J}'] = [A]\,[\underline{Y}]\,[\underline{U}]. \tag{7}$$

Ținînd cont de (4)

$$[\underline{J}'] = [A]\,[\underline{Y}]\,[A]_t\,[\underline{U}_n]. \tag{8}$$

Relația (8) reprezintă un sistem de n ecuații cu n necunoscute (elementele vectorului $[\underline{U}_n]$).

Matricea:

$$[\underline{Y}_n] = [A]\,[\underline{Y}]\,[A]_t$$

reprezintă *matricea nodală* de admitanță a rețelei de cvadripoli.

Rezolvînd sistemul (8) și aflînd vectorul $[\underline{U}_n]$, cu ajutorul relațiilor (4) și (1) se găsesc valorile elementelor vectorilor $[\underline{U}]$ și $[\underline{I}]$.

În formarea matricei ($\underline{Y}$) intervine o problemă specială în cazul existenței în rețeaua de cvadripoli a unor cvadripoli de tipul celor din figura 8 b.

Această problemă se naște din necesitatea de trecere de la ecuația de transfer

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_i + \underline{E}_i \\ \underline{I}_i + \underline{J}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_k & \underline{B}_k \\ \underline{C}_k & \underline{D}_k \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{U}_j + \underline{E}_j \\ \underline{I}_j + \underline{J}_j \end{bmatrix} \tag{9}$$

la ecuația

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_i + \underline{J}_i \\ -\underline{I}_j - \underline{J}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}^k_{11} & \underline{Y}^k_{12} \\ \underline{Y}^k_{21} & \underline{Y}^k_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{U}_i + \underline{E}_i \\ \underline{U}_j + \underline{E}_j \end{bmatrix} \tag{10}$$

unde

$$\underline{Y}^k_{11} = \frac{\underline{D}_k}{\underline{B}_k}; \qquad \underline{Y}^k_{12} = \frac{\underline{C}_k\underline{B}_k - \underline{A}_k\underline{D}_k}{\underline{B}_k} \tag{11}$$

$$\underline{Y}^k_{21} = -\frac{1}{\underline{B}_k} \qquad \underline{Y}^k_{22} = \frac{\underline{A}_k}{\underline{B}_k}$$

i — nodul de la intrarea cvadripolului k,
j — nodul de la ieșirea cvadripolului k.

Pentru cazul în speță

$$\underline{A}_k = \underline{D}_k = 1$$

$$\underline{B}_k = 0$$

$$\underline{C}_k = \underline{Y}_k$$

Întrucît

$$\underline{B}_k = 0$$

elementele relațiilor (11) apar ca avînd o valoare infinită.

Această situație se datorează faptului că în cazul unor cvadripoli de genul celor din figura 8 *b* există relația

$$\underline{U}_i \equiv \underline{U}_j$$

Prin urmare în sistemul de ecuații (8) există numai $n - 1$ necunoscute.

Pentru a elimina o ecuație se observă că — nodurile i și j sînt confundate —, curentul injectat în nodul confundat (i') este egal cu suma curenților injectați în nodurile i și j. Deci

$$\underline{J}'_{i'} = \underline{J}'_i + \underline{J}'_j \,. \tag{12}$$

Această relație impune adunarea ecuațiilor corespunzătoare nodurilor i și j din sistemul de ecuații (8).

În felul acesta numărul ecuațiilor sistemului a devenit $n-1$ adică egal cu numărul necunoscutelor.

Operația descrisă mai sus se aplică tuturor perechilor de noduri i, j confundate (între care se găsește un cvadripol de genul celui ilustrat în figura 8*b*).

Matricial această operație constă în formarea unei matrici-operator care să exprime grupul de relații:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 &= \underline{U}_2 \\ &\vdots \\ \underline{U}_i &= \underline{U}_i \\ \underline{U}_j &= \underline{U}_i \\ &\vdots \\ \underline{U}_n &= \underline{U}_n \end{aligned} \tag{13}$$

Se vede că această matrice notată cu $[a]$ este de forma

$$[a] = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} & 1 & 2 & \cdots & i & \cdots & n \\ \hline 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 2 & 0 & 1 & & 0 & & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \hline i & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \hline j & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \hline n & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \\ \hline \end{array}$$

dacă se notează:

$$[\underline{U}'_n] = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_i \\ \vdots \\ \underline{U}_n \end{bmatrix}$$

vectorul tensiunilor *nodale independente*, atunci există relația matriceală:

$$[\underline{U}_n] = [a] \times [\underline{U}'_n] \tag{14}$$

Notînd cu

$$[\underline{J}''] = \begin{bmatrix} \underline{J}'_1 \\ \underline{J}'_2 \\ \vdots \\ \underline{J}'_i \\ \vdots \\ \underline{J}'_n \end{bmatrix}$$

vectorul curenților injectați în nodurile rețelei rezultate prin confundarea nodurilor i și j este evidentă relația

$$[\underline{J}''] = [a]_t \times [\underline{J}']. \tag{15}$$

Dacă ambii membri ai ecuației matriceale (8) se amplifică la stînga cu operatorul $[a]_t$ și se ține seama de relația (14) și (15) rezultă

$$[\underline{J}''] = [\underline{Y}'_n] \times [\underline{U}'_n], \tag{16}$$

unde

$$[\underline{Y}'_n] = [a]_t \times [\underline{Y}_n] \times [a]. \tag{17}$$

Întrucît în cazul în care rețeaua electrică nu comportă cvadripoli de tipul celor ilustrați în figura 8*b*, operatorul $[a]$ devine matricea unitate de ordinul n, se poate afirma că ecuația matriceală (16) este aplicabilă oricărei structuri electrice formată din cvadripoli și care se rezolvă prin metoda tensiunilor la noduri.

3.5. Metoda curenților ciclici aplicată într-o structură electrică formată din cvadripoli

Matricea de incidență bucle-laturi [B] a grafului imagine a rețelei de cvadripoli permite ca cu ajutorul ei să se exprime legi și teoreme cunoscute pentru determinarea celor $2L$ curenți și $2L$ tensiuni de la bornele cvadripolilor considerați.

Aplicînd matricea [B] vectorului $[\underline{U}]$ a tensiunilor bornelor laturilor față de nul se exprimă a doua lege a lui Kirchhoff în sensul că

$$[B] \times [\underline{U}] = 0. \tag{18}$$

Cu ajutorul matricii $[B]_t$ se pot exprima relațiile între curenții din laturile grafului și curenții ciclici independenți :

$$[\underline{I}] = [B]_t [\underline{I}_c] \tag{19}$$

$$[\underline{I}_c] = \left.\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \vdots \\ \underline{I}_{2L-n} \end{bmatrix}\right\} 2L - n$$

Ecuația (2) se scrie matriceal pentru toți cvadripolii

$$[\underline{U}] + [\underline{E}] = [\underline{Z}][[\underline{I}] + [\underline{J}]] \tag{20}$$

unde $[\underline{Z}]$ este matricea impedanță și are forma

$$[\underline{Z}] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11}^1 & \underline{Z}_{12}^1 \\ \underline{Z}_{21}^1 & \underline{Z}_{22}^1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11}^2 & \underline{Z}_{12}^2 \\ \underline{Z}_{21}^2 & \underline{Z}_{22}^2 \end{bmatrix} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11}^L & \underline{Z}_{12}^L \\ \underline{Z}_{21}^L & \underline{Z}_{22}^L \end{bmatrix} & \end{bmatrix}.$$

Aplicînd relației (20) operatorul $[B]$ și ținînd seama de relația (18) rezultă:

$$[B]\times[\underline{E}] = [B]\times[\underline{Z}]\times[[\underline{I}] + [\underline{J}]] \tag{21a}$$

sau

$$[B]\times[\underline{E}] - [B][\underline{Z}][\underline{J}] = [B][\underline{Z}][\underline{I}] \tag{21b}$$

unde

$[B] \times [\underline{E}]$ — vectorul tensiunilor electromotoare de buclă în circuitele închise independente prin conexiunea celor L cvadripoli.

$[B]\,[\underline{Z}]\,[\underline{J}]$ — un vector ce reprezintă influența surselor de curent asupra tensiunilor electromotoare din buclele rețelei.

Dacă se notează

$$[B][\underline{E}] - [B][\underline{Z}][\underline{J}] = [\underline{E}'],$$

relația (21b) devine:

$$[\underline{E}'] = [B][\underline{Z}][\underline{I}] \tag{22}$$

Ținînd cont de (19):

$$[\underline{E}'] = [\underline{B}][\underline{Z}][B]_t[\underline{I}_c]. \tag{23}$$

Relația (23) reprezintă un sistem determinat de $(2L-n)$ ecuații cu $(2L-n)$ necunoscute.

Matricea

$$[\underline{Z}_0] = [B][\underline{Z}][B]_t$$

reprezintă matricea impedanță de bucle a rețelei de cvadripoli.

Rezolvînd sistemul (23) și aflînd vectorul $[\underline{I}_c]$, cu ajutorul relațiilor (19) și (2) se găsesc valorile elementelor vectorilor $[\underline{I}]$ și $[\underline{U}]$.

După cum s-a arătat la pragraful 3.4 și în acest caz intervine o problemă specială în cazul existenței în rețeaua de cvadripoli a unor

elemente de tipul celor din figura 8*c* deoarece cvadripolii de acest tip nu au matrice $[\underline{Z}]$ (în sensul relației (20)).

Această situație se datorează faptului că în cazul unor cvadripoli de genul celor din figura 8*c* există relația

$$\underline{I}_{ci} \equiv \underline{I}_{cj}$$

unde *ci* și *cj* sînt cele două circuite independente pe care le determină cvadripolul respectiv.

Așadar în sistemul de ecuații (23) există numai $2L-n-1$ necunoscute.

Pentru a elimina o ecuație se observă că întrucît circuitele închise c_i și *cj* sînt confundate, tensiunea electromotoare de buclă în circuitul confundat este egală cu suma tensiunilor electromotoare de buclă a circuitelor *ci* și *cj*

$$\underline{E}'_{ci'} = \underline{E}'_{ci} + \underline{E}'_{ci}. \tag{24}$$

Relația (24) impune adunarea ecuațiilor corespunzătoare circuitelor închise *ci* și *cj* din sistemul de ecuații (23). În felul acesta numărul ecuațiilor sistemului a devenit $2L-n-1$ deci egal cu numărul necunoscutelor.

Operația de mai sus se aplică tuturor perechilor de circuite *ci*, *cj* confundate (adică între care se găsește un cvadripol de genul celui ilustrat în fig. 8*c*).

Această operație se poate executa matriceal prin formarea unei matrici operator care să exprime grupul de relații:

$$\begin{aligned}
\underline{I}_{c1} &= \underline{I}_{c1} \\
\underline{I}_{c2} &= \underline{I}_{c2} \\
&\vdots \quad\quad \vdots \\
\underline{I}_{ci} &= \underline{I}_{ci} \\
\underline{I}_{cj} &= \underline{I}_{ci} \\
&\vdots \quad\quad \vdots \\
\underline{I}_{c_{2L-n}} &= \underline{I}_{c_{2L-n}}
\end{aligned}$$

Această matrice operator notată cu $[b]$ este de forma

$$[b] = \begin{array}{c|cccccc}
 & c_1 & c_2 & \cdots & c_i & \cdots & c_{2L-n} \\
\hline
c_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\
c_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & & & \vdots \\
c_i & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\
c_j & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
c_{2L-n} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1
\end{array}$$

notînd cu

$$[\underline{I}_{c'}] = \begin{bmatrix} \underline{I}_{c1} \\ \underline{I}_{c2} \\ \vdots \\ \underline{I}_{ci} \\ \vdots \\ \underline{I}_{c_{2L-n}} \end{bmatrix}$$

vectorul curenților ciclici independenți, există relația matriceală

$$[\underline{I}_c] = [b] \times [\underline{I}'_c]. \tag{26}$$

Dacă se notează cu

$$[\underline{E}''] = \begin{bmatrix} \underline{E}'_{c1} \\ \underline{E}'_{c2} \\ \vdots \\ \underline{E}'_{ci'} \\ \vdots \\ \underline{E}'_{2L-n} \end{bmatrix}$$

vectorul tensiunilor electromotoare de buclă din circuitele închise independente ale rețelei (circuitele rezultate după confundarea circuitelor *ci* și *cj*) este evidentă relația

$$[\underline{E}''] = [b]_t \times [\underline{E}']. \tag{27}$$

Dacă ambii membrii ai ecuației matriceale (23) se amplifică la stînga cu operatorul $[b]_t$ și se ține seama de relația (26) rezultă

$$[\underline{E}''] = [\underline{Z}'_0] \times [\underline{I}'_c], \tag{28}$$

unde

$$[\underline{Z}'_0] = [b]_t \, [\underline{Z}_0] \, [b]. \tag{29}$$

Întrucît în cazul în care rețeaua de cvadripoli nu comportă elemente de genul celor din figura 8*c* operatorul $[b]$ devine matricea unitate de ordinul $2L - n$ se poate spune că ecuația matricială (28) este aplicabilă oricărei structuri electrice formate din cvadripoli și care se rezolvă prin metoda curenților ciclici.

4. CONCLUZII

Comparînd cele două metode de rezolvare a unei rețele electrice de cvadripoli iese în evidență dualitatea acestor metode.

Cîteva relații caracteristice date în tabelul de mai jos confirmă această dualitate:

Metoda tensiunilor la noduri	Metoda curenților ciclici
(A) — matricea de incidență noduri-laturi	(B) — matricea de incidență bucle-laturi
$(A)\,(\underline{I}) = 0$ — prima lege a lui Kirchhoff n relații	$(B)\,(\underline{U}) = 0$ — a doua lege a lui Kirchhoff $2L-n$ relații
$(\underline{U}) = (A)_t\,(\underline{Un})$ — condiție de lipire $2L-n$ relații	$(\underline{I}) = (B)_t\,(\underline{Ic})$ — condiții de lipire n — relații
$(\underline{Y})$ — matricea diagonală de admitanță a rețelei	$(\underline{Z})$ — matricea diagonală de impedanță a rețelei
$(\underline{Y}) = (A)\,(\underline{Y})\,(A)_t$ — matricea nodală de admitanță	$(\underline{Z}_0) = (B)\,(\underline{Z})\,(B)_t$ — matricea impedanță de bucle
(a) — operatorul folosit în cazul existenței unor tensiuni confundate	(b) = operatorul folosit în cazul unor curenți ciclici confundați
$(\underline{J}'') = (a)_t\,(\underline{Yn})\,(a)_t\,\underline{U'n})$ — ecuația generală de rezolvare a rețelei prin metoda tensiunilor nodale	$(\underline{E}'') = (b)_t(\underline{Zo})\,(b)\,(\underline{I'c})$ — ecuația generală de rezolvare a rețelei prin metoda curenților ciclici

Se remarcă totodată faptul că forma ecuațiilor matriceale dezvoltate în acest articol este aceeași cu forma ecuațiilor necesare rezolvării unei rețele de dipoli interconectați cu excepția ecuațiilor (17), (29) în care se folosesc operatorii matriceali $[a]$ și $[b]$ — operatori caracteristici rețelelor de cvadripoli.

Astfel aceste relații se pot aplica în rețele în a căror structură intră atît cvadripoli cît și dipoli cum sînt cazurile rețelelor electrice de transport și distribuție, cu și fără transformatoare în laturi.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Bercovici, *Calculul matricial al rețelelor electrice*, Buletinul Institutului politehnic, București, 1961.
2. I. Vágó, *The calculation of transmission networks with the aid of graph theory*, Periodica Polytehnica Budapesta **13**, 3, 155 — 168 (1969).
3. I. Antoniu, *Calculul tensorial și matricial*, București, 1962.
4. R. Edelmann, *Calculul electric al rețelelor interconectate*, București, 1966.
5. P. Dimo, *Analiza sistemelor electroenergetice*, București, 1959.
6. E. Potolea, *Calculul regimului permanent al sistemelor electrice*, București, 1967.
7. M. Preda, P. Cristea, *Analiza și sinteza circuitelor electrice*, București, 1968.
8. N. Melnicov, *Metoda matricială de analiză a rețelelor electrice*, Moscova, 1965.
9. S. Seshu, M. Reed, *Linear grephs and electrical networks*, New York, 1961.
10. R. Hore *Advanced studies in electrical power system designe*, London, 1966.

REANCLANŞAREA AUTOMATĂ MONOFAZATĂ (RARM) PE LINII DE FOARTE ÎNALTĂ TENSIUNE

D. S. NECŞULESCU, A. CRISTOVICI

CZ:621.316,1.027.3/7

În articol se analizează condiţiile de stingere a arcului care apare ca urmare a unui scurtcircuit şi rămîne alimentat, în regim nesimetric, chiar după deconectarea fazei defecte. De asemenea, se analizează metodele de îmbunătăţire a condiţiilor de stingere a arcului în timpul pauzei de RARM.

1. REANCLANŞAREA AUTOMATĂ (RAR) PE LINII

Pentru asigurarea funcţionării stabile a sistemelor energetice cu linii foarte încărcate, este de dorit ca liniile de înaltă şi foarte înaltă tensiune ca şi liniile de interconexiune să fie echipate cu reanclanşare monofazată (RARM). Chiar şi în cazul scurtării pauzei de RAR trifazat pînă la 0,25—0,3 s în regimurile de încărcare mare pe linii, nu în toate cazurile se poate asigura o funcţionare stabilă a sistemului. Curenţii mari de supraalimentare pe faza deconectată, în pauza RARM, conduc, pe liniile lungi de înaltă şi foarte înaltă tensiune fie la mărirea pauzei, fie chiar la întreţinerea arcului şi, în consecinţă, la reanclanşare nereuşită.

Lucrarea de faţă examinează posibilităţile utilizării RARM, prin metode de micşorare a curenţilor de supraalimentare care să conducă la valori la care este posibilă stingerea rapidă a arcului.

Statistica citată în rapoartele CIGRÉ [19] pentru linii cu tensiuni mai mari de 225 kV arată tendinţa, pe plan mondial, de utilizare a RARM, ceea ce atestă actualitatea studiului condiţiilor de stingere a curenţilor de supraalimentare la RARM.

2. CONDIŢIILE DE STINGERE A ARCULUI DE SUPRAALIMENTARE

Stingerea arcului depinde de o serie de factori ca:
— valoarea curentului de supraalimentare;
— valoarea tensiunii de restabilire;
— lungimea iniţială a arcului;
— viteza vîntului etc.

Pentru determinarea valorilor limită ale curenților de supraalimentare la care este posibilă stingerea arcului au fost efectuate o serie de experiențe în rețelele de înaltă tensiune. În tabela 1 sînt date rezultatele experiențelor efectuate în Suedia și prezentate la lucrările Comitetului 13 CIGRÉ în 1954 [18].

Tabela 1

I_s(A)	U_r(kV)	Timpul pentru RARM reușit (s)
15	12	0,35
25	15—16	0,75
35	22	0,75
40	22	RARM nereușit

unde: I_s — curentul de supraalimentare
U_r — tensiunea de restabilire după stingerea arcului.

Pe baza acestor experiențe ca și pe baza experiențelor din alte țări [6], [15], [18] se trage concluzia că: pentru pauze uzuale de RARM (0,8—1,1 s) arcul se stinge dacă curentul de supraalimentare este mai mic de 20—25 A și tensiunea de restabilire mai mică de 15 kV. Condiții similare sînt date și în [13] (la curenți de supraalimentare de ordinul 10—20 A, pauza RARM poate fi micșorată pînă la 0,4 s).

În U.R.S.S., în lucrările lui Maicopar [17], se determină timpul necesar pentru stingerea arcului ținînd seama că arcul se stinge cînd se atinge lungimea critică (l_{cr}). Lungimea critică s-a stabilit că trebuie să fie de circa 6 ori mai mare decît lungimea arcului inițial (l_0).

Timpul în care se stinge arcul se determină astfel:

$$t = 4 \ln\left(1 - \frac{l_{cr}}{l_0}\right),$$

$$l_{cr} = \frac{U_r}{1 + 10\, I_s^{-0,75}}.$$

În acest fel se determină legătura între curentul de supraalimentare, tensiunea de restabilire și timpul de stingere al arcului. În aceste formule analitico-experimentale nu se poate lua în considerație influența vitezei vîntului.

Din experiențele efectuate în Franța [5] rezultă că, în realitate, viteza vîntului influențează foarte mult asupra timpului de stingere a arcului și anume:

— pe o linie de 220 kV și 347 km, la un curent de supraalimentare de 20 A și tensiunea de restabilire de 20 kV, dacă arcul este complet protejat de vînt se stinge în 1,36—3 s;

— pentru aceeași linie, în condițiile unui vînt de 3 m/s la nivelul solului, arcul se stinge în 0,27—0,99 s;

— pe o linie de 220 kV și 594 km, la un curent de supraalimentare de 30 A și la o viteză a vîntului de 5 m/s la înălțimea de 10 m, arcul se stinge în 0,27 s.

Din toate aceste experiențe rezultă că, dacă se admite pauza de RARM de o secundă și se micșorează curentul de supraalimentare pînă la 20 A, există o mare probabilitate ca RARM să fie reușit.

Pe baza celor stabilite mai sus se poate determina lungimea maximă a liniilor necompensate pentru care se poate conta pe RARM reușit:

— pentru linii 220 kV: 250—300 km [11], [13];

— pentru linii 400 kV: 180—200 km [11], [13], [15].

Pe liniile de 400 kV mai lungi de 200 km se conectează de obicei bobine de reactanță transversale pentru compensarea puterii reactive, ceea ce înrăutățește condițiile de stingere a arcului datorat curentului de supraalimentare. Din această cauză problema RARM pe liniile compensate trebuie analizată separat.

3. MĂSURI PENTRU MICȘORAREA CURENȚILOR DE SUPRAALIMENTARE A ARCULUI ÎN CAZUL RARM

Pentru asigurarea unui RARM reușit, în numeroase cazuri este necesar să se micșoreze curenții de supraalimentare utilizînd diverse metode:

a) compensarea capacității între fazele liniilor;

b) punerea la pămînt a fazei deconectate în timpul pauzei de RARM;

c) utilizarea conductoarelor de protecție oțel-aluminiu;

d) șuntarea cu capacități a întrerupătorului pe faza deconectată.

În continuare se analizează în detaliu aceste metode.

a) Compensarea capacității între faze a liniei se face pentru micșorarea componentei capacitive a curentului de supraalimentare și a tensiunii de restabilire. Această metodă se utilizează dacă linia este compensată cu bobine de reactanță. Pentru compensarea capacităților dintre faze în pauza de RARM se deconectează de la pămînt neutrul bobinei de reactanță sau, între neutrul bobinei de reactanță și pămînt se conectează permanent o bobină de reactanță suplimentară cu valoarea de 0,1—0,25 din reactanța unei faze a bobinei principale [6], [13], [14], [21].

Pentru compararea eficacității acestor metode, în anexă se face calculul curenților de supraalimentare și a tensiunilor de restabilire pentru valori ale bobinei de reactanță suplimentare variind de la zero (neutru rigid legat la pămînt) pînă la infinit (neutru izolat). Din aceste calcule rezultă că există o valoare bine determinată a bobinei de reactanță suplimentare pentru care curentul de supraalimentare și tensiunea de restabilire sînt egale cu zero, caz în care se realizează compensarea totală a capacității între faze.

În condițiile considerate în capitolul 4 pentru o linie 400 kV—370 km, această valoare a rezultat de 0,53 din valoarea bobinei de reactanță principale. Din aceleași calcule rezultă că valoarea minimă a bobinei de reactanță suplimentare pentru care se poate considera că arcul se va stinge, este de 0,25 din reactanța bobinei principale.

În cazul în care se utilizează metoda deconectării neutrului bobinei principale în timpul pauzei de RARM este necesar ca izolația neutrului acesteia să fie dimensionată identic cu izolația fazei, ceea ce conduce la o soluție neeconomică. În afară de aceasta automatizarea deconectării neutrului bobinei de reactanță în timpul pauzei de RARM necesită existența unui întrerupător pe neutrul bobinei de reactanță și sincronizarea comenzilor în timpul pauzei de RARM.

Spre deosebire de cazul utilizării metodei deconectării neutrului, în cazul conectării directe a unei bobine suplimentare este necesar un nivel de izolație al neutrului mai mic decît în cazul deconectării lui și, de asemenea, nu sînt necesare comutații speciale în timpul pauzei de RARM. Conectarea unei bobine suplimentare de valoare mică (de exemplu 0,25 din reactanța bobinei principale) asigură realizarea RARM reușit și nu se depășește costul unei bobine de reactanță principală obișnuită cu mai mult de 20%.

b) Punerea la pămînt a fazei deconectate în timpul pauzei de RARM șuntează arcul de supraalimentare și în consecință conduce la stingerea lui.

Punerea directă la pămînt a fazei deconectate în pauza de RARM necesită un aparataj special și nu îmbunătățește cu mult condițiile de stingere a arcului față de cazul în care punerea la pămînt s-ar face printr-o rezistență de ordinul a 500 Ω [10], [13].

Eficacitatea acestei metode s-a analizat pentru o linie de 765 kV—300 km [13] pentru care conectarea unei rezistențe de 500 Ω în timpul pauzei de RARM la capetele fazei deconectate micșora curentul de supraalimentare de la 32 la 13,1 A. Utilizarea acestei metode necesită însă separatoare speciale de înaltă tensiune cu acționare rapidă care trebuie să funcționeze foarte sigur în timpul pauzei de RARM. Această metodă rămîne însă singura posibilă în cazul liniilor foarte lungi unde valoarea componentei inductive a curenților de supraalimentare devine însemnată.

c) Utilizarea pe linii a conductoarelor de protecție din oțel-aluminiu (în loc de oțel) conduce la modificarea parametrilor de secvență homopolară și, în consecință, a curenților de supraalimentare. În aceste condiții lungimea liniei de 400 kV pentru care se poate spera un RARM reușit crește pînă la 350 km (în cazul conductoarelor de protecție din oțel-aluminiu legați la fiecare stîlp) în comparație cu 180 km (în cazul conductoarelor de protecție de oțel izolați de stîlpi). Eficacitatea acestei măsuri se reduce dacă linia este compensată prin bobine de reactanță.

d) Șuntarea întrerupătoarelor pe faza deconectată în timpul pauzei de RARM are ca scop compensarea componentei capacitive din curentul de supraalimentare. Utilizarea acestei metode pe o linie de 500 kV—320 km conduce la investiții de șase ori mai mari decît în cazul utilizării unei bobine de reactanță suplimentare. Avantajul acestei metode constă, în special, în faptul că poate fi utilizată pe linii lungi necompensate.

Alegerea metodei optime de reducere a curenților de supraalimentare în vederea RARM reușit se bazează pe comparația tehnico-economică :

— pentru linii necompensate de lungime nu prea mare (pentru care componenta inductivă a curentului de supraalimentare nu poate întreține arcul) comparația trebuie să se facă între metodele punerii la pămînt a fazei deconectate și șuntării întrerupătorului prin capacități ;

— pentru liniile compensate de lungime nu prea mare comparația trebuie făcută între metodele izolării neutrului bobinelor de reactanță, utilizării unei bobine de reactanță suplimentare pe neutru și șuntării întrerupătorului prin capacități;

— pentru linii foarte lungi (la care componenta inductivă a curentului de supraalimentare poate întreține singură arcul) singura metodă care se poate utiliza este punerea la pământ a fazei în timpul pauzei de RARM.

Utilizarea conductoarelor de oțel-aluminiu în scopul reducerii curentului de supraalimentare trebuie să aibe la bază, de asemenea, o comparație tehnico-economică care să considere următoarele:

— valoarea pierderilor de energie în conductoarele de protecție;

— valoarea tensiunilor de atingere ale stîlpilor în timpul scurt-circuitelor nesimetrice;

— influența regimurilor nesimetrice asupra liniilor de telecomunicații.

4. ALEGEREA METODEI DE REDUCERE A CURENȚILOR DE SUPRAALIMENTARE PENTRU RARM REUȘIT PENTRU O LINIE DE 400 kV și 370 km

Linia are următorii parametri electrici:

$R = 0{,}035\ \Omega/\text{km}$

$X = 0{,}342\ \Omega/\text{km}$ $\qquad X_0 = 1{,}12\ \Omega/\text{km}$

$C = 11{,}2\ \text{nF/km}$ $\qquad C_0 = 7{,}8\ \text{nF/km}$

La distanța de 25% de la unul din capete este conectată o bobină de reactanță de 100 MVar (care compensează 48% din puterea capacitivă a liniei) și care s-a ales din considerente de compensare a puterii reactive.

Considerînd că rezistența arcului în timpul pauzei de RARM pe faza deconectată se schimbă în limitele 400—3000 Ω, s-a calculat curentul de supraalimentare și tensiunea de restabilire după formulele din anexa I. S-au obținut următoarele rezultate:

$R_{arc}(\Omega)$	0	400	1 000	2 000	3 000	∞
I_s (A)	31	29,5	26,8	20,8	16,2	0
U_r (kV)	0	11,8	26,8	41,6	48,6	55,6

Rezultatele au fost reprezentate în figurile 1 și 2.

Din aceste rezultate rezultă că RARM reușit este foarte puțin probabil. Dacă aceeași linie este necompensată, rezultă următoarele valori pentru curentul de supraalimentare și tensiunea de restabilire:

$$I_s = 29{,}8\ \text{A}\ (R_{arc} = 0),$$

$$U_r = 25{,}8\ \text{kV}\ (R_{arc} = \infty).$$

Diferenţa între aceste rezultate se explică prin aceea că bobina de reactanţă compensează numai capacitatea de secvenţă directă, iar diferenţa între capacitatea de secvenţă directă şi homopolară care influenţează direct asupra curenţilor de supraalimentare creşte în cazul compen-

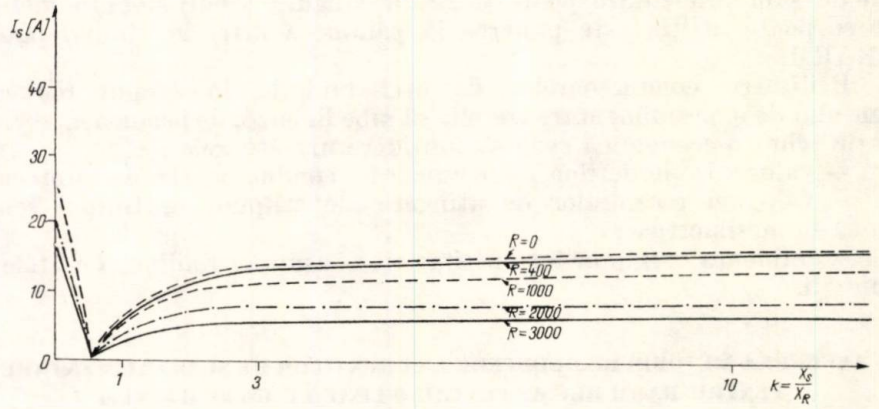


Fig. 1. — Variaţia curenţilor de supraalimentare în funcţie de valoarea bobinei suplimentare şi diferite valori ale rezistenţei arcului pentru o linie de 400 kV—370 km.

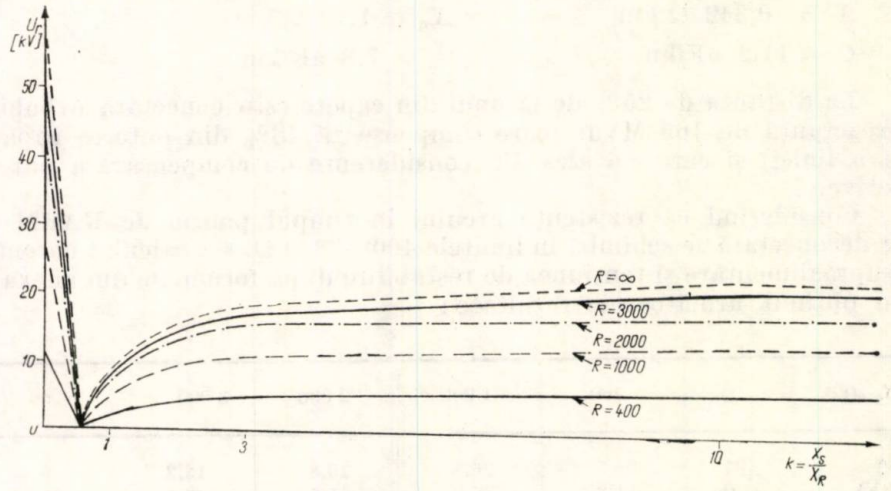


Fig. 2. — Variaţia tensiunii arcului pe faza deconectată în funcţie de valoarea bobinei suplimentare şi diferite valori ale rezistenţei arcului pentru o linie de 400 kV—370 km.

sării liniilor. De aceea, în caz că este necesară utilizarea RARM pe linii compensate trebuie să se aibă în vedere că odată cu creşterea gradului de compensare creşte şi tensiunea de restabilire pe faza deconectată, ceea ce poate conduce la RARM nereuşit. În calculele efectuate pentru linia studiată (care generează 220 MVAr) se obţin următoarele tensiuni

de restabilire pe faza deconectată în funcție de puterea bobinei de reactanță (Q_r):

Q_r(MVar)	0	50	100	120	150	192	200	250
U_r (kV)	25,8	19,1	55,7	67,5	148	∞	153	69

Rezultă că alegerea unei bobine de reactanță mai mari de 100 MVar conduce la tensiuni mari de restabilire și, din această cauză, eforturile necesare pentru realizarea RARM reușit sînt neeconomice.

În cazul alegerii unei bobine de reactanță de 100 MVar cu o bobină suplimentară pe neutru de 0,25 din reactanța fazei bobinei principale se obțin următoarele valori pentru curentul de supraalimentare și tensiunea de restabilire:

$$I_s = 9\text{A} \ (R_{\text{arc}} = 0),$$

$$U_r = 14{,}7 \text{ kV} \ (R_{\text{arc}} = \infty),$$

ceea ce conduce la condiții de RARM reușit.

5. CONDIȚII TEHNICE PENTRU BOBINA DE REACTANȚĂ SUPLIMENTARĂ

Pentru bobina suplimentară este necesar să se determine nivelul de izolație și stabilitatea termică. În regim normal simetric, prin bobina suplimentară circulă un curent care este determinat de nesimetria reactanțelor fazelor și de nesimetria posibilă a tensiunilor rețelei. Din experiența de construcție și exploatare a bobinelor de reactanță de înaltă tensiune rezultă că nesimetria fazelor se poate micșora pînă la cca. 0,5%. Recomandările CEI admit în regim normal de durată un curent maxim în neutru de 2% din curentul nominal al bobinei de reactanță. În funcție de acuratețea construcției bobinei principale curentul în regim de durată în bobina suplimentară trebuie să fie egal cu 3—5% din curentul bobinei de reactanță principale. Această valoare determină sistemul de răcire și dimensiunile principale ale bobinei suplimentare.

În regimuri nesimetrice prin bobina suplimentară circulă, pentru scurt timp, curenți mari. De exemplu, în cazul unui scurtcircuit nesimetric, prin bobina suplimentară circulă un curent de ordinul a cîteva sute de amperi pînă în momentul în care acționează protecția. Cel mai mare curent prin bobina suplimentară apare în cazul scurtcircuitului monofazat în imediata apropiere a bobinei. În cazul studiat prin bobina suplimentară de 0,25 din reactanța bobinei principale, curentul este de circa 300 A, pentru timpul de acționare a protecției de 0,2 s.

Tensiunea la bornele bobinei suplimentare în timpul scurtcircuitului, care determină și nivelul de izolație al neutrului bobinei principale, este de ordinul a 125 kV. În regimurile cu faza deconectată în timpul RARM, tensiunea la bornele bobinei suplimentare se micșorează la 33 kV, iar curentul la circa 10 A.

În consecință, nivelul de izolație al bobinei suplimentare și al neutrului bobinei principale și de asemenea stabilitatea termică a bobinei suplimentare, este necesar să se determine din condițiile regimului de scurtcircuit monofazat.

6. INFLUENȚA BOBINEI DE REACTANȚĂ ASUPRA FENOMENELOR TRANZITORII LA COMUTAȚIA LINIEI

Pentru analiza influenței bobinei de reactanță asupra fenomenelor tranzitorii în cazul comutațiilor liniei, s-au efectuat calcule pe calculator cifric pentru regimurile cu și fără bobină de reactanță. Programul de calcul al fenomenelor tranzitorii la conectarea unei linii este descris în [26]. Pentru considerarea bobinei de reactanță cu bobină suplimentară s-au făcut modificări în programul de calcul considerînd efectul bobinei de reactanță pe baza metodei generatorului echivalent :

— se determină tensiunea pe linie în punctul de racord al bobinei de reactanță în cazul absenței bobinei de reactanță ;

— se determină, cu ajutorul acestei tensiuni, curenții în bobina de reactanță ;

— se efectuează corecția tensiunii în punctul de racord al bobinei.

Deoarece calculele se efectuează cu un pas de calcul de 33 μs (timp în care unda elementară considerată în calcule parcurge 10 km, ceea ce nu conduce la modificarea condițiilor la limită) în metoda generatorului echivalent este suficient să se ia în considerație ca impedanță externă bobinei de reactanță impedanța de undă a liniei la care este racordată bobina de reactanță. Tensiunea și curentul bobinei suplimentare se calculează din dezechilibrul curenților bobinei principale

$$[I_P] = \left\{[Z_P] + \frac{1}{2}[Z_L]\right\}^{-1} \cdot [U_P]$$

$$[U'_P] = [U_P] - \frac{1}{2}[Z_L] \cdot [I_P]$$

$$U_H = L_S \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(I_{PA} + I_{PB} + I_{PC})$$

unde

$[I_P]$ — matricea curenților prin bobină ;
$[U_P]$ — matricea tensiunilor în punctul de racord al bobinei, în lipsa acesteia ;
$[U'_P]$ — matricea corecțiilor de tensiune în punctul de racord al bobinei ;
$[Z_P]$ — matricea impedanțelor bobinei ;
$[Z_L]$ — matricea impedanțelor de undă ale liniei ;
U_H — tensiunea la bornele bobinei suplimentare ;
L_S — inductanța bobinei suplimentare ;
I_{PA}, I_{PB}, I_{PC} — curenții pe faze ai bobinei de reactanță principale.

Din calculele efectuate rezultă că, în cazul conectării incomplete a liniei, bobina de reactanță are un efect favorabil în sensul reducerii curenților de șoc ai supratensiunilor și simetrizării tensiunilor fazelor. La conectarea liniei fără bobină de reactanță, coeficienții de șoc sînt de ordinul 1,8—1,94, iar cu bobină de reactanță 1,5—1,65 (fig. 3).

Tensiunea și curentul prin bobina suplimentară, în timpul regimului tranzitoriu au rezultat : 88 kV_{max} și 220 A_{max}, ceea ce corespunde condițiilor tehnice impuse bobinei suplimentare (fig. 4).

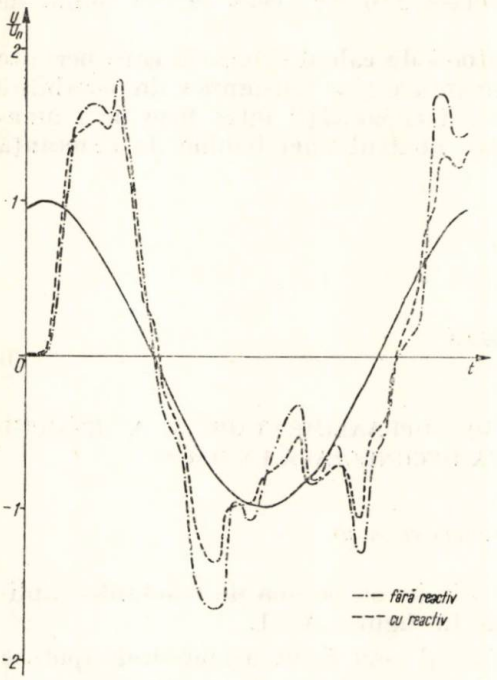


Fig. 3. — Variația tensiunii la capătul în gol al liniei
— · — · — fără bobină de reactanță
— — — — — cu bobină de reactanță.

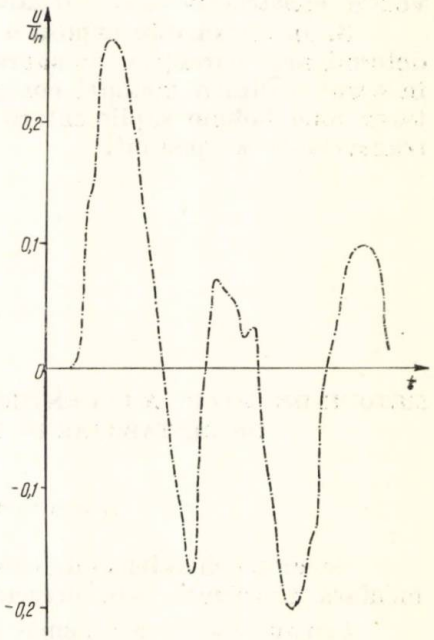


Fig. 4. — Variația tensiunii bobinei suplimentare la o conectare cu număr incomplet de faze.

7. CONCLUZII

Din cele expuse mai sus se pot trage următoarele concluzii :

1. Pe liniile lungi de înaltă și foarte înaltă tensiune, din cauza curenților mari de supraalimentare și a tensiunilor tranzitorii de restabilire, RARM reușit este puțin probabil. Prin măsuri speciale este posibil să se micșoreze curenții de supraalimentare, ceea ce creează posibilitatea utilizării RARM chiar și în aceste condiții. Utilizarea diferitelor metode pentru obținerea unui RARM reușit se poate face pe baza unei comparații tehnico-economice.

2. Pentru cazul concret studiat (linie de 400 kV—370 km) rezultă că metoda cea mai economică pentru micșorarea curenților de supraalimentare, și deci obținerea RARM reușit, este conectarea unei bobine

de reactanță suplimentare între punctul neutru al bobinei principale de 100 MVar și pămînt. Din calcule rezultă că valoarea bobinei suplimentare care compensează total componenta capacitivă a curentului de supraalimentare este de 0,53 din reactanța bobinei principale. Considerații tehnico-economice arată că o valoare a bobinei suplimentare de 0,25 din reactanța bobinei principale, micșorează curentul de supraalimentare pînă la o valoare la care se poate considera că RARM va fi reușit. Alegerea valorii de 0,25 pentru bobina suplimentară conduce la un nivel de izolație a neutrului bobinei principale de clasă 110 kV, ceea ce din punct de vedere constructiv este realizabil.

3. În anexă este expusă o metodă de calcul originală care permite determinarea curenților de supraalimentare și a tensiunilor de restabilire în cazul utilizării metodei compensării capacității între faze prin montarea unei bobine suplimentare între neutrul unei bobine de reactanță transversale și pămînt.

ANEXĂ

METODE DE CALCUL A CURENȚILOR DE SUPRAALIMENTARE ȘI A TENSIUNII DE RESTABILIRE PE FAZA DECONECTATĂ LA RARM

1. *Schema echivalentă de calcul*

Schema echivalentă de calcul a liniei cu bobina de reactanță suplimentară prevăzută este prezentată în figura A—1.

Pentru stabilirea schemei de calcul s-au făcut următoarele ipoteze simplificatoare:

— linia este considerată cu parametrii concentrați și este conectată la locul de cuplare al bobinei de reactanță;

— se neglijează pierderile active pe linie și cuplajul mutual inductiv între fazele liniei;

— se neglijează transpoziția fazelor.

Comparînd rezultatele calculelor pe schema considerată mai sus cu rezultatele obținute pe model [10] și în încercări la scară reală în Suedia [18] se poate trage concluzia că diferențele dintre calcule și încercări sînt neînsemnate și nu influențează asupra concluziilor legate de determinarea posibilității RARM reușit.

Simplificările făcute sînt acceptabile pentru linii la care componenta inductivă a curentului de supraalimentare nu poate întreține arcul singură ceea ce face să se obțină aceleași rezultate pentru linii în gol sau încărcate. Din încercările [18] rezultă că pentru linii de 400—500 km și 400 kV componenta capacitivă reprezintă 70% din curentul de supraalimentare. În cazul transpoziției complete componenta inductivă se micșorează cu 20% față de cazul liniei netranspuse [21]. Rezultă

că schema echivalentă propusă este corespunzătoare pentru linii pînă la 400 km.

În figura A—1 s-au făcut următoarele notații:

E_1, E_2 — t.e.m. echivalente ale fazelor sănătoase

$$C = (C_d - C_0)/3$$

C — capacitatea dintre faze
C_d — capacitatea de secvență directă
C_0 — capacitatea de secvență homopolară
L_R — inductanța reactorului principal
L_S — inductanța reactorului suplimentar de pe neutru
R — rezistența arcului de pe faza deconectată.

De la schema din figura A—1 se poate trece la schema din figura A—2, luînd în considerație simetria fazelor sănătoase [3], [4], [10], [13], [14], [15], [16], unde

$$X_0 = \frac{1}{\omega C_0} \qquad X_R = \omega L_R \qquad X_S = \omega L_S$$

$$k = \frac{X_S}{X_R} \qquad \underline{E} = \underline{E}_{f/2} \qquad X_C = \frac{1}{\omega C_{ff}}$$

$$\underline{Z}_E = -\mathrm{j}X_E = -\mathrm{j}\,\frac{\frac{X_R}{2}}{3\frac{X_R}{X_C} - 1}, \tag{A—1}$$

$$\underline{Z}_A = -\mathrm{j}X_A = 2\underline{Z}_E,$$

$$\underline{Z}_N = \mathrm{j}X_N = -2\frac{X_R}{X_C}\underline{Z}_E.$$

2. *Curentul de supraalimentare în arc pe durata RARM*

Făcînd notațiile

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_0 R}{\underline{Z}_0 + R}$$

$$\underline{Z}'_A = \underline{Z}_A + \underline{Z}$$

$$\underline{Z}'_N = \underline{Z}_N + \mathrm{j}kX_R$$

Curentul de supraalimentare va fi

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{E}_f}{2} \cdot \frac{1}{\underline{Z}_E + \frac{\underline{Z}'_N \cdot \underline{Z}'_A}{\underline{Z}'_N + \underline{Z}'_A}} \cdot \frac{\underline{Z}'_N}{\underline{Z}'_N + \underline{Z}'_A} \cdot \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_0 + R} \tag{A—2}$$

Tensiunea în arc :

$$\underline{U}_r = R\underline{I}_s = \frac{\underline{E}_f}{2} \cdot \frac{X_0 R}{(3X_E + X_0)R - 3jX_0X_E - \dfrac{X_E[R(X_0+2X_E) - j2X_E X_0]}{X_R\left(k + \dfrac{2X_E}{X_C}\right)}} \qquad (A-3)$$

3. *Tensiunea de restabilire la RARM*

Tensiunea de restabilire la RARM se obține din tensiunea în arc la $R = \infty$.

$$\underline{U}_r = \frac{\underline{E}_f}{2} \cdot \frac{X_0}{3X_E + X_0 - \dfrac{X_E(X_0 + 2X_E}{X_R\left(k + \dfrac{2X_E}{X_C}\right)}}$$

Dacă nu se conectează la neutru reactorul suplimentar atunci în formulele (A—1), (A—2), (A—3) se ia $K = 0$ ($x_s = 0$).

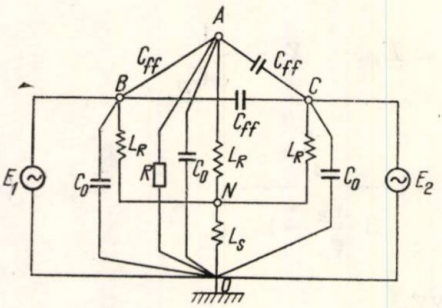


Fig. A — 1

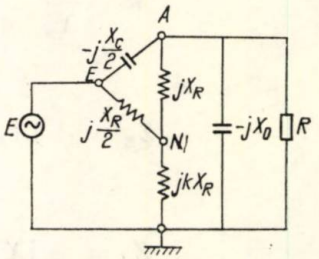


Fig. A — 2

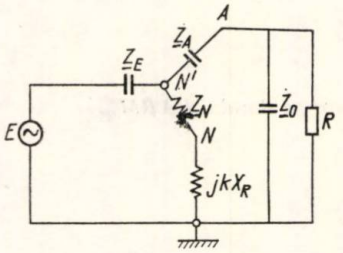


Fig. A — 3

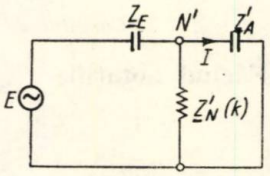


Fig. A — 4

BIBLIOGRAFIE

1. А. С. МАЙКОПАР, *Резонансное напряжение на отключенной фазе линии 400 кв.* Электричество, 1959, *2*, 10—12.
2. А. С. МАЙКОПАР, *Минимальное время автоматического повторного включения.* Электричество, 1959, *6*, 34—39.
3. А. С. МАЙКОПАР, *О возможности ОАПВ на электропередачах 500 кв длиной до 500 км с шунтирующим реактором.* Электричество, 1964, *7*, 32—34.
4. А. С. МАЙКОПАР, *Исследование условий самогашения дуги подпитки при ОАПВ на линии электропередачи.* Волжская ГЭС имени В. И. Ленина — Москва. Сборник статей, ГЭИ, 1958.

5. CABANES, L. DIETSCH, C. DIVAN, *La longueur des lignes limite-t-elle l'emploi du réenclenchement automatique monophasé dans les réseaux de transport d'énérgie a très haute tension.* CIGRÉ, rap. 142, 1954.
6. N. KUNDSEN, *Déclenchement monophasé des lignes des transport utilisant des bobines d'inductance pour extinction de l'arc secondaire.* GIGRÉ, rap. 310, 1962.
7. А. М. ЗАЛЕСКИ, *Электрическая дуга отключения.* ГЭИ, 1963.
8. И. К. РЕДЧЕНКО, А. С. ИЛЬЕНКО, *Определение критических параметров открытой дуги переменного тока методом энергетического баланса.* Известия ВУЗ-ов, Энергетика, 1964, *5*, 20—28.
9. И. К. РЕДЧЕНКО, А. С. ИЛЬЕНКО, *Теория длинной открытой дуги переменного тока и постоянная времени дуги.* Электричество, 1967, *11*, 58—62.
10. D. D. KUHN, *Load Rejection and Single — Phase Auto — Reclosure in EHV Long-Distance Transmission Systems.* Siemens, EHV AC Transmission, 6 — 37.
11. L. ROCHE, *Réenclenchement automatique monophasé sur les réseaux de transport d'énergie.* CIGRÉ, rap. 327, 1962.
12. А. С. МАЙКОПАР, *Эффективность АПВ и эксплуатационные показатели линии высших классов напряжения.* Электрические станции, 1964, *12*, 44—46.
13. Г. С. ЛИСОВСКИЙ, *Быстродействующее однофазное АПВ* (БОАПВ). Энергохозяйство за рубежом, 1966, *5*, 31—34.
14. E. W. KIMBARK, *Suppresion of Ground Fault Arcs on Single Pole Switched EHV Lines by Shunt Reactors.* Transactions on PAS, 1964, *3*, 285 — 290.
15. D. JOHN, H. KOETTNITZ, H. SCHULTZE, *Emploi de fils de terre pour l'amélioration du réenclenchement monophasé rapide de longues lignes a très haute tension.* CIGRÈ, rap. 401 1964.
16. А. Б. ЧЕРНИК, *Вычисление электрических величин и поведение релейной защиты при неполнофазных режимах в электрических системах.* ГЭИ, 1963.
17. А. С. МАЙКОПАР, *Гашение открытой электрической дуги.* Электричество, 1960, *4*, 64—69.
18. L. NORLIN, *Single Pole Reclosing : Field Tests in Sweden on a 380 kV, 415 Km Transmission Line.* CIGRÉ — Study Commitee nr. 13. Report to Commitee Meeting, May, 1954.
19. W. CASSON, *Troisième raport sur le comportement en exploitation des lignes de tension supérieure a 225 kV.* CIGRÉ, 1954, rap. 420.
20. H. A. PETERSON, N. V. DRAVID, *A Method for Reducing Dead Time for Single + Phase Reclosing in EHV Transmission.* Transactions on PAS, 1969, *4*, 388 — 399.
21. R. B. SHIPLEY, H. HOLLEY, D. COLEMAN, *Digital Analysis of Simple — Pole Switching on EHV Lines.* Transactions on PAS, 1968, *8*, 1679 — 1687.
22. G. DRĂGAN, I. ADĂMUȚ, M. PETCU, *Etude des sur tensions apparaissant à l'ouverture des circuits capacitifs et inductifs effectuée au moyen du calculateur analogique.* CIGRÉ, rap. 424, 1964.
23. C. DINCULESCU, A. ARIE, P. BUHUȘ, A. SELINSCHI, *Metodologie de calcul în domeniul linear al variațiilor de tensiune pe liniile lungi, în regim simetric și asimetric.* Buletinul Institutului politehnic București, **XXVIII**, *4*, 1966, 81 — 115.
24. G. DRĂGAN, A. CRISTOVICI, *Asupra metodelor de studiu al tensiunilor de origine internă.* Simpozionul de analiză și sinteză a rețelelor electrice, București 1967.
25. A. CRISTOVICI, A. BENSIMON, *Formule utile pentru calculul tensiunii pe linii de foarte înaltă tensiune.* Energetica, *5*, 1969.
26. A. CRISTOVICI, M. STAADECKER, *Model matematic pentru calculul numeric al supratensiunilor interne în rețele trifazate.* St. cerc. energ., *1*, 1971.

ASUPRA FILTRELOR DIFERENȚIALE

CRISTOFOR VASILIU

621.3.011

Se analizează restricțiile impuse prin metoda particulară obișnuită de proiectare a filtrelor diferențiale. Se arată posibilitatea de a proiecta aceste filtre prin metoda generală, fără a impune restricții, și de a mări, astfel, performanțele lor. Se determină filtrul în scară echivalent.

1. INTRODUCERE

Filtrele diferențiale sînt filtre de bandă folosite în echipamentele de telegrafie prin curenți purtători. Analiza și proiectarea acestor filtre [1], [2] se face printr-o metodă deosebită decît aceea sprijinită pe teoria generală a filtrelor pe bază de parametrii imagine. Unul dintre cei patru parametri disponibili pentru proiectare se fixează de la bun început pentru a simplifica analiza și a se putea astfel găsi expresiile directe pentru elementele componente ale filtrului în funcție de acești parametri. Ceilalți trei parametri rămîn a fi aleși într-un mod parțial empiric, deoarece legătura între valorile acestor parametrii și performanțele filtrului nu este suficient de clar și de direct exprimată.

Lucrarea de față urmărește în primul rînd să facă analiza acestor filtre prin prisma teoriei generale a filtrelor, punînd astfel în lumină implicațiile alegerii parametrilor în modul arătat mai sus asupra performanțelor filtrului. În al doilea rînd, rolul lucrării este să arate posibilitatea de a integra proiectarea acestor filtre în metoda generală de proiectare a filtrelor pe bază de parametrii imagine, ceea ce ar permite, în particular, folosirea și a procedeului grafo-analitic de calcul. În al treilea rînd, se caută să se găsească un filtru în scară echivalent celui diferențial, cunoscute fiind avantajele practice ale filtrelor în scară. Se va face, în sfîrșit, o comparație între filtrul în scară astfel obținut și filtrul în zig-zag, folosit de asemenea în sistemele de telegrafie armonică.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 171 — 182, 1972

2. ANALIZA FILTRELOR DIFERENȚIALE PRIN TEORIA GENERALĂ ȘI IMPLICAȚIILE ALEGERII PARAMETRILOR PRIN METODA OBIȘNUITĂ DE CALCUL

Filtrul diferențial este reprezentat în figura 1, *a*. Fără a micșora generalitatea, transformatorul de la intrare presupus ideal în studiul teoretic a fost luat cu raport de transformare egal cu unitatea. În figura 1.*b* este arătat cvadripolul în punte echivalent (a se vedea spre

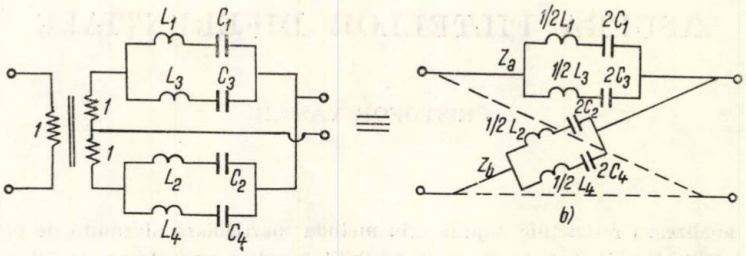


Fig. 1. — Filtrul diferențial și cvadripolul în punte echivalent.

exemplu [3]). Parametrii imagine ai acestui cvadripol sînt impedanța caracteristică

$$W = \sqrt{Z_a Z_b} \tag{1}$$

și exponentul pe imagini

$$q = \ln \frac{q+1}{q-1} \tag{2}$$

unde q este funcția de atenuare dată de egalitatea

$$q = \sqrt{\frac{Z_b}{Z_a}}. \tag{3}$$

Pentru impedanțele Z_a și Z_b ale cvadripolului din figura 1.*b* se găsesc cu ușurință expresiile

$$Z_a = \frac{1}{2} \frac{L_1 L_3}{L_1 + L_3} \frac{(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_3^2 - \omega^2)}{j\omega(\omega_2^2 - \omega^2)} = jX_a \tag{4}$$

și

$$Z_b = \frac{1}{2} \frac{L_2 L_4}{L_2 + L_4} \frac{(\omega_2^2 - \omega^2)(\omega_4^2 - \omega^2)}{j\omega(\omega_3^2 - \omega^2)} = jX_b \tag{5}$$

unde

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \omega_{t_1}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}, \quad \omega_3 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}} \tag{6}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{\sqrt{L_4 C_4}} = \omega_{t_2}$$

Frecvențele ω_1 și ω_4 coincid cu frecvențele de tăiere ω_{t_1} și ω_{t_2}, iar polii reactanțelor X_a și X_b coincid cu zerourile ω_2 și ω_3, pentru a avea o singură bandă de trecere, așa cum se poate vedea în figura 2.

Din (4) și (5) se obține pentru impedanța caracteristică expresia

$$W = \mu \frac{\sqrt{(\omega_{t_1}^2 - \omega^2)(\omega_{t_2}^2 - \omega^2)}}{j\omega}, \tag{7}$$

iar pentru funcția de atenuare expresia

$$q = m \frac{(\omega_2^2 - \omega^2)\sqrt{\omega_{t_2}^2 - \omega^2}}{(\omega_3^2 - \omega^2)\sqrt{\omega_{t_1}^2 - \omega^2}}, \tag{8}$$

unde

$$\mu = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L_1 L_2 L_3 L_4}{(L_1 + L_3)(L_2 + L_4)}} \tag{9}$$

și

$$m = \sqrt{\frac{L_2 L_4 (L_1 + L_3)}{L_1 L_3 (L_2 + L_4)}}. \tag{10}$$

Impedanța caracteristică este de tipul cu simetrie geometrică în raport cu frecvența $\omega_0 = \sqrt{\omega_{t_1}\omega_{t_2}}$, așa cum rezultă din expresia (7).

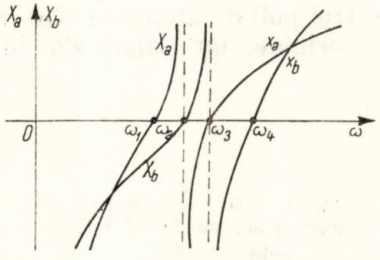


Fig. 2. — Variația cu frecvența a reactanțelor X_a și X_b.

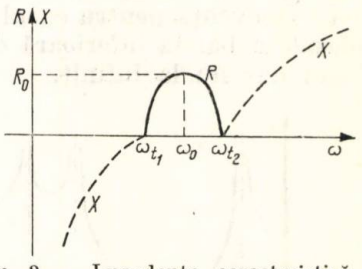


Fig. 3. — Impedanța caracteristică a filtrului.

Variația cu frecvența este arătată în figura 3, unde R_0 reprezintă așa-numita valoare nominală a impedanței caracteristice și este dată de egalitatea

$$R_0 = \mu(\omega_{t_2} - \omega_{t_1}). \tag{11}$$

Să vedem acum cîți parametri rămîn disponibili pentru proiectarea filtrului. Cele două frecvențe de tăiere $\omega_{t_1} = \omega_1$ și $\omega_{t_2} = \omega_2$ sînt fixate de banda de trecere impusă. Coincidența polilor și zerourilor reactanțelor X_a și X_b arătată în figura 2, necesară pentru a avea o singură bandă de trecere, implică încă două relații între elementele filtrului.

Pe de altă parte, filtrul este compus din opt elemente. Rezultă atunci că rămîn doar patru parametri nedefiniți, adică se mai pot impune patru condiții pentru a preciza univoc valorile tuturor elementelor filtrului.

Impedanța caracteristică depinde de un singur parametru. Dacă se impune valoarea nominală R_0 din (11), cu un μ dat de (9), această impedanță este univoc determinată.

Prin urmare, pentru precizarea exponentului de transfer, au rămas disponibili trei parametri. Aceștia sînt ω_2, ω_3 și m din (10), care vor defini funcția de atenuare q din (8).

Polii de atenuare sînt dați de ecuația $q = 1$. După (8), această ecuație poate fi scrisă sub forma

$$A\omega^6 + B\omega^4 + C\omega^2 + D = 0, \tag{12}$$

unde

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 1, \\ B &= \omega_{t_1}^2 + 2\omega_3^2 - m^2\omega_{t_2}^2 - 2m^2\omega_2^2, \\ C &= m^2\omega_2^4 + 2m^2\omega_{t_2}^2\,\omega_2^2 - \omega_3^4 - 2\omega_{t_1}\,\omega_3^2, \\ D &= \omega_{t_1}^2\omega_3^4 - m^2\omega_{t_2}^2\omega_2^4. \end{aligned} \tag{13}$$

Această ecuație este de gradul trei în ω^2 și rădăcinile ei dau cei trei poli de atenuare corespunzători frecvențelor ω pozitive. Firește, fiecare dintre acești trei poli poate fi real sau nu și, în cazul cînd este real, poate să fie plasat în banda inferioară de oprire $(0, \omega_{t_1})$ sau în cea superioară (ω_{t_2}, ∞). În figura 4 este reprezentată curba de atenuare în funcție de frecvență pentru cazul cînd cei trei poli de atenuare sînt reali, unul plasat în banda inferioară dar nu în origine, iar ceilalți doi în cea superioară dar nu la infinit.

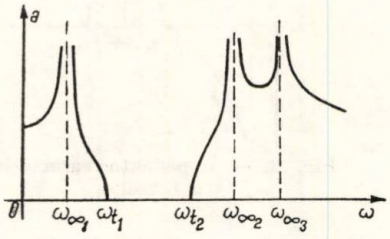


Fig. 4. — O caracteristică tipică a atenuării cînd toți polii sînt reali.

În lumina analizei făcută mai sus, să urmărim acum care sînt consecințele care rezultă din condițiile impuse la calculul filtrelor prin metoda arătată în [1] sau [2].

Prima dintre condiții este

$$\omega_{t_1}^2 + \omega_{t_2}^2 = \omega_2^2 + \omega_3^2 \tag{14}$$

și pare a fi luată pentru a permite o analiză mai simplă a parametrilor imagine ai filtrului, printr-o schimbare de variabilă. Oricum, această condiție face ca, dacă doi poli de atenuare sînt dați, al treilea să rezulte,

adică să nu mai poată fi ales în mod independent.

O a doua condiție este dată de egalitatea

$$\lambda = \sqrt{\frac{L_1}{L_4}} = 1 \tag{15}$$

și care pare, de asemenea, impusă pentru a se putea găsi relații explicite pentru polii de atenuare și frecvențele la care atenuarea este minimă.

În felul acesta funcția de atenuare q (și deci polii de atenuare) mai depind doar de un singur parametru. Se face apoi notația

$$\delta = \frac{\omega_3^2 - \omega_2^2}{\omega_{t_2}^2 - \omega_{t_1}^2} \tag{16}$$

și se recomandă, pentru acest ultim parametru, valorile cuprinse între limitele date de relația

$$0{,}5 < \delta < 0{,}6. \tag{17}$$

Cu alegerea parametrului δ, funcția de atenuare este univoc determinată și proiectarea filtrului încheiată.

Vom căuta, în cele ce urmează, să urmărim influența condițiilor (14), (15) și (17) asupra poziției polilor de atenuare și, deci, asupra performanței filtrului.

Condițiile de bandă unică specificate mai sus (coincidența, în zona de trecere, a polilor reactanței X_a cu zerourile reactanței X_s și invers) duc la relațiile

$$\omega_2^2 = \frac{\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_3}}{L_1 + L_3} \tag{18}$$

și

$$\omega_3^2 = \frac{\dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_4}}{L_2 + L_4}. \tag{19}$$

Cu notațiile din (6), aceste relații se pot scrie sub forma

$$\frac{L_1}{L_3} = \frac{\omega_3^2 - \omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_{t_1}^2} \tag{20}$$

și

$$\frac{L_2}{L_4} = \frac{\omega_{t_2}^2 - \omega_3^2}{\omega_3^2 - \omega_2^2}. \tag{21}$$

Se vede acum că condiția (14) introdusă în (20) și (21) duce la egalitatea

$$\frac{L_3}{L_2} = \frac{L_1}{L_4} = \lambda^2. \tag{22}$$

Această egalitate, folosită în (10), ne dă pentru parametrul m din funcția de atenuare expresia

$$m = \frac{1}{\lambda}. \tag{23}$$

Cea de-a doua condiție, exprimată de (15), introdusă în (23), impune $m = 1$. Consecința este că funcția de atenuare q din (8) este egală cu unitatea $\omega \to \infty$, ceea ce înseamnă *că un pol de atenuare este totdeauna la infinit.* Ceilalți doi poli vor fi dați de rădăcinile ecuației

$$(\omega_{l_1}^2 + 2\omega_3^2 - \omega_{l_2}^2 - 2\omega_2^2)\,\omega^4 + (\omega_2^4 + 2\omega_{l_2}^2\,\omega_2^2 - \omega_3^4 - 2\omega_{l_1}^2\,\omega_3^2)\,\omega^2 +$$

$$+ \omega_{l_1}^2\,\omega_3^4 - \omega_{l_2}^2\,\omega_2^4 = 0 \tag{42}$$

care se obține din (12) și (13) pentru $m = 1$.

Să facem notația

$$\frac{\omega_{l_2}^2}{\omega_{l_1}^2} = \alpha. \tag{25}$$

Cu această notație și folosind (14) și (16), ecuația (24) ia forma

$$B\omega^4 + C\omega^2 + D = 0, \tag{26}$$

unde

$$\begin{aligned} B &= 2\delta - 1, \\ C &= (1 - 2\delta)\,(\alpha + 1)\omega_{l_1}^2, \\ D &= \frac{1}{4}[(2\delta - 1)\,(\alpha + 1)^2 - \delta^2(\alpha - 1)^2]\omega_{l_1}^4. \end{aligned} \tag{27}$$

Discuția ecuației (26), ale cărei rădăcini stabilesc poziția celor doi poli de atenuare, (primul este la infinit) ne arată cele ce urmează.

Discriminantul ecuației are valoarea

$$C^2 - 4BD = \omega_{l_1}^4 \delta^2\,(2\delta - 1)\,(\alpha - 1)^2 \tag{28}$$

și este pozitiv pentru $\delta > 0{,}5$ și negativ pentru $\delta < 0{,}5$.

Coeficientul D în (27) este pozitiv între limitele

$$\delta_1 = \frac{1 + \alpha}{(1 + \sqrt{\alpha})^2} < \delta < \frac{1 + \alpha}{(1 - \sqrt{\alpha})^2} = \delta_2. \tag{29}$$

Pentru $\delta < 0{,}5$, $B < 0$ și $C > 0$ în (27), iar pentru $\delta > 0{,}5$, $B > 0$ și $C < 0$.

Discuția de mai sus duce la următoarele rezultate :

1. Pentru $\delta < 0{,}5$, nici un pol nu este real.

2. Pentru $\delta = 0{,}5$ un pol este la infinit, iar celălalt nu este real.

3. Pentru $0{,}5 < \delta < \delta_1$, un singur pol este real, în banda superioară de oprire la o frecvență dată de (31) cu semnal pozitiv în paranteză.

4. Pentru $\delta = \delta_1$, un pol este în origine și al doilea în banda superioară de atenuare la frecvența

$$\omega_{\infty_3} = \sqrt{\omega_{t_2}^2 + \omega_{t_1}^2} \,. \tag{30}$$

5. Pentru $\delta_1 < \delta < \delta_2$ cei doi poli sînt reali, unul în banda superioară, celălalt în banda inferioară de oprire, la frecvențele date de egalitatea

$$\omega_{\infty_{1,2}}^2 = \frac{1}{2}\left[(\omega_{t_2}^2 + \omega_{t_1}^2) \mp (\omega_{t_2}^2 - \omega_{t_1}^2)\frac{\delta}{\sqrt{2\delta - 1}}\right]. \tag{31}$$

6. Pentru $\delta = \delta_2$, un pol este în origine iar al doilea în banda superioară, la frecvența din (30).

7. Pentru $\delta > \delta_2$, un singur pol este real, în banda superioară, la o frecvență dată de (31) cu semnul pozitiv în paranteză.

În practică, pentru filtrele utilizate în telegrafia armonică, raportul α din (25) este supraunitar dar apropiat de unitate. Cea mai mare valoare pe care o poate lua este pentru calea telegrafică cu frecvența purtătoare cea mai mică. Conform normelor CTITT, această cale are frecvența purtătoare de 420 Hz și lățimea de bandă de 80 Hz [2]. În acest caz $\alpha \approx 1{,}5$ iar din (29) se obține $\delta_2 \approx 5$. Pentru celelalte căi, α este mai mic și δ_2 mai mare. De aici rezultă că intervalul pentru δ din (17) este în întregime cuprins sub δ_2.

Pe de altă parte, se observă din (29) că $\delta_1 > 0{,}5$, dar foarte apropiat de 0,5 pentru valorile uzuale luate de α. Astfel, pentru $\alpha = 1{,}5$ de mai sus, $\delta_1 \approx 0{,}505$. Pentru celelalte căi, cu α mai mic, δ_1 va fi și mai apropiat de 0,5.

În concluzie, pentru δ cuprins în intervalul specificat de (17) și λ dat de (15), un pol de atenuare este la infinit, iar ceilalți doi sînt reali, unul în banda superioară, celălalt în banda inferioară de oprire. Variația atenuării pe imagini cu frecvența are aspectul din figura 5 pentru acest caz, iar cei doi poli ω_{∞_1} și ω_{∞_2} sînt dați de egalitatea (31).

3. PROIECTAREA FILTRELOR DIFERENȚIALE PRIN METODA GENERALĂ

În procedeul obișnuit, descris în [1] și [2], de proiectare a filtrelor diferențiale, cînd sînt impuse condițiile (14) și (15), proiectarea filtrelor este simplă, deoarece cele patru inductanțe sînt exprimate în funcție de frecvențele de tăiere, de valoarea nominală a impedanței caracteristice R_0 și de parametrul δ. Alegerea acestuia din urmă în limitele date de (17) constituie întreaga proiectare. Cele patru capacități rezultă din relațiile (6), iar frecvențele ω_2 și ω_3 din (20) și (21). Dăm aici, cu titlu

de completare, relaţiile pentru calculul celor patru inductanţe

$$L_1 = 2K\lambda R_0 \frac{1+\delta}{1-\delta}; \qquad L_2 = \frac{KR_0(1+\delta)}{\lambda\delta},$$
$$L_3 = K\lambda R_0 \frac{1+\delta}{\delta}; \qquad L_4 = \frac{KR_0(1+\delta)}{\lambda(1-\delta)}. \tag{32}$$

unde

$$K = \frac{\sqrt{2(\omega_{t_2}^2 + \omega_{t_1}^2)}}{\omega_{t_2}^2 - \omega_{t_1}^2}. \tag{33}$$

Procedeul de proiectare de mai sus are avantajul că este simplu, însă el consistă în a obţine o soluţie aproape în întregime prestabilită. Singura libertate constă în alegerea parametrului δ în limitele date de (17). Impunînd $\lambda = 1$, conform condiţiei (15) un pol de atenuare este totdeauna la infinit, aşa cum a rezultat din analiza precedentă şi cum se vede în figura 5. Aceasta nu reprezintă însă soluţia optimă din punctul de vedere al atenuării. Aducerea polului de la infinit la o frecvenţă finită poate mări minimum-ul atenuării, aşa cum o sugerează reprezentarea atenuării din figura 4. Acest lucru presupune a lua $\lambda \neq 1$, fapt care face ca să nu se mai poată practic urmări influenţa valorii parametrului asupra atenuării, deoarece poziţia tuturor polilor se schimbă, frecvenţele acestora fiind date de ecuaţia de gradul trei din (13) cu valoarea parametrului m din (23). Dar chiar cînd s-ar alege $\lambda \neq 1$, soluţia optimă pentru atenuare nu poate fi atinsă din cauză că numai doi poli de atenuare se pot deplasa independent, cel de-al treilea fiind legat univoc de primii doi datorită condiţiei (14).

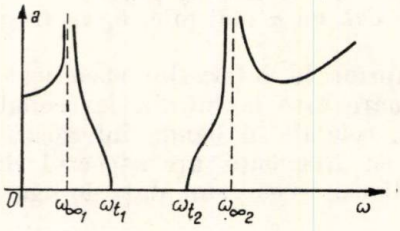


Fig. 5. — Caracteristica atenuării cu un pol la infinit.

În cele ce urmează vom arăta un mod de a proiecta filtrele diferenţiale prin metoda în general folosită la proiectarea filtrelor. În această metodă generală se determină întîi polii de atenuare (prin procedee analitice sau grafo-analitice) pentru a obţine o comportare optimă a atenuării (în general, pentru a face ca minimum-ul atenuării să fie maxim posibil pentru un număr dat de poli). Pentru fiecare pol sau pereche de poli se determină celula de filtru corespunzătoare şi aceste celule se conectează în cascadă. Relaţiile care dau elementele celulelor sînt date în tabele.

Pentru filtrul diferențial din figura 1 nu există relații care să permită calculul elementelor direct în funcție de polii de atenuare, deoarece acest filtru are trei poli, și relațiile de dependență nu mai pot fi explicitate în raport cu elementele filtrului.

Să presupunem că cei trei poli au fost aleși prin procedeele obișnuite de optimizare a atenuării și că deci sînt cunoscuți, și să arătăm cum pot fi determinate elementele filtrului.

1. Fiecare pol de atenuare $\omega_{\infty i}$ satisface ecuația $q = 1$. Din (8) rezultă atunci

$$\omega_i\omega_3^2 - \beta_i m\omega_2^2 + \beta_i\omega_{\infty i}^2 m = \alpha_i\omega_{\infty i}^2 \qquad (34)$$

$$i = 1, 2, 3$$

unde

$$\alpha_i = \sqrt{\omega_{t_1}^2 - \omega_{\infty i}^2}\,, \beta_i = \sqrt{\omega_{t_2}^2 - \omega_{\infty i}^2}\,. \qquad (35)$$

Acesta este un sistem de trei ecuații liniare în necunoscutele ω_3^2, $m\omega_2^2$ și m, care se rezolvă cu ușurință, obținînd astfel valorile pentru m, ω_2 și ω_3.

2. Din (11) se obține pentru μ expresia

$$\mu = \frac{R_0}{\omega_{t_2} - \omega_{t_1}} \qquad (36)$$

deoarece R_0 este o dată de proiectare, și reprezintă valoarea maximă a impedanței caracteristice în zona de trecere (figura 3).

3. Din (20) și (21) se obțin rapoartele

$$\frac{L_1}{L_3} = \frac{\omega_3^2 - \omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_{t_1}^2} \qquad (37)$$

și

$$\frac{L_2}{L_4} = \frac{\omega_{t^2}^2 - \omega_3^2}{\omega_3^2 - \omega_2^2}\,. \qquad (38)$$

4. Relațiile (9) și (10) scrise sub forma

$$L_1L_2 = 4\mu^2\left(\frac{L_1}{L_3} + 1\right)\left(\frac{L_2}{L_4} + 1\right) \qquad (39)$$

și

$$\frac{L_2}{L_1} = m^2\,\frac{\dfrac{L_2}{L_4} + 1}{\dfrac{L_1}{L_3} + 1} \qquad (40)$$

ne dau pe L_1 și L_2, iar din (37) și (38) deducem pe L_3 și L_4.

5. Din egalitățile (6) se obțin cele patru capacități.

După cum se vede, calculele necesare pentru determinarea elementelor filtrului atunci cînd polii de atenuare sînt dați, reprezentate de egalitățile (34)—(40) sînt simple și nu ridică nici o problemă de existență a soluțiilor. Pentru orice sistem de trei poli reali și finiți, vor rezulta valori pozitive pentru elementele filtrului. Dacă unul din poli este la infinit, $m = 1$ și frecvențele ω_2 și ω_3 se calculează din sistemul (34), redus la două ecuații corespunzătoare celor doi poli finiți.

4. FILTRUL ÎN SCARĂ ECHIVALENT CELUI DIFERENȚIAL

Dacă cei trei poli de atenuare sînt reali (inclusiv la infinit), filtrul diferențial are totdeauna un filtru echivalent în scară. Acest filtru echivalent nu se poate obține direct sub forma unui cvadripol în T sau π din cvadripolul în punte din figura 1.*b*. Pentru acest cvadripol în punte se poate obține însă un cvadripol echivalent, format prin conectarea în cascadă a doi cvadripoli în punte mai simpli, așa cum este arătat în figura 6. Primul dintre acești doi cvadripoli în cascadă are doi poli de atenuare pe imagini, iar cel de-al doilea numai unul, amîndoi cvadripoli au însă aceeași impedanță caracteristică, dată de relația (7) și reprezentată în figura 3. Acest lucru se poate constata printr-o analiză analoagă celei făcute mai sus pentru cvadripolul din figura 1.*b*, sau prin consultarea tabelelor de celule de filtru de bandă existente în literatură.

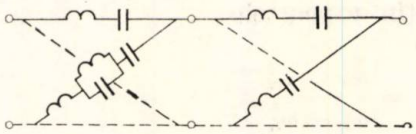


Fig. 6. — Cvadripol echivalent cu acela din figura 1.*b*.

La rîndul lor, fiecare din cei doi cvadripoli în cascadă au cîte un cvadripol în T echivalent, așa cum o arată imediat teorema bisecțiunii, ceea ce duce la cvadripolul din figura 7.*a*. Dacă se contopesc elementele de același fel în serie și dipolul în paralel din primul cvadripol se transformă într-unul echivalent format din două circuite rezonante serie în paralel, se ajunge la cvadripolul din figura 7.*b*.

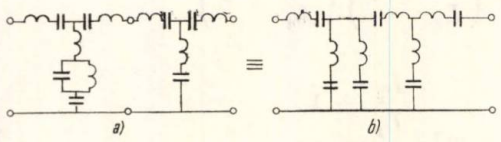


Fig. 7. — Cvadripoli echivalenți cu cel din figura 6.

Am obținut așadar filtrul în scară din figura 7.*b*, echivalent cu filtrul diferențial din figura 1. Frecvențele de rezonanță ale circuitelor serie din ramurile în paralel reprezintă polii de atenuare. Dacă un pol este

la infinit, inductanța aparținînd circuitului rezonant serie corespunzător este nulă.

Firește, în practică nu vom proiecta întîi filtrul diferențial pentru a obține apoi, prin echivalență, filtrul în scară. Aceasta din urmă se poate obține direct din tabelele de celule de filtrul de bandă, după ce, în prealabil, au fost stabiliți polii de atenuare.

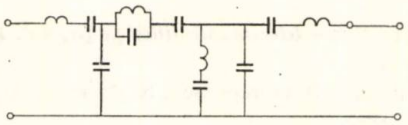


Fig. 8. — Filtru în zig-zag cu trei poli reali de atenuare, din care unul la infinit.

Să comparăm acum acest filtru în scară cu un filtru în zig-zag (tot în scară), de performanță echivalentă. În figura 8 este reprezentat un asemenea filtru în zig-zag [4]. Acest filtru are doi poli la frecvențe finite, diferite de zero și un pol la infinit, repartizat cîte jumătate la cele două capete, pentru a se obține o impedanță caracteristică ca aceea dată de relația (7). Menționăm că polul de la infinit este obligator la acest filtru, deoarece celulele de filtre în zig-zag au o impedanță caracteristică nepotrivită pentru o adaptare acceptabilă. După cum se vede, filtrul în zig-zag conține 11 elemente, 4 inductanțe și 7 capacități, pe cînd cel din figura 7.*b*, pentru cazul cînd un pol este la infinit (o inductanță lipsă), conține tot 11 elemente, dar 5 inductanțe și 6 capacități. Înlocuirea unei inductanțe cu o capacitate constituie o oarecare economie. Pe de altă parte însă, polul de la infinit la filtrul din figura 7.*b* nu-i obligatoriu, astfel încît, prin adăugarea doar a unei inductanțe, acest pol poate fi adus la o frecvență finită oarecare, îmbunătățind astfel în mod substanțial performanța filtrului. În felul acesta, avantajul filtrului în zig-zag este discutabil, mai ales dacă ne reamintim că atenuarea compusă, care ne interesează în ultima instanță, va avea în orice caz un pol la infinit, indiferent dacă atenuarea pe imagini are sau nu un asemenea pol.

5. CONCLUZII

În lucrarea prezentă, filtrul diferențial, folosit în sistemele de telegrafie armonică, studiat și proiectat în literatura de specialitate printr-o metodă particulară, a fost analizat prin punctul de vedere al teoriei generale a filtrelor. Au fost scoase astfel în lumină consecințele asupra performanței filtrului determinate de anumite condiții impuse filtrului, în parte numai pentru motive de simplitate matematică.

Această analiză a permis găsirea unui procedeu de proiectare a filtrului fără a mai impune acele condiții restrictive și făcînd astfel posibilă o îmbunătățire a performanței filtrului. Polii de atenuare pot în felul acesta fi aleși în mod independent, iar determinarea acestor poli se poate face, ca și la celelalte filtre, prin metode grafo-analitice care să ducă la o comportare optimă a atenuării.

Analiza făcută a permis apoi să se găsească un filtru în scară echivalent cu cel diferențial, cunoscute fiind avantajele practice ale filtrelor în scară față de cele în punte. Acest filtru în scară a fost după aceea comparat cu un filtru în zig-zag de performanță echivalentă.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Condrea *Bazele telecomunicațiilor pe fir*, vol. II, Edit. didactică și pedagogică, București 1966.
2. M. Mănciulescu, P. Datculescu, N. Ofirlica, D, Stan, *Telegrafie*, Edit. tehnică, București, 1967.
3. Cr. Vasiliu *Determinarea proprietăților transformatorului diferențial simetric, în orice condiții de lucru, prin intermediul diporților echivalenți*, Telecomunicații, 7, iulie (1970).
4. V. Rbelevitch *Théorie des circuits des télécommunication*, Gauthier-Villars, Paris, 1957.

RELEU DE TIMP DIGITAL PENTRU TEMPORIZĂRI FOARTE MARI

I. I. PONNER

621.318.572

Se prezintă un releu de timp digital echipat cu divizoare de frecvenţă cu tranzistoare unijoncţiune, care permite realizarea unor temporizări foarte mari, de ordinul zilelor. Se examinează în detaliu funcţionarea divizoarelor de frecvenţă, influenţa amplitudinii semnalului de comandă şi a tensiunii de alimentare asupra preciziei raportului de divizare, precum şi influenţa diverselor constante de timp ale circuitului divizoarelor de frecvenţă asupra frecvenţei maxime a semnalului de comandă.

Releele de timp cele mai frecvent utilizate sînt cele de tipul analogic, care folosesc principiul încărcării unui condensator de la o sursă de tensiune constantă, sau de la o sursă de curent constant. Un detector de nivel de tensiune conectat în paralel pe acest condensator sesizează momentul atingerii unei anumite valori critice a tensiunii. Mărimea temporizării realizate creşte o dată cu constanta de timp a circuitului de încărcare al condensatorului şi cu mărimea tensiunii de acţionare a detectorului de nivel şi scade pe măsura creşterii vitezei de creştere a tensiunii la bornele condensatorului.

Pentru mărirea constantei de timp a circuitului se poate mări valoarea condensatorului, dar în acest caz creşte costul şi gabaritul instalaţiei. Mărind mult valoarea condensatorului, rezistenţa echivalentă de pierderi a condensatorului va fi din ce în ce mai mică, şi deci se micşorează nivelul tensiunii finale ce se poate obţine la bornele condensatorului. Constanta de timp a circuitului se poate mări şi prin mărirea valorii rezistenţei de încărcare a condensatorului, dar şi în acest caz se micşorează valoarea finală a tensiunii la bornele condensatorului şi totodată se micşorează valoarea maximă a curentului pe care-l poate furniza circuitul de temporizare etajului detector de nivel.

Evident, dacă valoarea finală a tensiunii la bornele condensatorului este mică, în mod implicit şi nivelul tensiunii de acţionare a detectorului de nivel trebuie să fie redus, deci apare astfel o limitare a valorii maxime a temporizării care se poate obţine.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 183—194, 1972

Prin creşterea constantei de timp a circuitului se micşorează viteza de creştere a tensiunii la bornele condensatorului, deci şi unghiul de intersecţie dintre această curbă de variaţie a acestei tensiuni şi nivelul tensiunii critice a detectorului de nivel, ceea ce reduce precizia de acţionare a detectorului.

Din cauza compromisului care trebuie făcut între mărimea temporizării şi gradul de precizie al schemei, releele electronice de timp de tip analogic mai frecvent întîlnite pot realiza temporizări a căror valoare nu poate depăşi zeci de secunde sau în cazul schemelor mai complexe, cîteva minute, iar preciziile corespunzătoare — care pot fi influenţate puternic de către o serie de factori ca : tensiunea de alimentare, temperatură, îmbătrînirea elementelor componente — pot fi de ordinul procentelor sau în cazul luării unor serii de măsuri de precauţie, de ordinul fracţiunilor de procente [13], [2], [3].

Recurgînd la un detector de nivel cu un tranzistor unijoncţiune care foloseşte principiul testării periodice a tensiunii la bornele condensatorului, se pot realiza relee de timp analogice care permit obţinerea unor temporizări mergînd pînă la o oră, cu o precizie de ordinul fracţiunilor de procent [3].

În cazul unor temporizări mai mari, sau a unor precizii mai ridicate decît cele realizabile cu releele de timp analogice, se folosesc relee de timp digitale, care utilizează numărătoare electronice de o capacitate convenabilă, la a căror intrare se aplică semnale cu o stabilitate de frecvenţă corespunzătoare pentru precizia cerută. Temporizarea realizată depinde de frecvenţa semnalului de intrare şi de factorul de divizare al numărătorului. Prin factorul de divizare se înţelege numărul de impulsuri care trebuie aplicate la intrarea numărătorului pentru a obţine un impuls la ieşire.

Folosind numărătoare electronice cu elemente de acumulare, circuitele de numărare rezultă foarte simple. În acest caz însă numărătoarele (divizoarele de frecvenţă) pot realiza factori de divizare relativ mici, iar funcţionarea lor este stabilă numai dacă constanta de timp de descărcare proprie a condensatorului, folosit drept element de acumulare, este mare în raport cu perioada semnalului de comandă. Pentru a obţine temporizări mari, divizoarele de frecvenţă de acest tip nu se pot conecta în cascadă, ci ieşirile lor se conectează la intrările unui circuit de coincidenţă.

Schema bloc a unui releu electronic de acest tip este reprezentată în figura 1. Divizoarele de frecvenţă $D_1 \cdots D_N$ trebuie să aibă rapoarte

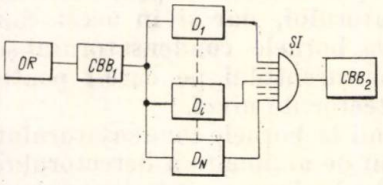


Fig. 1. — Schema bloc a unui releu de timp cu divizoare de frecvenţă

de divizare diferite între ele, şi fiecare raport de divizare trebuie să fie un număr prim sau o putere întreagă a unui număr prim. Impulsurile de divizat sînt produse de un oscilator pilot de relaxare OR cu un

TUJ. Aceste impulsuri se formează și în același timp se divid în raport de 2 cu un circuit basculant bistabil CBB_1. Ieșirile tuturor divizoarelor sînt conectate la un circuit ȘI care sesizează coincidența apariției simultane a impulsurilor din divizoarele de frecvență. Intervalul de timp după care apare coincidența impulsurilor de ieșire reprezintă temporizarea acestui releu electronic de timp și are valoarea

$$T_0 = 2T\Pi n_i^p, \qquad (1)$$

în care T este perioada impulsurilor produse de *OR*, n — un număr prim, n_i^p — raportul de divizare al divizorului de ordinul i; p — un număr întreg pozitiv.

Ieșirea circuitului ȘI poate comanda orice dispozitiv sau circuit electronic care-și schimbă starea de echilibru la aplicarea unui impuls de scurtă durată (tiristor, circuite basculante mono- sau bistabile, oscilator blocat cu așteptare etc.).

Stabilitatea raportului de divizare maxim care se poate realiza cu un divizor de frecvență cu elemente de acumulare depinde de calitatea condensatorului de acumulare și a diodelor de izolare folosite, de perioada de repetiție a semnalului oscilatorului pilot și de condițiile de lucru ale schemei (temperatură, stabilitatea tensiunilor de alimentare). Experimental se constată, că folosind diode de tip BA 146 și condensatoare stiroflex de tip IPRS pentru o perioadă de repetiție a semnalelor aplicate la intrarea divizoarelor de frecvență de $T = 12$s se poate obține un raport de divizare maxim de $n = 9$ [4]. Folosind asemenea piese rapoartele de divizare individuale maxime care se pot realiza sînt 5, 7, 2^3, 3^2. Pentru aceste rapoarte de divizare și pentru perioada oscilatorului de relaxare de $T = 12$ s rezultă temporizarea acestui releu de timp de $T_0 = 6{,}05 \cdot 10^4$s $= 16{,}8$ ore.

Dispunînd de piese de calitate mai bună decît cele de mai sus, se vor putea realiza rapoarte de divizare și mai mari și se va putea mări perioada oscilatorului de relaxare. Dacă se reușește să se obțină raportul de divizare imediat următor, $n = 11$, și mărind perioada oscilatorului de relaxare pînă la $T = 20$ s, pentru temporizarea releului va rezulta $T_0 = 1{,}11 . 10^6$ $s = 309$ ore $= 12{,}9$ zile.

Mărirea temporizării în continuare, dacă este cazul, se poate face conectînd la ieșirea circuitului ȘI, divizoare de frecvență cu celule binare, care permit divizarea unor frecvențe oricît de coborîte.

Reglajul temporizării se poate face în trepte prin modificarea rapoartelor de divizare ale divizoarelor individuale, iar în mod continuu prin modificarea perioadei semnalului dat de *OR*.

Stabilitatea între limite mici cu o variație continuă a temporizării este determinată de stabilitatea perioadei lui *OR*, iar stabilitatea la variații mari, discontinue, este determinată de constanța rapoartelor de divizare ale divizoarelor de frecvență. Oscilatoarele de relaxare cu *TUJ* compensate termic prezintă o stabilitate bună a frecvenței cu temperatura, putîndu-se obține abateri ale frecvenței oscilațiilor produse mai mici de 0,5% pentru o variație a temperaturii între +10°C și +40°C [3].

Pentru a obține o stabilitate termică mai bună a frecvenței oscilatorului de relaxare se recurge la termostatarea lui. În cazul în care

se urmăreşte obţinerea unei stabilităţi a temporizării foarte ridicate, se va folosi un oscilator cu cuarţ urmat de un circuit de formare adecvat.

Schema de principiu a unui divizor de frecvenţă de tipul cu acumulare, echipat cu un TUJ [5] este reprezentată în figura 2. Diodele

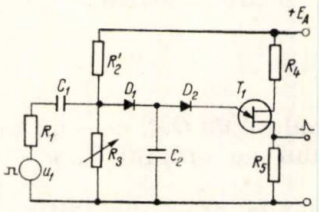


Fig. 2. — Schema de principiu a unui divizor de frecvenţă cu un tranzistor unijoncţiune

de izolare D_1 şi D_2 trebuie să fie de tipul planar cu siliciu, cu un curent invers de ordinul 20.10^{-6} μA. Ele nu permit descărcarea condensatorului de acumulare C_2, spre TUJ şi respectiv spre divizorul R_2, R_3. Pînă în momentul amorsării TUJ-ului aceste diode sînt polarizate invers, deoarece $\eta E_A > u_{C_2}$ şi $u_{C_2} > \dfrac{R_3}{R_3 + R_2} E_A$.

Divizorul de tensiune R'_2, R_3 determină tensiunea iniţială a condensatorului C_2, prin care se poate face reglajul raportului de divizare al etajului. Condensatorul C_2 trebuie să fie un condensator de foarte bună calitate de tip stiroflex, cu un curent de fugă practic neglijabil. În aceste condiţii C_2 poate să-şi menţină sarcina vreme îndelungată. R_4 este rezistenţa de stabilizare termică a TUJ-ului, iar R_1 este rezistenţa internă a sursei de semnal.

Schema echivalentă de încărcare a condensatorului C_2 este reprezentată în figura 3 [6]. Considerînd pentru început în locul diodei D_1

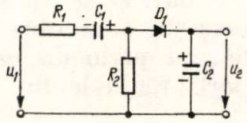


Fig. 3. — Circuitul echivalent de încărcare a condensatorului de acumulare

un scurtcircuit, impedanţa operaţională a circuitului este

$$Z(s) = R_1 + \frac{1}{sC_1} + \frac{R_2 \dfrac{1}{sC_2}}{R_2 + \dfrac{1}{sC_2}} = R_1 + \frac{1}{sC_1} + Z_2(s), \qquad (2)$$

în care $R_2 = R'_2 \| R_3$, iar $Z_2(s)$ este impedanţa oporaţională a grupului $R_2 - C_2$. Imaginea tensiunii de ieşire este

$$U_2(s) = \frac{Z_2(s)}{Z(s)} U_1(s), \qquad (3)$$

din care, după efectuarea calculelor pentru un semnal de intrare treaptă şi pentru condiţii iniţiale nule ale condensatoarelor găsim

$$U_2(s) = \frac{R_2 C_1 U_1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1)\, s + 1}. \tag{4}$$

Pentru originalul acestei expresii în tabele găsim [7]

$$u_2(t) = \frac{2R_2 U_1 \alpha e^{-\alpha t}}{R_1 + R_2\left(1 + \dfrac{C_2}{C_1}\right)} \operatorname{sh} \beta t, \tag{5}$$

în care

$$\alpha = \frac{R_1 + R_2\left(1 + \dfrac{C_2}{C_1}\right)}{2R_1 R_2 C_2}, \tag{6}$$

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}, \tag{7}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}. \tag{8}$$

Răspunsul circuitului pentru un semnal de intrare treaptă este reprezentat în figura 4.

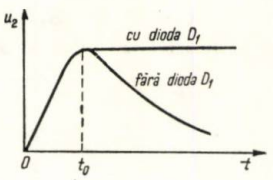


Fig. 4. — Răspunsul circuitului echivalent din figura 3 la un salt de tensiune

Trebuie observat că la circuitul real D_1 separă pe C_2 de R_2' şi R_2, deci tensiunea la bornele lui C_2 rămîne practic la valoarea maximă pe care o atinge. De asemenea trebuie observat că în locul unui semnal treaptă, la intrarea montajului real avem aplicată o succesiune de impulsuri dreptunghiulare, deci tensiunea la ieşire va varia în trepte.

Pentru ca frecvenţa de repetiţie a impulsurilor să nu influenţeze asupra valorii maxime pe care o poate atinge u_2, este necesar ca $t_0 \leqslant \frac{T}{2}$. Timpul t_0 are o valoare redusă dacă $R_1 \ll R_2$. Intr-adevăr la limită, dacă $R_1 = 0$ iar $R_2 = \infty$, rezultă $t_0 = 0$. Considerînd că $R_1 \ll R_2$ avem următoarele relaţii aproximative

$$\alpha \cong \frac{1}{2} \frac{C_1 + C_2}{R_1 C_1 C_2} = \frac{1}{2R_1 C_e} = \frac{1}{2\tau_1}; \tag{9}$$

în care

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \tag{10}$$

$$\left(\frac{\omega_0}{\alpha}\right)^2 \cong 4 \frac{R_1 C_e}{R_2 (C_1 + C_2)} \cong 0 \tag{11}$$

$$\beta = \alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\alpha}\right)^2} \cong \alpha; \tag{12}$$

$$u_2(t) \cong 2U_1 \frac{C_1}{C_1 + C_2} e^{-\alpha t} \operatorname{sh} \beta t \cong U_1 \frac{C_1}{C_1 + C_2} [e^{-(\alpha-\beta)t} - e^{-(\alpha+\beta)t}]; \tag{13}$$

$$\alpha + \beta \cong 2\alpha = \frac{1}{\tau_1}. \tag{14}$$

Se observă că termenul al doilea din paranteză din expresia lui $u_2(t)$ se anulează foarte rapid, în schimb primul termen se stinge foarte lent, avînd vreme îndelungată o valoare foarte apropiată de unitate. Se poate considera deci că maximul acestei paranteze este foarte apropiat de unitate. Acest maxim se atinge cu aproximaţie atunci cînd cel de-al doilea termen a scăzut pînă la nivelul de 1% din valoarea lui iniţială, ceea ce are loc la timpul $t_0 \cong 4{,}7\,\tau_1$. Din cauza prezenţei diodei D_1, pentru $t > t_0$ tensiunea la bornele lui C_2 se păstrează la nivelul valorii sale maxime. Avînd în vedere cele de mai sus, tensiunea finală a lui C_2 după aplicarea unui impuls la intrare, dacă tensiunea lui iniţială a fost zero, este

$$U_2 \cong \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_1 = xU_1, \tag{15}$$

în care am notat

$$x = \frac{C_1}{C_1 + C_2}. \tag{16}$$

Înainte de sosirea primului impuls, tensiunea la bornele lui C_1 şi C_2 este

$$U^0_{C_1} = U^0_{C_2} = \frac{R_3}{R'_2 + R_3} E_A = mE_A; \tag{17}$$

în care

$$m = \frac{R_3}{R'_2 + R_3}. \tag{18}$$

La sosirea primului impuls, tensiunea totală care acționează în circuitul de încărcare este

$$U' = U_1 + U^0_{C_1} - U^0_{C_2} = U_1, \tag{19}$$

deci creșterea de tensiune a lui C_2 este

$$\Delta U'_{C_2} = xU' = xU_1. \tag{20}$$

Tensiunea finală la bornele lui C_2 după primul impuls este

$$U'_{C_2} = U^0_{C_2} + \Delta U'_{C_2} = mE_A + xU_1. \tag{21}$$

În pauza dintre două impulsuri, C_1, care pe durata impulsului și-a modificat tensiunea inițială, se reîncarcă la valoarea $U^0_{C_1}$. La sosirea celui de-al doilea impuls tensiunea care acționează în circuit este

$$U'' = U_1 + U^0_{C_1} - U'_{C_2} = (1 - x)\, U_1, \tag{22}$$

iar creșterea tensiunii lui C_2 este

$$\Delta U''_{C_2} = xU'' = x(1 - x)\, U_1, \tag{23}$$

deci tensiunea finală a lui C_2 devine

$$U''_{C_2} = U'_{C_2} + \Delta U''_{C_2} = mE_A + xU_1 + x(1 - x)\, U_1 = mE_A +$$

$$+ xU_1[1 + (1 - x)].$$

Este ușor de observat, că după n impulsuri succesive, tensiunea lui C_2 devine

$$U^{(n)}_{C_2} = mE_A + xU_1[1 + (1 - x) + (1 - x)^2 + \ldots + (1-x)^{n-1}]. \tag{25}$$

Expresia din paranteză constituie o progresie geometrică, cu rația $q = 1 - x < 1$, care este deci convergentă și are suma termenilor

$$S = \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{1 - (1 - x)^n}{1 - (1 - x)} = \frac{1 - (1 - x)^n}{x}. \tag{26}$$

Astfel avem

$$U^{(n)}_{C_2} = mE_A + U_1[1 - (1 - x)^n]. \tag{27}$$

Tensiunea pe dioda D_2 la curentul de amorsare al TUJ-ului de cca $2\mu A$ fiind practic zero, amorsarea are loc atunci cînd

$$U_{C_2}^{(n)} = \eta E_A, \tag{28}$$

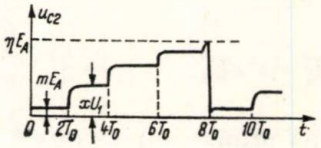


Fig. 5. — Variația tensiunii la bornele lui C_2 pentru $n = 4$.

deci avem

$$mE_A + U_1[1 - (1 - x)^n] = \eta E_A. \tag{29}$$

În analiza de mai sus am considerat că C_2 se descarcă complet prin TUJ. În realitate tensiunea minimă a lui C_2 este tensiunea de vale U_v a TUJ-ului, însă dacă $U_v < mE_A$, rezultatele de mai sus nu se modifică cu nimic.

În figura 5 este arătat modul de variație al tensiunii pe C_2 în cazul în care această tensiune după $n = 4$ impulsuri tocmai atinge nivelul de amorsare al TUJ-ului. Amplitudinea impulsului la intrare, care satisface această condiție a amorsării la limită, în cazul general este

$$U_{1m} = \frac{\eta - m}{1 - (1 - x)^n} E_A, \tag{30}$$

și reprezintă valoarea minimă a acestei amplitudini la care, la o schemă dată se obține raportul de divizare n. Amplitudinea acestui semnal se poate mări pînă la o anumită valoare, fără ca raportul de divizare să se modifice. Această valoare maximă a lui U_1 la care se produce modificarea lui n cu o unitate este

$$U_{1M} = \frac{\eta - m}{1 - (1 - x)^{n-1}} E_A. \tag{31}$$

Considerînd că toate celelalte mărimi se păstrează constante, pentru menținerea corectă a raportului de divizare trebuie ca

$$U_{1m} \leqslant U_1 < U_{1M}. \tag{32}$$

În cazul în care la montajul considerat ar varia numai E_A, valoarea maximă a lui E_A la care raportul de divizare tocmai este egal cu n este

$$E_{AM} = \frac{1 - (1 - x)^n}{\eta - m} U_1. \tag{33}$$

Micşorînd pe E_A sub această valoare, raportul de divizare încă se menţine, iar la atingerea unei valori critice minime a lui E_A, raportul de divizare se micşorează cu o unitate. În acest caz avem

$$E_{Am} = \frac{1 - (1 - x)^{n-1}}{\eta - m} U_1. \tag{34}$$

Pentru păstrarea constantă a unui raport de divizare impus, dacă variază numai E_A trebuie să avem

$$E_{Am} < E_A \leqslant E_{AM}. \tag{35}$$

Din compararea relaţiilor (30), (31), (32) şi (33) se observă că valorii maxime a lui U_1 îi corespunde valoarea minimă a lui E_A, iar valorii minime a lui U_1 îi corespunde valoarea maximă a lui E_A.

Atunci cînd pot varia independent atît U_1 cît şi E_A, nefavorabil pentru $U_1 = U_{1M}$ este cazul cînd $E_A = E_{Am}$, iar pentru $U_1 = U_{1m}$ nefavorabil este cazul cînd $E_A = E_{AM}$. Dacă valorile limită ale lui E_A sînt

$$E_{AM} = E_A + \Delta E_{A_1} = E_A(1 + a) \tag{36}$$

$$E_{Am} = E_A - \Delta E_{A_2} = E_A(1 - b), \tag{37}$$

în care

$$a = \frac{E_{A_1}}{E_A}, \tag{38}$$

$$b = \frac{E_{A_2}}{E_A}, \tag{39}$$

atunci valorile extreme ale semnalului de intrare la care raportul de divizare se păstrează invariabil sînt

$$U'_{1m} = \frac{\eta - m}{1 - (1 - x)^n}(1 + a) E_A, \tag{40}$$

$$U'_{1M} = \frac{\eta - m}{1 - (1 - x)^{n-1}}(1 - b) E_A. \tag{41}$$

Pentru o funcţionare corectă a divizoarelor trebui să avem

$$U'_{1M} \leqslant U'_1 < U'_{1M}. \tag{42}$$

Din relaţiile (40) şi (41) avem

$$\mu = \frac{U'_{1M}}{U'_{1m}} = \frac{1-(1-x)^n}{1-(1-x)^{n-1}} \cdot \frac{1-b}{1+a}. \tag{43}$$

Pentru a, b şi x daţi, μ scade o dată cu mărirea lui n. Funcţionarea normală a divizorului încetează atunci cînd $\mu \leqslant 1$. Pe măsura creşterii lui n, condiţia $\mu > 1$ se satisface din ce în ce mai greu, ceea ce constituie o limitare în obţinerea unor rapoarte de divizare mari.

Dacă circuitul basculant bistabil şi divizoarele de frecvenţă se alimentează dintr-o sursă de alimentare comună, iar CBB-ul lucrează cu tranzistoarele saturate, atunci avem proporţionalitatea

$$U_1 \cong kE_A \tag{44}$$

şi ecuaţia de funcţionare a divizorului devine

$$m + k\,[1-(1-x)^n] = \eta. \tag{45}$$

Se observă că în acest caz variaţiile tensiunii de alimentare nu influenţează asupra stabilităţii raportului de divizare. Se recomandă deci acest mod de alimentare a schemei.

Dacă frecvenţa impulsurilor aplicate la intrarea divizorului variază, interesează care sînt factorii care limitează creşterea frecvenţei acestor impulsuri. Pentru aceasta trebuie să examinăm diversele constante de timp care intervin la funcţionarea montajului.

Am văzut că frontul tensiunii la bornele lui C_2 este determinat de constanta de timp

$$\tau_1 = R_1 C_e = R_1 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \tag{46}$$

Trebuie observat, că sursa de semnal, care în cazul de faţă este un CBB, considerat cu tranzistoarele saturate, nu are o rezistenţă internă constantă. Astfel dacă CBB-ul este echipat cu tranzistoar de tip npn, acestea vor avea emitoarele lor la masa comună a divizoarelor. Tensiunea de ieşire din CBB-ul apare în momentul blocării tranzistorului din al cărui colector se obţine această tensiune, iar rezistenţa internă a acestui etaj este aproximativ egală cu rezistenţa din circuitul de colector. Cînd tensiunea de ieşire a CBB este nulă, rezistenţa de ieşire a acestui etaj este rezistenţa de saturaţie a tranzistorului de ieşire, deci este practic neglijabilă.

În cazul în care CBB-ul este echipat cu tranzistoare pnp, emitoarele lor se vor lega spre $+E_A$, iar rezistenţele lor de sarcină spre masă. În acest caz avem o situaţie inversă faţă de cazul precedent, rezistenţa sursei de semnal este practic neglijabilă atunci cînd sursa furnizează semnal. Echiparea CBB-ului cu tranzistoare pnp este deci favorabilă pentru

a obține un τ_1 de valoare coborîtă, deci fronturi abrupte ale tensiunii în trepte la bornele lui C_2.

Imediat după amorsarea TUJ-ului, C_1 cu R_1 în serie apar în paralel pe C_2. Admițînd că condiția $R_1 \ll R_2$ este satisfăcută, se poate considera că constanta de timp de încărcare a celor două condensatoare de la valoarea tensiunii de vale a TUJ-ului spre valoarea mE_A este

$$\tau_{12} \cong R_2 (C_1 + C_2). \tag{47}$$

Între pauzele dintre două impulsuri succesive, reîncărcarea lui C_1 spre valoarea $U^0_{C_1}$ se face cu constanta de timp

$$\tau_1' = (R_1 + R_2) C_1 \cong R_2 C_1'. \tag{48}$$

Comparînd aceste trei constante de timp, se observă că

$$\tau_1 \ll \tau_1' \ll \tau_{12}, \tag{49}$$

deci limita superioară a frecvenței de lucru, în condiții de nealterare a raportului de divizare în cazul în care frecvența semnalului crește, este determinată de constanta de timp τ_{12}. Cu cît inegalitatea $mE_A < U_1[1 - (1 - x)^n]$ este mai pronunțată, cu atît influența lui τ_{12} asupra frecvenței maxime de lucru va fi mai puțin însemnată.

În momentul începerii procesului de temporizare, toate condensatoarele trebuie să pornească cu condiții inițiale nule, respectiv cu aceleași tensiuni pe care le au în momentul descărcării lor pe TUJ-urile pe care le comandă. În figura 6 este arătată schematic o modalitate de a asigura aceste condiții inițiale pentru condensatoarele din montaj. În acest scop se folosește un TUJ suplimentar T', cu un η' mai mare decît η al oricărui TUJ din montaj. Astfel T' nu va fi amorsat de nici una dintre tensiunile care apar pe condensatoarele din diferitele etaje. Amorsarea lui T' se face prin aplicarea pe emitorul lui al unui semnal pozitiv dintr-o sursă externă, avînd valoarea $U_S > \eta' E_A$. Prin amorsarea lui T' toate conden-

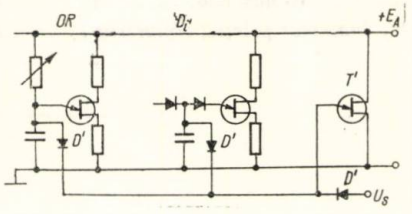


Fig. 6. — Punerea la zero a releului de timp.

satoarele din schemă se vor descărca simultan pînă la nivelul tensiunii de vale al acestui tranzistor. Rolul diodelor D' este izolarea diverselor etaje între ele și respectiv izolarea lor de sursa de semnal de aducere la zero.

REZULTATE EXPERIMENTALE

În cadrul laboratorului de electronică industrială din Institutul politehnic Bucureşti a fost realizat un asemenea releu de timp digital, avînd două divizoare de frecvenţă, cu rapoartele de divizare 8 şi respectiv 9.

Perioada semnalelor oscilatorului de relaxare a fost reglabilă între 0,3...12 s. În mod corespunzător, temporizarea schemei a rezultat continuu reglabilă între 43,2...1730 s.

Experimental s-a constatat, că variaţii ale temperaturii între limitele +25...+60°C nu au determinat modificarea rapoartelor de divizare, în schimb ele au avut efect asupra perioadei oscilaţiilor oscilatorului de relaxare deci şi asupra temporizării în proporţii de 0,6 %.

Divizoarele de frecvenţă au fost alimentate dintr-o sursă de tensiune comună cu circuitul basculant bistabil CBB_1. Variaţii de $\pm 20\%$ a tensiunii de alimentare nu au produs modificarea rapoartelor de divizare, în schimb au influenţat în proporţii de 3,3% perioada oscilaţiilor de relaxare. Din această cauză s-a recurs la alimentarea stabilizată a schemei, folosind un stabilizator electronic. Ca urmare, variaţiile tensiunii reţelei de alimentare între limitele de $\pm 20\%$ nu au produs variaţii perceptibile ale perioadei oscilatorului de relaxare, deci nici a temporizării schemei.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Gelder, W. Hirschmann, *Schaltungen mit Halbleiterbauelementen*, Band 1. *Grundlagen und Beispiele aus der NF-Technik.* Siemens & Halske, Berlin, 1966.
2. * * * *100 typische Schaltungen mit Halbleiterbauelementen.* Intermetal, Freiburg im Breisgau, 1967.
3. * * * *Silicon Conlrolled Rectifier Manua l.* General Electric, Syracuse, 1967.
4. Vl. Bălăuţă, *Relee electronice de timp cu dispozitive semiconductoare.* Proiect de diplomă IPB, 1970.
5. M. L. Budan, *Dispositif électronique pour temporisation de longue durée.* Évolution électronique, **12**, *120*, 41 — 43 1963.
6. I. I. Ponner, *Betrachtungen über Frequenzteiler mit Doppelbasisdioden.* Internationale Elektronische Rundschau, **20**, *6*, 345 — 347 (1966).
7. I. I. Teumin, *Îndreptar privind regimurile electrice tranzitorii*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1956.

CRITERII ALGEBRICE DE STABILITATE ABSOLUTĂ PENTRU UNELE SISTEME NELINIARE DE TIP LURIE A CĂROR PARTE LINIARĂ DEPINDE DE UN PARAMETRU

AL. GROSSU

62.501.32

În cadrul problemei stabilităţii unui sistem care depinde de un parametru este studiat cazul unor sisteme neliniare de tip Lurie a căror parte liniară este o funcţie de transfer de ordinul doi sau trei cu un pol în origină. Coeficienţii acestor funcţii de transfer sînt funcţii reale de parametrul considerat.
S-au găsit condiţii algebrice de stabilitate absolută, echivalente criteriului frecvenţial al lui V.M.Popov, condiţii exprimate cu ajutorul coeficienţilor funcţiei de transfer. Aceste condiţii descriu mulţimea maximă a valorilor parametrului pentru care sistemul dat este absolut stabil.

1. INTRODUCERE

În cazul în care un sistem neliniar depinde de un parametru se poate pune problema determinării mulţimii valorilor acelui parametru pentru care sistemul considerat este stabil. Rezolvarea acestei probleme prezintă interes din mai multe puncte de vedere şi anume :

i. elementele constructive folosite la realizarea unui sistem automat au anumite toleranţe ; în măsura în care aceste toleranţe influenţează stabilitatea sistemului, cunoaşterea mulţimii introduse mai sus permite alegerea lor mai judicioasă din punct de vedere al preţului de cost,

ii. este posibilă aprecierea limitelor între care este permisă variaţia elementelor sistemului fără afectarea stabilităţii,

iii. se poate realiza optimizarea sistemelor neliniare în mulţimea valorilor parametrului considerat, după un criteriu oarecare, avînd asigurată proprietatea de stabilitate.

De rezolvarea problemei stabilităţii unui sistem liniar care depinde de unul sau mai mulţi parametri s-au preocupat numeroşi cercetători printre care, în ordine cronologică, I. A. Vîşnegradski [1], Y. I. Neimark [2], Evans [3], D. Mitrovic [4], D. Siljak [5], [6].

Problema stabilității absolute a unui sistem neliniar de tip Lurie în spațiul parametrilor de care depinde partea liniară a sistemului studiat a fost formulată în [6] de D. Siljak. De asemenea, de această problemă s-au ocupat A. Halanay și I. Barbălat. Mulțimea găsită de D. Siljak cu ajutorul criteriului frecvențial al lui V. M. Popov nu este echivalentă cu condițiile furnizate de acest criteriu, în sensul că există valori ale parametrului care nu aparțin mulțimii dar pentru care criteriul este verificat. Scopul acestui articol este tocmai eliminarea diferenței amintite: găsirea unei mulțimi a valorilor parametrului pentru care condițiile de stabilitate absolută sînt echivalente cu criteriul frecvențial.

2. FORMULAREA PROBLEMEI

Se consideră sistemul

$$\frac{dx}{dt} = Px + q\varphi(\sigma), \tag{1}$$

$$\sigma = r'x$$

unde $x \in R^n$, $\sigma \in R$ iar matricea P, vectorii q și r (cu elemente reale) au dimensiuni care permit efectuarea operațiilor indicate,
$\varphi(\sigma)$ este caracteristica neliniară arbitrară în sectorul $[0, k]$ cu proprietățile:

$$\varphi(0) = 0, \quad 0 \leqslant \varphi(\sigma)/\sigma \leqslant k \text{ pentru orice } \sigma \neq 0 \tag{2}$$

r' reprezintă vectorul r transpus.
Funcția de transfer a părții liniare a sistemului (1) are expresia:

$$\gamma(s) = r'(sI - P)^{-1} q. \tag{3}$$

Se presupune că elementele matricei P și ale vectorilor q și r depind de parametrul real ρ care aparține mulțimii $I \subset R$ așa încît (3) se scrie de fapt:

$$\gamma(s, \rho) = r'(sI - P)^{-1} q. \tag{3'}$$

Se presupune de asemenea că soluția sistemului (1), $x(t, \rho)$ este definită pentru $\rho \in I$.

Definiție. Sistemul (1) este absolut stabil în sectorul $[0, k]$ și în mulțimea $\mathcal{J} \subseteq I$ dacă pentru orice funcție neliniară $\varphi(\sigma)$ cu proprietățile (2) și pentru orice $\rho \in \mathcal{J}$ soluția nulă $x = 0$ este asimptotic stabilă în mare. ∎

După cum se știe, o condiție suficientă de stabilitate absolută pentru sistemul (1) este condiția frecvențială a lui V. M. Popov [7], [8]: sistemul (1) este absolut stabil în sectorul $[0, k]$ (în cazul principal [1])) dacă există numărul real q astfel încît pentru orice $\omega \geqslant 0$ să aibă loc inegalitatea:

$$\operatorname{Re}(1 + qi\omega)\,\gamma(i\omega) + \frac{1}{k} > 0. \tag{4}$$

În cazul în care funcția de transfer depinde și de parametrul ρ, (3), îndeplinirea inegalității (4) este condiționată și de valorile lui ρ:

$$\operatorname{Re}(1 + qi\omega)\,\gamma(i\omega, \rho) + \frac{1}{k} > 0. \tag{4'}$$

Fie $\mathcal{J}$ mulțimea definită astfel:

$$\mathcal{J} \overset{\Delta}{=} \left\{\rho \mid \text{există } q \in R \text{ așa ca } \operatorname{Re}(1 + qi\omega)\,\gamma(i\omega, \rho) + \frac{1}{k} > 0,\ \rho \in I\right\}. \tag{5}$$

Faptul că condiția (4') trebuie să aibă loc pentru orice $\omega \geqslant 0$ face de dorit înlocuirea ei chiar cu mai multe condiții dar care să nu mai depindă de ω. Pentru ca intervalul $\mathcal{J}$ găsit cu ajutorul acestor condiții să nu fie mai restrîns decît cel definit în (5), condițiile găsite trebuie să fie echivalente cu condiția (4').

Practic aceasta revine la găsirea unor condiții algebrice, necesare și suficiente, de îndeplinire a inegalității frecvențiale (4').

Astfel de condiții se pot găsi pe cale analitică pentru sisteme (1) a căror funcție de transfer (3') este de ordinul doi sau trei cu un pol în origină. Mulțimea $\mathcal{J}$ (5) se definește cu ajutorul unor relații între coeficienții funcției de transfer (3').

3. REZOLVAREA PROBLEMEI

Se consideră cazul în care partea liniară a sistemului (1) este de ordinul doi și deci are o funcție de transfer de forma:

$$\gamma(s, \rho) = \frac{as + b}{s^2 + cs + d}, \tag{6}$$

---

[1]) În cazul critic stabilitatea absolută este asigurată în sectorul $(0, k]$ dacă, în plus, este îndeplinită proprietatea de stabilitate limită. Verificarea acestei proprietăți este simplă și de aceea atenția principală este acordată verificării condiției (4).

unde coeficienţii a, b, c şi d sînt funcţii reale de variabila reală ρ :

$$\begin{aligned} a &= a(\rho), \\ b &= b(\rho), \\ c &= c(\rho), \\ d &= d(\rho). \end{aligned} \tag{7}$$

Despre aceşti coeficienţi se presupune că

$$b(\rho) \geqslant 0, \tag{8}$$

$a(\rho)$ şi $b(\rho)$ nu se anulează simultan

şi

$$\begin{aligned} c(\rho) &> 0 \\ d(\rho) &> 0 \end{aligned} \tag{8'}$$ [2]

adică partea liniară îndeplineşte condiţiile necesare de stabilitate.

Variabila ρ aparţine mulţimii $I \subset R$, mulţimea determinată de inegalităţile (8) şi (8') precum şi de considerente practice legate de aspectul fizic al problemei.

Pentru funcţia de transfer (6) şi sectorul $[0, k]$ condiţia frecvenţială a lui Popov (4') este

$$\begin{aligned} (1 + akq)\,\omega^4 + [k(ac - b) + c^2 - 2d + k(bc - ad)\,q]\,\omega^2 + \\ + kbd + d^2 > 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Se notează : $a_0 = 1 + akq$,

$$\begin{aligned} a_1 &= k(ac - b) + c^2 - 2d + k(bc - ad)\,q, \\ a_2 &= kbd + d^2, \end{aligned} \tag{10}$$

şi $A = ak$,

$$\begin{aligned} B &= k(ac - b) + c^2 - 2d, \\ C &= k(bc - ad), \\ D &= kbd + d^2. \end{aligned} \tag{11}$$ [3]

[2] În continuare, pentru simplificarea scrierii, se omite scrierea explicită a dependenţei de ρ, dar ea este totdeauna subînţeleasă.

[3] A, B, C şi F sînt funcţii de ρ prin intermediul lui a, b, c şi d.

Din (10) și (11) rezultă :

$$a_0 = 1 + Aq$$

$$a_1 = B + Cq \tag{12}$$

$$a_2 = D.$$

Cu notațiile (10) inegalitatea (9) se scrie sub forma :

$$a_0\omega^4 + a_1\omega^2 + a_2 > 0. \tag{9'}$$

Condiția necesară și suficientă pentru ca inegalitatea (9') să fie îndeplinită pentru orice ω este să aibe lor condițiile :

$$a_0 = 0,\ a_1 \geqslant 0,\ a_2 > 0, \tag{13}$$

sau

$$a_0 > 0,\ a_1^2 - 4\,a_0a_2 < 0, \tag{14}$$

sau

$$a_0 > 0,\ a_1 > 0,\ a_2 > 0,\ a_1^2 - 4a_0a_2 \geqslant 0. \tag{15}$$

Cu ajutorul unor observații asupra acestor inegalități, numărul lor se poate reduce. În adevăr, din expresia lui $a_2 = D$ (12) rezultă, ținînd cont de ipotezele (8) și (8') că inegalitatea $a_2 > 0$ este totdeauna îndeplinită. Cu această observație rezultă că a doua inegalitate (14) o implică pe prima.

Prin urmare, condițiile necesare și suficiente de îndeplinire a criteriului frecvențial (9') sînt :

$$a_0 = 0,\ a_1 \geqslant 0 \tag{13'}$$

sau

$$a_1^2 - 4a_0a_2 < 0 \tag{14'}$$

sau

$$a_0 > 0,\ a_1 > 0,\ a_1^2 - 4a_0a_2 \geqslant 0. \tag{15'}$$

Reamintind că a_0, a_1 și a_2 sînt funcții de q (12) și de ρ (11), $\rho \in I$ se pune problema găsirii lui q (dacă există), pentru fiecare valoare a lui $\rho \in I$, astfel încît să fie satisfăcute condițiile (13') sau (14') sau (15').

Cu alte cuvinte se caută o submulțime $\mathcal{J}$ a lui I ($\mathcal{J} \subset I$) astfel încît pentru orice $\rho \in I$ să existe un $q \in R$ așa ca să fie îndeplinite condițiile (13') sau (14') sau (15').

Din analiza condiției (13') rezultă că ea are loc dacă

$$A \neq 0,\ \frac{AB - C}{A} \geqslant 0, \tag{13.1}$$

iar condiţia (14′) dacă

$$A \neq 0, \quad C = 0 \tag{14.1}$$

sau $$A = 0, \quad C = 0, \quad B^2 - 4D < 0 \tag{14.2}$$

sau $$C \neq 0, \quad \Delta > 0. \tag{14.3}$$

Pentru condiţia (15) trebuie să aibă loc:

$$A \neq 0, \ B > 0, \ C = 0 \tag{15.1}$$

sau $$A = 0, \quad C \neq 0 \tag{15.2}$$

sau $$AC > 0, \quad \Delta \leqslant 0 \tag{15.3}$$

sau $$A < 0, \quad C > 0, \quad \frac{1}{A} - \frac{B}{C} < 0, \ \Delta \leqslant 0 \tag{15.4}$$

sau $$A > 0, \quad C < 0, \quad \frac{1}{A} - \frac{B}{C} > 0, \quad \Delta \leqslant 0 \tag{15.5}$$

sau $$AC > 0, \ \Delta > 0 \tag{15.6}$$

sau $A < 0, \ C > 0, \ \Delta > 0, \frac{1}{A} - \frac{B}{C} < 0$, cel puţin una din condiţiile

$$f\left(-\frac{B}{C}\right) > 0, \quad f\left(-\frac{1}{A}\right) > 0, \tag{15.7}$$

sau $A > 0, \ C < 0, \ \Delta > 0, \ \frac{1}{A} - \frac{B}{C} > 0$, cel puţin una din condiţiile

$$f\left(-\frac{B}{C}\right) > 0, \quad f\left(-\frac{1}{A}\right) > 0, \tag{15.8}$$

unde Δ are expresia

$$\Delta = (2AD - BC)^2 - C^2 (B^2 - 4D)$$

şi reprezintă discriminantul trinomului

$$a_1^2 - 4a_0a_2 = f(q) = C^2q^2 - 2(2AD - BC)\, q + B^2 - 4D.$$

Numărul acestor condiții poate fi redus. Astfel, condiția (15.4) se mai poate scrie:

$$A < 0, \frac{AB - C}{A} > 0, \quad \Delta \leqslant 0,$$

iar (15.5):

$$A > 0, \frac{AB - C}{A} > 0, \quad \Delta \leqslant 0.$$

Aceste două condiții se pot scrie împreună sub forma:

$$A \neq 0, \frac{AB - C}{A} > 0, \quad \Delta \leqslant 0. \tag{16}$$

În mod analog, condițiile (15.7) și (15.8) se reduc la: $A \neq 0, \frac{AB - C}{A} > 0, \Delta > 0$, cel puțin una din condițiile

$$f\left(-\frac{B}{C}\right) > 0, \quad f\left(-\frac{1}{A}\right) > 0. \tag{17}$$

Se observă că atît condițiile (16) și (17) sînt conținute în (13.1) care le înlocuiește.

La fel, (15.1) este un caz particular al lui (13.1).

Condițiile (15.3) și (15.6) se pot înlocui prin condiția

$$AC > 0 \tag{18}$$

Astfel condițiile rămase sînt:

$$A \neq 0, \frac{AB - C}{A} \geqslant 0$$

sau $A \neq 0, \; C = 0$

sau $A = 0, \; C = 0, \; B^2 - 4D < 0$

sau $C \neq 0, \; \Delta > 0$ (19)

sau $A = 0, \quad C \neq 0$

sau $AC > 0.$

Ele reprezintă condițiile necesare și suficiente de îndeplinire a criteriului frecvențial (9).

Cu ajutorul acestor condiţii se definesc următoarele mulţimi :

$$\mathcal{J}_1 \overset{\Delta}{=} \left\{ \rho \;\middle|\; A \neq 0,\ \frac{AB - C}{A} \geqslant 0,\quad \rho \in I \right\},$$

$$\mathcal{J}_2 \overset{\Delta}{=} \{\rho \mid A \neq 0,\quad C = 0,\quad \rho \in I\},$$

$$\mathcal{J}_3 \overset{\Delta}{=} \{\rho \mid A = 0,\quad C \neq 0,\quad B^2 - 4D < 0,\quad \rho \in I\}, \tag{20}$$

$$\mathcal{J}_4 \overset{\Delta}{=} \{\rho \mid C \neq 0,\quad \Delta > 0,\quad \rho \in I\},$$

$$\mathcal{J}_5 \overset{\Delta}{=} \{\rho \mid A = 0,\quad C \neq 0,\quad \rho \in I\},$$

$$\mathcal{J}_6 \overset{\Delta}{=} \{\rho \mid AC > 0,\quad \rho \in I\}.$$

Rezultă că mulţimea $\mathcal{J}$ a valorilor parametrului ρ pentru care este îndeplinit criteriul frecvenţial (9) este

$$\mathcal{J} = \bigcup_{j=1}^{6} \mathcal{J}_j. \tag{21}$$

Observaţie

Deoarece pentru sistemul (1) cu funcţia de transfer (6) condiţiile (19) sînt echivalente cu criteriul frecvenţial (9), mulţimea $\mathcal{J}$ (21) este maximă în sensul că în afara ei nu mai există valori ρ pentru care criteriul frecvenţial (9) să fie îndeplinit.

Rezultă deci

PROPOZIŢIA 1

Condiţia necesară şi suficientă ca să fie îndeplinit criteriul frecvenţial (9) pentru sistemul (1) cu funcţia de transfer (6) este ca parametrul ρ să aparţină mulţimii $\mathcal{J}$ (21). ■

Acest rezultat poate fi exprimat şi ca o condiţie algebrică de stabilitate (echivalentă criteriului frecvenţial) exprimată cu ajutorul coeficienţilor funcţiei de transfer.

PROPOZIŢIA 1′

Pentru ca sistemul (1) cu funcţia de transfer (6) să fie absolut stabil în sectorul $[0, k]$ este suficient să fie îndeplinită cel puţin una din condiţiile (19). ■

Rezultate analoage se pot obţine şi pentru un sistem neliniar (1) cu funcţia de transfer a părţii liniare de ordinul trei cu un pol în origină :

$$\gamma(s, \rho) = \frac{as^2 + bs + c}{s(ds^2 + es + g)}. \tag{22}$$

La fel, coeficienţii sînt funcţii reale de variabila reală $\rho \in I$

$$\begin{aligned} a &= a(\rho) \geqslant 0 \\ b &= b(\rho) \geqslant 0 \quad a,\ b,\ c, \text{ nenuli simultan} \\ c &= c(\rho) \geqslant 0 \\ d &= d(\rho) > 0 \\ e &= e(\rho) > 0 \\ g &= g(\rho) > 0. \end{aligned} \tag{23}$$

Cu notaţiile :

$$\begin{aligned} A &= d^2 \\ B &= adk \\ C &= e^2 - 2gd + (ae - bd)\,k \\ D &= (be - ag - cd)\,k \\ E &= g^2 + (bg - ce)\,k \\ F &= cgk, \end{aligned} \tag{24}$$

fără a mai repeta etapele intermediare (analoage cu cele parcurse pentru funcţia de transfer de ordinul doi), se ajunge la următoarele condiţii echivalente criteriului frecvenţial :

$$B \neq 0, D \neq 0 \text{ sau } 0,\ F \neq 0 \text{ sau } 0,\ C - \frac{AD}{B} \geqslant 0,\ E - \frac{AF}{B} > 0 \tag{25.1}$$

$$B \neq 0,\ D^2 - 4BF > 0,\ \Delta > 0,\ -\frac{A}{B} < q_2 \tag{25.2}$$

$$B = 0,\quad \Delta > 0 \tag{25.3}$$

$$B \neq 0,\quad F \neq 0,\quad D^2 - 4BF < 0 \tag{25.4}$$

$$B \neq 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4BF = 0,\ CD - 2(BE + AF) > 0,\ -\frac{A}{B} + \frac{C^2 - 4AE}{2[CD - 2(BE + AF)]} < 0, \tag{25.5}$$

$$B \neq 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4BF = 0,\ CD - 2(BE + AF) < 0 \tag{25.6}$$

$$B = 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4BF = 0 \tag{25.7}$$

$$B = 0,\ F = 0,\ D^2 - 4BF = 0,\ C^2 - 4AE < 0 \tag{25.8}$$

$$B \neq 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4BF = 0,\ CD - 2(BE + AF) = 0,\ C^2 - 4AE < 0 \tag{25.9}$$

$B \neq 0,\ F = 0,\ E > 0,\ D = 0$ (25.10)

$B \neq 0,\ D > 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4\,BF > 0$ (25.11)

$B \neq 0,\ D < 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4\,BF > 0,\ \Delta > 0$ și cel puțin una din

$$\max\left\{-\frac{A}{B}, -\frac{E}{F}\right\} < \min\left\{-\frac{C}{D},\ q_1\right\}$$

$$\max\left\{-\frac{A}{B}, -\frac{E}{F},\ q_2\right\} < -\frac{C}{D} \tag{25.12}$$

$B = 0,\ D > 0,\ F \neq 0$ (25.13)

$B \neq 0,\ D > 0,\ F = 0,\ E > 0$ (25.14)

$B \neq 0,\ D < 0,\ F = 0,\ E > 0,\ \Delta > 0$ și cel puțin una din

$$-\frac{A}{B} < \min\left\{-\frac{C}{D},\ q_1\right\},\ -\frac{C}{D} > \max\left\{-\frac{A}{B},\ q_2\right\} \tag{25.15}$$

$B = 0,\ D \neq 0,\ F = 0,\ E > 0$ (25.16)

$$B \neq 0,\ D < 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4\,BF > 0,\ \Delta \leqslant 0,\ \max\left\{-\frac{A}{B}, -\frac{E}{F}\right\} < -\frac{C}{D} \tag{25.17}$$

$$B = 0,\ D < 0,\ F \neq 0,\ \Delta \leqslant 0,\ -\frac{E}{F} + \frac{C}{D} < 0 \tag{25.18}$$

$$B \neq 0,\ D > 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4\,BF = 0,\ CD - 2\,(BE + AF) > 0 \tag{25.19}$$

$$B \neq 0,\ D < 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4\,BF = 0,\ CD - 2\,(BE + AF) > 0$$

$$\max\left\{-\frac{A}{B}, -\frac{E}{F}, -\frac{C^2 - 4\,AE}{2\,[CD - 2\,(BE + AF)]}\right\} < -\frac{C}{D} \tag{25.20}$$

$$B = 0,\ D = 0,\ C > 0,\ F = 0,\ E > 0,\ C^2 - 4\,AE \geqslant 0 \tag{25.21}$$

$$B \neq 0,\ D > 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4\,BF = 0,\ CD - 2\,(BE + AF) = 0,\ C^2 - 4\,AE \geqslant 0 \tag{25.22}$$

$$B \neq 0,\ D < 0,\ F \neq 0,\ D^2 - 4\,BF = 0,\ CD - 2\,(BE + AF) = 0,\ C^2 - 4AE \geqslant 0$$

$$\max\left\{-\frac{A}{B}, -\frac{E}{F}\right\} < -\frac{C}{D} \tag{25.23}$$

unde q_1 este cea mai mică rădăcină a trinomului

$a_1^2 - 4\,a_0 a_2 = (D^2 - 4\,BF)\,q^2 + 2\,[CD - 2\,(BE + AF)]\,q + C^2 - 4\,AE$

și q_2 cealaltă rădăcină, iar Δ este discriminatul aceluiași trinom.

Se definesc şi în acest caz mulţimile $\mathcal{J}_j$:

$$\mathcal{J}_j \overset{\Delta}{=} \{\rho \mid \text{sînt îndeplinite condiţiile (25.j)}, \ \rho \in I\}$$

$$j = 1, \cdots, 23$$

Astfel, mulţimea $\mathcal{J}$ a valorilor parametrului ρ pentru care este îndeplinit criteriul frecvenţial este:

$$\mathcal{J} = \bigcup_{\rho=1}^{23} \mathcal{J}_j \tag{26}$$

Rezultatul poate fi exprimat într-o propoziţie analoagă cu propoziţia 1 sau 1', înlocuindu-se doar funcţia de transfer de ordinul doi cu cea de ordinul trei cu un pol în origină şi sectorul $[0, k]$ cu $(0, k]$.

4. CONCLUZII ŞI OBSERVAŢII

Pentru sisteme neliniare de tip Lurie a căror parte liniară este de ordinul doi sau trei cu un pol în origină s-au găsit condiţii algebrice de stabilitate absolută echivalente criteriului frecvenţial al lui V. M. Popov. Aceste condiţii sînt exprimate cu ajutorul coeficienţilor funcţiei de transfer.

În cazul în care partea liniară a sistemului neliniar studiat depinde de un parametru, condiţiile algebrice găsite descriu mulţimea maximă a valorilor parametrului pentru care sistemul dat este absolut stabil.

Dacă sistemul nu depinde de un parametru, condiţiile algebrice permit verificarea stabilităţii exclusiv cu mijloace de calcul automatizate.

Pentru sisteme neliniare a căror parte liniară este de ordinul trei sau mai mare, mulţimea poate fi găsită doar cu ajutorul unui calculator. Acest dezavantaj este compensat în parte de faptul că în marea majoritate a aplicaţiilor funcţia de transfer a părţii liniare este de ordinul doi sau trei cu un pol în origină.

5. BIBLIOGRAFIE

1. I. A. Vîşnegradski, *Sur la théorie générale des regulateurs*, Compt. Rend., **83**, Paris, 318 (1876).
2. Y. I. Neimark, *Asupra problemei distribuţiei rădăcinilor polinoamelor*. Dokl. Acad. Nauk SSSR, **58**, 357 (1947).
3. J. Truxal, *Automatic feedback controlsystem synthesis*, Mc. Graw Hill (1955).
4. D. Mitrovic, *Graphical analysis and synthesis of feedback control systems*. IEEE Trans. Pt. II (Applications and Industry) **77**, sept. 1958.
5. D. D. Siljak, *Generalization of Mitrovic's method*, IEEE Trans. Pt. II (Applications and Industry) **83**, sept. (1964).
6. — *Nonlinear systems*, J. Wiley, 618 p. 1969.
7. V. M. Popov, *Despre stabilitalea absolută a sistemelor automate neliniare*, Avt. i Telemeh., **22**, 8 (1961).
8. M. A. Aizerman, F. R. Gantmaher, *Stabilitatea absolută a sistemelor de reglare*, Ed. Acad. de St. a URSS, 1963.

CONSIDERAŢII PRIVIND MAŞINILE SINCRONE CU EXCITAŢIA PE DOUĂ AXE

AUREL DOBRANIŞ

621.313.322 – 81.013.8

În lucrare se prezintă cîteva aspecte privind realizarea excitării maşinilor sincrone după două axe.
Se definesc parametrii maşinii în noile condiţii, evidenţiindu-se particularităţile faţă de construcţia clasică.
Este alcătuit modelul matematic al unei asemenea maşini.
Se stabilesc principalele avantaje obţinute în exploatare folosind o astfel de construcţie, pentru alternatoarele de mare putere.

1. INTRODUCERE

Creşterea dimensiunilor şi a complexităţii sistemelor energetice au impus cerinţe deosebite în funcţionarea generatoarelor de mare putere. Evoluţia „naturală" a parametrilor maşinilor sincrone cu puteri unitare mari este în contradicţie cu cerinţele exploatării sistemelor energetice. Astfel perfecţionarea sistemelor de răcire, măreşte posibilităţile de solicitare a materialelor active, permiţînd reducerea gabaritului. Prin aceasta însă se majorează reactanţele maşinii şi se reduc constantele de timp mecanice ale maşinii [1], [2]. Or, pentru asigurarea stabilităţii statice şi dinamice este necesară limitarea superioară a reactanţei sincrone şi păstrarea reactanţelor tranzitorii şi supratranzitorii între anumite limite.

Totodată, folosirea pentru transportul energiei electrice a unor linii electrice lungi, de tensiune ridicată, sau a cablurilor subterane, a dus la sporirea caracterului reactiv-capacitiv al reţelelor electrice, producîndu-se schimbări importante în ceea ce priveşte necesarul de putere reactivă în reţea.

Problema menţinerii stabilităţii devine dificilă, în special pentru alternatoarele periferice care debitează pe linii electrice lungi şi care funcţionează cu sarcina activă minimală. Funcţionarea unui asemenea alternator în regim de absorbţie de putere reactivă, la sarcină activă redusă, este îngreunată, după cum se va vedea în cele ce urmează. Sistemul de

excitație al mașinii sincrone, realizată cu parametrii rezultați din condiții de maximă economicitate, trebuie să preia asupra sa funcțiuni noi.

Realizarea absorbției de putere reactivă din rețea cu ajutorul unor instalații de compensare, ar reveni prea scump, încît creșterea capacității de absorbție a puterii reactive a generatoarelor din rețea, devine o cerință obiectivă. Acest lucru se poate realiza folosind excitarea turbogeneratoarelor după două axe. Problema excitării mașinilor sincrone după o a doua direcție, a fost ridicată încă din 1962 de Hamdi-Sepen [3], limitîndu-se la utilizarea acesteia doar în anumite regimuri tranzitorii. Cercetări ulterioare [4] au pus în evidență și alte posibilități ale mașinilor sincrone prevăzute cu excitație și în a doua axă. De asemenea, tot printre preocupările în această direcție, trebuie menționată lucrarea [5] în care se descrie mașina sincronă asincronizată, care prin comanda corespunzătoare a înfășurărilor de excitație, poate realiza diferite alunecări, eliminînd problema stabilității sincrone și permițînd reglarea comodă a puterii reactive.

În lucrarea de față, pe baza rezultatelor din literatura de specialitate, se analizează funcționarea în regim de absorbție de putere reactivă a unei mașini sincrone cu excitația după două axe, și se stabilește un model matematic, pe baza căruia se poate analiza comportarea acestor mașini în diferite regimuri de funcționare.

2. FUNCȚIONAREA MAȘINII CU EXCITAȚIE PE DOUĂ AXE

După cum s-a arătat anterior, există situații în care unele generatoare din sistemul energetic trebuie să funcționeze în regim de absorbție de putere reactivă, puterea activă debitată fiind foarte redusă. Mașinile sincrone de mare putere, realizate în condiții economice, au raportul de scurtcircuit subunitar, în jurul valorii de 0,5. Din analizarea diagramei mașinii sincrone rezultă că pentru o funcționare stabilă în această situație, curentul statoric ar trebui limitat la circa jumătate din curentul nominal. Prin urmare, în aceste condiții, încărcarea mașinii nu se poate realiza la parametrii nominali. Rezultate indicate în literatura de specialitate arată că utilizarea regulatoarelor de tensiune pentru extinderea domeniului de stabilitate nu este eficientă în acest caz, al funcționării la sarcini active reduse. Mașina ar trebui să suporte o excitație negativă, ceea ce ar face să se producă glisarea polilor [7].

Utilizarea excitației după două direcții, duce la mărirea capacității de absorbție a puterii reactive de către alternatoarele de mare putere, pînă la limita solicitărilor termice admisibile ale mașinii. Aceasta se realizează dispunînd pe rotorul mașinii două înfășurări de excitație. Principial, unghiul dintre axele celor două înfășurări poate avea orice valoare, încît pentru alegerea lui, se pot pune condiții suplimentare, cum ar fi optimizarea utilizării coroanei dentare rotorice.

Schema-bloc principială a unei mașini sincrone cu sistem de excitație după două axe este indicată în figura 1.

Reglarea curentului în cele două înfășurări se face după puterea reactivă pentru înfășurarea din axa longitudinală și după puterea activă

pentru cealaltă înfăşurare. Din acest motiv, în cele ce urmează, cele două înfăşurări vor fi numite „reactivă" (r), respectiv „activă" (a).

Prin schimbarea valorilor relative a celor doi curenţi de excitaţie, se obţine schimbarea poziţiei forţei magnetomotoare inductoare rezul-

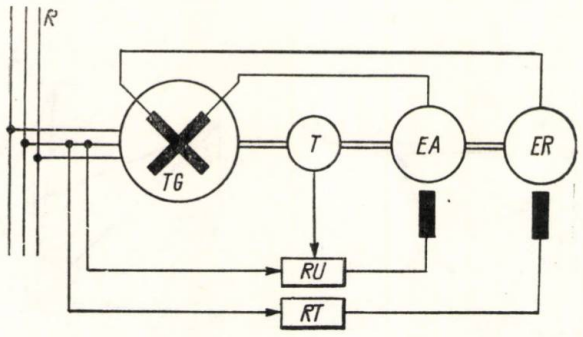


Fig. 1. — **Schema-bloc a unui turbogenerator cu sistem de excitaţie pe două axe.**
TG-turbogenerator; *R*-reţea; *T*-traductor de unghi geometric; *EA*, *ER*-excitatoare; *RU*, *RT*-regulatoare de unghi şi tensiune.

tante faţă de axele geometrice ale rotorului. Acest lucru nu poate avea loc în cazul construcţiei clasice, unde direcţia cîmpului inductor coincide totdeauna cu axa înfăşurării de excitaţie, deci este legată rigid de rotor.

În cazul construcţiei clasice, axa înfăşurării de excitaţie va fi totdeauna decalată cu unghiul de sarcină δ faţă de axa cîmpului rezultant din maşină, ceea ce reduce eficacitatea reglajului şi nu permite aplicarea unei excitaţii negative în situaţiile în care acest lucru este necesar.

La maşina cu excitaţie pe două direcţii, axa înfăşurării de excitaţie principale (r) este menţinută în permanenţă pe direcţia fluxului rezultant din maşină, indiferent de valoarea unghiului de sarcină, cu alte cuvinte poziţia unghiulară a rotorului rămîne neschimbată faţă de cîmpul învîrtitor rezultant din întrefier. Acest lucru se realizează cu ajutorul înfăşurării (a) al cărei curent de excitaţie este reglat automat după poziţia unghiulară a rotorului faţă de cîmpul învîrtitor rezultant.

În această situaţie reglarea curentului de excitaţie din înfăşurarea (r) va avea ca urmare reglarea puterii reactive cedate sau absorbite de maşină.

Efectul obţinut prin acţiunea înfăşurării (a) este foarte important în cazul funcţionării la sarcini active reduse, făcînd posibilă funcţionarea stabilă a maşinii, cu o excitaţie negativă importantă în înfăşurarea principală (r), absorbţia puterii reactive din reţea fiind limitată doar de solicitările termice admisibile.

În cele ce urmează, s-a considerat pentru exemplificare un generator sincron cu următorii parametri: $P = 170$ MW; $U_f = 9\,000$ V; $I_f = 7\,000$ A; $\cos \varphi = 0{,}9$; $X_d = 2{,}4$. Se consideră maşina nesaturată şi se neglijează rezistenţa indusului.

În figura 2 s-au construit diagramele de funcţionare la puterea activă constantă egală cu puterea nominală, pentru maşina cu para-

metrii de mai sus, prevăzută cu o singură înfășurare de excitație pe rotor. Cele trei diagrame corespund funcționării mașinii la cos $\varphi = 0{,}9$ inductiv (*1*); cos $\varphi = 0{,}907$ capacitiv (*2*); și cos $\varphi = 0{,}9$ capacitiv (*3*). Se observă în ultimul caz, necesitatea unei componente negative a excitației față de direcția fluxului rezultant. De asemenea, se constată o creștere

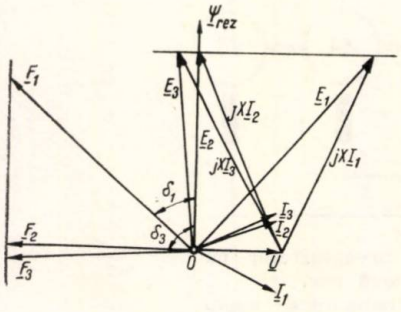


Fig. 2. — Diagrama de funcționare a unei mașini sincrone cu o singură înfășurare de excitație.

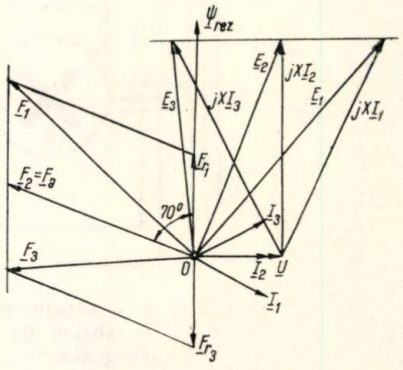


Fig. 3. — Diagrama de funcționare a unei mașini sincrone cu excitație pe două axe.

foarte mare a unghiului rotoric la trecerea de la funcționarea cu sarcină nominală inductivă, la cea capacitivă. O dată cu reducerea sarcinii active către zero, acestea se manifestă într-o măsură și mai mare, mașina neputînd funcționa într-o astfel de situație.

În figura 3 s-au construit diagramele de funcționare pentru o mașină cu aceiași parametri din cazul figurii 2, dar avînd două înfășurări de excitație pe rotor, care fac între ele unghiul indicat pe desen (70°). La trecerea de la cos $\varphi = 0{,}9$ inductiv la cos $\varphi = 0{,}9$ capacitiv, sarcina activă fiind cea nominală, se schimbă doar solenația înfășurării „reactive" de la $+0{,}305$ u.r. la $-0{,}352$ u.r., solenția celeilalte înfășurări menținîndu-se constantă la valoarea 0,843 u.r.

Poziția unghiulară a rotorului a rămas neschimbată față de fluxul rezultant din întrefier, ca rezultat al existenței excitației și pe o a doua direcție, aceasta fiind reglată după puterea activă debitată de mașină. Axa înfășurării principale a fost menținută pe direcția fluxului rezultant din mașină, deci în poziția de cuplu electromagnetic nul, deoarece a doua înfășurare de excitație a fost reglată astfel încît solenația ei să asigure cuplul corespunzător sarcinii active la care lucrează mașina. Reglajul de putere reactivă corespunzător trecerii mașinii de la un factor de putere inductiv la unul capacitiv, s-a obținut numai prin reglarea solenației înfășurării reactive.

Deoarece poziția unghiulară a rotorului rămîne neschimbată la variațiile de sarcină, înseamnă că prin utilizarea excitării după două direcții se elimină și inerția maselor rotorice în mișcare.

De asemenea, luînd în considerație faptul că excitația transversală este utilă îndeosebi la funcționarea cu sarcini reactive mari, și sarcini active reduse, solenația care trebuie asigurată pe această axă este redusă. Așadar,

această înfăşurare se poate realiza cu un număr de spire redus, aproximativ 10—15% din cel al înfăşurării principale. Aceasta face să se reducă mult constanta ei de timp, îmbunătăţindu-se considerabil condiţiile în care se poate realiza reglajul. Practic, cu un regulator avînd un răspuns bun, se poate asigura funcţionarea stabilă a maşinii cu excitaţie pe două axe, la orice valoare a puterii reactive absorbite, pînă la limita admisibilă din punct de vedere termic.

3. PARAMETRII. MODELUL MATEMATIC

Dispunerea celor două înfăşurări de excitaţie „activă" şi „reactivă", în cuadratură, ar duce la o utilizare neraţională a coroanei dentare, precum şi la suprasolicitarea magnetică a unor zone ale rotorului. De aceea, la realizarea practică a unor asemenea construcţii, cele două înfăşurări se dispun la un unghi diferit de 90°. Din punctul de vedere al studiului şi al stabilirii unui model matematic, este însă mai comod a lucra cu înfăşurări în cuadratură. Această contradicţie aparentă este uşor de rezolvat printr-o transformare a înfăşurărilor reale dispuse la un unghi oarecare :

$$\theta = \theta_a + \theta_r \tag{1}$$

în două înfăşurări fictive dispuse la 90°, care să dea aceleaşi efecte rezultante.

Căutăm relaţia de transformare pentru variabilele reale ale înfăşurărilor „activă" şi „reactivă" (notate a, respectiv r) în variabile fictive, ale unor înfăşurări fictive în cuadratură, plasate pe axele longitudinală şi transversală ale maşinii.

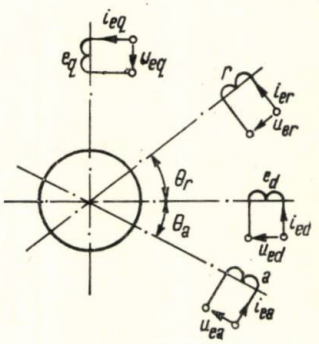


Fig. 4. — Transformarea înfăşurărilor de excitaţie.

Se notează :

n_a, n_r = numărul de spire al înfăşurărilor activă şi respectiv reactivă,
n_d, n_q = numărul de spire al înfăşurărilor fictive din axele d şi respectiv q,

$$n = \frac{n_r}{n_a}. \tag{2}$$

Pentru simplificare presupunem că înfăşurările fictive au :

$$n_d = n_q = n_a \tag{3}$$

Din condiţia de echivalenţă a solenaţiilor :

$$\begin{cases} n_d \cdot i_{ed} = n_a \cdot i_{ea} \cdot \cos \theta_a + n_r \cdot i_{er} \cdot \cos \theta_r \\ n_q \cdot i_{eq} = -n_a \cdot i_{ea} \cdot \sin \theta_a + n_r \cdot i_{er} \cdot \sin \theta_r \end{cases} \tag{4}$$

obţinem :

$$\left|\frac{i_{ed}}{i_{eq}}\right| = \left|\begin{matrix} \cos \theta_a & n \cos \theta_r \\ -\sin \theta_a & n \sin \theta_r \end{matrix}\right| \cdot \left|\frac{i_{ea}}{i_{er}}\right| \tag{5}$$

sau :

$$[I_{e_{d,q}}] = [C_I]\,[I_{e_{a,r}}] \tag{6}$$

Pentru a obţine şi matricea de transformare a tensiunilor, punem condiţia invarianţei puterilor de excitaţie în cele două cazuri

$$p_e = u_{ed} \cdot i_{ed} + u_{eq} \cdot i_{eq} = u_{ea} \cdot i_{ea} + u_{er} \cdot i_{er} \tag{7}$$

adică

$$[U_{e_{d,q}}]^t \cdot [I_{e_{d,q}}] = [U_{e_{a,r}}]^t \cdot [I_{e_{a,r}}]. \tag{8}$$

Obţinem astfel

$$\left|\frac{u_{ed}}{u_{eq}}\right| = \frac{1}{\sin(\theta_a + \theta_r)} \cdot \left|\begin{matrix} \sin \theta_r & \frac{1}{n} \sin \theta_a \\ -\cos \theta_r & \frac{1}{n} \cos \theta_a \end{matrix}\right| \left|\frac{u_{ea}}{u_{er}}\right| \tag{9}$$

adică

$$[U_{e_{d,q}}] = [C_u] \cdot [U_{e_{a,r}}]. \tag{10}$$

În mod asemănător se pot stabili matricele de transformare şi pentru celelalte mărimi : rezistenţe, reactanţe etc.

În cazul înfăşurărilor în cuadratură, problema definirii parametrilor şi a stabilirii modelului matematic se simplifică, reducîndu-se la cea cunoscută din cazul construcţiei clasice (cu o singură înfăşurare de excitaţie).

Folosind convențiile de asociere a semnelor din [6], obținem sistemul de ecuații ale mașinii sincrone cu excitație pe două axe

$$\begin{cases} u_d = p\psi_d + \omega\psi_q + r_a \cdot i_d \\ u_q = -\omega\psi_d + p\psi_q + r_a \cdot i_q \\ u_{ed} = [r_{ed} + (L_{ad} + L_{ed_s})\,p] \cdot i_{ed} + L_{ad} \cdot p \cdot i_d + L_{ad} \cdot p \cdot i_{kd} \\ u_{eq} = [r_{eq} + (L_{aq} + L_{eq_s})\,p] \cdot i_{eq} + L_{aq} \cdot p \cdot i_q + L_{aq} \cdot p \cdot i_{kq} \\ 0 = L_{ad} \cdot p \cdot i_{ed} + [r_{kd} + p(L_{ad} + L_{kd_s})]\, i_{kd} + L_{ad} \cdot p \cdot i_d \\ 0 = L_{aq} \cdot p \cdot i_{eq} + [r_{kq} + p(L_{aq} + L_{kq_s})]\, i_{kq} + L_{aq} \cdot p \cdot i_q \\ M = (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d) \end{cases} \tag{11}$$

Notațiile corespund celor din figura 5.
Expresiile fluxurilor sînt

$$\begin{cases} \psi_d = L_{ad} \cdot i_{ed} + L_{ad} \cdot i_{kd} + L_d \cdot i_d \\ \psi_q = L_{aq} \cdot i_{eq} + L_{aq} \cdot i_{kq} + L_q \cdot i_q \\ \psi_{ed} = L_{ed} \cdot i_{ed} + L_{ad} \cdot i_d + L_{ad} \cdot i_{kd} \\ \psi_{eq} = L_{eq} \cdot i_{eq} + L_{aq} \cdot i_q + L_{aq} \cdot i_{kq} \end{cases} \tag{12}$$

Schemele echivalente ale mașinii cu excitație după două direcții devin asemănătoare pe ambele axe ale mașinii, ca în figura 6.

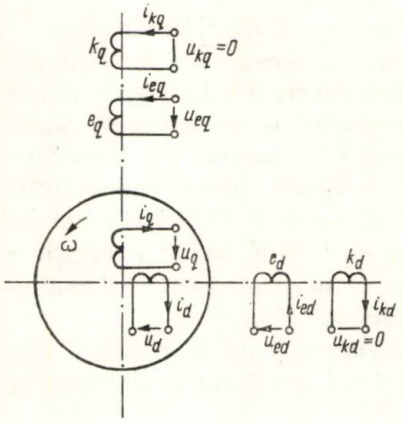


Fig. 5. — Schema mașinii cu excitație pe două axe în cuadratură.

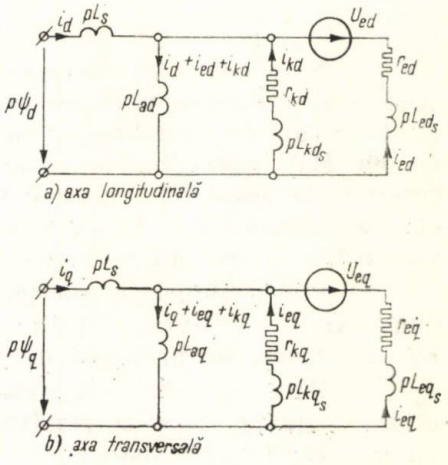


Fig. 6. — Schemele echivalente ale mașinii sincrone cu excitație pe două axe în cuadratură.

Expresiile operaționale obținute pentru fluxuri și reactanțe sînt cele din relațiile (13) și (14):

$$\begin{cases} \psi_d(p) = \dfrac{X_d(p)}{\omega_s} i_d + \dfrac{G_d(p)}{\omega_s} u_{ed} \\ \psi_q(p) = \dfrac{X_q(p)}{\omega_s} i_q + \dfrac{G_q(p)}{\omega_s} u_{eq} \end{cases} \tag{13}$$

$$\begin{cases} X_d(p) = \dfrac{(1 + T'_d p)(1 + T''_d p)}{(1 + T'_{d_0} p)(1 + T''_{d_0} p)} X_d \\ X_q(p) = \dfrac{(1 + T'_q p)(1 + T''_q p)}{(1 + T'_{q_0} p)(1 + T''_{q_0} p)} X_q \\ G_d(p) = \dfrac{(1 + T_{kd} p)}{(1 + T'_{d_0} p)(1 + T''_{d_0} p)} \dfrac{X_{ad}}{r_{ed}} \\ G_q(p) = \dfrac{(1 + T_{kq} p)}{(1 + T'_{q_0} p)(1 + T''_{q_0} p)} \dfrac{X_{aq}}{r_{eq}} \end{cases} \tag{14}$$

în care notațiile sînt analoge celor din cazul mașinii de construcție clasică.

4. CONCLUZII

— Se observă pe plan mondial un interes general în legătură cu studiul și realizarea unor asemenea mașini. Se menționează după date din literatura de specialitate, tendința de a se construi o asemenea mașină de 500 MW, apreciindu-se că aceasta va realiza o absorbție de putere reactivă de peste 0,5 u.r., față de 0,22 u.r. la o mașină de construcție clasică funcționînd la limita practică de stabilitate. Absorbția de putere reactivă este limitată la o astfel de mașină doar de încălzirea mașinii.

— Prețul absorbției energiei reactive cu mașini avînd excitație pe două axe este apreciat a fi de circa două ori mai mic decît cel realizat cu alte tipuri de instalații de compensare.

— Plasarea judicioasă a cîtorva asemenea mașini în sistemul energetic, ar putea duce la rezolvarea problemei oscilațiilor și absorbției puterii reactive din sistem.

— Ecuațiile operaționale stabilite în lucrare permit studiul mașinii sincrone cu excitație pe două axe în diferite regimuri de funcționare.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Apetrei, *Consideraţii asupra sistemelor de excitaţie ale maşinilor sincrone*, St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 667 — 680 (1967).
2. C. Apetrei, *Variaţia indicilor tehnico-economici ai maşinii sincrone cu sistem de răcire direct*, St. cerc. energ., **IX**, *4*, 681 — 698 (1959).
3. C. Hamdi-Sepen, *Procédé pour augmenter les puissances limites transmissibles par les lignes de transport d'énergie à courant alternatif en régime transitoire*, Rapp. CIGRE, 1962, No. 305 ; Rapp. CIGRE, 1964, No. 304, 304 A.
4. J. A. Soper, A. R. Fagg, *Divided-winding-rotor synchronous generator*, Proc. IEE, **116**, *1*, January 113 — 126 (1969).
5. M. Botvinnik, Iu. Sakarian, *Upravliaemaia maşina peremennogo toka*, Izd. Nauka, Moskva, 1969.
6. B. Adkins, *The general theory of electrical machines*, Chapman and Hall, London, 1969.
7. M. Rama Murthi, D. Williams, B. W. Hogg, *Stability of synchronous machines with 2-axis excitation systems*, Proc. IEE, **117**, *9*, September 1799 — 1808 (1970).

PRIVIND INFLUENȚA DESCĂRCĂRII CORONA ASUPRA SUPRATENSIUNILOR INTERNE

M. UNGUREANU, P. POSTOLACHE

621.3.015.532

Lucrarea tratează problema modificării supratensiunilor sub influența descărcării corona. Se prezintă posibilitatea modelării pe un calculator analogic a caracteristicii neliniare $q_k = f_v(u_c)$ pentru diferite frecvențe ale regimului tranzitoriu și diferite valori ale raportului $\frac{U_m}{U_i}$. Influența este cu atît mai accentuată cu cît raportul $\frac{U_m}{U_i}$ este mai mare și frecvența mai redusă. Se determină valoarea maximă a curentului în regim tranzitoriu și defazajul acestuia funcție de frecvență și de raportul $\frac{U_m}{U_i}$.

Micșorarea nivelului de bază a izolației, o dată cu creșterea tensiunii liniilor de transport de energie, face necesară adoptarea unor măsuri pentru reducerea supratensiunilor interne. Uneori această reducere este realizată prin însăși condițiile de funcționare ale rețelei, de exemplu, apariția descărcării corona.

De aceea este necesar a se studia care sînt condițiile în care influența descărcării corona este mai pronunțată. Se cunosc preocupările privind descărcarea corona și modul în care aceasta modifică undele de tensiune care se propagă pe linie. Metodele de studiu folosite sînt fie metode analitice [1], [2], [6], [8], fie experimentale, folosind modele fizice [3], fie combinații ale acestora [10], care au dezavantajul fie al unui volum mare de calcul, fie posibilități reduse de a varia parametrii liniei.

În cadrul lucrării, s-a stabilit o nouă metodă de calcul pentru determinarea reducerii amplitudinii supratensiunilor, care să utilizeze avantajele calculatorului analogic, datorită posibilităților acestuia de a modela funcții neliniare precum și posibilităților de generalizare pe care le oferă unele metode și rezultate deja obținute și verificate.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 217–226, 1972

Cu ajutorul acestei metode, s-a studiat influența descărcării corona asupra maximului tensiunii de diferite frecvențe și amplitudini, la conectarea unei linii în gol, precum și a modului de desfășurare a regimului tranzitoriu respectiv.

1. METODA DE CALCUL

În lucrare s-au modelat pe un calculator analogic ecuațiile de funcționare ale schemei echivalente de calcul ale liniei pe care a apărut descărcarea corona, caracteristica neliniară a descărcării fiind transpusă cu ajutorul blocurilor generatoare de funcții. Aceasta asigură elasticitatea schemei de calcul și generalitatea metodei, cu atît mai mult cu cît caracteristica neliniară $q_k = f_\nu(u_c)$, ν fiind frecvența regimului tranzitoriu, se poate realiza pe calculator pentru diferite frecvențe și valori ale raportului $\frac{U_m}{U_i}$. Caracteristica $q_k = f_\nu(u_c)$ se poate obține fie pe cale grafică [8], fie cu ajutorul teoriei similitudinii fenomenelor [11], pentru orice linie reală.

1.1. *Schema de calcul.* Orice supratensiune în regim tranzitoriu poate fi aproximată cu o undă sinusoidală de o anumită frecvență, corespunzătoare primei creșteri a tensiunii tranzitorii, considerînd că aceasta dă solicitarea maximă pentru izolație [12].

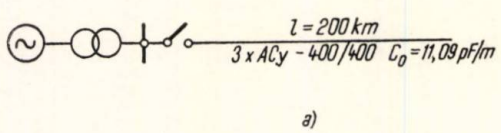


Fig. 1*a* — Schema principială.

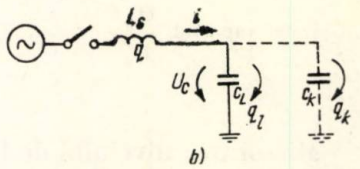


Fig. 1*b* — Schema de calcul

Schema de calcul a fost impusă de necesitatea punerii în evidență a influenței pe care descărcarea corona o are asupra supratensiunilor de o anumită frecvență. Întrucît o linie reală sau un lanț de cvadripoli prin care aceasta ar putea fi reprezentată are mai multe frecvențe de oscilație (la aceasta din urmă numărul lor depinzînd de numărul de cvadripoli), s-a adoptat reprezentarea liniei printr-un singur cvadripol în Γ, avînd frecvența proprie de oscilație $f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Modelarea descărcării corona, care apare pe linie, s-a realizat, considerîndu-se în paralel cu capacitatea liniei capacitatea corespunzătoare sarcinii spațiale corona q_k, pentru care este valabilă funcția neliniară $q_k = f_\nu(u_c)$. Această funcție se întîlnește în literatura de specialitate dată pentru o anumită frecvență a tensiunii aplicată conductorului. Aceasta explică odată mai mult necesitatea utilizării schemei de calcul adoptate (fig. 1 *b*).

Ecuațiile care descriu funcționarea schemei din figura 1*b* sînt:

$$e(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + u_c(t),\quad e(t) = E_{max}\sin\omega t$$

$$q(t) = i(t)\,\mathrm{d}t$$

$$u(t) = \frac{q(t) - q_k(t)}{C} \qquad (1)$$

$$q_k(t) = f_v(u_c)$$

iar la $t = 0$, $e(0) = 0$; $q(0) = 0$, $q_k(0) = 0$, $u_c(0) = 0$.

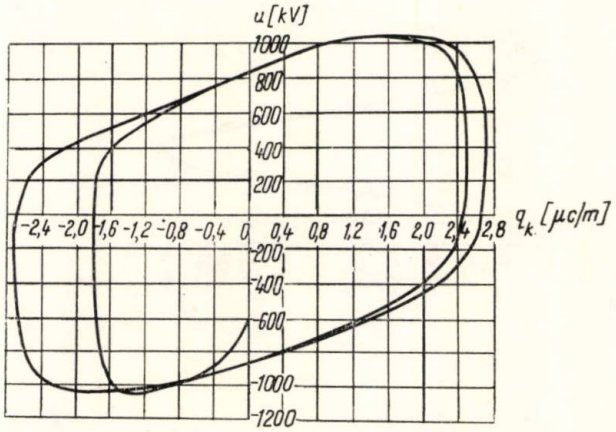


Fig. 2 — Caracteristica $q_k = f_v(u_c)$

Sistemului de ecuații (1) îi corespunde schema logică de calcul din figura 3, în care funcțiile $q_k = f_v(u_c)$ au fost liniarizate pe porțiuni și modelate în blocul neliniar al calculatorului.

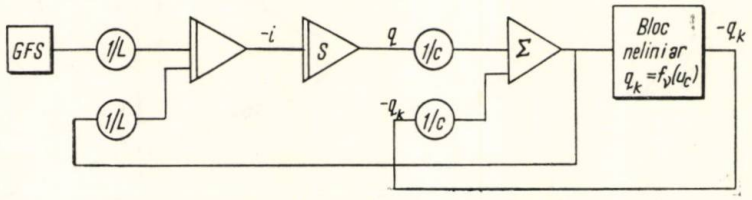
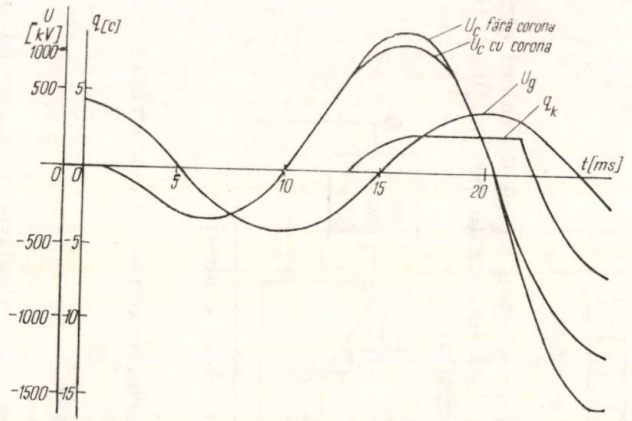


Fig. 3 — Schema structurală de rezolvare a problemei

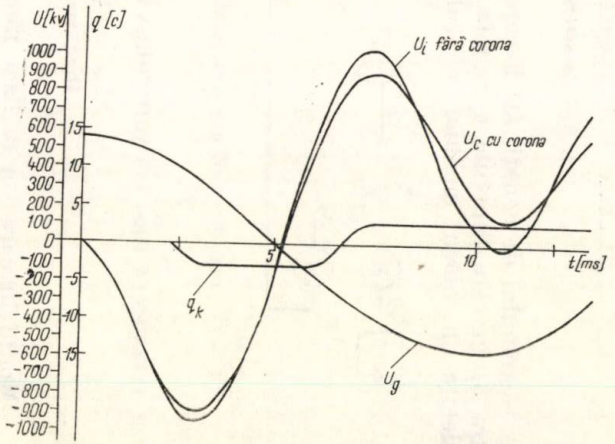
2. INFLUENȚA DESCĂRCĂRII CORONA ASUPRA TENSIUNII ȘI CURENTULUI

Rezultate obținute

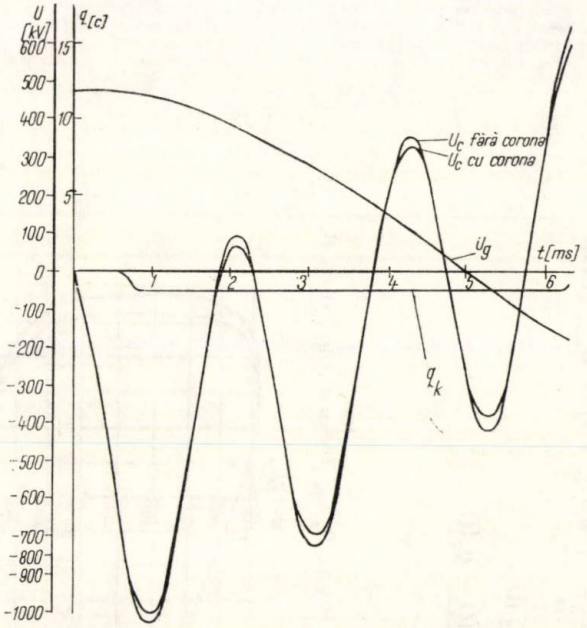
Modul în care s-a realizat modelarea pe calculator a permis să se tragă concluzii asupra reducerii primului maxim al tensiunii, care pentru linii cu U_i mare este cel mai mare și determină nivelul supratensiunilor.



a



b



c

Fig. 4*a* — $f = 50$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}5$, $U_i = 590$ kV

Fig. 4*b* — $f = 150$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}5$, $U_i = 590$ kV

Fig. 4*c* — $f = 500$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}5$, $U_i = 590$ kV

Pe de altă parte, pentru aceste linii și pentru prima creștere a tensiunii, deformarea curentului este mică, ceea ce face posibilă compararea rezultatelor de calcul cu cele experimentale.

Întrucît s-a dispus de caracteristicile neliniare $q_k = f_v(u_c)$ pentru frecvențe de 50, 150, 500 Hz și amplitudini ale supratensiunilor pentru care raportul $\frac{U_m}{U_i}$ are valoarea 1,25; 1,50; 1,75 [8] rezultatele obținute în lucrarea de față se vor referi la aceste tipuri de supratensiuni, conform tabelei 1. Studiul se poate continua pe măsura obținerii acestor caracteristici pentru o gamă mai largă de frecvențe și rapoarte $\frac{U_m}{U_i}$.

Tabela 1

$\frac{U_m}{U_i}$	1,25				1,5				1,75			
	$\Delta U\%$				$\Delta U\%$				$\Delta U\%$			
f (Hz)	exp	calc	$\Delta i\%$	depl	exp	calc	$\Delta i\%$	depl	exp	calc	$\Delta i\%$	depl
50	5,05	3,52	3,6	1,7°	7,45	5,85	6,13	3,43°	9,34	7,56	8,5	4,70
100	—	—	—	—	5,38	3,17	5,55	5,21°	—	—	—	—
150	—	—	—	—	3,23	1,3	5,29	7,2°				

Notă explicativă: — în rubrica „exp" sînt date valorile obținute la calculatorul analogic;
— în rubrica „calc" sînt date valorile obținute prin calcul cu formulele date mai jos

2.1. *Deformarea curbei tensiunii.* La formarea și deplasarea sarcinii spațiale în cîmpul liniei coronate, se obține o scădere sensibilă a maximului tensiunii în prima semiperioadă a regimului tranzitoriu. Influența descărcării corona este cu atît mai mare cu cît tensiunea maximă depășește mai mult tensiunea inițială de apariție a descărcării. Astfel la $f = 50$ Hz și $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}25$; 1,5; 1,75 reducerea amplitudinii este de 5,05; 7,5 respectiv 9,54% (fig. 6).

Analiza curbei de variație a tensiunii arată că formarea și deplasarea sarcinii spațiale are drept consecință mărirea capacității dinamice $C_d = \frac{dq_t}{du}$, unde q_t reprezintă sarcina totală pe unitatea de lungime, iar u, tensiunea pe linie. Aceasta conduce la scăderea frecvenței echivalente a procesului tranzitoriu, ceea ce se confirmă prin deplasarea spre dreapta a curbei tensiunii în prezența descărcării corona.

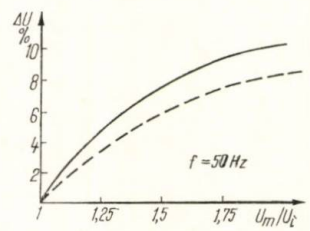


Fig. 5 — — — — calculat
_____ experimental

Se constată de asemenea că scăderea amplitudinii tensiunii este dependentă de parametrii liniei considerate, adică de aspectul regimului tranzitoriu. Procesul tranzitoriu se desfăşoară diferit pentru fiecare frecvenţă în parte (fig. 4). Cu cît frecvenţa este mai mare, cu atît reducerea supratensiunii este mai mică; pentru frecvenţele de 50, 150, 500 Hz reducerea supratensiunii este respectiv de 7,45, 5,38, 3,23%. Aceasta se explică fizic prin faptul că procesele de ionizare se produc diferit la diferite frecvenţe. Sarcina spaţială care înconjură conductorul este cu atît mai mare cu cît frecvenţa este mai mică, aşa încît energia consumată pentru deplasarea acesteia în spaţiul dintre electrozi va creşte o dată cu micşorarea frecvenţei.

Valorile determinate pentru reducerea supratensiunii sînt valorile maxime ale acestei reduceri, deoarece momentul conectării a coincis cu valoarea maximă a tensiunii aplicate.

Realizarea unei anumite frecvenţe poate fi privită şi ca modelarea unor linii de diferite lungimi (punctul 1). Obţinerea unor frecvenţe mai mari poate fi considerată ca micşorarea liniei. Rezultă că, cu cît linia este mai scurtă, cu atît influenţa descărcării corona este mai mică, ceea ce se explică prin mărirea sarcinii spaţiale formată în jurul conductorului.

Folosind relaţia dintre amplitudinea tensiunii în spaţiu pe care a apărut descărcarea corona U_{0m} şi amplitudinea sarcinii q_m, s-a stabilit, în literatura de specialitate [8] o formulă utilă pentru calculele practice care determină direct gradul micşorării tensiunii pe o linie în funcţie de parametrii acesteia (C_0, r_0, U_i) şi parametrii procesului tranzitoriu (f, U_m). Astfel pentru:

$\frac{KC_0U_{0m}}{\pi\varepsilon_0\omega r_0} \geqslant 5$ se foloseşte relaţia:

$$\frac{U_{0m}-U_{mc}}{U_{0m}} \simeq \frac{C_0}{2\pi\varepsilon_0}\left(1-\frac{U_i}{U_m}\right)\lg\frac{0{,}66KC_0U_{0m}}{\pi\varepsilon_0\omega r_0^2} \tag{2}$$

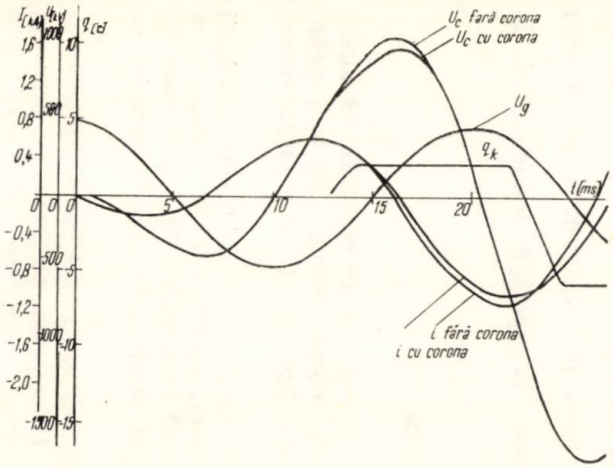
iar pentru:

$$\frac{KC_0U_{0m}}{r_0^2} \leqslant 5$$

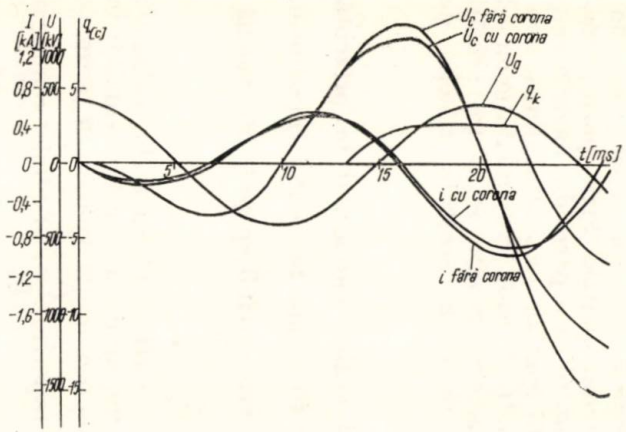
relaţia: $\frac{U_{0m}-U_{mc}}{U_{m0}} \simeq \frac{C_0}{2\pi\varepsilon_0} - 0{,}17\left(1-\frac{U_i}{U_m}\right)\left(\frac{KC_0U_{0m}}{\pi\varepsilon_0\omega r_0^2}\right)^{3/4}$

unde U_m — tensiunea maximă a liniei în prezenţa descărcării corona. Relaţiile sînt stabilite în ipoteza că, la prima creştere a tensiunii, deformarea curentului electric sub influenţa coronei este neglijabilă.

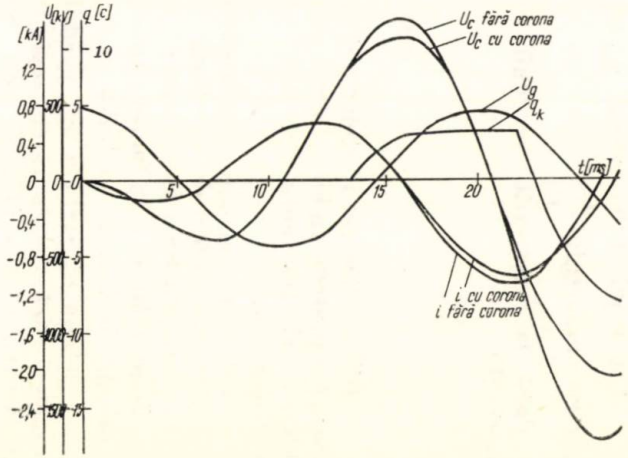
Se constată (tabela 1) că valorile calculate sînt sub cele stabilite cu ajutorul calculatorului analogic, dar în jurul valorii acestora. Aceste relaţii vor putea fi deci utilizate pentru obţinerea unor valori orientative în cazuri practice, cînd nu este posibil să se determine valorile reale ale micşorării supratensiunii.



a



b



c

Fig. 6*a* — $f = 50$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}25$, $U_i = 590$ kV

Fig. 6*b* — $f = 50$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}50$, $U_i = 590$ kV

Fig. 6*c* — $f = 50$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}75$, $U_i = 590$ kV

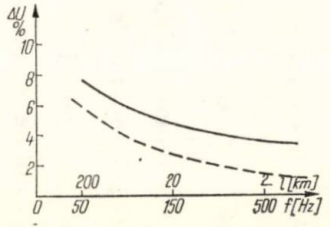


Fig. 7 — — — — calculat
_____ experimental

2.2. *Deformarea curentului.* În cazul apariției descărcării corona, are loc și deformarea curentului, care constă atît în reducerea valorilor acestuia în raport cu cazul în care descărcarea nu a apărut cît și în defazarea acestuia ca urmare a existenței sarcinii spațiale. Fizic, poziția relativă a celor două curbe se explică prin faptul că o parte din energia cîmpului se consumă prin deplasarea sarcinii spațiale în spațiul dintre electrozi, ceea ce face ca curentul liniei coronate să scadă în comparație cu cel al liniei necoronate. În următoarele semialternanțe se poate urmări variația maximului curentului și a reducerii acestuia funcție de raportul $\frac{U_m}{U_i}$ și f (fig. 6 și 8).

Se remarcă dependența deplasării curbei curentului în prezența descărcării funcție de raportul $\frac{U_m}{U_i}$ și de frecvența regimului tranzitoriu. Alura dependenței este stabilită de mărimea sarcinii spațiale din vecinătatea conductorului, adică de $q_k = q_k\left(\frac{U_m}{U_i}, f\right)$.

2.3. *Influența rezonanței.* O situație particulară apare la realizarea rezonanței la frecvența de 50 Hz. Curba tensiunii, care crește nelimitat în absența descărcării corona, se limitează la o anumită valoare în prezența acesteia, valoarea fiind determinată de raportul $\frac{U_m}{U_i}$. Trebuie remarcat că, schema blocului neliniar nu intră în funcțiune decît în momentul în care tensiunea aplicată capacității liniei depășește valoarea inițială de apariție a descărcării corona.

Urmărind curba sarcinii q_k, se remarcă creșterea acestuia o dată cu creșterea raportului $\frac{U_m}{U_i}$, ceea ce se explică prin intensificarea ionizării o dată cu creșterea tensiunii aplicate, la apariția fenomenului de rezonanță.

3. CONCLUZII

Din analiza rezultatelor obținute, se poate trage concluzia că modificarea supratensiunilor datorită descărcării corona este cu atît mai accentuată cu cît frecvența circuitului este mai mică și cu cît supratensiunea este mai mare.

Influența pe care descărcarea corona o are asupra supratensiunii în regim tranzitoriu de funcționare a liniei, pentru diferiți parametri ai acesteia și pentru diferite frecvențe, arată necesitatea de a ține cont de descărcarea corona, ca factor care coboară supratensiunea în determinarea nivelului de izolație al liniei.

Metoda utilizată a dat posibilitatea de a urmări toate mărimile ce caracterizează desfășurarea regimului tranzitoriu pe linie în prezența descărcării corona (U_{ck}, i_{0k}, q_k). Se exclude necesitatea efectuării unui volum mare de calcul sau a utilizării altor instalații necesare modelării

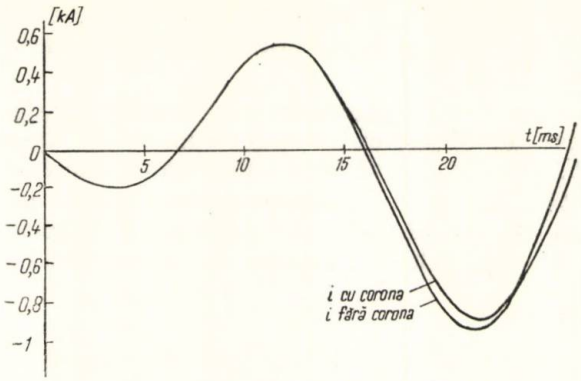


Fig. 8*a* — $f = 50$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}5$, $U_i = 590$ kV.

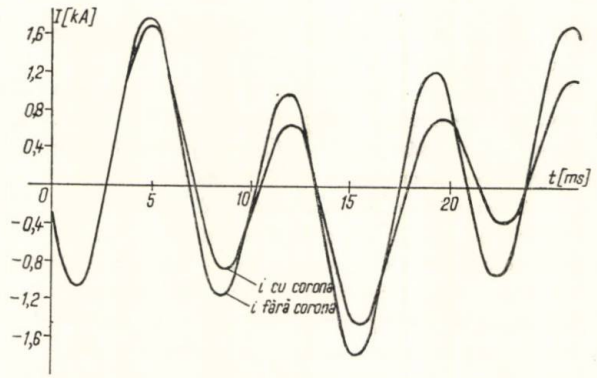


Fig. 8*b* — $f = 150$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}5$, $U_i = 590$ kV.

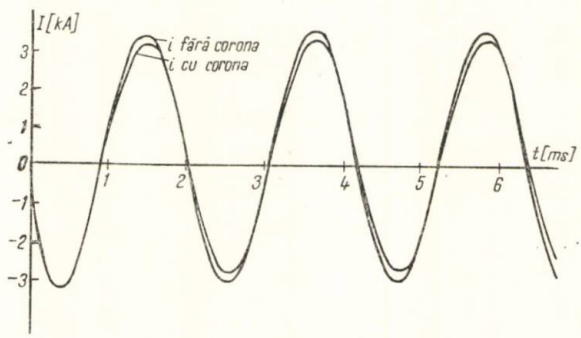


Fig. 8*c* — $f = 500$ Hz, $\frac{U_m}{U_i} = 1{,}5$, $U_i = 590$ kV.

descărcării corona. Descărcarea poate fi luată în consideraţie prin caracteristica tensiune-sarcină a acesteia, caracteristică ce se poate obţine pentru orice linie reală.

Folosirea schemelor cu parametri concentraţi a asigurat realizarea condiţiilor impuse de obţinerea supratensiunilor de anumite frecvenţe şi a permis utilizarea exclusivă a calculatorului analogic.

Metoda este indicată în rezolvarea problemelor de analiză parametrică, aşa cum este cazul influenţei descărcării corona asupra amplitudinii undelor de supratensiuni interne de diferite valori şi frecvenţe.

★

Dorim să aducem mulţumiri tov. prof. dr. ing. G. Drăgan pentru indicaţiile primite la efectuarea lucrării.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Drăgan, *Asupra ecuaţiei integrale a descărcării corona în cazul unui cîmp cilindric coaxial*. St. cerc. energ. electr., **18**, *1*, 85 — 98 (1968).
2. G. Drăgan, *Sur l'effet couronne de courant continu dans le cas de deux conducteurs parallèles*. Rev. roum. sci. techn. electr. énerg., **15**, *2*, 203 — 214 (1970).
3. M. Magnien ş.a., *La station expérimentale de l'E.d.F. pour l'étude de l'effet couronne sur les futures lignes à tres haute tension*. CIGRE, 1966.
4. G. Drăgan ş.a., *Etude des surtensions apparaissant à l'ouverture des circuits capacitifs et inductifs effectuée en moyen des calculateurs analogiques*. CIGRE, 1966, Rp 424.
5. J. P. Bickford, P.S. Doepel, *Calculation on switching transients with particular reference to line energisation*. Proc. Instn. Electr. Engrs., **114**, *4*, 465 — 477, (1967).
6. S. B. Griscom, *Analytical studies of overvoltages caused by disconnecting switch operation*. AIEE Trans. (Power Apparatus and Systems) **77**, *10*, 833 — 838 (1958).
7. D. D. Wilson, *Phase-phase and phase-neutral switching surges on 500 kV open ended lines*. IEEE Trans. (Power Apparatus and Systems) **87**, *1* (1968).
8. G. N. Alexandrov, *Coronti razriad na liniah electroperedaci*. Izd. Energhia, 1964.
9. J. Sabath ş.a., *Analog computer study of switching surges transient for a 500 kV system*. IEEE Trans. (Power Apparatus and Systems) **85**, *1*, 1 — 9 (1966).
10. I. M. Gusev, *Modelirovanie na analogovoi maşine coroni na provodah linii electroperedaci peremenogo toca*. Izv. V. U.Z., **10**, 15 — 24 (1964).
11. Al. A. Vasilescu, *Analiza dimensională şi teoria similitudinii*. Ed. Academiei R.S.R., Bucureşti, 1969.
12. A. Spinelli, L. Thione, *Generazione di sovratensiuni di manovra con la cascata di transformatori*. Studio AT-S399, 1971, CESI.

STUDIUL EXPERIMENTAL AL DURATEI ARDERII ÎN MOTORUL CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE CU CAMERĂ DE ARDERE ÎN PISTON

CĂLIN ADRIAN VASILESCU

Se prezintă o cercetare experimentală a duratei arderii aparente într-un motor cu aprindere prin scînteie ($D = 97$ mm, $S = 85$ mm, $n_{nom} = 3500$ rot/min) în funcție de parametrii: coeficientul excesului de aer $\alpha = 0{,}7 \ldots 1{,}25$, avansul la declanșarea scînteii electrice $\beta = 15 \ldots 35°$RAC, turația $n = 2\,000 \ldots 3\,500$ rot/min. Durata arderii aparente este apreciată de la momentul declanșării scînteii electrice și pînă în punctul în care exponentul politropic pe cursa de destindere are o variație bruscă. Ecuațiile empirice (1) și (2) permit să se calculeze viteza aparentă de ardere w în funcție de parametrii α, β și n.

Camerele de ardere în piston s-au introdus la motoarele cu aprindere prin scînteie datorită următoarelor avantaje: posibilitatea de a asigura același raport de comprimare la toți cilindrii unui motor, simplitatea constructivă a chiulasei, mărirea secțiunii supapelor etc.; anumite dificultăți legate de masa mai mare a pistonului precum și probleme de transfer de căldură prin pereții acestuia au fost depășite.

Deoarece literatura nu dă elemente suficiente în ceea ce privește performanțele acestor camere de ardere s-au efectuat în ultimul timp și în țara noastră studii complexe privitoare la camerele de ardere în piston [1], [2]. În acest articol, în continuarea unor lucrări mai vechi, se prezintă date experimentale privitoare la durata convențională a procesului de ardere în asemenea tipuri de camere de ardere.

1. Studiul s-a efectuat pe o cameră de ardere în piston simetrică față de axul acestuia construită pentru motorul SR—211 (alezaj $D = 97$ mm, cursă $S = 85$ mm) respectîndu-se raportul volumetric de comprimare $\varepsilon = 6{,}7$. Chiulasa, plată special executată nu a urmărit prin forma cana-

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 227—231, 1972

lului de admisiune asigurarea unei mişcări organizate a aerului în cilindrul motorului. Încercările s-au făcut în cadrul Institutului de energetică pe un motor monocilindric montat la un banc de probe care a cuprins (fig. 1) : motorul monocilindric *a* (cu posibilitatea de variere şi de citire în timpul funcţionării a avansului la declanşarea scînteii electrice, la un disc gradat *b*) ; motorul este prevăzut cu un carburator experimental *c* la care se poate modifica dozajul prin deplasarea în înălţime a camerei de nivel constant. Motorul este instrumentat în modul următor : pe conducta de admisie

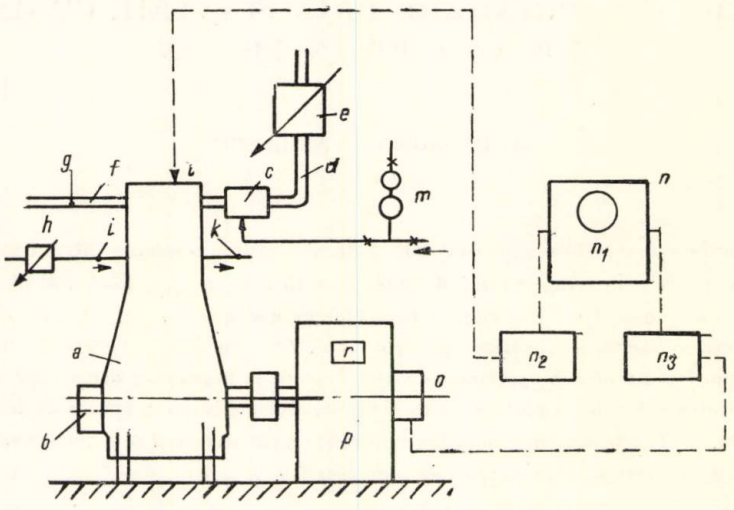


Fig. 1. — Bancul de probe al motorului monocilindric cu instalaţiile respective.

d se află montat contorul volumetric de aer *e* ; debitul de combustibil se măsoară cu vasul de măsură *m*. Pe conducta de evacuare *f* se află montat termometrul *g* în vederea măsurării temperaturii gazelor de ardere. În circuitul apei de răcire se găseşte contorul *h* şi termometrele *i* şi *k*, care dau respectiv temperatura apei la intrarea şi la ieşirea acesteia din motor.

Diagrama indicată a motorului se obţine cu o instalaţie electronică *n* care foloseşte un traductor de presiune piezoelectric *l* şi un traductor de cursă electromagnetic *o*. O camă a dispozitivului *o* convenabil construită permite să se înregistreze numai o parte din diagrama indicată, mărindu-se astfel precizia de citire ; diagramele se fotografiază de pe ecranul oscilografului, n_1.

Monocilindrul este frînat prin intermediul unei frîne hidraulice *p*, care este dotată cu instalaţia necesară măsurării turaţiei instantanee şi medii *r*.

2. Determinarea sfîrşitului arderii se face apreciindu-se momentul în care încetează aparent degajarea de căldură prin studiul variaţiei exponentului politropic al cursei de destindere, reprezentînd în coordonate logaritmice valoarea presiunii şi volumului pe această parte a ciclului

(fig. 2). În măsura în care se poate considera pe evoluția de destindere exponentul politropic constant, ecuația $pV^k = \text{const.}$, scrisă sub forma

$$\log p + k \log V = \text{const.}$$

este o dreaptă. Sfîrșitul convențional al arderii poate fi determinat în diagrama $\log p - \log V$, în punctul în care alura curbei din cursa de destindere se modifică brusc.

Pentru obținerea datelor se procedează după cum urmează : pentru fiecare punct experimentat s-au înregistrat nouă diagrame indicate în coordonate $p - \theta$; din aceste diagrame se alege cea reprezentativă. Se citesc, în diagramă presiunile din cinci în cinci grade de rotație ale arborelui cotit în zona presiunii maxime citirea făcîndu-se din două în două grade. În continuare se calculează volumele. A rezultat, din experiență, că metoda folosită conduce la rezultate mai exacte. Mai există două posibilități de prelucrare a datelor cu o precizie mai redusă.

a) Se face o prelucrare a diagramelor pentru a se obține o diagramă medie ; în acest caz curba obținută nu mai corespunde unei evoluții termodinamice reale.

b) Se calculează sfîrșitul arderii pentru fiecare diagramă în parte și se mediază rezultatele obținute. Practica a arătat că în acest caz împrăș-

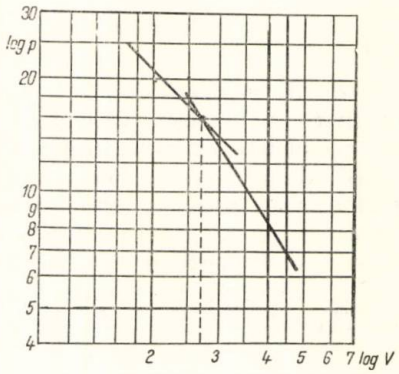


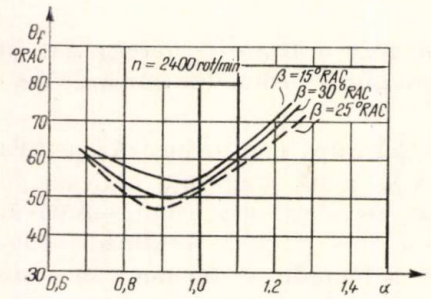
Fig. 2. — Determinarea sfîrșitului arderii în diagrama $\log p - \log V$; turația $n = 2\,200$ rot/min, avansul la declanșarea scînteii electrice 20°RAC, coeficientul excesului de aer $\alpha = 0{,}835$, durata arderii $\theta_f = 49$°RAC.

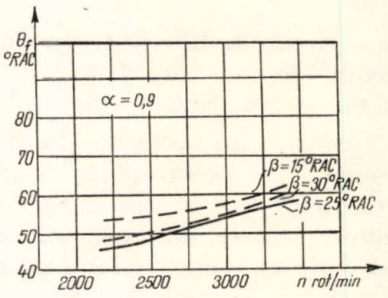
tierea datelor datorită dispersiei ciclice și a erorii de măsură poate fi foarte mare.

Experimentările s-au făcut cu motorul funcționînd în plină sarcină, variindu-se turația ($n = 2\,000 \cdots 3\,500$ rot/min), avansul la declanșarea scînteii electrice ($\beta = 15 \ldots 35°$ RAC) și dozajul exprimat prin valoarea coeficientului excesului de aer $\alpha = 0{,}7 \ldots 1{,}25$. S-a folosit benzină STAS cu cifra octanică CO/R = 75.

3. După prelucrarea tuturor diagramelor s-au construit diagramele de sinteză care prezintă variația duratei arderii θ_f în funcție de coeficientul

excesului de aer α (fig. 3), în funcţie de turaţia n (fig. 4) şi în funcţie de avansul la declanşarea scînteii electrice β (fig. 5). Examinarea acestor diagrame arată că se păstrează şi în cazul camerei de ardere în piston influenţele cunoscute ale parametrilor analizaţi asupra duratei apa-





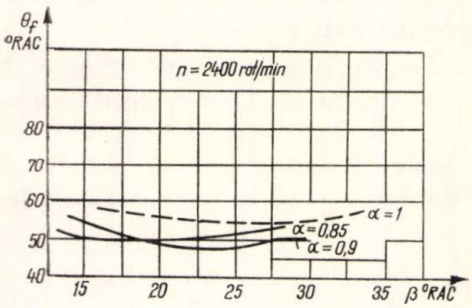


Fig. 3. — Variaţia duratei procesului de ardere θ_f în funcţie de coeficientul excesului de aer α.

Fig. 4. — Variaţia duratei procesului de ardere θ_f în funcţie de turaţie n.

Fig. 5. — Variaţia duratei procesului de ardere θ_f în funcţie de unghiul de avans la declanşarea scînteii electrice β.

rente a arderii, particularizate pentru cazul concret studiat. Există o corelaţie între valoarea avansului la declanşarea scînteii electrice şi valoarea coeficientului excesului de aer, pentru a obţine durata minimă a procesului de ardere, valoare ce se obţine în zona dozajelor bogate; o dată cu creşterea turaţiei, arderea are tendinţă de creştere.

Pentru o primă aproximaţie, viteza medie aparentă de ardere în motorul studiat w poate fi dată de următoarea relaţie experimentală (obţinută din prelucrarea unor date considerate semnificative) care pune în evidenţă influenţa avansului la declanşarea scînteii electrice β (măsurat în grade de rotaţie ale arborelui cotit), influenţa coeficientului excesului de aer α şi al turaţiei n:

pentru $n \geqslant 2\,000$ rot/min $15 < \beta < 35°$RAC şi $\alpha < 0{,}85$

$$w = \frac{0{,}420 \cdot n}{\dfrac{1{,}45 - \alpha}{0{,}0125} + |25 - \beta|\,0{,}5 + \dfrac{n - 2000}{100} - 4}, \qquad (1)$$

iar pentru $n \geqslant 2\,000$ rot/min $15 < \beta < 35°$RAC şi $\alpha > 0{,}95$

$$w = \frac{0{,}420 \cdot n}{\dfrac{\alpha - 0{,}2707}{0{,}0143} + |25 - \beta|\,0{,}5 + \dfrac{n - 2000}{100} - 4}. \qquad (2)$$

În expresia de mai sus avansul la declanşarea scînteii electrice β se va considera pozitiv şi diferenţa dintre liniile verticale se va trece în valoare absolută.

În zona $0{,}85 < \alpha < 0{,}95$ curbele $\theta_f = f(\alpha)$ trec printr-un minimum care nu poate fi exprimat de ecuaţiile stabilite. De aceea se vor desena curbele (1) şi (2) şi pentru o primă aproximaţie se vor extrapola şi rotunji în zona de minimum.

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, N. Stoica, *Thermal processes in spark ignition engines with piston located combustion chamber*, Internal Combustion Engines Conference, Bucharest 1967, Paper I, *15*, p. 241 – 252.

2. V. Stoica, *Asupra unui optimum al dimensiunilor geometrice ale camerelor de ardere*, St. cerc. energ. electr., **21**, *4* (1971).

ED. NICOLAU: *Sinteza sistemelor radiante*, Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bucureşti, 375 pag., 57 figuri.

Cartea profesorului doctor Edmond Nicolau vine în completarea unor preocupări editoriale mai vechi despre sistemele radiante. Completarea are loc în sensul abordării acestui subiect mereu actual dintr-un punct de vedere mai general, mai teoretic, dar nu lipsit de exemple practice rezolvate pînă la capăt (vezi de exemplu, capitolul 13).

În primele două capitole se face o introducere în subiect prin enunţarea claselor de sisteme radiante, prezentarea principalelor tipuri de sisteme radiante şi recapitularea unor probleme de propagare a undelor electromagnetice de frecvenţă foarte mare, din punctul de vedere al opticii geometrice.

Capitolul 3 se referă la condiţiile de realizabilitate fizică exprimate sub forma condiţiei energetice şi condiţiei de finitudine a cîmpului de radiaţie.

Capitolele 4 şi 5 conţin analiza, respectiv sinteza unor sisteme radiante simple evidenţiindu-se importanţa transformării integrale care există între distribuţia de curent dintr-un conductor şi caracteristica sa de directivitate.

Existenţa acestei transformări integrale este exploatată în capitolele 6 şi 7 ; în capitolul 6 se dau relaţii care apreciază limitarea performanţelor radiatoarelor rectilinii, bidimensionale iar în capitolul 7, pe baza aceleiaşi relaţii integrale, proprietăţi şi metode de compunere a caracteristicilor de directivitate.

Metoda de sinteză a sistemelor radiante pe baza proprietăţilor funcţiei eşantion (metoda Woodword — Lewinson) reprezintă obiectul capitolului 8.

Deoarece nu este posibilă întotdeauna sintetizarea unei caracteristici date, necesităţi de ordin practic impun investigarea unor metode de aproximare cît mai bună a lor ; astfel metoda aproximării prin funcţii întregi şi prin funcţii Slepian, aproximarea funcţiilor cu spectru nelimitat constituie obiectul capitolului 9.

În vederea prezentării sintezei şirurilor de antene, în capitolul 10 sînt analizate proprietăţi generale iar în capitolul 11 proprietăţile energetice legate de realizabilitatea fizică a acestui tip de antenă.

Sinteza aproximativă a şirurilor de antene este obiectul capitolului 12 unde se prezintă metoda perechilor de curenţi, metodă originală de calcul elaborată de autor.

Aplicabilă în cazul şirului format dintr-un număr impar de radiatoare, metoda perechilor de curenţi se caracterizează prin folosirea unui sistem de referinţă simetric. Această schimbare de coordonate (originea este mutată dintr-un radiator extrem în radiatorul central) permite simplificarea rezolvării sistemului de ecuaţii care dau sinteza sistemului radiant considerat.

Sinteza caracteristicilor date printr-un număr finit de valori, realizată cu ajutorul metodei algebrice, este prezentată în capitolul 16. În capitolul 15 se prezintă metoda de sinteză a şirurilor de antene a căror caracteristici de radiaţie este un polinom Cebîşev iar capitolele 16 şi 17 se ocupă de antenele fantă, respectiv de sinteza unui şir radiant Dolph — Cebîşev cu opt fante.

În continuare autorul se ocupă de sinteza unor suprafețe care intervin în teoria antenelor (lentile pentru microunde, reflectorul parabolic) cu aplicație la sistemul de antene format din două reflectoare de dimensiuni diferite.

Sinteza sistemelor de antene cu aplicații în radiodifuziune (sisteme de antene în inel) sînt prezentate în capitolul 20.

Penultimul capitol, 21, tratează o serie de chestiuni speciale de sinteză printre care: metode operaționale de sinteză, antene cu superdirectivitate, metoda programării dinamice pentru optimizarea șirurilor de antene, utilizarea teoriei matriceale pentru maximalizarea cîștigului de directivitate și al fixării direcțiilor de extincție, antene adaptive, etc.

Capitolul intitulat „Anexe" prezintă o parte a aparatului matematic folosit în text, tabele cu caracteristici de directivitate corespunzătoare unor distribuții de curent date, calculul factorului de calitate Q al unei antene, matricea de transfer a fantei acordate.

Cartea se încheie cu o listă bogată de referințe bibliografice (191 titluri).

Avînd meritul de a strînge la un loc o seamă de rezultate cunoscute dar disparate împreună cu rezultate originale ale autorului, prin conținutul bogat și modul de prezentare a problemelor tratate, volumul profesorului E. Nicolau se recomandă cu căldură atît cercetărilor în domeniul antenelor cît și studenților interesați.

Alexandru Grosu

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES, — SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGÉTIQUE"
TOME 17, N° 1, 1972

AL. TIMOTIN, AL. NICOLAE **621.3.014.12**

Efectul pelicular în bara înaltă ecranată

Se determină influenţa unui ecran perfect conductor de secţiune dreptunghiulară asupra repartiţiei de curent într-o bară de secţiune dreptunghiulară foarte plană aşezată în interiorul său.

Se determină densitatea superficială de curent, rezistenţa în c. a. şi reactanţa barei, repartiţia densităţii de forţă pe pereţii ecranului.

Se arată că prezenţa ecranului reduce sensibil neuniformitatea distribuţiei densităţii de curent.

C. I. MOCANU **621.3.011.538.542.537.226.3**

Efectul pelicular în şuntul coaxial pentru măsurarea curenţilor de şoc

Şuntul coaxial pentru măsurarea curenţilor de şoc este caracterizat prin trei scheme echivalente fundamentale avînd parametri constanţi. Din analiza efectului pelicular tranzitoriu cu ajutorul schemelor echivalente, rezultă că treapta de curent nu este potrivită ca mod de excitaţie. Se calculează răspunsul tranzitoriu al şuntului la excitaţie treaptă de tensiune.

I. R. CIRIC **517.9**

Funcţiuni green pentru studiul cîmpurilor poissoniene în medii eterogene

Problemele la limite referitoare la cîmpurile poissoniene în medii eterogene pot fi soluţionate cu ajutorul unor funcţii de tip Green. În lucrare se definesc aceste funcţii Green şi se deduc expresiile generale corespunzătoare pentru soluţiile problemelor la limite. Aceste expresii

permit să se obțină, prin particularizare, relațiile corespunzătoare problemelor bidimensionale și acelea corespunzătoare problemelor referitoare la cîmpurile laplaciene în medii eterogene. Se arată modul în care pot fi construite funcțiile Green introduse și se exemplifică pentru cazul problemei Dirichlet referitoare la domeniul plan (bidimensional) avînd forma unui dreptunghi, constituit din două regiuni omogene diferite.

FĂNICĂ SPINEI 621.316.13 : 621.3.016.24

Determinarea regimurilor de transfer maxim și transfer cu randament maxim a puterii în circuite cu parametri modificabili (II). Circuite de curent alternativ

În lucrare se stabilesc relații originale care permit determinarea impedanțelor laturilor modificabile pentru a obține transfer maxim de putere activă sau transfer de putere activă cu randament maxim. Teorema clasică a transferului maxim de putere activă se obține ca aplicație la unul din cazurile particulare studiate.

Rezultatele obținute sînt utile în stabilirea parametrilor unui circuit de curent alternativ în vederea obținerii unui regim de funcționare optim din punctul de vedere al transferului maxim de putere activă sau al randamentului transferului de putere activă.

DIANA MARTIN 621.372 :353.1

Un nou tip de sarcină pentru ghidurile de unde utilizînd o cavitate umplută parțial cu dielectric puternic disipativ

Se analizează o cavitate parțial umplută printr-un dielectric disipativ ca sarcină pentru microunde. Pe lîngă analiza experimentală se prezintă și o analiză teoretică. Se obțin rezultate satisfăcătoare în ceea ce privește adaptarea impedanței, banda de frecvență și funcționare la o putere ridicată. Noua sarcină este compactă, ușoară, ajustabilă, etanșă la vid și în consecință ideală pentru a funcționa la ieșirea unei structuri de accelerație.

S-a construit un anumit număr de sarcini de același fel pentru acceleratorul linear de electroni de 3 MeV a Institutului de fizică atomică din București.

G. VASILESCU CZ 681.142 – 523.8

Cîteva considerații privind analiza și proiectarea circuitelor electronice cu ajutorul calculatoarelor electronice

În lucrare sînt expuse cîteva considerații privind metodele de analiză și proiectare a circuitelor electronice cu ajutorul calculatoarelor numerice.

Circuitele sînt privite ca sisteme, definindu-se spațiile intrare/ieșire precum și modul de explorare a acestora.

Metoda propusă este exemplificată cu o proiectare de circuit basculant monostabil, însoțită de verificări experimentale.

NGUYEN CANG 62.501.32

Studiul stabilității absolute a unor sisteme de reglare automată al cărui semnal de comandă conține un element neliniar

Se studiază în baza teoriei lui V. M. Popov stabilitatea absolută a unor sisteme de reglare automată avînd următoarea formă generală :

$$\frac{dx}{dt} = Ax - b\,\varphi(\sigma_1),$$

$$\sigma_1 = c'x - \rho\varphi_2(\sigma_2),$$

$$\sigma_2 = q'x.$$

Se consideră separat cazul fundamental în care matricea A este stabilă și cazul critic în care matricea A are o valoare proprie nulă.

Teoria este ilustrată de exemple.

JUHANI NIEMINEN 518.4 : 512

Asupra analizei de distanță și a deteriorărilor complete ale grafurilor de comunicație

Obiectivele principale ale analizei de distanță sînt schimbarea lungimii laturilor în grafurile G și efectele modificărilor acestor grafuri.

Se definește conceptul de deteriorare completă a grafului G și se construiește un număr care măsoară cît de sensibil este graful considerat la deteriorare completă.

VL. RĂSVAN 62.501.32

Criterii frecvențiale de stabilitate absolută a sistemelor automate cu întîrziere și mai multe neliniarități. Partea I. Rezultate generale

În lucrare se prezintă unele extinderi ale rezultatelor lui V. A. Iakubovici cu privire la stabilitatea absolută a sistemelor automate neliniare. Aceste extinderi permit analiza stabilității unor sisteme automate cu întîrziere și neliniarități speciale, precum și regăsirea unor rezultate cunoscute. Cazul fundamental și cazurile critice sînt prezentate în mod unitar.

STOIAN PETRESCU 536.72.75

Considerații privind introducerea noțiunii de entropie și tratarea principiului al doilea al termodinamicii

Se propune un enunț preliminar pentru principiul al doilea al termodinamicii care să nu cuprindă conceptul de entropie și care poate fi plasat chiar la începutul tratării termodinamicii împreună cu primul principiu.

Se prezintă o modificare a schemei lui Plank de tratare a entropiei ţinînd cont de enunţul propus pentru principiul al doilea.

C. NEAGA 662.613.5 : 662.62

Influenţa gazelor de ardere recirculate asupra arderii combustibilului solid pulverizat

În lucrare se analizează influenţa gazelor de ardere recirculate cu ajutorul unui ventilator asupra fazelor arderii cărbunelui pulverizat şi anume asupra perioadei de pregătire, aprindere şi ardere propriu zisă. Pentru simplificarea calculelor s-a adoptat ca model matematic şi fizic o flacără plană. Formulele obţinute au un caracter general, în aşa fel că arderea cu recirculare poate fi tratată ca un caz particular. În toate expresiile precedente făcînd $r = 0$ (gradul de recirculare) obţinem formule pentru calculul arderii „pure".

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergerică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc şi tuş, însoţite de cîte două copii şi o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri în limba română, şi la alegere în una din limbile: engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie:
Bucureşti, Şos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

T. MICLESCU, M. NECULA 620.9 : 621.311.15

CERCETĂRI NUMERICE PRIVIND MODELUL DINAMIC AL FUNCȚIONĂRII DE DURATĂ A SISTEMULUI ELECTROENERGETIC

În articol se prezintă rezultatele cercetărilor numerice efectuate prin aplicarea modelului dinamic [1] de planificare optimă, a funcționării pe durata unui an de zile, a sistemului electroenergetic.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 3—14, 1972

D. BUSUIOC 518.12

O METODĂ PENTRU REZOLVAREA PROBLEMEI DE PROGRAMARE LINIARĂ CU TOATE VARIABILELE NUMERE ÎNTREGI

În articol se prezintă o metodă care constă în a căuta soluția problemei de programare liniară cu toate variabilele întregi printre soluțiile întregi ale Z-ecuației corespunzînd aceleiași probleme fără cerința de discretizare. Se fac unele considerații privind eficiența practică a metodei și modul de realizare pe un calculator. Metoda este ilustrată pe un exemplu numeric semnificativ.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 15—21, 1972

ȘTEFAN GHEORGHIU 621.181.5 : 620.193.7

CALCULUL TEMPERATURILOR LA CAPĂTUL RECE AL PREÎNCĂLZITOARELOR DE AER FOLOSITE LA CAZANELE DE ABUR, ȚINÎND SEAMA DE COROZIUNE

Se prezintă factorii de care depinde temperatura peretelui și temperatura gazelor de ardere la capătul rece al preîncălzitoarelor de aer de tip recuperativ și regenerativ.

Pentru păcură cu conținut ridicat de sulf se calculează aceste temperaturi ținînd seama de coroziune.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 23—31, 1972

C. CAZACU, IL. BĂDICA, AL. PAVELEȚ 621.181.001.57

MODELAREAFOCARULUI DE LA CAZANUL DE 525 t/h

Cazanul cu abur de 525 t/h pentru gaze și păcură, are o construcție turn, cu arzătoarele amplasate pe doi pereți opuși. Cercetările de modelare s-au fixat pe un model izoterm, tridimensional și au urmărit în principal studierea curgerii în focar pentru diferite soluții de amplasare a arzătoarelor și determinarea distribuției timpului de rezistență (*DTR*) a combustibilului în focar. Această determinare a permis stabilirea unei metode originale de calculare a gradului de ardere a combustibilului în secțiunea de ieșire a focarului.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 33—41, 1972

GH. TIU, L. TEODORESCU, V. HARBUR,
S. MANEA, O. BERCEA

621.43.038

UNELE ASPECTE ALE INFLUENȚEI FACTORILOR CONSTRUCTIVI LA POMPĂ ȘI LA INJECTOR, ASUPRA PROCESELOR DE INJECȚIE CU APLICAȚIE LA MOTORUL D—105

Sînt prezentate rezultatele cercetărilor teoretice și experimentele privind posibilitățile de adaptare a unui nou echipament de injecție pentru motorul D-105 prin lărgirea diversificării actualelor produse ale Uzinei de Mecanică Fină Sinaia, în condițiile creșterii performanțelor și caracteristicilor motorului.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 43—55, 1972

I. NISTOR, S. GUTMAN, C. DOBOȘ

662.7/8;665.5

CERCETĂRI ASUPRA STRUCTURII BITUMULUI DE PETROL UTILIZAT LA OBȚINEREA COCSULUI BRICHETE PRIN TRATAMENT TERMOCHIMIC

Pentru elucidarea fenomenelor care au loc în timpul procesului de obținere a cocsului prin procedeul termochimic bitumul de petrol a fost fracționat prin cromatografie de adsorbție; fracțiunile izolate, au fost supuse analizei structurale statistice și au fost utilizate ca lianți, la obținerea cocsului brichete oxidat. S-au stabilit corelații între structura chimică a liantului și însușirile mecanice ale cocsului brichete obținut, care au permis stabilirea măsurilor pentru ameliorarea calității lui.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 57—66, 1972

ANDREI ȚUGULEA

REGIMUL TRANZITORIU AL CÎMPULUI ELECTRO-MAGNETIC INDUCTIV ÎNTR-UN SISTEM DE BARE CONDUCTOARE MASIVE. PARAMETRI TRANZITORII

Se studiază cîmpul electromagnetic tranzitoriu inductiv într-un sistem de bare conductoare paralele de secțiune dreptunghiulară. Se trasează curbele de variație în spațiu și timp a mărimilor cîmpului la diferite noduri simple de alimentare. Se calculează și se reprezintă grafic parametri tranzitorii ai sistemului de bare.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 67—93, 1972

GAVRILĂ HORIA

621.3.017.31

MODEL PENTRU CALCULUL PIERDERILOR PRIN CURENȚI TURBIONARI ÎN TOLA DIN MATERIAL FEROMAGNETIC

Se propune un model și o metodă mai precisă pentru calculul pierderilor prin curenți turbionari în tola din material feromagnetic. Metoda propusă se bazează pe un model dinamic al structurii de domenii a materialului feromagnetic și permite de asemenea determinarea mai exactă a cîmpului electromagnetic în interiorul tolei. Rezultatele calculelor numerice se dovedesc a fi în bună concordanță cu datele experimentale.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 95—112, 1972

A. IFRIM, P. NOȚINGHER

CONSTRUIREA SCHEMELOR ECHIVALENTE ALE CONDENSATOARELOR CU DIELECTRICI NEIDEALI

Cu ajutorul expresiilor pe care le are permitivitatea complexă a dielectricilor nepolari și polari, deduse cu ajutorul teoriilor ei microscopice, se determină admitanța (sau impedanța) complexă a condensatoarelor cu astfel de dielectrici și apoi, pe baza teoremelor de sinteză a rețelelor electrice se obțin elementele celor mai simple scheme echivalente ale condensatoarelor considerate.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 113—127, 1972

MARIUS PREDA, IOANA BREAZU, JACK MARCOVICI 621.3.011

FORMULĂ TOPOLOGICĂ GENERALĂ PENTRU TRANSMITANȚELE CIRCUITELOR MULTIPORT

În lucrare se prezintă o formulă topologică generală care exprimă unitar toate transmitanțele dintre părțile diferite ale unui multiport, indiferent de natura lor fizică : impedanțe, admitanțe, factori de transfer în tensiune sau în curent.

Această formulă prezintă avantajul utilizării numai a arborilor grafului și a admitanțelor laturilor multiportului ceea ce duce la o sistematizare și o simplificare a calculelor necesare determinării ecuațiilor de funcționare ale multiporților.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 129—138, 1972

A. ARIE, H. CRISCIU 621.316.11

STABILIREA UNOR MATRICI DE INCIDENȚĂ CORESPUNZĂTOARE UNEI REȚELE DE CVADRIPOLI

Prin extinderea metodelor matriciale de deducere și rezolvare a ecuațiilor generale ale rețelelor de dipoli se dau metode asemănătoare aplicabile rețelelor de cvadripoli.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 139—156, 1972

S. D. NECȘULESCU, A. CRISTOVICI C. Z. 621.315.1.027.3/7

REANCLANȘAREA AUTOMATĂ MONOFAZATĂ (RARM) PE LINII DE FOARTE ÎNALTĂ TENSIUNE

În articol se analizează condițiile de stingere a arcului care apare ca urmare a unui scurtcircuit și rămîne alimentat, în regim nesimetric, chiar după deconectarea fazei defecte. De asemenea, se analizează metodele de îmbunătățire a condițiilor de stingere a arcului în timpul pauzei de RARM.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 157—170, 1972

CRISTOFOR VASILIU

ASUPRA FILTRELOR DIFERENȚIALE

Se analizează restricțiile impuse prin metoda particulară obișnuită de proiectare a filtrelor diferențiale. Se arată posibilitatea de a proiecta aceste filtre prin metoda generală, fără a impune restricții, și de a mări, astfel, performanțele lor. Se determină filtrul în scară echivalent.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 171—182, 1972

I. I. PONNER

RELEU DE TIMP DIGITAL PENTRU TEMPORIZĂRI FOARTE MARI

Se prezintă un releu de timp digital echipat cu divizoare de frecvență cu tranzistoare unijoncțiune, care permite realizarea unor temporizări foarte mari, de ordinul zilelor. Se examinează în detaliu funcționarea divizoarelor de frecvență, influența amplitudinii semnalului de comandă și a tensiunii de alimentare asupra preciziei raportului de divizare, precum și influența diverselor constante de timp ale circuitului divizoarelor de frecvență asupra frecvenței maxime a semnalului de comandă.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 183—194, 1972

A. GROSSU

62.501.32

CRITERII ALGEBRICE DE STABILITATE ABSOLUTĂ PENTRU UNELE SISTEME NELINIARE DE TIP LURIE A CĂROR PARTE LINIARĂ DEPINDE DE UN PARAMETRU

În cadrul problemei stabilității unui sistem care depinde de un parametru este studiat cazul unor sisteme neliniare de tip Lurie a căror parte liniară este o funcție de transfer de ordinul doi sau trei cu un pol în origină. Coeficienții acestor funcții de transfer sînt funcții reale de parametrul considerat.

S-au găsit condiții algebrice de stabilitate absolută, echivalente criteriului frecvențial al lui V. M. Popov, condiții exprimate cu ajutorul coeficienților funcției de transfer. Aceste condiții descriu mulțimea maximă a valorilor parametrului pentru care sistemul dat este absolut stabil.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 195—205, 1972

A. DOBRANIȘ

C. Z. 621.313.322—81.013.8

CONSIDERAȚII PRIVIND MAȘINILE SINCRONE CU EXCITAȚIA PE DOUĂ AXE

În lucrare se prezintă cîteva aspecte privind realizarea excitării mașinilor sincrone după două axe.

Se definesc parametrii mașinii în noile condiții, evidențiindu-se particularitățile față de construcția clasică.

Este alcătuit modelul matematic al unei asemenea mașini.

Se stabilesc principalele avantaje obținute în exploatare folosind o astfel de construcție, pentru alternatoarele de mare putere.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 207—215, 1972

M. UNGUREANU, P. POSTOLACHE 621.3.015.532

PRIVIND INFLUENȚA DESCĂRCĂRII CORONA ASUPRA SUPRATENSIUNILOR INTERNE

Lucrarea tratează problema modificării supratensiunilor sub influența descărcării corona. Se prezintă posibilitatea modelării pe un calculator analogic a caracteristicii neliniare $q_k = f_v(u_c)$, pentru diferite frecvențe ale regimului tranzitoriu și diferite valori ale raportului $\frac{U_m}{U_i}$. Influența este cu atît mai accentuată cu cît raportul $\frac{U_m}{U_i}$ este mai mare și frecvența mai redusă. Se determină valoarea maximă a curentului în regim tranzitoriu și defazajul acestuia în funcție de frecvență și de raportul $\frac{U_m}{U_i}$.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 217—226, 1972

T. MICLESCU, M. NECULA 620.9 : 621.311.15

RECHERCHES NUMÉRIQUES CONCERNANT LE MODÈLE DYNAMIQUE DU FONCTIONNEMENT DE DURÉE DU SYSTÈME ÉLECTROÉNERGÉTIQUE

On expose les résultats des recherches numériques effectuées par l'application du modèle dynamique [1] de planification optimale du fonctionnement pendant une année du système électroénergétique.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 3—14, 1972

D. BUSUIOC 518.12

UNE SOLUTION DU PROBLÈME DE PROGRAMMATION LINÉAIRE AYANT TOUTES LES INCONNUES ENTIÈRES

On présente une méthode de choix de la solution du problème de programmation linéaire ayant toutes les inconnues entières, parmi les solutions entières de la Z-équation qui correspond au même problème, mais sans la contrainte sur le caractère discret des inconnues.

On fait des considérations sur l'efficacité pratique de la méthode et sur la résolution sur ordinateur. La méthode proposée est illustrée sur un exemple numérique significatif.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 15—21, 1972

ȘTEFAN GHEORGHIU 621.181.5 : 620.193.7

DIE BERECHNUNG DER TEMPERATUREN AM KALTEN ENDE DER LUFTVORWÄRMER MIT BERÜCKSICHTIGUNG DER KORROSION

Die Wandtemperatur- und Rauchgasaustrittstemperaturabhängige Grössen am kalten Ende der Luftvorwärmer rekuperativer und regenerativer Bauart werden dargelegt. Für starkschwefelgehaltiges Öl die obengennanten Temperaturen werden durchgerechnet mit Berücksichtigung der Korrosion.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 23—31, 1972

C. CAZACU, IL. BĂDICĂ, AL. PAVELEȚ 621.181.001.57

RECHERCHES SUR LES MODÈLES DE FOYER DE LA CHAUDIÈRE DE 525 t/h

La chaudière à vapeurs de 525 t/h à combustibles liquides et gazeux est de construction tour, avec les brûleurs placés sur deux fronts opposés. Les recherches ont été effectuées sur une maquette isothermique et tridimensionnelle. Dans ces recherches on poursuit, en général, l'écoulement du gaz dans le foyer pour différentes solutions de l'emplacement des brûleurs et la distribution du temps de résidence du combustible dans le foyer. Les résultats ont permis d'établir une méthode originale pour estimer le degré de combustion des particules à la sortie du foyer.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 33—41, 1972

GH. TIU, L. TEODORESCU, V. HARBUR, S. MANEA, O. BERCEA 621.43.038

SOME ASPECTS OF THE INFLUENCE OF THE CONSTRUCTIVE FACTORS OF THE PUMP AND NOZZLE ON THE INJECTION PROCESSES WITH APPLICATION TO THE D_105 ENGINE

The author presents the results of the theoretical and experimental investigations regarding the adaptability of a new injection equipment for the D-105 engine, using the diversification of the products of the *Fine Mechanics Plant*, Sinaia, and the improvements of the engine performances.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 43—55, 1972

I. NISTOR, S. GUTMAN, C. DOBOȘ 662.7/8:665.5

RESEARCHES ON THE PETROLEUM BITUMEN STRUCTURE, UTILISED FOR COKE-BRIQUETTES OBTAINED THROUGH THERMOCHEMICAL TREATMENT

To elucidate the phenomena occurring during the obtaining process of coke-briquettes by thermochemical treatment, the petroleum bitumen was fractionated by adsorption chromatography; isolated fractions, were submitted to statistical structural analysis and were used like binders for the obtaining of oxidized coke-briquettes.

Correlations were established between the chemical structure of the binder and the mechanical properties of the obtained coke-briquettes, which permitted the determination of the measures for improvement of its quality.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 57—66, 1972

ANDREI ȚUGULEA

LE RÉGIME TRANSITOIRE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE INDUCTIF D'UNE PAIRE DE JEUX DE BARRES MASSIFS. LES PARAMÈTRES TRANSITOIRES

On étudie le régime transitoire du champ électromagnétique d'une paire des jeux de barres massifs à sections rectangulaires et on donne les cartes de champs pour divers régimes d'alimentation. On calcule et on donne les courbes des paramètres transitoires du système de jeux de barres.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 67—93, 1972

GAVRILĂ HORIA 621.3.017.31

MODEL FOR THE CALCULATION OF EDDY-CURRENT LOSSES IN THE FERROMAGNETIC SHEET

The aim of this paper is to propose a new model and a more precise method to calculate eddy-current losses in the ferromagnetic sheet. The proposed method is developed on the basis of the dynamics of a structure domain model of ferromagnetic materials. Likewise, the method permits a more exact determination of the electromagnetic field in the sheets. The results of numerical calculations are in good agreement with experimental data.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 95—112, 1972

A. IFRIM, P. NOȚINGER 621.319.4

CONSTRUCTION DES SCHÉMAS ÉQUIVALENTS AUX CONDENSATEURS MUNIS DE DIÉLECTRIQUES AVEC PERTES

Partant des expressions de la permittivité complexe des diélectriques avec pertes, déduites dans le cadre de la théorie classique des électrons, on détermine l'admittance (ou l'impédance) des condensateurs munis de tels diélectriques et, puis, on obtient, en utilisant les théorèmes de la synthèse des réseaux électriques, les éléments constituant les plus simples schémas équivalents aux condensateurs considérés.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 113—127, 1972

MARIUS PREDA, IOANA BREAZU, JACK MARCOVICI 621.3.011

FORMULE TOPOLOGIQUE GÉNÉRALE POUR LES TRANSMITTANCES DES CIRCUITS MULTIPORTE

L'article présente une formule topologique générale qui exprime, d'une manière unitaire, toutes les transmittances entre différentes portes d'un multiporte, indépendamment de leur nature physique : impédances, admittances, facteurs d'amplification en tension ou en courant. Cette formule est avantageuse car elle utilise seulement les arbres de graphe et les admittances des branches du multiporte.

Ainsi les calculs nécessaires pour résoudre les équations de fonctionnement du multiporte sont systématisés et simplifiés.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 157—170, 1972

A. ARIE, H. CRISCIU 621.316.11

LES MATRICES D'INCIDENCE DES RÉSEAUX DE QUADRIPÔLES

En généralisant les méthodes matricielles de déduction et de solution des équations générales des réseaux de dipôles électriques, l'étude propose des méthodes analogues applicables aux réseaux de quadripôles.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 139—156, 1972

D. NECȘULESCU, A. CRISTOVICI C. Z. 621.315.1.027.3/7

AUTOMATIC SINGLE-PHASE RESET ON VERY HIGH VOLTAGE OVERHEAD LINES

This paper presents an analysis of the conditions that are necessary for blowing out the electric arc produced by a short-circuit during a pause of the automatic single-phase reset.

Also analysed are the means of improving the arc extinction conditions during the single-phase fast reclosing time.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 157—170, 1972

CRISTOFOR VASILIU 621.3.011

SUR LES FILTRES DIFFÉRENTIELS

On étudie les restrictions imposées par la méthode particulière habituelle de calcul des filtres différentiels. On montre la possibilité de calculer ces filtres par la méthode générale, sans imposer des restrictions, et d'augmenter, par ce fait, leurs performances. On détermine le filtre équivalent en échelle.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 171—182, 1972

I. PONNER 621.318.572

THE DIGITAL TIME RELAY

A digital time relay using frequency dividers with unijunction transistors is presented. The time delays obtainable may have the magnitude of some days. The physical processes in frequency dividers, the influence of the input signal amplitude and the supply voltage on the dividing ratio are analysed in detail. The influence of different time-constants on the maximum input signal frequency are also discussed.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 183—194, 1972

A. GROSSU 62.501.32

ABSOLUTE STABILITY ALGEBRAIC CRITERIA FOR SOME NONLINEAR LURIE TYPE SYSTEMS WITH THE LINEAR PART DEPENDING ON A PARAMETER

Among the stability problems of a system depending on a parameter, the case of a nonlinear Lurie type system is studied; the linear part of the system is described by a transfer function of second order or of third order with a pole at the origin. The coefficients of these transfer functions are real functions of the considered parameter. Algebraic conditions for absolute stability were found; they are equivalent to V. M. Popov's condition and are expressed by means of the transfer function coefficients. These conditions also define the maximum set of parameter values for which the system is strictly stable.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 195—205, 1972

A. DOBRANIŞ

621.313.322—81.013.8

MACHINES SYNCHRONES À L'EXCITATION SUR DEUX AXES

On présente quelques aspects concernant l'excitation sur deux axes des machines synchrones.

On définit, en mettant en évidence les particularités par rapport à la construction classique, les paramètres des machines, dans les nouvelles conditions.

On élabore le modèle mathématique d'une telle machine.

On établit, en utilisant une telle construction pour les alternateurs de grande puissance, les principaux avantages obtenus dans l'exploitation.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 207—215, 1972

M. UNGUREANU, P. POSTOLACHE

621.3.015.532

SUR L'INFLUENCE DE L'EFFET COURONNE SUR LES SURTENSIONS INTERNES

On traite le problème de la modification que les surtensions internes subissent en présence de l'effet couronne. On indique la possibilité de modeler sur un calculateur analogique la caractéristique non linéaire $q_k = f_v(u_c)$ pour différentes fréquences du régime transitoire et pour différents rapports $\frac{U_m}{U_i}$. L'influence est d'autant plus accentuée que le rapport $\frac{U_m}{U_i}$ est plus grand et la fréquence plus réduite. On trouve la valeur maximale du courant transitoire et le déphasage de celui-ci, fonction de fréquence et de rapport $\frac{U_m}{U_i}$.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 1, p. 217—226, 1972

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

D. F. LĂZĂROIU, **Mașini electrice cu inerție redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoși**, 1969, 268 p., 22 lei.

CONSTANTIN ȘORA, **Introducere în studiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18,50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi**, 1969, 288 p., 24 lei.

LUCIAN Z. DUMITRESCU, **Cercetări în tuburile de șoc**, 1969, 306 p., 21 lei.

I. S. GHEORGHIU și AL. FRANSUA, **Tratat de mașini electrice**, vol. II, **Transformatoare**, 1970, 462 p., 30 lei.

LUIGI DOBRESCU, **Fenomene de suprafață la metale și aliaje**, 1970, 442 p., 29 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

M. GR. NĂSTASE, **Bazele defectoscopiei radiologice**, 1970, 258 p., 14 lei.

C. PENESCU, VL. IONESCU, E. ROSINGER, **Sisteme optimale**, 1970, 336 p., 12 lei.

I. S. GHEORGHIU, Al. FRANSUA, **Tratat de mașini electrice**, vol. III; **Mașini asincrone**, 1971, 534 p., 33 lei.

EDMOND NICOLAU, **Sinteza sistemelor radiante**, 1971, 376 p., 22 lei.

C. I. PENESCU, **Sisteme de protecție de distanță**, 1971, 624 p., 41 lei.

MARIN ENE, **Metodele mașinilor determinante**, 1971, 228 p., 13 lei.

N. REUS, **Tratarea simbolică a schemelor de comutație**, 1971, 270 p., 11 lei.

B. POPA, V. KASSIAN, **Teoria și calculul injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare**, 1971, 311 p., 21 lei.

1972 [illegible]

I. P. Informația c. 3114

43 821

Lei 40.—

1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

2

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMANIA
St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 239—490, Bucureşti, 1972

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ – *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România – *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. G. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. APĖTREI;
Dr. ing. D. GRECOV;
Dr. ing. A. MORARU;
Ing. CS. NAGY;
Dr. doc. V. PIMSNER;
Dr. doc. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE – *secretar științific de redacție*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții. Revistele se pot procura (direct sau prin poștă) și prin *Punctul de desfacere din cadrul Editurii Academiei*.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la întreprinderea Rompresfilatelia, căsuța poștală nr. 2001, București-România, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: București, Șos. Vitan nr. 236.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA,
STR. GUTENBERG NR. 3 BIS, SECTORUL 6, BUCUREȘTI.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 22, nr. 2 1972

SUMAR

Economie Energetică

Pag.

SORA MANEA, N. LICIU, G. PANAITESCU, Contribuţii la fundamentarea prognozei consumului de energie electrică, pe termen lung, în R.S.România 241

Termoenergetică şi termotehnică

I. CARABOGDAN, ELENA DĂMĂCEANU, Consideraţii asupra caracteristicilor energetice ale şisturilor bituminoase din Banat. 253
N. PĂNOIU, C. CRĂCIUNEANU, Asupra funcţionării focarului ciclon orizontal în regim izotermic 267
V. V. GHIA, Cercetări privind efectele neuniformităţii repartiţiei aerului în elementele de recuperator. 275
N. DĂNILĂ, I. GRIGORIU, Metodă de modelare a sistemelor termoenergetice complexe 289
N. STOICA, O metodă de prelucrare a datelor de banc în vederea aprecierii performanţelor motoarelor cu aprindere prin scînteie 299
C. A. VASILESCU, Combaterea poluării produse de motoarele cu aprindere prin scînteie prin intermediul combustibilului. 305
M. BOIŢĂ, Teoria sonicităţii aplicată în analiza funcţionării sistemului de injecţie a motorului Diesel 315

Electroenergetică şi electrotehnică

C. I. MOCANU, Schemele echivalente PSL ale conductoarelor drepte de secţiune oarecare 339
I. FETIŢĂ, Determinarea prin modelare a cîmpului electromagnetic al unui conductor cilindric, de secţiune transversală trapezoidală, plasat într-o crestătură feromagnetică 355
P. OPRIŞAN, S. COSTICĂ, Determinarea componentei axiale a cîmpului magnetic în zona frontală a turbogeneratorului 381

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 239—490, 1972

Pag.

E. DÎMBOIU, D. BIDIAN, Studiul nesimetriilor curenților la motoarele liniare cu cîmp mobil la mersul în gol ideal 399
H. CRISTEA, Metoda de calcul a regimului rețelei electrice cu convergență monotonă . 411
ED. NICOLAU, Tipuri de dipoli electrici elementari pasivi, fizic realizabili 423
E. DIATCU, D. DOBRESCU, Programe automate de analiză și calcul a siguranței în funcționare a sistemelor complexe 433
V. A. MĂRIEȘ, Metoda de măsurare a puterii pierdute în miezurile de ferită, studiată prin modelare matematică și cu sisteme electronice de prelucrare a datelor . . . 443
P. FRUNTEȘ, Schemă de multiplicator analogic. 451
H. CRISTEA, D. HAIFLER, TH. MITACHE, T. MELINTE, Instalația pilot de vizualizare (Anagraful Dimo) 461

Notă

AL. DĂNESCU, I. IORDACHE, EL. DĂMĂCEANU, Potențialul electric al flăcărilor de gaze naturale și controlul automat al arderii 471

Recenzii 479

Material documentar 487

CONTRIBUȚII LA FUNDAMENTAREA PROGNOZEI CONSUMULUI DE ENERGIE ELECTRICĂ, PE TERMEN LUNG, ÎN R. S. ROMÂNIA

DE

SORA MANEA, N. LICIU, G. PANAITESCU

620.9

Se prezintă un mod de folosire a metodei corelațiilor pentru prognoza consumului de energie electrică al R. S. România în perspectiva îndepărtată. În același scop, este utilizată și extrapolarea funcției de timp, arătîndu-se că precizia prognozei făcută cu această metodă poate fi îmbunătățită prin considerarea cu ponderi mai mari a datelor din ultimii ani ai perioadei de bază.

1. INTRODUCERE

În asigurarea progresului neîntrerupt al economiei naționale, în ridicarea nivelului de trai și cultural al populației, energia electrică constituie un element de o deosebită importanță datorită avantajelor pe care le prezintă aceasta, față de alte forme de energie, în ceea ce privește producerea, transportul, distribuția și în special utilizarea. Acest fapt a determinat o creștere continuă a ponderii energiei electrice în bilanțul energetic general. Astfel, pe plan mondial, față de 17% cît a reprezentat energia primară transformată în energie electrică*) în 1937, acest procent a ajuns la 28% în 1968 și se prevede [1] să atingă 45% în anul 2000.

În România, ponderea energiei primare transformate în energie electrică a crescut de la 15% în 1955, la 19% în 1970 și se prevede să ajungă circa 23% în 1975, în paralel cu o scădere importantă a consumului specific de combustibil pentru producerea energiei termo-electrice, respectiv de la 723 la 341 gcc/kWh în perioada 1955 — 1970, pînă la aproximativ 320 gcc/kWh în anul 1975.

În aceste condiții, și ținînd seama că industria energiei electrice ca de altfel întreaga bază energetică, este necesar să se dezvolte în avans față de alte ramuri economice, prognozarea necesarului de energie electrică pe o perioadă îndepărtată capătă o importanță deosebită.

*) Energia electrică a fost transformată în energie primară folosind metoda substituției imperfecte.

Pentru prognozarea consumului de energie electrică pe perioada de perspectivă îndepărtată vin în considerare, în special, metodele globale. Metoda analitică, avînd la bază însumarea consumurilor diverselor sectoare şi ramuri economice, stabilite pe baza prognozei consumurilor specifice de energie electrică şi a cunoaşterii evoluţiei producţiei, implică un grad deosebit de detaliere, şi ca atare este utilizabilă pentru prognoze pe termene scurte sau cel mult medii.

Prognoza consumului de energie electrică folosind metode globale poate avea la bază :

— extrapolarea directă a tendinţelor de dezvoltare ;
— utilizarea unor corelaţii cu indicatori economici sintetici ;
— folosirea unor analogii rezultate din analiza dezvoltării altor ţări ;
— investigarea tehnico-ştiinţifică.

Dintre metodele enumerate mai sus, în articolul de faţă, se prezintă cîteva aspecte privind folosirea extrapolării directe a tendinţelor de dezvoltare şi utilizarea corelaţiilor cu indicatori economici la prognozarea consumului de energie electrică pe termen lung, concretizate la situaţia ţării noastre.

Folosirea pentru prognoza consumului de energie electrică a unor analogii rezultate din analiza dezvoltării altor ţări, în special a unor ţări avansate, metodă adecvată pentru prognozarea pe termen lung, a fost studiată într-o lucrare anterioară [2].

În ceea ce priveşte metoda investigaţiilor tehnico-ştiinţifice, se poate arăta că ea este folosită, în special pentru a obţine suplimentar informaţii, care să permită verificarea plauzibilităţii unor rezultate determinate prin alte metode.

2. UTILIZAREA PONDERĂRII TERMENILOR ŞIRURILOR TEMPORALE LA PROGNOZAREA CONSUMULUI DE ENERGIE ELECTRICĂ

Dintre metodele globale ce vin în considerare la prognozarea consumului de energie electrică pentru perspectivă îndepărtată, metoda extrapolării directe a tendinţelor de dezvoltare este cea mai simplă, întrucît nu necesită informaţii decît în legătură cu evoluţia din perioada trecută a mărimii prognozate.

Dezavantajul principal al acestei metode constă în faptul că factorii care determină evoluţia consumului de energie electrică sînt luaţi în considerare numai în mod indirect, prin extrapolarea tendinţelor manifestate în perioada trecută şi, ca urmare, precizia unei astfel de prognoze poate fi redusă. La creşterea preciziei prognozei făcute prin extrapolarea funcţiei de timp considerăm că poate contribui ponderarea informaţiilor din perioada de bază, în sensul atribuirii unor ponderi mai mari datelor din ultimii ani ai perioadei, pornind de la ideea că tendinţele ce s-au manifestat în acest interval, mai apropiat de perioada de prognoză, îşi vor pune amprenta, într-o măsură mai mare, asupra evoluţiei viitoare.

Verificarea acestei ipoteze a fost făcută luînd în considerare evoluţia producţiei de energie electrică a S.U.A.*) din perioada 1935—1969. În

*) Verificarea a fost făcută pentru S.U.A., deoarece pentru această ţară există date pe o perioadă mai lungă influenţate în mai mică măsură de efectele celui de al doilea război mondial.

cadrul acestui interval, primii 21 de ani au fost consideraţi ca perioadă de bază, iar anii de după 1955 ca perioadă de prognoză. Evoluţia din intervalul de referinţă a fost aproximată cu o exponenţială, cu un polinom de gradul doi şi cu o funcţie liniară de forma :

$$Y = a\,b^t,$$

$$Y = a + bt + ct^2,$$

$$Y = a + bt.$$

Relaţiile obţinute, după determinarea constantelor a, b şi c cu metoda minimului sumei pătratelor abaterilor, au fost extrapolate pentru perioada 1956 — 1969, iar valorile rezultate s-au comparat cu realizările folosind în acest scop abaterea standard procentuală

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - y_i)^2}}{\overline{y}} \cdot 100,$$

în care Y_i reprezintă valoarea calculată prin extrapolarea relaţiei, y_i este producţia de energie electrică efectiv realizată, $\overline{y}$ media acestor realizări, iar n numărul de date statistice.

Pentru tipul de funcţie care a condus la cea mai mică abatere standard procentuală a fost calculată o nouă expresie atribuind ponderi mai mari (adecvat alese) valorilor înregistrate în ultimii ani ai perioadei de bază.

Rezultatele calculelor şi reprezentarea grafică au fost prezentate în tabela 1 şi figura 1 .

Tabela 1

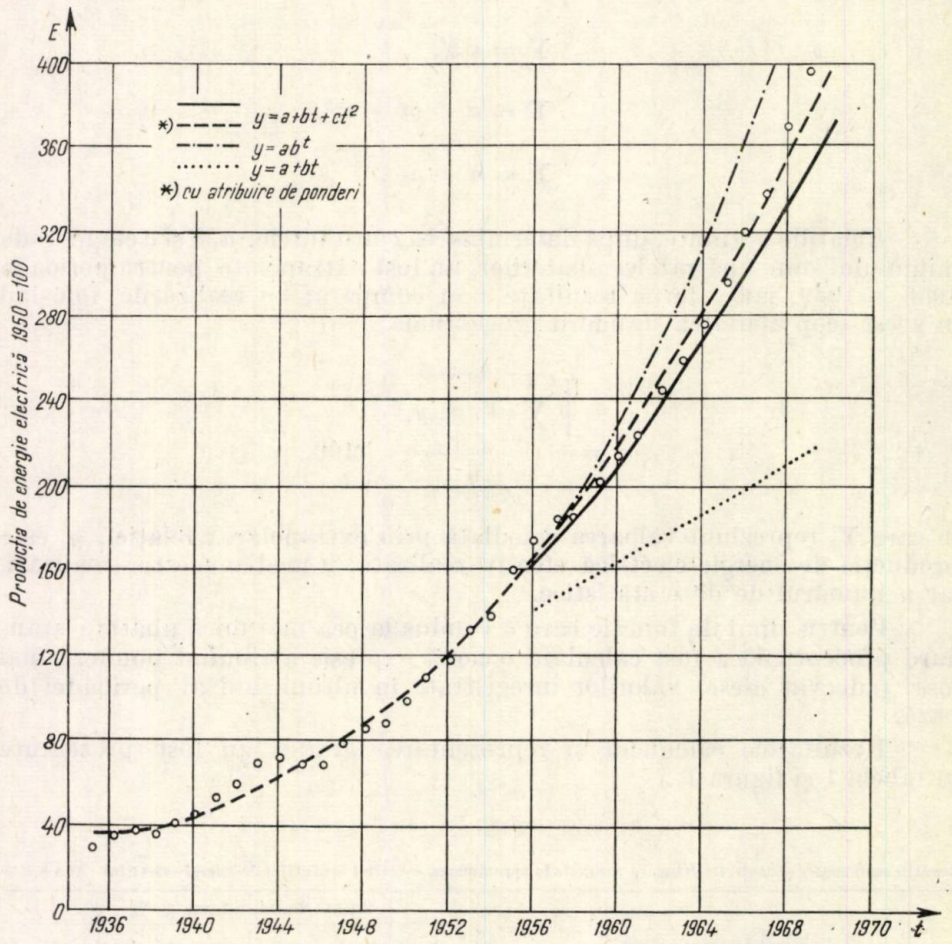
Relaţiile matematice şi abaterile standard rezultate la aproximarea evoluţiei producţiei de energie electrică (E) a S.U.A.

Relaţia matematică	Abaterea standard — % —	
	perioada de bază (1935—1955)	perioada considerată de prognoză (1956—1969)
$E = 34{,}92 - 1{,}232\,t + 0{,}236\,t^2$	7,93	8,36
$E^*) = 43{,}94 - 2{,}773\,t + 0{,}288\,t^2$, $t=0$ pentru 1930	6,70	3,59
$E = 29{,}61 \cdot 1{,}081^t$, $t=1$ pentru 1935	5,47	11,94
$E = -9{,}53 + 5{,}848\,t$, t=0 pentru 1930	11,71	36,29

E = 100 în 1950; *) cu atribuire de ponderi

Din analiza rezultatelor de mai sus se desprind cîteva concluzii, ce ar trebui să fie luate în considerare la prognozarea necesarului de energie electrică pe termen lung în R.S. România :

a) funcția polinominală s-a dovedit mai potrivită pentru descrierea evoluției energiei electrice pe durate mai lungi. În același timp, se observă că, atribuind ponderi mai mari datelor din ultimii ani ai perioadei de



1. — Evoluția producției de energie electrică a S.U.A., în perioada 1935—1969.

bază, abaterea standard procentuală a valorilor prognozate față de cele realizate s-a redus cu mai mult de jumătate;

b) utilizarea funcției exponențiale, care presupune un ritm constant de creștere al consumului de energie electrică, nu este indicată pentru prognoze pe perioade lungi. Astfel, chiar și în cazul S.U.A., țara cu o economie dezvoltată la nivelul anului 1955, funcția exponențială a condus la valori superioare celor realizate. Aceasta confirmă observația că, în cazul României, având în vedere ritmurile foarte ridicate de creștere ale consumului de energie electrică din ultimii douăzeci de ani, prin extrapolarea pe termen lung a acestui tip de funcție, vor fi obținute valori mult superioare celor probabil a fi realizate. De asemenea, s-a constatat că nu

este adecvată utilizarea funcției liniare, evoluția producției de energie electrică avînd un caracter curbiliniu pe întreaga perioadă (1935 — 1969).

Aceste concluzii au fost confirmate și de calculele similare referitoare la Franța și U.R.S.S., în care cazuri a fost aleasă ca perioadă de bază 1950 — 1960, iar ca interval de prognoză s-a considerat 1961 — 1969. Rezultatele obținute sînt prezentate în tabela 2.

Tabela 2

Compararea valorilor realizate cu cele obținute din extrapolare

Țara	Tipul relației matematice	Abaterea standard — % —	
		perioada de bază (1950—1960)	perioada considerată de prognoză (1961—1969)
U.R.S.S.	— polinom de gradul doi	0,93	8,76
	— polinom de gradul doi cu atribuire de ponderi	0,90	7,76
	— exponențială	1,66	15,33
Franța	— polinom de gradul doi	1,72	2,96
	— polinom de gradul doi cu atribuire de ponderi	1,72	2,62
	— exponențială	1,70	4,48

Se poate conchide și pe baza celor de mai sus, că pentru prognozarea pe termen lung a evoluției consumului de energie electrică al R.S. România, de exemplu, corespunzător perioadei 1971 — 2000, atunci cînd se utilizează metoda extrapolării directe a tendințelor din perioada trecută, este indicată folosirea unei funcții polinom, cu atribuirea unor ponderi mai mari realizărilor din ultimii ani.

Astfel, aproximînd evoluția din perioada trecută a consumului brut de energie electrică din R.S.România, reprezentată în figura 2, cu o funcție polinomială și atribuind ponderi adecvate datelor statistice, după calculul constantelor, a fost obținută relația

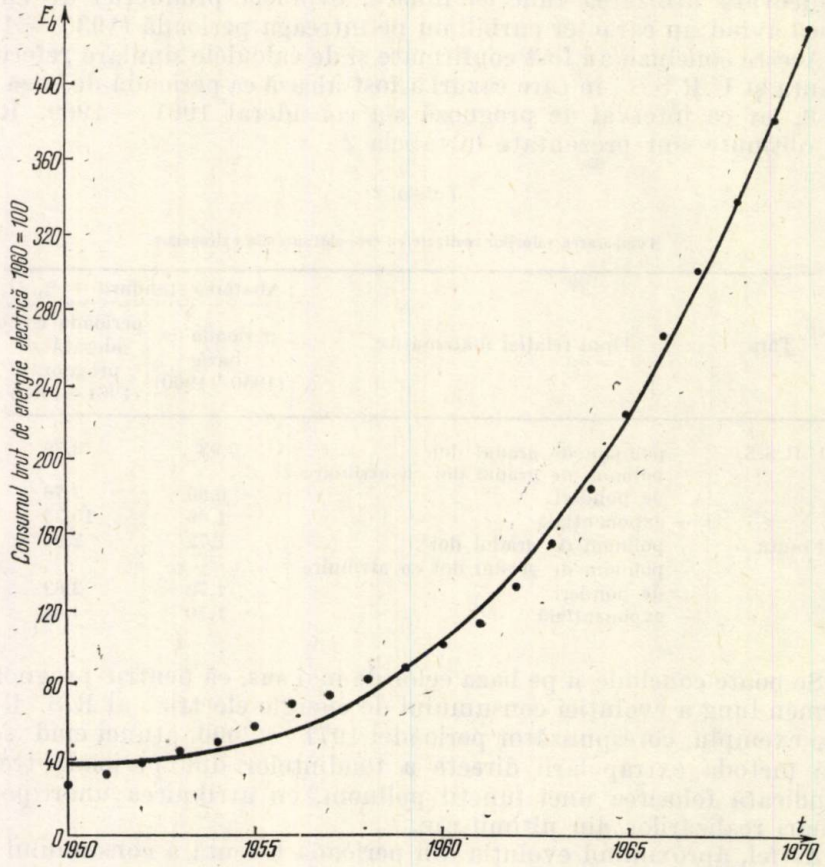
$$E_b = 50{,}29 - 3{,}199t + 0{,}0294\, t^3,$$

$$t = 0 \text{ pentru } 1945\,; \quad E_b = 100 \text{ în } 1960.$$

3. FOLOSIREA METODEI CORELAȚIEI PENTRU PROGNOZA PE TERMEN LUNG A CONSUMULUI DE ENERGIE ELECTRICĂ

Evoluția consumului de energie electrică poate fi mai bine apreciată prin punerea în legătură a acestui consum cu factorii care îl influențează. Creșterea consumului de energie electrică al unei țări este datorată în principal dezvoltării ei economice, dezvoltare ce poate fi caracterizată prin indicatori economici sintetici.

Pentru folosirea metodei corelației la prognozarea necesarului de energie electrică trebuie ca relația între factorul de influență și mărimea



2. — Evoluţia consumului brut de energie electrică al R. S. România, în perioada 1950—1970.

de prognozat să fie plauzibilă şi să redea cu suficientă precizie dezvoltarea din trecut. Este necesar, de asemenea, ca mărimile ce se corelează să fie cuprinse în evidenţa statistică a ţării pe o perioadă mai lungă şi în evidenţa statistică internaţională, permiţînd astfel efectuarea unor comparaţii cu alte ţări.

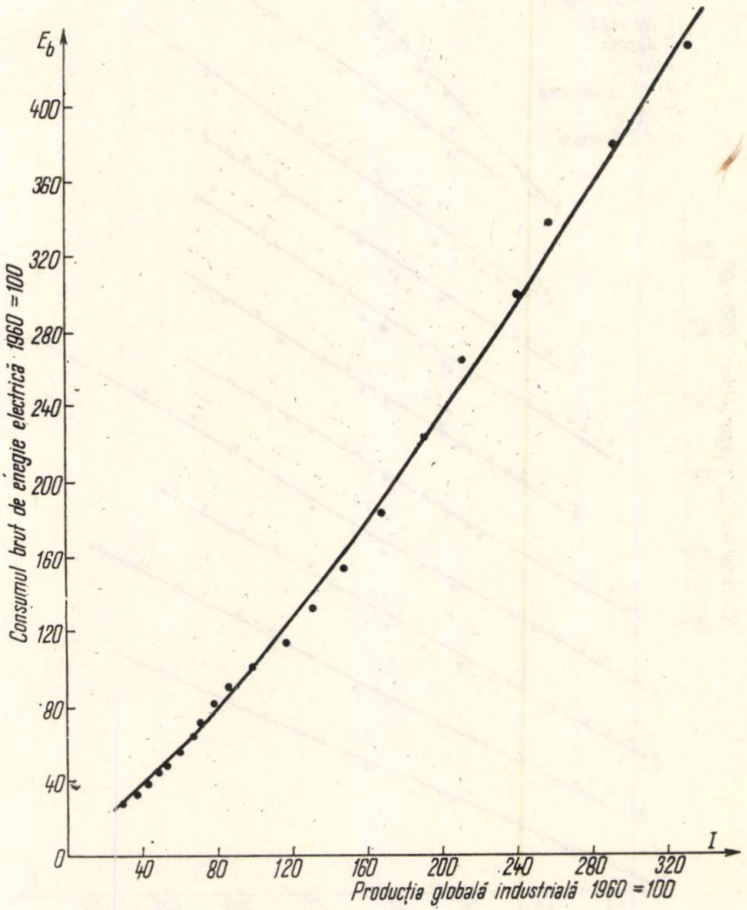
Totodată o condiţie foarte importantă ce se cere a fi îndeplinită constă în obţinerea evoluţiei factorilor de influenţă din prognoza macroeconomică de sinteză.

Drept indicatori economici sintetici, a căror evoluţie ar putea fi folosită pentru corelarea cu creşterea consumului de energie electrică, avînd în vedere cele de mai sus, pentru ţara noastră, vin în considerare: venitul naţional, producţia industrială, productivitatea muncii şi fondurile fixe. În lucrarea de faţă, însă ne vom referi numai asupra corelaţiei dintre consumul de energie electrică şi producţia industrială, corelaţia utilizată frecvent şi în alte ţări. Figura 3 redă această corelaţie pentru România, în perioada 1950 — 1970.

Ecuaţia de regresie cu care a fost aproximată evoluţia corelativă, după calculul constantelor, are forma:

$$E_b = 11{,}6 - 5{,}27\ I + 4{,}89\ I^{1{,}05},$$

$$E_b = 100 \text{ în } 1960.$$

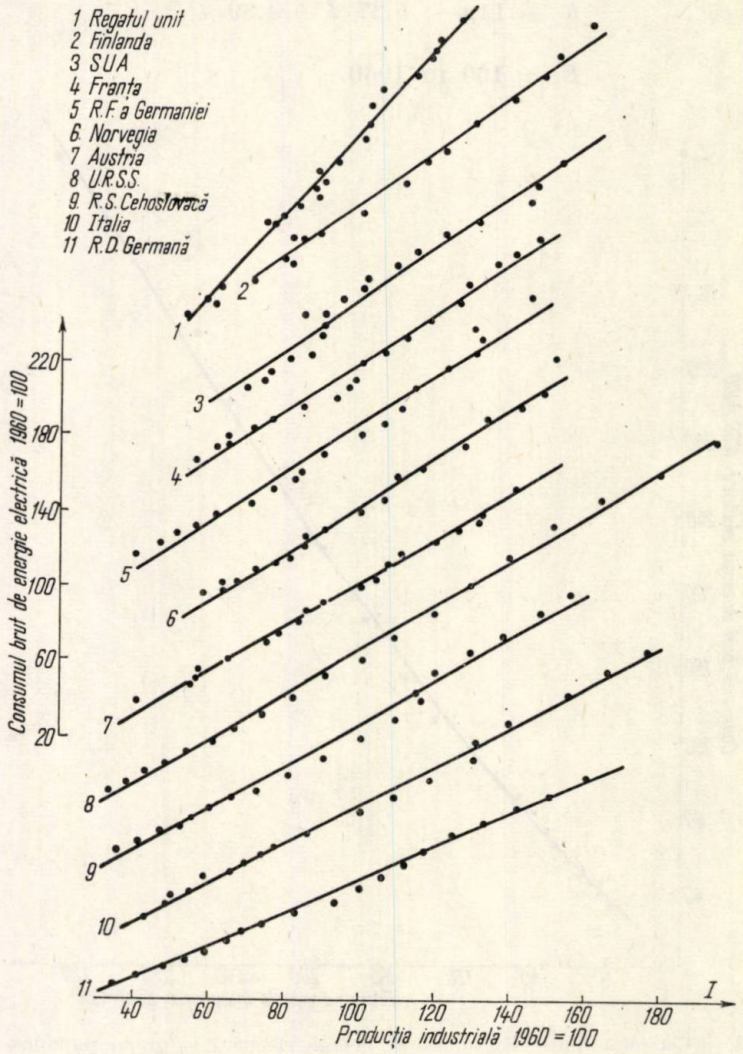


3. — Corelaţia dintre consumul de energie electrică şi producţia industrială din R. S. România, în perioada 1950—1970.

Abaterea standard procentuală a rezultat 3,5%, iar indicele de corelaţie 0,999.

Întrucît, în cazul utilizării metodei corelaţiilor, prognoza se face prin extrapolarea regresiei determinată folosind datele din perioada trecută, este necesar a stabili, pe lîngă intensitatea şi caracterul corelaţiei din perioada de bază şi în ce măsură acest caracter se păstrează în viitor. De aici rezultă necesitatea studierii caracterului şi intensităţii corelaţiei pentru mai multe ţări, aflate în stadii mai avansate de dezvoltare. În acest

scop, în figura 4, a fost reprezentată grafic corelația dintre consumul de energie electrică și producția industrială pentru U.R.S.S., R.S.Cehoslovacă, R.D.Germană, S.U.A., Regatul Unit, Franța, R.F. a Germaniei, Norvegia,



4. — Corelația dintre consumul brut de energie electrică și producția industrială din diferite țări, în perioada 1950—1968.

Austria, Italia, Finlanda, evoluția fiind descrisă cu un polinom de gradul doi și cu o funcție liniară.

Calculînd pentru ambele cazuri abaterea standard procentuală și intensitatea corelației, au fost obținute rezultatele din tabela 3.

O concluzie importantă care se desprinde este aceea a existenței unei legături strînse între indicatorii corelați (În marea majoritate a cazurilor intensitatea corelației depășește 0,99).

Tabela 3

Corelația dintre consumul de energie electrică și producția industrială din unele țări industrializate în perioada 1950–1968

Țara *)	Abaterea standard %		Intensitatea corelației	
	Polinom de gradul 2	Funcție liniară	Polinom de gradul 2	Funcție liniară
Regatul Unit	4,99	4,89	0,990	0,990
Finlanda	2,97	4,16	0,998	0,996
S.U.A.	4,88	6,28	0,990	0,985
Franța	3,15	4,96	0,997	0,991
R.F. a Germaniei	2,92	6,22	0,998	0,989
Norvegia	2,96	3,79	9,997	0,995
Austria	2,38	2,39	0,998	0,998
U.R.S.S.	3,01	3,41	0,999	0,998
R. S. Cehoslovacă	2,78	4,82	0,998	0,994
Italia	2,30	2,85	0,998	0,998
R. D. Germană	3,82	4,77	0,999	0,998

*) Țările sînt aranjate în ordinea pantei dreptei de corelație

În ceea ce privește caracterul corelației, dedus din analiza figurii 4 și din felul în care cele două tipuri de funcții descriu evoluția, se poate spune că polinomul de gradul doi aproximează mai bine evoluția dar în același timp în majoritatea cazurilor, diferența între abaterea standard procentuală rezultată prin aproximarea cu polinomul de gradul doi și acea obținută prin aproximarea cu funcția liniară este mică, ceea ce conduce la concluzia existenței unei legături aproape liniare între indicatorii corelați. Din acest motiv, în figură au fost trasate numai funcțiile liniare rezultate din calcul.

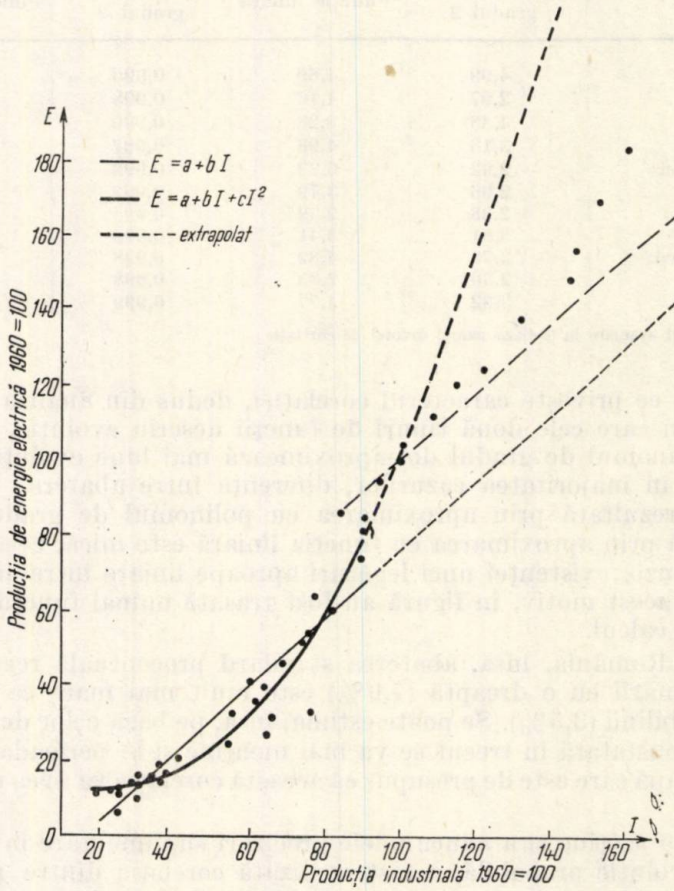
Pentru România, însă, abaterea standard procentuală rezultată în urma aproximării cu o dreaptă (7,0%) este mult mai mare ca în cazul corelației curbilinii (3,5%). Se poate estima, însă, pe baza celor de mai sus, că evoluția constatată în trecut se va mai menține și în perioada imediat următoare, după care este de presupus că această corelație va avea un caracter liniar.

Pentru a susține și a aduce unele precizări suplimentare în legătură cu această evoluție probabilă, a fost analizată corelația dintre producția de energie electrică și producția industrială din S.U.A., în perioada 1920 —1969 (fig. 5). Se observă că evoluția corelativă are un caracter curbiliniu pînă în jurul anului 1958, după care se continuă aproximativ liniar.

Aproximînd evoluția din această perioadă (1920—1958) cu un polinom de gradul doi și cu o funcție liniară și extrapolînd aceste relații pentru anii de după 1958 se observă din figură că, pentru perioada imediat următoare, polinomul aproximează mai bine evoluția reală decît dreapta, însă pentru perioada mai îndepărtată această concluzie nu mai este valabilă.

În consecință se poate trage concluzia că evoluția corelației dintre consumul de energie electrică și producția industrială în R.S.România va continua să fie concav curbilinie pînă în 1975 — 1978, după care este de presupus că va fi aproximativ liniară.

Pentru stabilirea pantei dreptei cu care se continuă evoluția după 1975 — 1978, se studiază pantele dreptelor de corelație ale țărilor industrializate și se examinează ipotezele în legătură cu dezvoltarea economică a țării noastre în perioada viitoare, față de dezvoltarea economică a țărilor avansate în perioada pentru care corelațiile sînt lineare. În acest fel, se obține un fascicol de semidrepte încadrate într-un spațiu unghiular, plaja

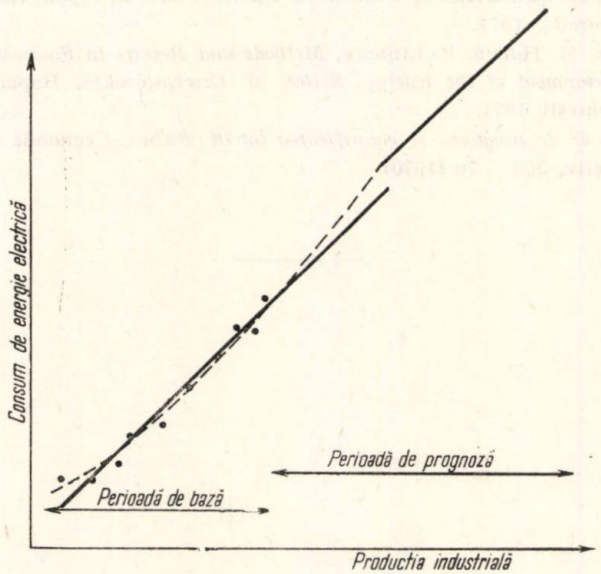


5. — Corelația dintre producția de energie electrică și producția industrială din S.U.A., în perioada 1920—1969.

valorilor probabile extinzîndu-se, dacă se ia în considerare faptul că și punctul care reprezintă valoarea consumului de energie electrică în anul (1975 — 1978) poate avea o anumită eroare.

Dreapta care să aproximeze evoluția probabilă a consumului de energie în perioada de lungă perspectivă, pentru România, poate fi stabilită și pornind de la observația că între modul de evoluție pe porțiunea curbilinie și panta dreptei cu care se continuă această evoluție există o strînsă legătură. Această observație a fost verificată cu bune rezultate, în cazul unor țări avansate, de exemplu S.U.A. (fig. 5). Pe această bază, propunem pen-

tru determinarea consumului de energie electrică în România pe o perspectivă îndepărtată, stabilirea mai întîi a funcției de corelație dintre producția industrială și consumul de energie electrică, care conduce în perioada trecută, la cele mai mici abateri standard procentuale, extrapolarea acesteia pînă la nivelul anilor 1975 — 1978, după care prin punctele din peri-



6. — Exemplu de utilizare a metodei corelațiilor la prognoza consumului de energie electrică în perioada de lungă perspectivă.

oada de bază precum și prin cele prognozate se trasează dreapta care face minimă suma patratelor abaterilor. Din ultimul punct obținut prin extrapolarea anterioară curba continuă pînă la orizontul necesar cu o dreaptă avînd aceeași pantă ca acea stabilită pentru perioada de bază (fig. 6).

★

Prin utilizarea simultană a mai multor metode adecvate pentru prognozarea consumului de energie electrică pe perioada de lungă perspectivă, se pot obține pentru viitor valori aflate într-un diapozon larg, ceea ce nu trebuie să surprindă avînd în vedere poziția actuală a țării noastre ca dezvoltare economică, caracterul deosebit de dinamic al acestei dezvoltări. În același sens, se poate arăta că și prognozele întocmite de alte țări indică, pentru perspectivă îndepărtată, valori minime și maxime destul de diferite [3], [4]. Trebuie însă subliniat că în domeniul prognozei consumului de energie electrică este mai dăunător a subestima valorile probabile decît a le supraestima.

BIBLIOGRAFIE

1. Nations Unies, *CEE — Symposium sur la rôle futur du charbon dans les économies nationales et mondiale*, St/ECE/COAL/47, 9 (1970). Geneva.
2. S. Manea, M. Liciu, *Prognoza consumului de energie electrică prin comparație cu alte țări*, St. cerc. energ. electr. **22**, *4* (1971).
3. *** *Long-Range Forecast of Demand for Electric Power în Japan*, Raport 4.1—90 WEC București, 1971.
4. R. Freiberger, M. Holub, F. Lidický, *Methods and Results in Forecasting the long Term Development of the Energy Sector of Czechoslovakia*, Raport 4.2—197 WEC București, 1971.
5. *** *Metode de prognoză și valorificarea lor în practică*, Economia de energie — caiet selectiv, 269 — 70 (1970).

CONSIDERAŢII ASUPRA CARACTERISTICILOR ENERGETICE ALE ŞISTURILOR BITUMINOASE DIN BANAT

DE

I. CARABOGDAN, ELENA DĂMĂCEANU

662.62

Se prezintă rezultatele unor ample cercetări efectuate în laboratoarele ICPET asupra caracteristicilor energetice ale şisturilor bituminoase din Banat. Prin determinarea acestor caracteristici şi prin stabilirea relaţiilor generale de calcul a vitezei de ardere, funcţie de mărimea fracţiei granulometrice şi condiţiile mediului, se pune la îndemîna proiectanţilor o metodă şi coeficienţii de calcul necesari dimensionării optime a instalaţiilor de cazane energetice destinate folosirii şisturilor bituminoase drept combustibil.

Pe baza rezultatelor cercetării se fac unele recomandări asupra modului în care trebuie stabilite şi dimensionate instalaţiile de măcinarea şi arderea acestui combustibil.

Dinamica ritmului de creştere, pe plan mondial, al consumului de combustibili clasici impune includerea în sfera valorificării a noi surse de energie primară. Şisturile bituminoase caracterizate drept roci sedimentare cu granulaţie fină, care conţin o materie organică sub formă de hidrocarburi cu masa moleculară mare datorită largei răspîndiri pe toate continentele, însemnatelor rezerve şi compoziţiei lor constituie o resursă potenţială cu multiple posibilităţi de valorificare complexă.

Valorificarea energetică a şisturilor bituminoase necesită, pe de o parte determinarea tuturor parametrilor care le definesc din punct de vedere energetic, iar pe de altă parte, stabilirea condiţiilor optime necesare pregătirii şi arderii, precum şi a implicaţiilor acestor procese asupra agregatului de cazan adecvat utilizării şisturilor drept combustibil. Această lucrare prezintă rezultatele unor ample cercetări efectuate în laboratoarele ICPET în vederea determinării caracteristicilor energetice ale şisturilor bituminoase din Banat, precum şi unele consideraţii asupra condiţiilor pe care trebuie să le îndeplinească instalaţiile destinate arderii lor.

1. CRITERII DE APRECIERE ENERGETICĂ

Deoarece cazanele energetice de mare putere folosesc combustibilul în stare pulverizată, determinările caracteristicilor şisturilor bituminoase

Tabela 1

Caracteristicile energetice ale şisturilor bituminoase de Anina

Simbol / Granulaţia (mm)	W^a	A^{anh}	V^{mc}	Q_i^a	C^{mc}	h^{mc}	n^{mc}	s^{mc}	Q_2^{mc}	k_i	k_a	σ
	%	%	%	kcal/kg	%	%	%	%	%	—	—	g/cm³
3–2,5	1,73	72,70	70,41	1136	53,00	6,75	0,50	2,62	37,12			2,41
2,5–2,0	1,74	73,92	72,61	954	49,90	6,88	0,68	2,51	40,03			2,51
2,0–1,5	1,66	73,52	70,51	1172	52,19	6,91	1,54	2,58	36,78			2,34
1,5–1,2	1,49	73,59	71,10	1061	51,46	7,23	1,54	2,58	37,19			2,39
1,2–1,0	1,64	71,99	69,33	1201	51,07	7,11	1,17	2,86	37,79			2,37
1,0–0,75	1,98	70,42	66,64	1380	55,57	7,14	1,56	3,05	32,68	8,16	2,24	2,37
0,75–0,60	1,97	68,94	64,27	1493	60,91	7,25	1,49	2,94	27,41			2,24
0,60–0	2,12	65,59	65,49	1630	59,98	6,27	1,50	3,02	29,23			—

studiate (tabela nr. 1) au fost efectuate pe opt sorturi granulometrice cuprinse între 0 şi 3 mm. În acest scop combustibilul a fost măcinat cu ajutorul unei instalaţii prevăzute cu o moară ventilator cu un debit de 500kg/h.

Din datele prezentate în tabela 1 se evidenţiază în primul rînd conţinutul foarte ridicat de cenuşă (aproape 2/3 din masa anhidră) ceea ce situează şisturile bituminoase în grupa combustibililor cu intensitate de ardere redusă; criteriul de intensitatea arderii definit prin expresia [1]

$$k_i = \frac{A^a}{100 - w^a - A^a - V^a} = 8{,}16 \qquad (1)$$

depăşeşte cu mult valorile obţinute pentru combustibilii solizi cu cea mai scăzută intensitate a arderii-ligniţii de Filipeştii de Pădure ($k_i = 2{,}72$), Voivozi ($k_i = 2{,}78$), I_{pu} ($k_i = 2{,}15$), Rovinari ($k_i = 3{,}20$) Albeni ($k_i = 3{,}05$). Se observă de asemenea că datorită rezistenţei la măcinare a masei minerale conţinutul de cenuşă creşte cu creşterea fracţiei granulometrice. Acest lucru este confirmat şi de valorile greutăţii specifice care la rîndul lor înregistrează o creştere cu mărirea fracţiei granulometrice.

Pe de altă parte, datorită conţinutului ridicat de materii volatile capacitatea de aprindere, exprimată prin criteriul de aprindere

$$k_a = \frac{V^a}{100 - w^a - A^a - V^a} = 2{,}24 \qquad (2)$$

este mare ceea ce facilitează declanşarea procesului de ardere. Din acest punct de vedere şisturile bituminoase se situează la nivelul cărbunelui brun mat de Comăneşti ($k_a = 2{,}49$) ligniţilor de Jugur ($k_a = 2{,}11$) Sărmăşag ($k_a = 2{,}44$) Ipu ($k_a = 2{,}59$) şi cu mult sub capacitatea de aprindere a căr-

bunilor bruni pămîntoşi de Căpeni ($k_a = 6{,}12$), a lignitului de Rovinari ($k_a = 6{,}34$) şi chiar a celui de Filipeştii de Pădure ($k_i = 2{,}93$).

Umiditatea şisturilor bituminoase este foarte scăzută (1,49 — 2,12%) în comparaţie cu a tuturor celorlalţi combustibili solizi inferiori. De remarcat o creştere a umidităţii cu micşorarea fracţiei granulometrice.

Puterea calorică variază de la 954 kcal/kg la 1630 kcal/kg şi este invers proporţională cu fineţea de măcinare, de fapt un lucru normal dacă se ia în consideraţie repartiţia masei minerale pe diverse fracţii granulometrice.

2. REZISTENŢA LA MĂCINARE

Lucrul mecanic necesar măcinării este funcţie de natura combustibilului, de caracteristicile lui fizico-chimice şi de condiţiile în care se desfăşoară procesul. Datorită complexităţii mari, această dependenţă nu poate fi exprimată printr-o lege matematică. De aceea, în practică, rezistenţa la măcinare exprimată prin coeficientul de măcinabilitate este determinată prin diferite metode de laborator. Valoarea rezistenţei la măcinare determinată în laborator este cu atît mai apropiată de valoarea reală, cu cît metoda folosită modelează mai exact procesele interne care au loc în instalaţiile industriale. Astfel, metodele MEI, TKTI, ASTM, IE modelează procesul de măcinare din morile cu bile; metoda Hardgrove modelează procesul de măcinare din morile Fuller, iar metoda morii ventilator IE pe cel din morile ventilator, [2], [3], [4].

Analiza valorilor coeficientului de măcinabilitate determinată prin două metode [5]: VTI $m_{vti} = 0{,}9$ şi a morii ventilator IE $m_v = 1{,}25$ situează şisturile bituminoase în grupa combustibililor cu rezistenţă medie la măcinare ($0{,}8 < m_v < 1{,}5$), grupă din care fac parte ligniţii de IPU, Sărmăşag, Bratca, Valea Neagră şi cărbunele brun mat de Comăneşti. De remarcat că marea majoritate a ligniţilor, în special cei din bazinul Olteniei, au o rezistenţă la măcinare mai mare decît a şisturilor bituminoase de Anina.

3. TEMPERATURILE CARACTERISTICE ALE CENUŞILOR

Cenuşa, constituită din substanţele minerale rămase după arderea combustibilului, variază sensibil de la un combustibil la altul şi are o compoziţie chimică deosebită de cea a materiilor minerale iniţiale, datorită reacţiilor care însoţesc procesul de ardere [6], [8]. Aceste reacţii determină, în faza finală, compoziţia chimică şi proprietăţile cenuşei respective. Modul de comportare al cenuşilor combustibililor solizi este definit prin cele trei temperaturi caracteristice: temperatura de înmuiere sau deformare (t_A), temperatura de topire (t_B), şi temperatura de curgere (t_C). Valorile temperaturilor caracteristice sînt în funcţie de constituenţii chimici ai cenuşilor. Compoziţia chimică a cenuşii rezultată din arderea şisturilor bituminoase din Banat [7] este dată în tabela 2, comparativ cu cea a cîtorva ligniţi.

Tabela 2

Analiza cenușilor și temperaturile caracteristice

Cenușa de	SiO_2 %	Al_2O_3 %	Fe_2O_3 %	FeO %	CaO %	MgO %	SO_3 %	K_2O %	Na_2O %	TiO_2 %	t_A °C	t_B °C	t_C °C
Șisturi bituminoase de Banat	50,81	25,09	7,65	2,05	1,93	1,64	1,20	—	—	1,32	1530	1590	1600
Uricani	58,90	23,80	7,49	0,73	4,01	1,64	2,61	0,29	0,53	—	1560	>1600	>1600
Chiejd	53,59	22,94	9,84	0,51	5,82	1,27	4,46	0,75	0,82	—	1200	1420	1500
Caransebeș	52,42	27,17	7,41	1,94	5,82	1,78	2,48	0,39	0,59	—	1210	1510	1610
Rovinari	51,76	27,17	7,46	0,50	7,04	2,10	3,49	0,47	urme	—	1190	1500	1520
Filipeștii de Pădure	49,64	25,77	7,23	0,46	4,22	1,44	7,68	0,46	3,10	—	1150	1330	1375

Din datele prezentate rezultă, că deși suma oxizilor cu punct ridicat de fluidificare (SiO_2 și Al_2O_3) variază în limite foarte strînse (75,41% la 82,70%) valoarea temperaturilor caracteristice și în special temperatura de înmuiere variază în limite destul de largi. Aceasta se datorește, în primul rînd, conținutului redus de CaO și MgO, ambii oxizi cu mare influență asupra punctului de înmuiere (t_A). Se remarcă, de asemenea, modul în care creșterea conținutului de Na_2O coboară temperaturile caracteristice (inclusiv temperatura de curgere), cazul ligniților de Chiejd și în special al celui de Filipeștii de Pădure.

4. VITEZA DE ARDERE A PARTICULELOR

Cercetarea procesului de ardere a particulei s-a bucurat de o atenție deosebită deoarece combustibilul folosit în majoritatea cazurilor va fi în stare pulverizată, iar proiectarea și realizarea instalațiilor energetice moderne impune cunoașterea cît mai precisă a acestui fenomen complex. Numai pe baza unui studiu aprofundat al proceselor interne de ardere a particulelor individuale de combustibil solid, se poate determina timpul necesar de staționare în focar, în condiții date, a norului de praf caracterizat de o anumită granulație maximă, pentru ca pierderile prin ardere incompletă să fie minime. De asemenea cunoașterea precisă a timpului de ardere a granulației maxime a prafului și a timpului de rezidență permite dimensionarea pe baze științifice a camerii focarului.

Timpul de ardere a unei particule de combustibil solid, după cum s-a arătat în [8], poate fi imaginat ca suma a trei componente și anume : timpul necesar încălzirii particulei pînă la temperatura de aprindere, așa numitul timp de pregătire (se măsoară din momentul în care particula este introdusă în cîmpul de temperaturi pînă cînd se aprinde), timpul de ardere

a materiilor volatile şi timpul de ardere a reziduului carbonos. Prin urmare timpul de ardere a unei particule poate fi exprimat ca :

$$\tau_{tot} = \tau_p + \tau_v + \tau_r \text{ (s)}. \tag{3}$$

În scopul determinării, celor trei componente (τ_p, τ_v, τ_r) ale timpului global de ardere (τ_{tot}), cu un înalt grad de precizie, precum şi a dependenţei acestora de caracteristicile mediului ambiant particulei, a fost folosită instalaţia experimentală concepută anterior şi care permite studierea procesului de ardere a particulei individuale fixe.

Proba medie a şisturilor bituminoase de Banat, măcinată cu ajutorul unei mori ventilator, a fost împărţită prin sitare în şapte sorturi granulometrice şi anume : 600 — 750 μ, 750 — 1 000 μ, 1 000 — 1 200 μ, 1 200 — 1 500 μ, 1 500 — 2 000 μ, 2 000 — 2 500 μ şi 2 500 — 3 000μ. Din fiecare grupă granulometrică au fost cîntărite şi dimensionate cîte 100 de particule. Numărul şi caracteristicile geometrice ale particulelor necesare cercetărilor în instalaţia experimentală au fost determinate din curba de repartiţie a particulelor fiecărei fracţii granulometrice, pe baza expresiei diametrului mediu corectat

$$d_{mc}^{*)} = \frac{n_1 d_{c_1} + n_2 d_{c_2} + \dots n_k d_{ck}}{\sum_{i=1}^{k} n_i} \tag{4}$$

care ţine seama aşa cum s-a demonstrat [8], atît de abaterea formei particulelor de la sferă, cît şi de împrăştierea lor în limitele fracţiei granulometrice respective.

Procesul de ardere al fiecărei particule supuse experimentării a fost înregistrat simultan prin două metode : cinematografierea imaginei şi cronometrarea timpului integral de ardere. Valoarea celor trei componente ale timpului de ardere a particulei s-au determinat prin citirea peliculei cinematografice cu ajutorul unui dispozitiv special care permite vizualizarea şi numărarea automată a fotogramelor. Prin măsurarea variaţiei dimensiunii particulei în perioada de pregătire s-a putut obţine valoarea factorului de umflare**).

Determinările timpului de ardere a particulei au fost făcute la patru nivele de temperaturi : 700, 800, 1000 şi 1200°C. Pentru fiecare nivel de temperatură au fost studiate în medie 80 de particule, selecţionate cum s-a arătat anterior.

---

*) În care :

n_1, n_2, $n_3 \dots n_k$ reprezintă numărul particulelor corespunzătoare diametrelor individuale corectate (d_c)

$$d_{c_i} = 1{,}24 \sqrt[3]{V_{p_i}}$$

V_{p_i} — volumul particulei caracterizată de dimensiunile a, b şi c.

**) $\Phi = \frac{d_1}{d_0}$ unde d_0 este diametrul iniţial al particulei, iar d_1 este diametrul particulei în perioada de pregătire.

Exprimarea cu un grad ridicat de precizie a dependenței timpului de ardere de caracteristica geometrică a particulei a impus prelucrarea datelor prin intermediul greutății, deoarece aceasta se determină mult mai exact decît diametrul. Considerînd această dependență sub forma

$$G_p = k_0 \, d_{mc}^{m_0} \tag{5}$$

s-au determinat valorile coeficientului k_0 și exponentului m_0.

În tabela 3 se dau aceste valori comparativ cu cele ale cîtorva cărbuni din R.S. România.

Tabela 3

Valorile experimentale ale parametrilor k_0 și m_0

Combustibilul	Simbol	k_0 mg/cm³	m_0
Șisturi bituminoase	Ș.B.	1200	3,06
Șorecani	B.M.	1085	3,10
Leorda	B.M.	977	2,91
Șărmășag	B.L.	795	2,90
Rovinari	B.L.	686	2,96
Căpeni	B.P.	750	3,00
Anina	H.C.	1022	3,01
Vulcan	H.G.	1540	3,26

Se observă că datorită conținutului ridicat de substanțe minerale valoarea coeficientului k_0 este cu mult peste cea a combustibililor inferiori și destul de apropiată de cea determinată pentru cărbunele de Vulcan (huilă de gaz).

În cazul general, se poate considera că valoarea celor trei componente ale timpului de ardere a particulei de combustibil solid funcție de diametrul mediu corectat este dat de o relație de forma

$$\tau_i = k_{1i} \cdot d_{mc}^{m_{1i}}. \tag{6}$$

Înlocuind valoarea lui d_{mc} cu cea din relația (5) se obține

$$\tau_i = k_{2i} \, G^{m_{2i}} \tag{7}$$

în care

$$k_{2i} = \frac{k_{1i}}{k_0^{m_{1i}/m_0}}, \tag{8}$$

$$m_{2i} = \frac{m_{1i}}{m_0}. \tag{9}$$

După determinarea experimentală a lui τ_p, τ_v, τ_r şi a expersiilor lor funcţie de G_p se obţin valorile celor două raporturi (8) şi (9), din care se pot calcula coeficienţii k_{1i} şi m_{1i} :

$$k_{1i} = k_{2i} \cdot k_0^{m_{2i}} \tag{10}$$

$$m_{1i} = m_0 \cdot m_{2i} \tag{11}$$

şi prin urmare, expresia dependenţei timpului de ardere de diametrul mediu corectat.

Comportarea în timpul arderii a tuturor particulelor experimentate a fost cea preconizată teoretic şi anume : o perioadă iniţială de pregătire, pînă la atingerea temperaturii de aprindere, o perioadă de ardere a substanţelor volatile, urmată de arderea reziduului carbonos. Desfăşurarea procesului pe aceste faze este ilustrată şi de imaginile particulelor în timpul arderii prezentate în figura 1.

4.1. *Timpul de pregătire.* În tabela 4 sînt prezentate valorile medii, pe fracţii granulometrice ale timpului de pregătire la diferite nivele de temperaturi, pentru şistul bituminos de Banat.

Tabela 4

Timpul de pregătire funcţie de fracţia granulometrică şi de temperatura mediului

Fracţia granulometrică /μ	Timpul de pregătire τ_p (s)			
	700° C	800°C	1000°C	1200°C
3000–2500	8,87	6,35	2,27	0,82
2500–2000	8,50	6,10	2,53	0,76
2000–1500	5,51	4,72	1,98	0,52
1500–1200	3,85	3,38	1,33	0,61
1200–1000	3,42	3,08	1,32	0,48
1000–750	2,53	2,11	1,22	0,40
750–600	1,29	2,18	0,59	0,36

Timpul de pregătire creşte cu creşterea dimensiunii caracteristice a particulei. El variază sensibil cu temperatura mediului, astfel că în general o variaţie a temperaturii mediului cu 200°C determină o variaţie a timpului de pregătire pentru aceeaşi fracţie granulometrică de circa 250%.

Ponderea timpului de pregătire, în cadrul întregii perioade de ardere a particulelor, creşte continuu cu micşorarea fracţiei granulometrice. Pentru aceeaşi fracţie granulometrică, ponderea timpului de pregătire este cu atît mai mare, cu cît temperatura mediului este mai scăzută.

Comparînd timpul de pregătire determinat pentru particulele de şisturi bituminoase cu acelaşi diametru al particulelor altor combustibili solizi studiaţi anterior [8], se observă că pentru temperaturi mai mici de 1200°C, particulele de şisturi bituminoase necesită o perioadă de pregătire de aproximativ două ori mai mare decît ale celorlalţi combustibili. Aceasta se explică în primul rînd prin conţinutul aproape dublu de substanţe minerale.

S-a demonstrat, într-o lucrare anterioară [9], [10] că dependenţa timpului de pregătire a particulei de natura combustibilului, de diametrul mediu corectat, precum şi de temperatura şi concentraţia de oxigen a mediului este dată de relaţia

$$\tau_p = k_p \cdot d_{mc}^{0,62} \cdot T_0^{-4,05} \cdot O_2^{-0,34}, \tag{12}$$

în care

k_p este un coeficient $\left(\frac{\text{s °k}^4}{\text{cm}}\right)$

d_{mc} — diametrul mediu corectat al particulei (cm);
T_0 — temperatura absolută a mediului (°k);
O_2 — concentraţia oxigenului (%).

Valoarea lui k_p pentru şisturi este de $61{,}5 \cdot 10^{12}$ faţă de $19 \cdot 10^{12}$ pentru cărbuni de Vulcan, $18{,}7 \cdot 10^{12}$ pentru Şorecani, $10{,}1 \cdot 10^{12}$ pentru Rovinari şi $11{,}8 \cdot 10^{12}$ pentru Căpeni.

În cazul în care particula de şist este spălată de un curent preîncălzit de aer cu temperatura T_a şi viteza W, timpul de pregătire se recomandă a fi determinat cu relaţia

$$\tau_p = k_p \frac{d_{mc}^{0,62}}{T_0^{4,05} \cdot T_a^{1,75} \cdot O_2^{0,34} \cdot W^{0,41}} B_1, \tag{13}$$

unde B_1 este o constantă a combustibilului respectiv.

În perioada de pregătire, particulele de şist bituminos nu îşi modifică caracteristicile geometrice, deci $\Phi = 1$.

4.2. *Timpul de ardere a substanţelor volatile.* Timpul de ardere a substanţelor volatile τ_V este dat de relaţia

$$\tau_V = \frac{\rho_p \left(\frac{V^a}{100}\right)}{8 c_0 \frac{p_0}{\eta}} d_{mc}^2 = k_V \cdot d_{mc}^2 \text{ (s)} \tag{14}$$

în care

ρ_p — este densitatea aparentă a particulei (g/cm³);
V^a — conţinutul de materii volatile raportat la masa de analiză (%);
c_0 — concentraţia substanţelor volatile la suprafaţa particulei (g/cm³);
p_0 — permeabilitatea reţelei poroase;
η — vîscozitatea materiilor volatile degajate (g.s./cm);
k_V — coeficient (s/cm²).

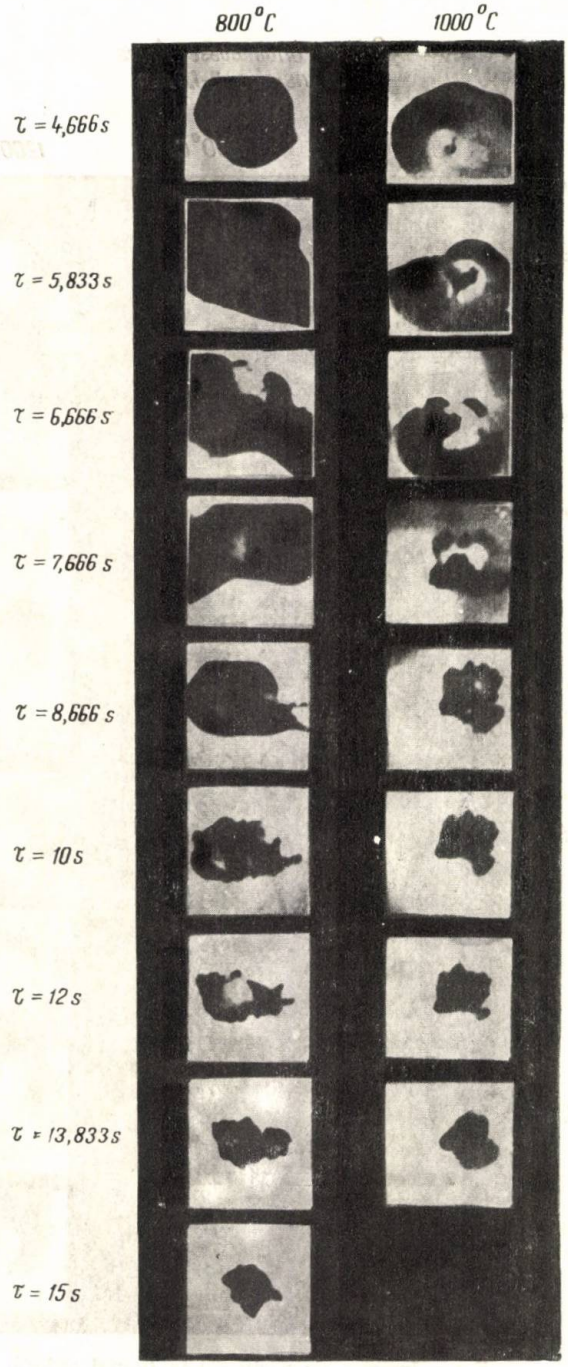


Fig. — Imagini ale particulei în timpul arderii.

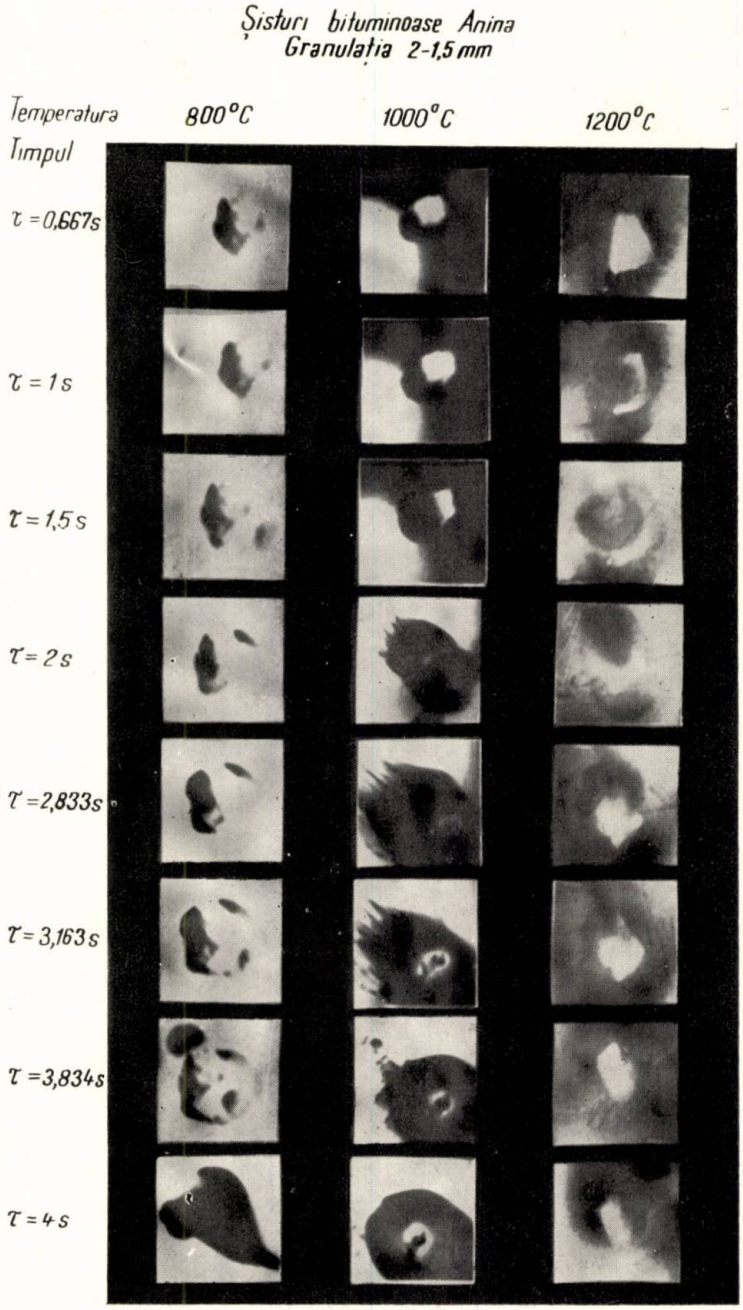


Fig.— Imagini ale particulei în timpul arderii.

Datorită imposibilității cunoașterii tuturor acestor mărimi, valoarea coeficientului k_v nu poate fi determinată analitic. Considerînd dependența timpului de ardere a substanțelor volatile de diametrul mediu corectat dată de o relație de forma

$$\tau_v = k_v \cdot d_{mc}^{m_1} \text{ (s)} \qquad (15)$$

valorile experimentale ale coeficientului k_v și exponentului m_1 sînt prezentate în tabela 5, comparativ cu valorile determinate anterior pentru alți combustibili solizi.

Tabela 5

Valorile medii determinate experimental ale lui k_V, k_3, m_1, m_3

Combustibilul	Simbol	k_V s/cm²	m_1 —	k_3 mg/s. cm	m_3 —
Șisturi bituminoase de Banat	Ș.B.	97	1,99	8,75	1,13
Anina	H.C.	63	2,02	4,34	0,99
Vulcan	H.G.	88	2,06	6,77	1,20
Șorecani	B.M.	106	2,01	3,93	1,08
Sărmășag	B.L.	61	1,92	4,92	0,97
Rovinari	B.L.	83	2,00	3,79	1,00
Căpeni	B.P.	71	1,90	4,07	1,06

La toate nivelele de temperaturi studiate, degajarea și arderea substanțelor volatile se desfășoară destul de lent și uniform în jurul particulelor. Expresia dependenței timpului de ardere a substanțelor volatile de diametrul mediu corectat este similară cu cea demonstrată pe cale analitică. Exponentul m_1 diferă foarte puțin de valoarea 2 determinată prin calcul și după cum se vede nu depinde de natura combustibilului și nici de caracteristicile mediului.

Coeficientul k_v este funcție de natura combustibilului și în cazul șisturilor bituminoase, la fel ca și pentru ceilalți combustibili solizi k_v nu este funcție de caracteristicile mediului; pentru șisturi la 700°C $k_v = 96$, iar la 1000°C $k_v = 96$. Valoarea absolută a coeficientului k_v se încadrează în limitele de variație a aceluiași parametru, pentru combustibilii solizi studiați.

Datorită conținutului mare de materii volatile, raportat la masa combustibilă, ponderea timpului de ardere a substanțelor volatile, în cadrul perioadei integrale de ardere a particulei, variază direct proporțional cu fracția granulometrică și în limite mult mai largi decît pentru ceilalți combustibili, și anume între 10% și 35%. De asemenea datorită faptului că pentru o fracție dată, atît timpul de pregătire, cît și timpul de ardere a reziduului carbonos se micșorează cu creșterea temperaturii mediului,

ponderea timpului de ardere a substanţelor volatile, faţă de timpul global de ardere a particulei, creşte proporţional cu temperatura mediului.

Plecînd de la cantitatea de substanţe volatile, care intră în compoziţia fiecărei particule şi timpul lor de ardere, se determină viteza de reacţie (de consum) a substanţelor volatile sub forma unei relaţii de tipul

$$F_v = k_3 \cdot d_{mc}^{m_3} \text{ (mg/s)}. \tag{16}$$

Valorile coeficientului k_3 şi ale exponentului m_3 sînt prezentate în tabela 5. După cum rezultă, exponentul m_3 are o valoare apropiată de valoarea teoretică 1, nefiind funcţie de natura combustibilului, temperatura şi concentraţia de oxigen a mediului [9].

Se dovedeşte o dată în plus că viteza medie de emisie (şi deci de ardere) a substanţelor volatile, din particulele de combustibil solid, este direct proporţională cu cantitatea acestora, nu depinde de temperatura şi concentraţia de oxigen a mediului şi prin urmare este o mărime caracteristică fiecărui combustibil. Se observă că în cazul şisturilor bituminoase valoarea coeficientului k_3 este mult superioară celorlalte valori ale combustibililor studiaţi anterior.

4.3. *Timpul de ardere a reziduului carbonos.* S-a demonstrat teoretic că expresia timpului de ardere a reziduului carbonos are forma

$$\tau_r = k_D \cdot d_0^2 \quad /\text{s}/ \tag{17}$$

în care

$$k_D = \frac{\rho_p}{3\,\rho_0 D_0 c_g \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}} \cdot \frac{c_f^a}{100} \cdot \frac{1}{\Phi} \tag{18}$$

ρ_0 — densitatea aerului în condiţii normale, (g/cm³);
D_0 — coeficientul de difuzie a oxigenului în azot, (cm²/s);
c_g — concentraţia masică a oxigenului în cîmpul ambiant;
T_0 — temperatura absolută a mediului ambiant (°k);
T — temperatura medie absolută a cîmpului în care este introdusă particula (°k);
c_f^a — carbonul fix (raportat la masa de analiză), (%);
Φ — factor de umflare.

Valorii astfel calculate a coeficientului k_D trebuie să i se aducă unele corecţii care să ţină seama de variaţia densităţii aparente a particulelor, de pierderea substanţelor volatile, de reducerea bioxidului de carbon, de abaterea formei particulei de la sferă, de variaţia excesului de aer, precum şi de viteza relativă mediu-particulă. În urma introducerii tuturor acestor corecţii, relaţia (17) capătă, pentru combustibilii solizi inferiori, în care se includ şi şisturile bituminoase după caracteristicile lor energetice, următoarea formă

$$\tau_r = \frac{B_r}{T_a^{0,78} \cdot W^{0,32}} \left(\frac{2090}{T} - 0,64\right)\left(\frac{46,7}{O_2} - 1,23\right) \cdot (k_D)_{\substack{1000^\circ C \\ 21\%\ O_2}} \cdot d_{mc}^2 \tag{19}$$

în care

$(k_D)_{\substack{1000°C \\ 21\%\ O_2}}$ este coeficientul timpului de ardere determinat pentru concentrația de oxigen de 21% și temperatura cîmpului ambiant de 1000°C, în cazul în care viteza relativă mediu-particulă (w) este nulă (s/cm²);

B_r — o constantă funcție numai de natura combustibilului (pentru Rovinari are valoarea de 62,5; pentru cărbunele de Vulcan 49; 40 pentru cărbunele de Leorda și 36 pentru șisturile bituminoase de Banat).

În general, se poate considera dependența timpului de ardere de diametrul mediu corectat al particulei dată de o relație de tipul

$$\tau_r = k_D \cdot d_{mc}^{m_r}. \tag{20}$$

Valorile lui k_D și m_r determinate experimental sînt date în tabela 6 comparativ cu ale altor cîtorva combustibili solizi din România.

Tabela 6

Valorile lui k_D, m_r, k, m_4 determinate experimental la $T = 1000°C$ și $O_2 = 21\%$

Combustibilul	Simbolul	k_D s/cm²	m_2 —	k_4 mg/s. cm.	m_4 —
Șisturi bituminoase de Banat	Ș.B.	357	1,87	0,27	1,15
Anina	H.C.	880	1,98	0,77	1,03
Vulcan	H.G.	561	1,96	1,41	1,30
Șorecani	B.M.	570	1,99	0,78	1,11
Sărmășag	B.L.	365	1,87	0,71	1,03
Rovinari	B.L.	540	1,96	0,39	1,00
Căpeni	B.P.	500	1.97	0,45	1,03

Din datele prezentate rezultă că și în cazul șisturilor bituminoase, expresia dependenței timpului de ardere a reziduului carbonos de diametrul mediu corectat este similară cu cea demonstrată teoretic. Valoarea exponentului m_r este foarte apropiată de valoarea teoretică 2 și nu depinde de caracteristicile mediului ambiant. Aceasta evidențiază, o dată în plus, faptul că în intervalul de temperatură experimentat (700 — 1200°C) reacția de ardere se desfășoară în domeniul difuzional.

Pentru șisturile bituminoase studiate coeficientul k_D are valoarea cea mai scăzută în comparație cu ceilalți combustibili experimentați. Valoarea coeficientului k_D scade liniar cu creșterea temperaturii mediului, ceea ce permite folosirea relației (19) și în cazul șisturilor bituminoase.

Pornind de la cantitatea de materie combustibilă care rămîne după arderea substanțelor volatile

$$G_r = k_D \cdot d_{m_0}^{m_6} \cdot \frac{c_f^a}{100} \tag{21}$$

şi de la timpul de ardere a reziduului carbonos, se poate determina viteza de consum a acestuia:

$$F_r = \frac{G_r}{\tau_r} = k_4 \cdot d_{mc}^{m_4} \tag{22}$$

în care k_4 şi m_4 se determină din relaţiile (7) şi (8).

Din analiza datelor prezentate în tabela 6, rezultă că viteza de consum a reziduului carbonos este o funcţie liniară de diametrul mediu corectat, fapt ce caracterizează viteza difuzională de ardere. Din cercetările efectuate rezultă că viteza de reacţie creşte cu creşterea temperaturii şi că de asemenea viteza specifică de ardere a reziduului carbonos (g/cm²s) creşte pe măsură ce dimensiunea particulei se micşorează. De remarcat că valoarea coeficientului vitezei de reacţie (k_4) a şisturilor bituminoase este mult mai mică decît a celorlalţi combustibili solizi experimentaţi anterior.

5. INFLUENŢA CARACTERISTICILOR ENERGETICE ALE ŞISTURILOR BITUMINOASE ASUPRA INSTALAŢIEI DE ARDERE

Prin determinarea principalelor caracteristici energetice ale şisturilor bituminoase de Banat, precum şi prin stabilirea relaţiilor generale de calcul a vitezei de ardere, funcţie de fracţia granulometrică şi condiţiile mediului, s-a pus la îndemîna proiectanţilor o metodă şi coeficienţii de calcul necesari dimensionării optime a instalaţiilor de cazane destinate folosirii acestui tip de combustibil.

Ansamblul caracteristicilor energetice determinate permite formarea unei imagini multilaterale asupra problemelor pe care acest combustibil le ridică atît instalaţiilor auxiliare de pregătire a prafului, cît şi instalaţiilor de ardere.

În primul rînd, rezistenţa medie la măcinare şi conţinutul relativ mare de materii volatile recomandă alegerea unei scheme de prepararea prafului, prevăzută cu o moară ventilator. Pentru aceasta, după opinia noastră, pledează şi avantajele unei asemenea scheme, cu puţine piese în mişcare supuse procesului de eroziune a prafului, greutate proprie iniţială (deci consum de metal) redusă în comparaţie cu alte scheme, consum specific de metal şi energie electrică la tona de combustibil măcinat în aceleaşi limite cu cele ale morilor cu ciocane, proprietatea de autoventilare etc.

Conţinutul foarte redus de umiditate nu impune necesitatea aspirării gazelor arse din focar în vederea uscării prealabile a combustibilului. Prin aceasta se evită recircularea unei cantităţi apreciabile de cenuşă antrenată de gazele aspirate şi prin urmare micşorarea gradului de uzură a morii ventilator.

Conţinutul mare de steril impune alegerea cu atenţie a materialului din care se confecţionează paletele rotorului morii şi porţiunile cele mai solicitate la uzură din blindajul statorului. În acest sens rezultatele cercetărilor efectuate pe o moară ventilator model prevăzută la aspiraţie cu două rînduri de ciocane ni se par concludente.

În al doilea rînd, la proiectarea instalaţiilor de ardere trebuie să se ţină seama de valoarea foarte scăzută a coeficientului de intensitatea arderii (k_i) şi de timpul de pregătire (τ_p) mare al particulelor de combustibil, ceea ce impune asigurarea unui regim termic ridicat — minimum 1000 — 1200°C — în zona arzătoarelor. Valorile temperaturilor caracteristice ale cenuşilor nu ridică nici un fel de restricţii în această direcţie. De aici necesitatea luării în acest scop a unor măsuri eficiente :

— folosirea de aer preîncălzit la temperaturi cît mai mari ; compoziţia combustibilului exclude posibilitatea unor explozii în instalaţia de pregătirea şi transportul prafului ;
— camera de ardere, în zona arzătoarelor, să aibă un grad mai mic de ecranare ;
— arzătoarele trebuie să asigure o omogenizare ridicată a amestecului aer-praf şi o circulaţie inversă a gazelor de ardere la gura arzătorului, în vederea creşterii regimului termic în această zonă şi a realizării unei stabilităţi a arderii la variaţii mari de sarcină ;
— folosirea unui combustibil auxiliar cu putere calorică mare.

În al treilea rînd, valoarea mare a timpului total de ardere a particulelor — la temperatura de 1000°C, τ_{tot} creşte cu patratul diametrului de la 6,23 s pentru particulele de 600 μ — 750 μ, pînă la 19,54 s pentru particulele cuprinse între 2500 μ şi 3000 μ — impune realizarea unui regim aerodinamic al camerei de ardere care să asigure un timp de rezidenţă în incinta focarului mai mare sau cel puţin egal cu timpul total de ardere a particulelor. Prevederea morii ventilator cu cîteva rînduri de ciocane apare oportună şi din acest punct de vedere, deoarece aceasta contribuie la realizarea unei fineţe mai ridicate a prafului de combustibil.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Carabogdan, N. Pănoiu, G. Singer, Energetica, *7*, 316 — 320 (1960).
2. I. Carabogdan, St. cerc. energ., *1*, 7 — 19 (1959).
3. — St. cerc. energ., *3*, 529 — 531 (1959).
4. I. Carabogdan, C. Crăciuneanu, F. Croitoru, St. cerc. energ., *1*, 109 — 131 (1963).
5. I. Carabogdan, C. Crăciuneanu, D. Manolescu, *Caracteristicile şisturilor bituminoase din Anina*, Lucrare internă ICPET, 1970.
6. I. Carabogdan, St. cerc. energ., *4*, 525 — 550 (1963).
7. Gh. Ghercea, El. Gatmon, *Valorificarea şisturilor bituminoase din Banat*, Lucrare internă ICENERG, 1970.
8. I. Carabogdan, N. Pănoiu, *Bazele teoretice ale aprinderii şi arderii combustibililor solizi*. Ed. Academiei R. S. România 1969.
9. I. Carabogdan, St. cerc. energ., *3*, 556 — 557(1967).
10. — St. cerc. energ., *2*, 343 — 353 (1968).

ASUPRA FUNCŢIONĂRII FOCARULUI CICLON ORIZONTAL ÎN REGIM IZOTERMIC

DE

N. PĂNOIU, C. CRĂCIUNEANU

662.93

Lucrarea conţine rezultatele verificării experimentale a relaţiilor pentru calculul unor parametrii de funcţionare a focarului ciclon orizontal izotermic, care au fost deduse teoretic în lucrarea [4].

Se observă o mare apropiere între rezultatele teoretice şi cele experimentale.

Funcţionarea focarului ciclon orizontal în regim monofazic este caracterizată printr-o serie de criterii stabilite prin calcul, pornindu-se de la ecuaţiile generale ale curgerii fluidului prin focar. Într-o serie de lucrări anterioare [1] — [3] s-a arătat variaţia acestor criterii în funcţie de variaţia unor mărimi geometrice sau funcţionale ale focarului. Determinarea unor mărimi funcţionale ale ciclonului ca: viteza tangenţială în secţiunea de ieşire W_{te}, raza nucleului central r_a, precum şi presiunea la periferia ciclonului p, de o deosebită importanţă pentru funcţionarea instalaţiei, nu s-a făcut în lucrările anterioare.

În lucrarea de faţă se urmăreşte determinarea prin calcul a acestor mărimi, verificarea rezultatelor teoretice pe cale experimentală şi influenţa numărului de generatoare de amplasare a arzătoarelor asupra acestor mărimi.

Integrarea ecuaţiilor ce caracterizează mişcare fluidului ideal introdus în focarul ciclon prin arzătoare amplasate pe o singură generatoare situată la o rază R_i de axa longitudinală a focarului, cu o viteză de intrare W_i, (fig. 1) conduce la următoarele relaţii [4]:

$$(r_e^2 - r_a^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{3\,D_i}{2\,\pi\,\omega_e} + r_a^3 = \frac{3\,S_i\,r_e^2}{2\pi\,R_i} + r_a^3, \tag{1}$$

$$D_{is} = \frac{2\,\pi}{3}\,\omega_e\,r_a^3, \tag{2}$$

$$p = p_0 - p_a = \rho\left(Wt_e^2 - \frac{Wt_0^2}{2} - \frac{Wt_a^2}{2}\right). \tag{3}$$

Termenul $\frac{3\,D_i}{2\pi\,\omega_e} = \frac{3\,S_i\,r_e^2}{2\,\pi\,R_i} = V$ poate deveni cifra volumetrică sau caracteristica volumetrică a focarului ciclon, avînd dimensiunea unui volum.

În cazul cînd fluidul este introdus prin n generatoare, cu o secțiune de intrare totală $S_i = n\,s_i$, s_i fiind secțiunea de intrare pe o generatoare,

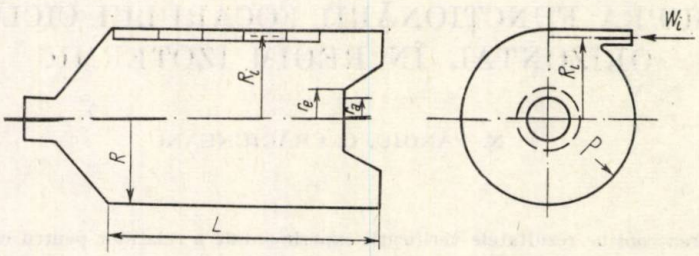


Fig. 1. — Schema focarului ciclon orizontal.

s-a observat din experiențele făcute că viteza reală a fluidului din interiorul ciclonului W_{ic} la nivelul razei R_i, este mai mare decît viteza de intrare calculată prin relația

$$W_i = \frac{D_i}{n\,s_i}. \tag{4}$$

Din aplicarea legii lui Bernoulli între secțiunea de intrare a fluidului și a unei secțiuni oarecare la aceeași rază R_i din interiorul focarului

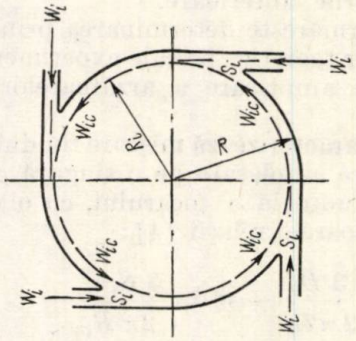


Fig. 2. — Secțiune într-un focar ciclon cu admisia pe mai multe generatoare.

ciclon cu o singură generatoare de admisie (fig. 2) pe baza principiului suprapunerii efectelor în cazul cînd intrarea fluidului se efectuează prin n generatoare, rezultă că :

— în cazul fluidului ideal

$$W_{ic} = \sqrt{n}\,W_i\,; \tag{5}$$

iar pentru fluidul real

$$W_{ic} = K\sqrt{n}\, W_i \qquad (6)$$

în care K este o constantă experimentală.

În relațiile (1) — (5) s-au făcut următoarele notații:

r_e = raza deschiderii ciclonului pentru ieșirea fluidului din ciclon (m);

r_a = raza nucleului turbionului (raza zonei de circulație inversă) (m);

D_i = debitul de fluid introdus în ciclon (m^3/s);

S_i = secțiunea totală de intrare a fluidului în ciclon (m^2);

s_i = secțiunea de intrare a fluidului în ciclon pe o generatoare (m^2);

n = numărul de generatoare pe care sînt așezate fantele de intrare a fluidului în ciclon (—);

R_i = distanța centrului secțiunii de introducere a fluidului în ciclon (S_i, s_i) față de centrul ciclonului sau raza medie de intrare a fluidului (m);

ω_e = viteza unghiulară a fluidului la nivelul razei r_e, în secțiunea de ieșire;

W_{t_e} = viteza tangențială a fluidului corespunzătoare razei r_e, în secțiunea de ieșire (m/s);

W_{t_a} = viteza tangențială a fluidului la raza r_a, în secțiunea de ieșire (m/s);

W_{t_0} = viteza tangențială a fluidului la peretele interior al ciclonului (m/s);

ρ = densitatea fluidului;

p_e = presiunea la nivelul razei r_e, a deschiderii circulare de ieșirea fluidului (kgf/m^2);

p_a = presiunea mediului ambiant (kgf/m^2);

p_0 = presiunea absolută la peretele interior al focarului ciclon (kgf/m^2);

p = suprapresiunea la peretele interior al focarului ciclon, măsurată cu tubul manometric $\left(\frac{kgf}{m^2}\right)$.

În cazul focarului ciclon orizontal, deschis complet în zona de ieșire, adică atunci cînd $r_e = R$ și $\omega_e = \omega$ în care:

R este raza interioară a focarului ciclon;

ω = viteza unghiulară a fluidului în secțiunea de ieșire, considerată constantă (mișcare cvasisolidă), conform ipotezelor făcute la stabilirea relațiilor, ecuațiile (1), (2) și (3) devin [4]:

$$(R^2 - r_a^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{3\, D_i}{2\,\pi\,\omega} + r_a^3 = \frac{3\, S_i\, R_i}{2\,\pi} + r_a^3, \qquad (5)$$

$$p = p_0 - p_e = \frac{\rho}{2}\,\omega^2\,(R^2 - r_a^2). \qquad (6)$$

Se observă că V, caracteristica volumetrică a focarului ciclon depinde numai de dimensiunile geometrice ale ciclonului.

În tabelele 1 și 2 se arată o comparație între valorile măsurate și cele calculate cu relațiile menționate, rezultată din experiențele făcute pe focarul ciclon orizontal la Institutul de energetică al Academiei R.S.R.[5].

Tabela 1

Valorile calculate și determinate experimental ale razei turbionului central și presiunea la periferia ciclonului funcție de mărimile caracteristice ale ciclonului cu admisia aerului pe o singură generatoare

Nr. crt.	D_i, m³/s	S_i, m².10⁻²	W_i, m/s	n	$\frac{L}{D}$	r_e, m	V, m³.10⁻⁴	r_a, m		p Kgf/m²	
								măsurat	calculat	măsurat	calculat
1	0,675	2,212	30,3	1	1,4	0,1	4,75	0,04	0,0525	460	456
2	0,528	1,652	31,9	1	1,4	0,1	3,66	0,05	0,056	457	445
3	0,464	1,652	28,1	1	1,4	0,1	3,66	0,05	0,056	350	325
4	0,321	1,652	19,4	1	1,4	0,1	3,66	0,05	0,056	156	162
5	0,462	1,652	28	1	1	0,25	17	0,17	0,167	34,8	34,5

Pentru cicloanele cu admisia fluidului pe mai multe generatoare, în calcule s-a considerat caracteristica volumetrică definită prin relația

$$V = \frac{3\,D_i}{2\,\pi K \sqrt{n}\,\omega_e}. \tag{7}$$

Din analiza valorilor prezentate în tabelele 1 și 2 rezultă următoarele:

a) Valorile calculate pe baza relațiilor teoretice menționate se apropie destul de mult de cele determinate experimental, în special la focarul ciclon cu admisia fluidului pe o singură generatoare.

La focarele ciclon cu admisia fluidului pe mai multe generatoare este necesar ca relațiile teoretice prezentate să fie corectate cu un coeficient K ca urmare a faptului că în locul fluidului ideal în cercetările experimentale s-a utilizat aerul cu o anumită viscozitate ce produce abateri față de fluidul ideal în procesul de circulație a fluidului prin ciclon.

b) Din analiza figura 3, în care se prezintă variația valorii constantei experimentale K, funcție de caracteristica V, pentru focarele ciclon cu admisia fluidului pe mai multe generatoare se observă o scădere a valorii K, o dată cu creșterea caracteristicii de volum, adică cu numărul generatoarelor de admisie.

c) Creșterea vitezei W_{i_c} cu $\sqrt{n}$ pusă în evidență prin relațiile (5) și (6) explică și vitezele mari ce se nasc într-un taifun, unde admisia fluidului în interiorul lui se face printr-un număr infinit de generatoare.

d) Relația (1) permite să se determine condiția necesară ca să nu existe circulație în sens invers într-un focar ciclon, ($r_a = 0$). În acest caz, raza secțiunii de evacuare a fluidului trebuie să fie dată de relația

$$r_e = \frac{3\,S_i}{2\,\pi\,R_i}. \tag{8}$$

Tabela 2

Valorile calculate și determinate experimental ale vitezei tangențiale în secțiunea de ieșire W_{te}, a razei curentului de circulație inversă în secțiunea de ieșire r_a, și a presiunii la periferia ciclonului r, funcție de mărimile caracteristice ale ciclonului cu mai multe generatoare de admisie a fluidului

Nr. crt.	D_i, m³/s	S_i, m²·10⁻²	W_i, m/s	W_{i_c}, m/s	n	r_e, m	$\frac{L}{D}$	V, m³·10⁻⁴	W_{t_e} în secțiunea de ieșire, m/s		r_e în secțiunea de ieșire, m		p, kgf/m²		K din relația $W_{i_c} = K\sqrt{e}\, W_i$
									măsurat	calculat	măsurat	calculat	măsurat	calculat	
1	0,932	3,304	28,12	32,6	2	0,1	1,4	7,34	77,1	77,5	0,04	0,05	1092	1130	0,825
2	1,245	4,424	28,20	35	2	0,1	1,9	8,25	77,6	75,2	0,04	0,05	1040	1090	0,88
3	1,142	4,424	25,8	31,2	2	0,085	0,7	10	81,2	81,5	0,035	0,031	1516	1495	0,86
4	1,02	4,424	23,1	28,7	2	0,070	1,0	4,82	83	88	0,016	0,020	1985	2000	0,88
5	1,365	4,956	27,5	28,5	3	0,1	0,6	11,0	61,3	61,3	0,035	0,044	1430	1310	0,60
6	1,175	4,956	23,7	24,6	3	0,1	0,6	11	50	53	0,035	0,045	900	830	0,60

Pentru a obține circulație în sens invers cu debit mare, adică o recirculație cît mai intensă, este necesar ca V, caracteristica volumetrică, să fie cît mai mică, adică viteza unghiulară ω_e să fie cît mai mare, pentru un anumit debit de intrare. Dar pentru aceeași rază a debitului de ieșire

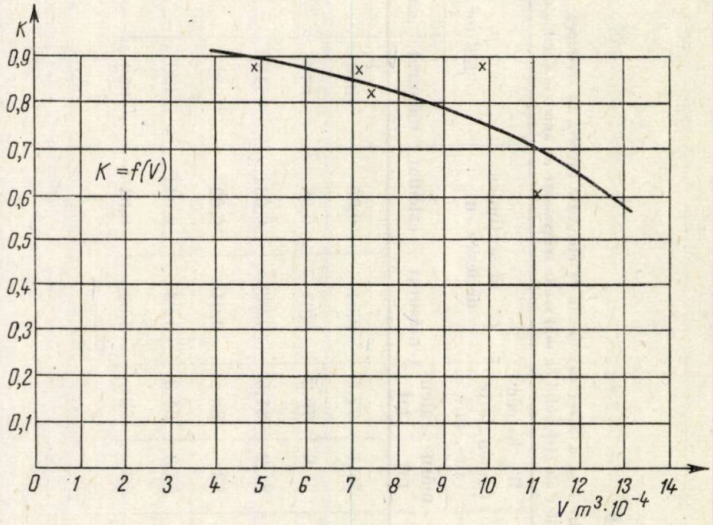


Fig. 3. — Valoarea coeficientului K, funcție de caracteristica volumetrică V, în cazul admiterii fluidului prin mai multe generatoare.

a fluidului, recirculația este cu atît mai intensă cu cît S_i este mai mic și cu cît R_i este mai mare.

e) Analiza circulației fluidului în volumul focarului ciclon în cazul funcționării izoterme monofazice se face prin utilizarea relațiilor menționate în lucrare ținîndu-se seama însă și de coeficientul conservării vitezei tangențiale [6].

f) În cazul funcționării focarului ciclon orizontal în regim izotermic bifazic relațiile de calcul menționate se corectează cu coeficientul conservării vitezei tangențiale funcție de concentrația fazei solide [7].

g) La funcționarea focarului ciclon în regim neizotermic monofazic, relațiile se corectează cu un criteriu sau un simplex de neizotermicitate [8] care să țină seama de modificările structurale ale regimului de curgere din focarul ciclon în condițiile funcționării monofazice sau bifazice.

Cu aceste precizări relațiile de calcul menționate pot fi utilizate în calculul și proiectarea instalațiilor de focare ciclon cu funcționarea neizotermică monofazică sau bifazică.

BIBLIOGRAFIE

1. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, C. CRĂCIUNEANU, *Interdependența parametrilor geometrici și funcționali la modelarea izotermică monofazică a focarului ciclon orizontal*, St. cerc. energ. electr. *3*, 609 — 627, (1964).

2. N. PĂNOIU, *Interdependența simplexurilor geometrice și regimul de curgere, în cazul modelării izotermice monofazice a focarelor ciclon.* St. cerc. energ. electr. *2*, 325 — 339 (1966).
3. I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, *Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi*, Edit. Academiei Republicii Socialiste România, 1969.
4. C. CRĂCIUNEANU, *Relații între parametrii focarului ciclon teoretic tip orizontal, la funcționarea izotermică monofazică*, St. cerc. energ. electr. *2*. 437 — 443 (1965),
5. N. PĂNOIU, *Contribuții la studiul focarului ciclon*, (Lucrare de doctorat) Institutul de energetică București, 1967.
6. S. I. ISAEV, E. A. NAHAPETIAN, *Issledovania structurî zapîlennogo izotermiceskogo potoka e țiklonnoi Kamere. Sg. III Vsesoiuznîe soveșaniea pritcorii goreniea*, Moskva 1960, p. 289— 294.
7. E. A. NAHAPETIAN, S. I. ISAEV, *O nekotorîh osobennostiah țiklonnogo potoka nesușego tberduin ezes* Teploenergetica, *9*, 32 — 40 (1957).
8. I. CARABOGDAN, C. CRĂCIUNEANU, *Considerații asupra posibilității de predeterminare a regimului aerodinamic și termic dintr-un focar ciclon cu ajutorul modelării izotermice*, St.cerc. energ. electr. *7*, 475 — 482. (1971).

CERCETĂRI PRIVIND EFECTELE NEUNIFORMITĂŢII REPARTIŢIEI AERULUI ÎN ELEMENTELE DE RECUPERATOR

DE

V. V. GHIA

662.99 : 662.825

Prin dezvoltări teoretice se deduc efectele energetice ale fenomenului de neuniformitate a repartiţiei debitelor de aer în elementele de recuperator, montate în paralel. Se verifică experimental pe un preîncălzitor de aer din plăci concluziile teoretice şi se dau relaţii de calcul.

1. GENERALITĂŢI

Un mare număr de recuperatoare sînt construite din fascicule de elemente identice, montate în paralel.

Astfel, elementele metalice pot fi ţevi sau tuburi de fontă cu proeminenţe aciculare, respectiv nervuri, plăci cu suprafaţa plană sau ondulată, tuburi ceramice ... etc. [1], [2]. Frecvent, prin aceste elemente circulă aerul în direcţie normală pe direcţia de deplasare a gazelor de ardere, care, pe măsură ce se deplasează spre coş, se răcesc. Ca atare, elementele situate în zona de temperaturi ridicate sau în condiţii mai bune de schimb de căldură, se încălzesc mai puternic. Temperatura de preîncălzire a aerului este cu atît mai mică, cu cît elementul primeşte mai puţină căldură, adică, în general, cu cît este mai mică temperatura gazelor de ardere care îl scaldă.

Deoarece pierderile de presiune pe traseul aerului în elementele de recuperator, montate în paralel, trebuie să fie aceleaşi, se poate demonstra că aerul va circula cu un debit cu atît mai mic, cu cît va fi mai puternic preîncălzit.

Consecinţele fenomenului de distribuţie neuniformă a aerului sînt puţin studiate în literatura de specialitate. În general, se admite că scăderea vitezei aerului în elementele de recuperator, care primesc mai intens căldură de la gazele de ardere şi eventual de la spaţiul prerecuperator, poate conduce la suprasolicitarea termică a acestora şi distrugerea lor prematură [3].

Lucrarea îşi propune să clarifice şi să evidenţieze teoretic, în general şi experimental, pe un recuperator din plăci, efectele variate ale acestui fenomen, care pot fi ample şi profund dăunătoare.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 275 – 287, 1972

2. REZISTENȚA AERODINAMICĂ A PREÎNCĂLZITORULUI

Cînd elementele metalice identice, montate în paralel, sînt țevi netede sau plăci de oțel, rezistența aerodinamică a unei treceri din preîncălzitor, pentru scurgerea izotermă se poate calcula din relația

$$\Delta p_{iz} = \frac{w_0^2 \gamma_0 T_a}{546}\left(\xi_i + \xi_e + \zeta \frac{l}{d}\right), \tag{1}$$

în care w_0 este viteza aerului raportată la condițiile normale *);

γ_0 — greutatea specifică a aerului raportată la condițiile normale;
T_a — temperatura absolută a aerului;
g — accelerația gravitației;
ξ_i, ξ_e — coeficienții pierderilor de presiune locală la intrarea, respectiv ieșirea, din elementele montate în paralel;
ζ — coeficientul de frecare;
l — lungimea pe care se produc frecările;
d — diametrul hidraulic al secțiunii de scurgere printr-un element.

Scurgerea izotermă se poate realiza, în practică, numai dacă preîncălzitorul nu funcționează, aerul intrînd și ieșind din acesta la temperatura ambiantă T_a.

Coeficientul de frecare se obține dintr-o relație de forma [4]

$$\zeta = \frac{A}{\mathrm{R}_e^n} = A\left(\frac{\nu}{dw}\right)^n = A\left(\frac{\nu_0}{dw_0}\right)^n \left(\frac{T_a}{273}\right)^{0{,}76n}, \tag{2}$$

unde ν_0 este coeficientul de viscozitate cinematică raportat la condițiile normale;

A și n sînt niște constante, care pentru regimul laminar au valori mai mari ca pentru regimul turbulent, cînd acestea depind de rigurozitatea suprafeței metalice scăldată de aer.

Ținînd seama de (2), relația (1) devine:

$$\Delta p_{iz} = \frac{D_a^2 \gamma_0 T_a}{546\, g\, S_a^2}\left[\xi_i + \xi_e + \frac{Al}{d}\left(\frac{\nu_0 S_a}{d D_a}\right)^n \left(\frac{T_a}{273}\right)^{0{,}76n}\right], \tag{3}$$

unde

$$S_a = D_a\, w_0^{-1}, \tag{4}$$

D_a este debitul de aer care se scurge prin elementele montate în paralel;

S_a = secțiunea de scurgere prin toate elementele montate în paralel.

*) Condițiile normale sînt caracterizate prin presiunea de 760 mm Hg și temperatura 273°K.

Relația (3) se poate scrie sub forma simplificată

$$\Delta p_{iz} = D_a^2 T_a \psi_{iz} = D_a^2 T_a \left(B + \frac{C}{D_a^n} \right), \tag{5}$$

unde

$$B = \frac{\gamma_0}{546\, g\, S_a^2} (\xi_i + \xi_e), \quad C = \frac{\gamma_0 l A \nu_0 T_a^{0,76n}}{546\, g\, S_a^{2-n} d^{1+n} 273^{0,76n}}.$$

Notînd cu

$$\psi_{iz} = B + C D_a^{-n}, \tag{6}$$

rezultă că în scurgerea izotermă, coeficientul aerodinamic ψ_{iz} se micșorează o dată cu creșterea debitului de aer D_a. Această micșorare este mai mare în regim laminar, deoarece în acest caz $n \cong 1$, adică are valoarea maximă.

Dacă scurgerea este neizotermă însă aerul se încălzește în toate elementele de la temperatura T_a pînă la temperatura T_e, vitezele aerului w_0 au aceleași valori în acestea. Practic, s-ar putea realiza un asemenea caz, cînd gazele de ardere circulă în aceeași direcție cu aerul care se deplasează prin elementele de recuperator montate în paralel. Dacă gazele de ardere scaldă transversal elementele de recuperator, aceasta ar reprezenta situația ideală nerealizabilă, cînd fiecare element primește căldură în condiții identice. Totuși, de obicei, o asemenea reprezentare servește ca bază de calcul a rezistenței aerodinamice a recuperatorului.

În acest caz, rezistența aerodinamică are valoarea

$$\Delta p = \frac{w_0^2 \gamma_0}{546\, g} \left[T_a \xi_i + (2T_m - T_a) \xi_e + \frac{l A T_m}{d} \left(\frac{\nu_0}{d w_0} \right)^n \left(\frac{T_m}{273} \right)^{0,76n} \right]. \tag{7}$$

S-a luat drept temperatură medie a aerului T_m, media aritmetică între temperaturile T_a și T_e, astfel că $T_e = 2T_m - T_a$.

Ținînd seama de (4), relația (7) devine

$$\Delta p = D_a^2 T_m \left[\frac{\gamma_0 \xi_e}{273 g S_a^2} + \frac{(\xi_i - \xi_e) \gamma_0 T_a}{546 g S_a^2 T_m} + \frac{\gamma_0 l A}{546 g S_a^2 d} \left(\frac{\nu_0 S_a}{d D_a} \right)^n \left(\frac{T_m}{273} \right)^{0,76n} \right] \tag{8}$$

sau

$$\Delta p = D_a^2 T_m \left(E + \frac{F}{T_m} + \frac{G T_m^{0,76n}}{D_a^n} \right) = D_a^2 T_m \psi_0, \tag{9}$$

unde $E = \frac{\gamma_0 \xi_e}{273 g S_a^2}$, $F = \frac{(\xi_i - \xi_e) \gamma_0 T_a}{546 g S_a^2}$ și $G = \frac{C}{T_a^{0,76n}}$.

Ţinînd seama de expresia mărimii,

$$\psi_0 = E + \frac{F}{T_m} + \frac{GT_m^{0,76n}}{D_a^n}, \tag{10}$$

rezultă că, dacă pierderile de presiune prin frecări sînt neglijabile faţă de pierderile de presiune locale, este posibil ca ψ_0 să scadă o dată cu creşterea temperaturii T_m. În caz contrar, coeficientul ψ_0 creşte o dată cu creşterea temperaturii T_m, însă într-o măsură mai mică decît se măreşte $\psi_{i\acute{c}}$ o dată cu creşterea temperaturii aerului încălzit.

Întrucît, în regim turbulent, exponentul n este relativ mic, rezultă că în asemenea situaţii, influenţa temperaturii T_m va fi mică.

Ţinînd seama de (4), din relaţia (8) se poate deduce că

$$\Delta p = Mw_0^2 + Nw_0^2 T_m + Pw_0^{2-n} T_m^{1+0,76n}, \tag{11}$$

unde $M = FS_a^2$; $N = ES_a^2$; $P = GS_a^{2-n}$.

Dacă preîncălzitorul prin care se scurge debitul D_a este alcătuit, de exemplu, dintr-un fascicul de x ţevi, montate în paralel, astfel că prin fiecare ţeavă circulă aer cu vitezele $w_{01}, w_{02}, \ldots, w_{0i}, \ldots, w_{0x}$ şi cu temperaturile $T_{m1}, T_{m2}, \ldots, T_{mi}, \ldots, T_{mx}$, pierderea de presiune în acestea este :

$$\begin{aligned}
\Delta p_n &= Mw_{01}^2 + Nw_{01}^2 T_{m1} + Pw_{01}^{2-n} T_{m1}^{1+0,76n}, \\
&\vdots \\
\Delta p_n &= Mw_{0i}^2 + Nw_{0i}^2 T_{mi} + Pw_{0i}^{2-n} T_{mi}^{1+0,76n}, \\
&\vdots \\
\Delta p_n &= Mw_{0x}^2 + Nw_{0x}^2 T_{mx} + Pw_{0x}^{2-n} T_{mx}^{1+0,76}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Se evidenţiază astfel că datorită creşterii temperaturii de preîncălzire în ţevile mai puternic încălzite, se micşorează viteza de scurgere a aerului prin acestea w_0, creindu-se o neuniformitate de viteze cu atît mai mare, cu cît diferenţele dintre temperaturile de preîncălzire sînt mai mari.

Dacă sînt predominante pierderile de presiune prin frecări pentru aceeaşi variaţie a temperaturilor T_m, neuniformitatea cîmpului de viteze w_0 va fi mai mare ca în cazul cînd în mărimea pierderii de presiune Δp_n, ponderea cea mai mare o au pierderile de presiune locale. Aceste concluzii rezultă, evident, din examinarea termenului $Pw_{0i}^{2-n} T_{mi}^{1+0,76n}$, care precizează pierderile de presiune prin frecări şi a termenului $Nw_{0i}^2 T_{mi}$, care precizează influenţa pierderilor locale de presiune dependente de temperatura de preîncălzire.

Rezultă deci, că pentru aceeaşi neuniformitate a cîmpului de temperaturi, la elementele de fontă cu proeminenţe aciculare la care predomină accidentele locale, neuniformitatea cîmpului de viteze va fi mai mică ca la elementele din ţevi sau plăci.

De asemenea, se poate trage concluzia că cel mai defavorabil caz este acela al scurgerii aerului în regim laminar, prin elemente dispuse în paralel, — la care predomină pierderile de presiune prin frecări.

Această situație se realizează cel mai frecvent la recuperatoarele ceramice tubulare, cînd pentru a evita scăpările mari de aer prin neetanșeități, viteza aerului este mică și la preîncălzitoarele de aer din plăci, unde totdeauna diametrul hidraulic al secțiunii de scurgere este relativ mic.

Pentru un alt grad de neuniformitate a vitezelor aerului, dar același debit D_a, pierderea de presiune este

$$\Delta p_{n'} = M w_{01'}^2 + N w_{01'}^2 T_{m1'} + P w_{01'}^{2-n} T_{m1'}^{1+0,76n},$$

$$\Delta p_{n'} = M w_{0i'}^2 + N w_{0i'}^2 T_{mi'} + P w_{0i'}^{2-n} T_{mi'}^{1+0,76n},$$

$$\Delta p_{n'} = M w_{0x'}^2 + N w_{0x'}^2 T_{mx'} + P w_{0x'}^{2-n} T_{mx'}^{1+0,76n}. \qquad (13)$$

Comparînd relațiile (12) și (13) nu se poate obține prin calcul rezultatul, că dacă de exemplu $T_{mi} < T_{mi'}$, atunci

$$w_{0i} > w_{0i'}, \text{ iar } \Delta p_n > \Delta p_{n'} \qquad \text{sau} \qquad \Delta p_n < \Delta p_n .$$

Admițînd că se modifică astfel condițiile exterioare de schimb de căldură, încît temperatura medie de preîncălzire T_m are aceeași valoare în cele două variante, se poate scrie

$$\frac{\Delta p_n}{\Delta p_{n'}} = \frac{D_a^2 T_m \psi_n}{D_a^2 T_m \psi_{n'}} = \frac{\psi_n}{\psi_{n'}} . \qquad (14)$$

Rezultă astfel că efectul gradului de neuniformitate a vitezelor aerului, asupra pierderilor de presiune, se obține în aceste cazuri prin raportul coeficienților aerodinamici ψ_n și $\psi_{n'}$, care se poate obține numai experimental.

3. CĂLDURA UTILĂ CEDATĂ AERULUI PREÎNCĂLZIT Q_a

Factorul principal care determină valoarea mărimii Q_a este coeficientul global de transmitere a căldurii K al recuperatorului. În cazul cînd se poate neglija rezistența termică a peretelui recuperatorului (fig. 1), rezultă variația coeficientului K funcție de coeficientul de transmitere a căldurii de la perete la aer α_a, pentru două valori ale coeficientului de transmitere a căldurii de la gazele de ardere la peretele recuperatorului α_g. Pentru recuperatoarele convective la care ne referim $\alpha_g = 2$ kcal/m² · h · grd și $\alpha_g = 30$ kcal/m² · h · grd, se pot considera pentru α_g o valoare relativ mică, respectiv o valoarea relativ mare.

Rezultă astfel că variația coeficientului α_a influențează cel mai mult valoarea coeficientului K la valori mari ale coeficientului α_g, adică în

special cînd tirajul recuperatorului este forţat, iar temperatura gazelor de ardere are o valoare relativ ridicată.

Deoarece factorul principal care determină valoarea coeficientului α_a este viteza aerului, se poate demonstra că în elementul de recuperator

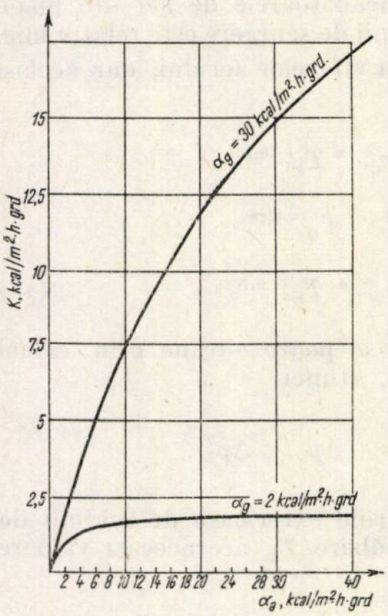


Fig. 1. — Dependenţa coeficientului global de transmitere a căldurii K, de coeficienţii α_a şi α_g.

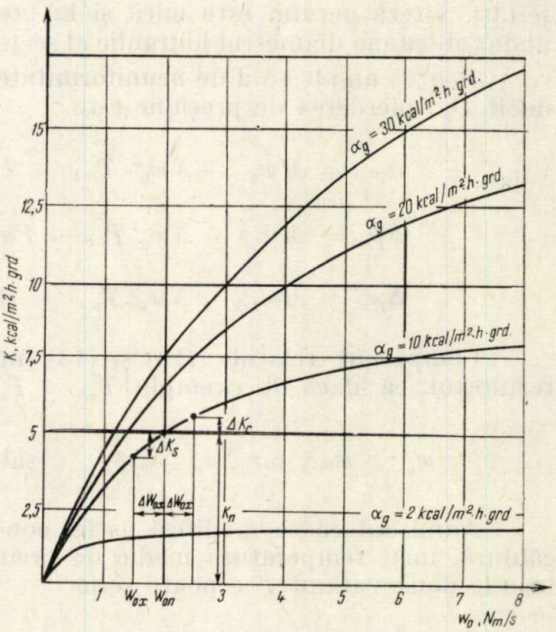


Fig. 2. — Dependenţa coeficientului K de viteza w_0 şi coeficientul α_g.

unde $w_{0x} < w_0$ şi $K_x < K$, iar acolo unde $w_{0x} > w_0$ şi $K_x > K$. Valoarea medie K_m, care se obţine pentru coeficientul global de transmitere a căldurii, la întregul recuperator, de cele mai multe ori este mai mică decît valoarea ce rezultă din calcul, considerînd repartiţia uniformă a debitelor de aer.

Astfel, de exemplu, în cazul concret al unui recuperator din plăci, unde scurgerea aerului se desfăşoară în regim laminar [2] avem

$$\alpha_a = 0{,}00365 \frac{\lambda}{\nu} w \mathrm{Pr}^{0,4}, \tag{15}$$

în care se poate lua $\lambda = \lambda_0 \left(\frac{T_m}{273}\right)^{0,77}$, $\nu = \nu_0 \left(\frac{T_m}{273}\right)^{1,76}$,

iar $w = w_0 \frac{T_m}{273}$,

Pr reprezintă criteriul Prandt;

λ — coeficientul de conductibilitate termică al aerului (kcal/m · h · grd);

ν — coeficientul de viscozitate cinematică al aerului (m^2/s).

Deoarece $\lambda_0 = 2{,}13 \cdot 10^{-2}$ kcal/m · h·grd, $\nu_0 = 13{,}3 \cdot 10^{-6}$ m^2/s, iar pentru $300 < T_m < 800°K$ se poate lua $Pr^{0.4} \cong 0{,}856$, relația (15) devine $\alpha_a = 5w_0$, iar

$$K = \frac{5w_0\alpha_g}{5w_0 + \alpha_g}. \tag{16}$$

Reprezentînd în figura 2 funcția (16), rezultă că pentru scăderea vitezei aerului $\Delta w_{0x} = w_{0n} - w_{0x}$, față de viteza nominală w_{0n}, corespunde scăderea $\Delta K_s = K_n - K_x$, ce este mai mare decît creșterea ΔK_c, care corespunde aceleiași creșteri a vitezei Δw_{0n}. Scăderea ΔK_s este cu atît mai mare ca ΔK_c, cu cît α_g are o valoare mai mare și cu cît viteza w_{0n} este mai mică, adică cu cît debitul de aer scurs prin recuperator este mai mic.

În general, se consideră drept viteză nominală, viteza $w_{0n} = D_{an} S_a^{-1}$, corespunzătoare debitului nominal de aer D_{na}, la care se dimensionează recuperatorul.

Deoarece pentru același debit de aer D_{an} scurs, pentru creșterea de viteză Δw_{0x} într-un element de recuperator, corespunde aceeași scădere de viteză în alt element de recuperator și întrucît $\Delta K_s < \Delta K_c$, rezultă că datorită neuniformității vitezelor aerului, valoarea medie a coeficientului global de transmiterea căldurii se micșorează.

Uneori este posibil, ca prin creșterea vitezei aerului în unele elemente, să se treacă de la regimul de scurgere laminar la regimul turbulent. Se obține astfel o creștere importantă a coeficientului α_a, ceea ce poate conduce chiar la creșterea coeficientului K față de valoarea obținută, efectuînd calculul pentru viteza w_{0n}.

Un caz mai defavorabil apare atunci cînd recuperatorul este dimensionat pentru scurgerea în regim turbulent și datorită apariției fenomenului de neuniformitate a vitezelor aerului, unele elemente de recuperator funcționează în regim laminar.

De aceea, teoretic, numai la un recuperator dimensionat pentru funcționarea în regim turbulent se poate considera sigur că neuniformitatea repartiției debitelor conduce la scăderea coeficientului K.

Astfel se reduce eficiența termică a recuperatorului, deoarece, prin scăderea coeficientului K, se micșorează temperatura finală de preîncălzire a aerului și căldura utilă cedată aerului.

Micșorarea vitezei w_0 datorită creșterii temperaturii aerului preîncălzit în elementele solicitate termic intens, determinînd și scăderea raportului α_a/α_g, poate conduce la creșterea exagerată a temperaturii peretelui. Deci, tendința de supraîncălzire a peretelui este astfel accentuată în acest caz, deoarece creșterea temperaturii aerului preîncălzit antrenează și scăderea coeficientului α_a.

4. CERCETĂRI EXPERIMENTALE

Pentru confirmarea dezvoltărilor teoretice prezentate, cît şi pentru obţinerea de date cantitative s-au efectuat o serie de experimentări pe un preîncălzitor de aer din plăci. Din figura 3 rezultă instalaţia experimentală, care constă din următoarele părţi principale :

— preîncălzitorul de aer din plăci de oţel refractar ;

— focarul, care refulează gazele de ardere fierbinţi ce intră în preîncălzitor ;

— arzătorul de gaze naturale, aferent focarului ;

— coşul de fum care realizează tirajul preîncălzitorului cu focar independent.

Pentru efectuarea măsurătorilor s-au montat următoarele aparate :

— dispozitiv cu diafragmă pentru măsurat debitul de aer D_a ;

— dispozitiv cu diafragmă pentru măsurat debitul de combustibil ars în focar ;

— termocuplu Pt-Pt Rh pentru măsurat temperatura t'_g a gazelor de ardere care intră în preîncălzitor ;

— termocuplu Ni-Ni Cr pentru măsurat temperatura t''_g la evacuarea din preîncălzitor ;

— termocuplu Ni-Ni Cr şi termometru cu mercur pentru măsurat temperatura aerului preîncălzit t''_a ;

— termometru cu mercur, care măsura temperatura t'_a a aerului intrat în preîncălzitor ;

— aparat ORSAT pentru determinat compoziţia gazelor de ardere fierbinţi ;

— sondă pentru măsurat viteza aerului la intrarea în elementele preîncălzitorului ;

— micromanometru diferenţial cu scală de înclinare reglabilă pentru măsurat rezistenţa aerodinamică a recuperatorului ;

— micromanometru diferenţial pentru măsurat pierderea de presiune a preîncălzitorului pe traseul gazelor de ardere şi tirajul acestuia.

Principalele caracteristici geometrice ale preîncălzitorului de aer au fost următoarele :

— suprafaţa de încălzire $S = 73{,}5$ m² ;

— suprafaţa liberă pentru trecerea aerului $S_a = 0{,}052$ m² ;

— suprafaţa liberă pentru trecerea gazelor de ardere $S_g = 0{,}2183$ m² ;

— diametrele hidraulice pe partea aerului $d_{ha} = 4$ mm şi pe partea gazelor de ardere $d_{hg} = 5$ mm ;

— grosimea plăcilor preîncălzitorului $\delta = 2$ mm.

Deşi experimentările s-au efectuat la un număr mare de regimuri de funcţionare, în cele ce urmează se vor da numai o serie de rezultate caracteristice.

În figura 4 se prezintă variaţia coeficientului aerodinamic al preîncălzitorului ψ_{iz} la temperatura aerului $T_a = 300$°K, în funcţie de debitul de aer D_a, respectiv viteza w_0. Remarcăm faptul că pentru valori relativ mici ale vitezei w_0, coeficientul φ_{iz} are o scădere mai rapidă, care se atenuează pe măsură ce viteza w_0 creşte.

Această variație este conformă cu forma relației (6) stabilită teoretic, în care ψ_{iz} se micșorează cu creșterea debitului D_a, iar exponentul $n \cong 1$, deoarece practic scurgerea este laminară.

O bună aproximație față de punctele experimentale o dă relația stabilită analitic :

$$\psi_{iz} = 27{,}7 \cdot 10^{-9} + \frac{20{,}9 \cdot 10^{-6}}{D_a}, \qquad (17)$$

în care debitul D_a se exprimă în Nm^3/h, iar ψ_{iz} rezultă în $kgf \cdot h^2/m^8 \cdot °K$.

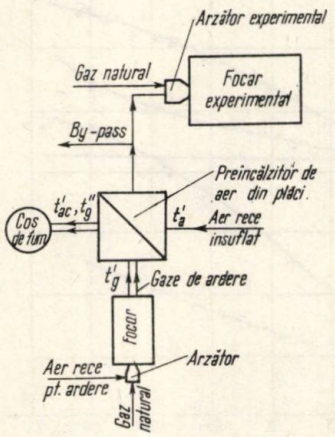


Fig. 3. — Preîncălzitorul de aer cu focar independent cu instalații anexe.

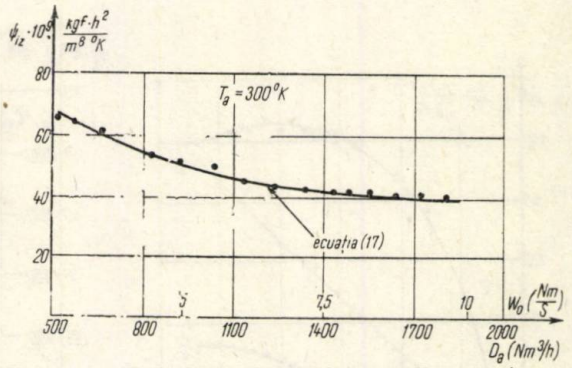


Fig. 4. — Variația coeficientului aerodinamic ψ_{iz} cu debitul D_a, la temperatura $T_a = 300°K$.

Pentru debitul de aer $D_a = 564$ Nm^3/h corespunzător vitezei convenționale *) $w_0 = 3$ Nm/s, în figura 5 s-au trasat curbele de variație a coeficientului ψ_n pentru două moduri de încălzire a aerului și a coeficientului aerodinamic ideal ψ_0, în funcție de temperatura medie a aerului preîncălzit t_m.

La curba *1* încălzirea s-a făcut cu gaze de ardere care cedează căldură scăldînd plăcile cu viteza $w_g = 0{,}5$ Nm/s, temperatura gazelor la intrarea în preîncălzitor t'_g variind după curba *1'*.

La curba *2* încălzirea s-a făcut cu aerul folosit pentru arderea combustibilului în ciclul de încălzire, care primea căldura de la pereții calzi ai focarului, astfel încît își micșora temperatura după curba *2'*, pe măsură ce trecea timpul.

Ridicîndu-se cîmpul de viteze pe axul de simetrie vertical, la intrarea în plăcile preîncălzitorului, s-a constatat o neuniformitate mai mare în cazul 1 (curba *1*), față de cazul 2 (curba *2*). După cum se remarcă din figura 5 și pierderile de presiune evidențiate prin curbele de variație a coeficienților ψ_n diferă sensibil, scăzînd pe măsură ce cîmpul de viteze tinde să se uniformizeze. Cazul ideal, nerealizabil în practică, cînd vitezele

*) Rezultă din relația (4).

aerului ar fi egale, este dat de curba de variaţie a coeficientului ψ_0. Prin calcule, folosind relaţia (10), s-a obţinut

$$\psi_0 = 18{,}47 \cdot 10^{-9} + 2{,}769 \cdot 10^{-6} \frac{1}{T_m} + 268 \cdot 10^{-9} \frac{T_m^{0{,}76}}{D_a}. \qquad (18)$$

Se constată astfel, că pentru variaţia temperaturii $t_m = T_m - 273 = 50 - 200°C$, în cazul 1 creşterea procentuală a coeficientului ψ_n faţă

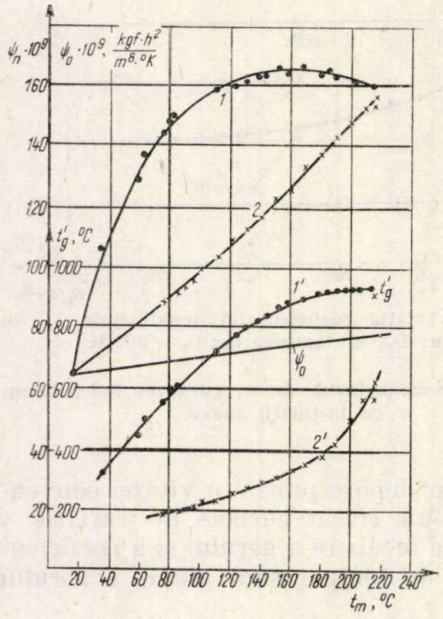


Fig. 5. — Variaţia coeficienţilor aerodinamici ψ_n, respectiv ψ_0, şi a temperaturilor t'_g, pentru $w_0 = 3$ Nm/s.

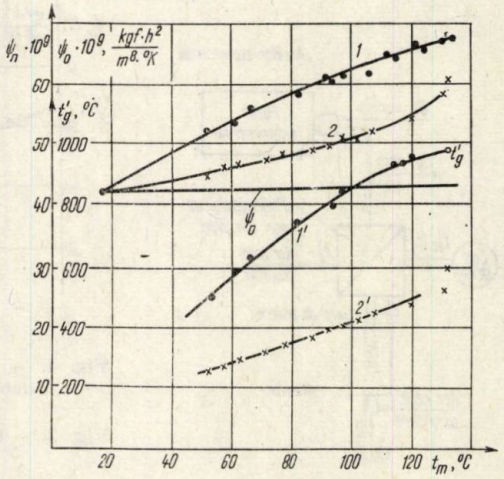


Fig. 6. — Variaţia coeficienţilor aerodinamici ψ_n, respectiv ψ_0 şi a temperaturilor t'_g pentru $w_0 = 8$ Nm/h.

de ψ_n este de la 71,6% pînă la 114,3%, iar în cazul 2, de la 14,9% pînă la 93,5%. De aceea, calculul rezistenţei aerodinamice a preîncălzitorului, considerînd repartiţia uniformă a aerului în secţiunile de trecere ale acestuia, poate conduce la importante erori.

În figura 6 se prezintă rezultate experimentale similare ca în figura 5, care au fost obţinute pentru debitul de aer $D_a = 1490$ Nm³/h, corespunzător la viteza convenţională $w_0 = 8$ Nm/s şi $w_g = 0{,}6$ Nm/s. Experimental s-a constatat că neuniformitatea cîmpului de viteze este mai mică decît anterior, însă totuşi diferenţele dintre ψ_n şi ψ_0 se menţin la valori apreciabile.

Astfel, pentru variaţia temperaturii medii a aerului $t_m = 50 - 120°C$, în cazul 1 creşterea procentuală a coeficientului ψ_n faţă ψ_0 a fost de la 22,6% pînă la 55,3%, iar în cazul 2 de la 6% pînă la 27,1%.

Remarcăm astfel că prin creșterea debitului de aer preîncălzit apare tendința de uniformizare a cîmpului de viteze din preîncălzitor, care determină și scăderea diferențelor dintre rezistența aerodinamică reală Δp_r și cea calculată Δp. Scăderea temperaturii agentului care cedează căldură în preîncălzitor, micșorează neuniformitatea repartiției aerului, însă, în același timp, reduce temperatura de preîncălzire.

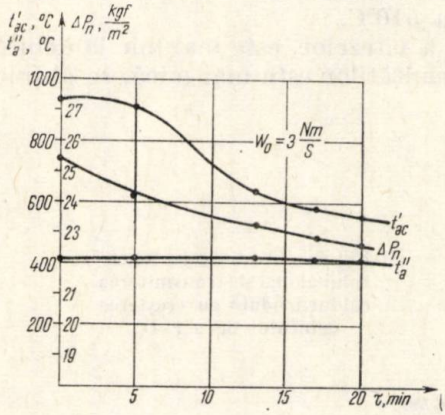


Fig. 7. — Creșterea temperaturii de preîncălzire t''_a datorită micșorării neuniformității repartiției aerului.

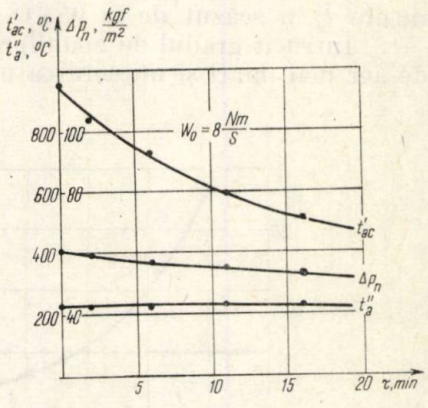


Fig. 8. — Menținerea constantă a temperaturii t''_a datorită micșorării neuniformității repartiției aerului.

Pentru a pune în evidență că scăderea neuniformității repartiției aerului îmbunătățește transferul util de căldură, s-au efectuat o serie de experimentări, dintre care în figurile 7 și 8 se dau cîteva rezultate caracteristice.

Experimentările s-au efectuat după cum urmează : s-a pus în funcțiune arzătorul preîncălzitorului pînă cînd, în mod practic, nu mai varia temperatura aerului preîncălzit t''_a ; s-a oprit apoi admisia combustibilului gazos la arzător, vehiculînd prin preîncălzitor doar aerul folosit la ardere, care, preluînd căldură de la pereții încălziți ai focarului, se răcea treptat.

Din figura 7 rezultă că la funcționarea cu viteza convențională $w_0 = 3$ Nm/s, după cinci minute de la oprirea focului temperatura aerului preîncălzit a crescut de la 410°C pînă la 415°C. Această temperatură s-a menținut 8 minute, după care în patru minute a revenit la valoarea inițială de 410°C, cînd temperatura aerului încălzit $t'_{ac} = 570$°C.

În consecință, timp de circa 17 minute, deși temperatura t'_{ac} s-a micșorat cu 360°C, temperatura t''_a nu a scăzut sub valoarea inițială de 410°C, ceea ce este explicabil prin micșorarea neuniformității repartiției aerului. Tot datorită acestui fenomen se micșorează treptat și rezistența aerodinamică a preîncălzitorului.

Astfel, o parte tot mai mare din debitul de aer D_a scaldă suprafețele de încălzire cele mai fierbinți ale preîncălzitorului. Prin acestea se cedează căldura acumulată în masa metalică, datorită intensificării transmiterii căldurii de la pereții metalici la aerul preîncălzit. Ca atare,

se obține creșterea debitului de căldură utilă, deși căldura cedată de agentul de încălzire se micșorează sensibil.

În figura 8 se prezintă rezultatele pentru $w_0 = 8$ Nm/s, adică pentru cazul cînd debitul de aer D_a are o valoare mult mai mare, ca în cazul anterior. Se constată astfel, în mod similar, că datorită micșorării neuniformității cîmpului de viteze, timp de circa 16 minute temperatura t'_a se menține la valoarea practic constantă de 230°C, deși temperatura t'_{a^*} a scăzut de la 955°C pînă la 510°C.

Întrucît gradul de neuniformitate a vitezelor este mai mic la debite de aer mai mari și micșorarea neuniformităților este mai mică, se obține

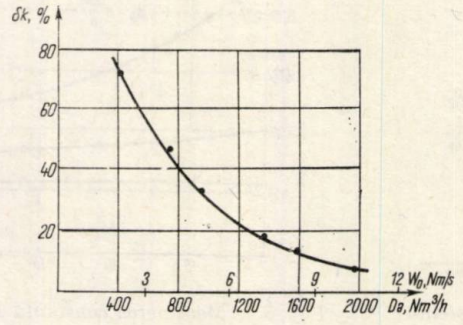


Fig. 9. — Creșterea coeficientului global de transmiterea căldurii odată cu creșterea debitului de aer D_a.

o scădere mai lentă a rezistenței aerodinamice Δp_n, iar debitul de căldură utilă nu se mărește ca în cazul anterior.

Evidențierea efectului termic favorabil datorită scăderii neuniformității vitezelor aerului o dată cu creșterea debitului D_a, apare și în figura 9.

Astfel, se constată că pentru același schimb de căldură de la gazele de ardere la perete, caracterizat prin $t'_g = 840$°C și $w_g = 0{,}74$ Nm/s, diferența dintre valorile coeficientului global de transmitere a căldurii calculat, K_{cal}, și obținut experimental, K_{ex}, ca valoare medie, se micșorează treptat o dată cu creșterea debitului de aer D_a.

Coeficientul K_{cal} s-a calculat în ipoteza că vitezele aerului sînt identice în toate elementele preîncălzitorului, adică situîndu-se în cazul ideal.

Din figura 9 rezultă că mărimea caracteristică, $\delta K = \dfrac{K_{cal} - K_{ex}}{K_{cal}} 100$, scade de la 72% pînă la 8%, pentru micșorarea debitului D_a de la 426 Nm³/h pînă la 1973 Nm³/h.

5. CONCLUZII

Încălzirea neuniformă a elementelor de recuperator, montate în paralel, determină repartiția neuniformă a debitelor de aer vehiculate prin acestea. Această neuniformitate apare, în special, datorită faptului că gazele de ardere, care scaldă transversal elementele, își micșorează treptat temperatura pe măsură ce se deplasează spre coș, astfel că cedează mai multă căldură elementelor situate în zona de temperaturi ridicate.

Efectele energetice ale acestui fenomen sînt creșterea rezistenței aerodinamice a recuperatorului și de cele mai multe ori micșorarea debitului de căldură cedat aerului care se preîncălzește.

De asemenea, la elementele suprasolicitate termic apare pericolul depășirii temperaturii admisibile a materialului din care este construit peretele recuperatorului, ca o consecință a micșorării excesive a debitului de aer vehiculat prin acestea și a creșterii temperaturii acestuia.

Efectele dăunătoare ale repartiției neuniforme a aerului refulat în recuperator se atenuează treptat, pe măsură ce se mărește debitul. De asemenea, aceste efecte se atenuează, cu cît are valori mai mici coeficientul de transmitere a căldurii de la gazele de ardere la peretele recuperatorului.

La aceleași condiții exterioare de transmitere a căldurii, neuniformitatea repartiției debitelor de aer este cu atît mai mare, cu cît este mai mare raportul dintre pierderile de presiune prin frecări și pierderile de presiune locale din fiecare element de recuperator.

Amplasarea unor pereți de ghidaj, profilați corespunzător în cutia de admisie a recuperatoarelor din plăci, are o influență mult mai redusă asupra repartiției uniforme a debitului de aer, ca la alte tipuri de recuperatoare construite din elemente montate în paralel. Experimentările au arătat că în această situație se impune ca o măsură rațională, numai creșterea vitezei aerului. În cazul cercetat se recomandă ca viteza aerului să fie $w_0 = 9-10$ Nm/s, pentru a avea certitudinea că prin calcul se obține o aproximație acceptabilă față de realitate. La alte tipuri de recuperatoare, reglajul repartiției debitelor prin plasarea de diafragme, conducînd la o importantă creștere a rezistenței aerodinamice, trebuie să se facă numai în cazuri extreme.

Dacă plăcile preîncălzitorului sînt din oțel refractar și se supradimensionează suprafața de încălzire, funcționarea cu o mare neuniformitate a vitezelor aerului permite transformarea parțială a preîncălzitorului și într-un acumulator de căldură. Astfel, prin micșorarea neuniformității vitezelor aerului datorită creșterii debitului de aer insuflat, pentru un anumit interval de timp, se pot obține temperaturi de preîncălzire sensibil sporite față de funcționarea normală.

BIBLIOGRAFIE

1. W. M. Keys, A. L. London, *Compact heat exchangers*, New York, McGraw-Hill Book Company, 1959.
2. V. V. Ghia, *Récupérateurs et régénérateurs de chaleur*, Paris, Eyrolles, 1970.
3. H. Hansen, *Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom*, Springer-Verlag, 1971.
4. L. G. Gelfenbein, *Regeneratorî gazoturbinnîh ustanovok*, Moskva, Maşghiz, 1963.

METODĂ DE MODELARE A SISTEMELOR TERMOENERGETICE COMPLEXE

DE

N. DĂNILĂ, I. GRIGORIU

536.24 : 621.039

Sistemele termoenergetice complexe se modelează ca sisteme cibernetice cu legături complexe prin ecuaţiile de funcţionare deduse din analiza exergetică. Graful exergetic permite scrierea ecuaţiilor matriciale bazate pe teoremele lui Kirchoff aplicate fluxurilor de exergie. Cu ajutorul lor se poate optimiza valorificarea resurselor energetice secundare care se comportă stohastic.

În studiile de optimizare a sistemelor termoenergetice complexe, acestea apar ca sisteme cibernetice cu legături multiple, atunci cînd se urmăreşte exploatarea lor optimală, din punct de vedere al apelului minim la resurse energetice primare.

Astfel de sisteme termoenergetice complexe, pot fi de exemplu centralele electrice de termoficare nucleare şi clasice, împreună cu consumatorii lor de energie electrică şi căldură sau orice sistem de sursă şi consumatori de energie.

Există o cooperare între surse şi consumatori care impune analiza acestor sisteme ca sisteme de transmitere a unor semnale cu conexiune inversă. Semnalele respective reprezintă regimurile sistemelor de producţie şi a sistemelor termoenergetice aferente care au fiecare strategia proprie şi trebuiesc analizate ca sisteme automate aleatorii care evoluiază sub acţiunea unei familii de stimuli.

1. MODELAREA EXERGETICĂ A SISTEMELOR TERMOENERGETICE

Sistemele termoenergetice sînt sisteme complexe caracterizate prin ecuaţiile lor de funcţionare.

Aceste sisteme trebuiesc analizate şi sintetizate periodic pentru a se determina structura optimă sau starea (regimul) optim.

Ecuaţiile de funcţionare se pot rezolva cu ajutorul calculatoarelor electronice dacă se cunoaşte algoritmul adică regulele şi ordinea în care se fac calculele.

St. cerc. energ. electr., 22, nr. 2, p. 289–297, 1972

Metodele topologice şi matriciale specifice determinării regimului optim a sistemelor electro-energetice se pot aplica sistemelor termoenergetice dacă în afara analizei energetice se face şi o analiză exergetică a acestor sisteme.

Platformele industriale şi centrele urbane din vecinătatea lor se comportă ca sisteme de producţie dinamice care evoluează în timp şi se comportă aleatoriu.

Plecînd de la analiza bilanţurilor de materiale şi a bilanţurilor termice specifice fiecărui proces tehnologic se poate elabora pentru fiecare platformă, la fiecare etapă de dezvoltare, un graf de semnal care cuprinde toate informaţiile tehnico-economice necesare determinării regimului optim din punctul de vedere a unei funcţii obiectiv.

Avînd în vedere faptul că resursele energetice primare sînt limitate, se impune aflarea regimului optim în cazul cînd apelul la resursele energetice primare este minim.

Pentru minimizarea apelului la resursele energetice primare este necesar să se valorifice la maxim resursele energetice secundare în cadrul procesului de răcire şi termoficare industrială.

Răcirea în cadrul agregatelor energotehnologice trebuie să se facă astfel încît simultan cu obţinerea procesului de transformare dorit să se obţină o formă de energie cu nivel exergeric cît mai ridicat pentru a se putea ulterior în cadrul procesului de termoficare să se obţină după nevoie energia electrică şi energia termică, cerute de acţionarea echipamentului sau de realizarea unor procese tehnologice endoterme.

Făcînd calculul exergiei totale pe care o primeşte platforma industrială sub formă de materii prime, combustibil tehnologic, combustibil energetic şi energie electrică, apare utilă urmărirea în cadrul grafului echivalent a modului de transformare a energiei în anergie, în diferite puncte şi pe ansamblul sistemului.

Graful exergetic este o mulţime disjunctă de noduri şi arce între care se stabileşte o corespondenţă — atunci cînd se orientează.

În cadrul grafului exergetic se determină un număr de arburi compleţi iar matricea de incidenţă dă toate informaţiile privind caracteristicile topologice.

Este utilă stabilirea unui nod de referinţă, care în cazul analizat este bine să fie nivelul exergetic al condensatorului turbinei de termoficare cu condensaţie şi priză.

Graful este o schemă de conexiuni a elementelor active şi pasive care condiţionează fluxurile şi nivelele de exergie şi prin aceasta relaţiile topologice şi funcţionale.

Prin transformările topologice a schemelor tehnologice, schemelor termice şi a grafelor echivalente se obţine un model exergetic bazat pe circuite elementare şi circuite primitive a căror ecuaţii matriciale se utilizează în cadrul algoritmului de programare pe maşini de calcul.

În figură se arată schematic circuitul elementar exergetic care stă la baza schemelor echivalente sistemelor termoenergetice şi care se pot simula în două moduri :

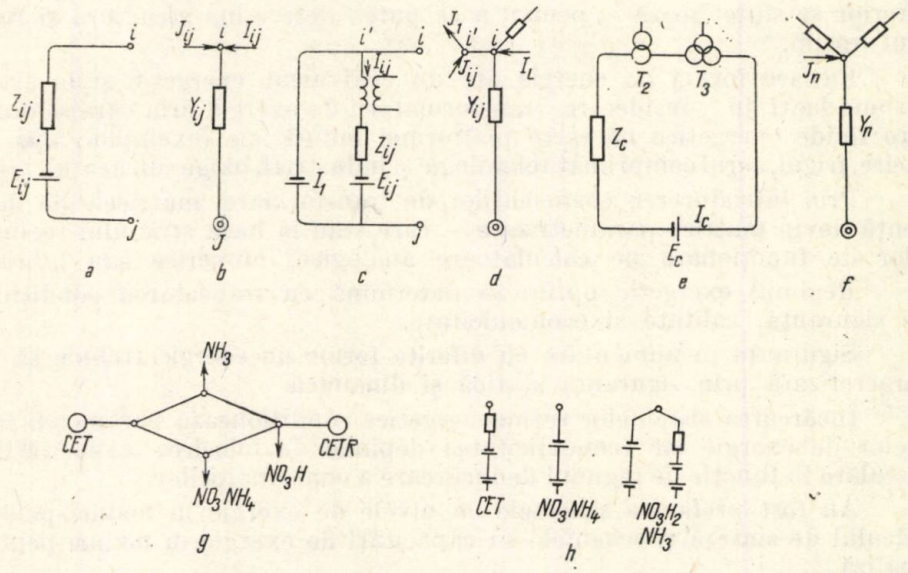
a) simularea prin transmitanţă faţă de energie,

b) simularea prin admitanţă faţă de exergie.

Ecuațiile funcționale ale circuitelor elementare se pot scrie în cele două ipoteze prin ecuațiile matriciale de forma :

$$\{Z\} \cdot \{I\} = \{V\} + \{E\},$$

$$\{Y\} \cdot \{V\} = \{I\} + \{J\},$$



Reprezentarea laturilor în graful termoenergetic.

unde :

Z este impedanța proprie ;
E — nivelul de exergie a agregatului energotehnologic ;
I — refluxul de exergie în circuitul elementar ;
V — nivelul de exergie la nodurile circuitului elementar ;
Y — admitanța proprie față de energie ;
J — fluxul de exergie injectat în nod.

Se observă posibilitatea și necesitatea adaptării unui nod de referință exergetic față de care se măsoară nivelele exergetice a tuturor nodurilor și care se ia de obicei nivelul de exergie a condensatorului turbinelor. Cu ajutorul acestei convenții laturile și arcele exergetice devin orientate în cadrul grafului.

Rezolvarea sistemelor liniare se bazează pe calculul matricei inverse cu ajutorul metodei Cramer, metodei de eliminare prin reducerea și substituția, sau metoda eliminării ordonate.

Analiza sistemelor termoenergetice are drept scop identificarea elementelor active și pasive inclusiv determinarea caracteristicilor exergetice care pot fi liniare sau neliniare.

Sursele și consumatorii de exergie formează rețeaua activă care este de formă radială pe cînd rețelele de distribuție și transformatorii de exergie

formează o rețea pasivă buclată compusă din laturi transversale și longitudinale.

Teoretic rețelele active sînt neliniare pe cînd rețelele pasive sînt liniare.

Fiecare rețea se poate extinde prin adăugarea unor elemente pasive și active — de aceea este utilă elaborarea subgrafelor pentru diferiți consumatori, centrale electrice de termoficare și sistem electro-energetic, care ulterior se sintetizează — pentru a se putea determina structura și regimul optim.

Fiecare formă de energie are un echivalent exergetic și de aceea trebuie luați în considerare transformatorii de exergie prin care se obțin alte fluide energetice necesare platformei industriale (exemplu : apa de răcire, frigul, aerul comprimat tehnologic și industrial, oxigenul, azotul, etc.).

Prin introducerea coeficienților de transformare, matricele de incidență devin matrice parametrizate — care stau la baza studiului regimurilor de funcționare pe calculatoare analogice, numerice sau hibride.

Regimul exergetic optim se determină cu respectarea condițiilor de siguranță, calitate și economicitate.

Siguranța în alimentare cu diferite forme de energie trebuie să fie caracterizată prin siguranța statică și dinamică.

Încărcarea sistemelor termoenergetice condiționează parametrii formelor de energie iar economicitatea depinde de folosirea capacităților instalate în funcție de regimul de încărcare a consumatorilor.

Au fost preferate schemele cu nivele de exergie în noduri pentru calculul de sinteză și schemele cu capacități de exergie în noduri pentru analiză.

La baza analizei exergetice a stat graficele de sarcină ale consumatorilor și sistemului.

Consumurile de energie primară pentru acoperirea graficului de sarcină au fost analizate ca consumuri fixe și consumuri variabile deduse din următoarele caracteristici :

a) consumul specific de exergie ;

b) creșterea relativă de exergie.

Instalațiile termoenergetice industriale au o caracteristică universală iar repartiția economică a sarcinilor se face aplicînd condițiile de optimizare cu factori de penalizare.

Analizînd fluxurile maxime și secțiunile minime ale sistemului termoenergetic — care este o rețea orientată de la sursă la consumator este posibilă adoptarea unei decizii pe bază de reacție. Se fixează o funcție obiectiv plecînd de la consumul de exergie și anergie a fiecărui proces tehnologic și de aceia este necesară rezolvarea problemelor de programare optimă cu ajutorul funcției lui Lagrange, la care variabilele x_i sînt resursele energetice mobilizate pentru realizarea scopurilor tehnologice în condițiile unor multiplicatori λ_i dați. În fiecare caz studiat se scriu ecuațiile de echilibru plecînd de la limita energetică și de la limita valorică.

Multiplicatorii lui Lagrange se determină cu ajutorul calculului marginal și a calculului variațional.

2. CARACTERIZAREA SISTEMELOR TERMOENERGETICE

Sistemele de producție alimentate cu energie electrică și termică realizează transformări cu ajutorul operațiilor și proceselor tip.

Metodele statistico matematice permit determinarea legăturii care există între procesul de producție și utilizarea diferitelor forme de energie — sub aspectele calitative și cantitative.

Pentru proiectarea și exploatarea sistemelor termoenergetice industriale a fost necesară determinarea intensității legăturii dintre producție și consum de energie, direcția legăturii cînd se valorifică resurse energetice secundare și gradul de influență a diferiților factori.

La baza acestei cercetări stă analiza exergetică și analiza economică a procesului de producere și consum a diferitelor forme de energie — cu ajutorul matricelor de corelație.

Seriile dinamice relevă structura internă a fenomenului de termoficare industrială variabil în timp, evidențiind influența trecutului asupra stării prezente.

Folosirea diferitelor forme de energie în proporții date specifice procesului de producție, indică posibilitatea reprezentării prin matricea coeficienților energetici a_{ij} și prin vectorul nivelelor de producție x a nivelului de solicitare totală a resurselor de energie primară.

Legăturile dintre activitatea de producție și solicitarea resurselor energetice se poate aproxima cu ajutorul funcțiilor de tip COBB—DOUGLAS.

Sistemele de producție sînt în ultimă esență conexiuni de elemente eterogene care se comportă aleatoriu și care se pot asimila ca procese stohastice de tip Markov.

Elementul de bază în schemele termoenergetice îl constituie agregatul energotehnologic în care se produc reacții exoterme și endoterme.

Producerea și consumarea simultană a diferitelor forme de energie, impune caracterizarea procesului tehnologic în ansamblul lui cu ajutorul indicelui de termoficare specific y — care condiționează structura centralei electrice de termoficare care deservește platforma industrială.

Analiza exergetică a sistemelor de termoficare se face folosind următoarele elemente :

a) schema bloc,
b) graful de semnal,
c) graful de activitate.

Trecînd de la schema termică și schema tehnologică specifice proceselor de transformare a energiei și materiei la blocuri funcționale se pot determina relațiile funcționale dintre mărimile de intrare și ieșire.

Aceste grafuri, care rezultă din interconectarea blocurilor funcționale sînt caracterizate prin funcția de transfer generală — care în cazul existenței unui sistem de ecuații liniare, exprimă relațiile cantitative esențiale.

Topologia grafului echivalent sistemului de producție și a sistemului termoenergetic dă o reprezentare grafică a relațiilor dintre variabilele independente.

Ideea de bază a grafului de semnal este transmitanța față de exergie a arcului orientat care se poate trasa între două noduri.

Agregatele energo tehnologice se comportă în cadrul platformelor industriale ca surse de entropie — care pot fi caracterizate prin suma gradientelor mărimilor intensive şi viteza de variaţie a mărimilor extensive.

Analiza proceselor ireversibile care au loc în agregatele energo tehnologice se face cu ajutorul forţelor termodinamice şi a fluxurilor termodinamice.

Coeficienţii fenomenologici sînt coeficienţi de proporţionalitate dintre forţele termodinamice şi fluxurile termodinamice.

Plecînd de la studiile lui Z. Rant se poate considera o creştere a entropiei ca o scădere a exergiei care reprezintă capacitatea de transformare a căldurii în lucru mecanic.

În cadrul proceselor industriale are loc transformarea ireversibilă a exergiei în anergie şi de aceia ele trebuie să fie analizate şi caracterizate prin coeficientul exergetic, randamentul exergetic şi gradul de pierdere a exergiei.

Analiza exergetică se poate aplica întregului sistem termoenergetic de producere şi consum a diferitelor forme de energie pentru a se putea aprecia eficienţa proceselor combinate, amplasamentul optim a surselor faţă de consumatori, etc.

Fiecare nod are o valoare exergetică şi este utilă analiza transmitanţei de la nodul de origină care reprezintă sursa de energie primară spre nodul final care reprezintă mediul ambiant cu nivel exergetic nul.

În cadrul grafului se identifică bucle simple şi bucle cu reacţie similar ca în sistemele electro-energetice.

Platformele industriale complexe, au pe partea termoenergetică un număr de ecuaţii funcţionale similare cu cele ale sistemelor electroenergetice mari.

Se poate determina un algoritm pentru scrierea şi rezolvarea ecuaţiilor de funcţionare, care se programează pe maşinile electronice de calcul după ce s-a făcut analiza şi sinteza sistemului termoenergetic cu ajutorul metodelor topologice şi matriciale.

Matricea de incidenţă conţine toate informaţiile referitoare la caracteristicile topologice ale unui graf care modelează un sistem termoenergetic.

Din matricea de incidenţă se deduce matricea redusă după ce se alege un nod de referinţă a grafului.

Aplicînd analiza exergetică sistemelor termoenergetice se evidenţiază aspectul de nivel exergetic echivalent potenţialului şi deci se pot aplica teoremele lui Kirchoff fluxurilor de exergie.

Relaţiile matriciale obţinute din asocierea matricei de incidenţă cu fluxurile de exergie şi cu nivelele de exergie — permit să se deducă matricele auxiliare specifice acestui tip de analiză :

a) matricea laturilor cu cicluri independente,
b) matricea laturilor cu secţionare independentă,
c) matricea complimentară.

Ecuaţiile topologice ale sistemelor de termoficare se asociază cu ecuaţiile exergetice care caracterizează fiecare latură a sistemului termoenergetic pentru a se determina mărimile de stare exergetică prin una din următoarele metode :

a) metoda potenţialurilor la noduri,

b) metoda curenţilor ciclici,

c) metoda perechilor de noduri.

Folosind relaţiile topologice între mărimile de stare exergetică şi relaţiile funcţionale se pot face transformări ale ecuaţiilor de structură pentru a obţine schema echivalentă.

3. OPTIMIZAREA SCHEMELOR TERMOENERGETICE

Gospodărirea raţională a resurselor energetice primare se poate asigura prin aplicarea în proiectare şi exploatare a teoriei programării resurselor după cuantificarea funcţiei scop şi a mijloacelor de acţiune.

În termoenergetică, programarea implică aflarea valorilor variabilelor care face minimă funcţia obiectiv (apelul la resursele energetice primare) îndeplinind totodată condiţiile auxiliare prezentate sub forma ecuaţiilor de echilibru şi condiţiile de negativitate.

Este necesară precizarea domeniului soluţiilor admisibile prin aflarea ansamblului de valori a variabilelor pentru care sînt îndeplinite condiţiile de echilibru şi condiţiile de nenegativitate. Totalitatea valorilor prescrise resurselor mobilizate reprezintă un program care se poate considera un punct într-un spaţiu euclidian de n-dimensiuni.

Pentru sistemele energetice care deservesc sistemele de producţie apare interesantă studierea a două variabile exergia şi anergia necesară la o anumită structură şi intensitate de utilizare a sistemului de producţie, definite univoc prin funcţia de producţie.

Extremul unei funcţiuni de mai multe variabile, se poate afla în cazul cînd se cere respectarea unor restricţii şi a condiţiilor de negativitate prin metoda multiplicatorilor nedeterminaţi a lui Lagrange.

În cazul analizat se poate determina cu această metodă o funcţie U a consumurilor totale de energie care să fie minimă şi care să depindă de valorile χ_i a multiplicatorilor şi de valorile x_i a resurselor energetice mobilizate (exergie şi anergie).

Cu ajutorul funcţiei U a consumurilor totale de energie se pot rezolva două categorii de probleme :

a) determinarea producţiei maxime la o mobilizare dată a resurselor energetice,

b) determinarea consumului minim de energie pentru un grad de solicitare a capacităţii de producţie.

Funcţia U creşte pe măsură ce se depăşesc condiţiile de echilibru, deci poate da indicaţii privind risipa de energie şi rezerva de capacitate.

Analiza cazurilor cînd se poate folosi energie termică sau energie electrică pentru procesul tehnologic respectiv se poate face cu ajutorul creşterii marginale a funcţiei de consum — şi mai precis prin calculul creşterii marginale a substituţiei.

Energia electrică este considerată ca fiind o formă pură de exergie fiindcă se poate transforma integral în energie mecanică pe cînd energia termică sub formă de combustibil, materie primă sau abur are întotdeauna un caracter complex, întrucît se poate deosebi o componentă exergetică şi alta anergetică.

Tehnologiile moderne folosesc materii prime, combustibili tehnologici, abur şi energie electrică cu preţuri care depind de modul de a obţine şi capacitatea instalată.

Scrierea unei funcţii generalizate a consumului de energie se bazează pe suma ponderată a ecuaţiilor de echilibru, folosind multiplicatorii lui Lagrange χ_i la compararea diferitelor forme de energie care au valoare energetică diferită.

Aplicînd metoda programării liniare se poate stabili şi ordinea în care trebuie utilizate diferitele forme de energie pentru a se obţine o creştere cît mai rapidă a funcţiei obiectiv. Aplicînd metoda duală se poate evalua importanţa formelor de energie în cadrul unui program energetic optim.

Plecînd de la coeficienţii energetici care exprimă consumul diferitelor forme de energie pe o unitate de produs, sub formă de matrice energetică a tehnicei de producţie, se poate stabili cantitatea de energie primară ce trebuie folosită pentru a se realiza diferitele cantităţi din produsele respective.

Această problemă este foarte importantă, atunci cînd există în CET o stare de avarie şi trebuie aflat sortimentul optim de produse ce se pot obţine pe platforma industrială, folosind o cantitate disponibilă de energie sau exergie.

Considerînd procesele tehnologice ca procese de transformare a exergiei în anergie se pot scrie funcţii de transformare care reprezentate grafic permit optimizarea produsului unicat care folosesc mai multe forme de energie sau a producţiei complexe care apelează la o formă de energie.

Contopind matricele tehnologice şi matricele energetice în matricea globală se obţine un instrument util la calculul indicatorilor tehnico-economici şi a ratei marginale de substituţie.

În cazul cînd există resurse energetice secundare care se valorifică prin termoficare se impune analiza input output în care se trec ecuaţiile de echilibru a produselor şi formelor de energie.

Folosirea mai multor resurse de energie (CET, CTE, centrale hidroelectrice, centrale nuclearoelectrice, etc.) pentru alimentarea cu exergie şi anergie a sistemelor de producţie şi aglomeraţiilor urbane, ridică problema repartiţiei optime pe aceste surse. Soluţia se dovedeşte a fi optimă atunci cînd consumurile marginale sînt egale între ele şi egale cu valoarea multiplicatorului lui Lagrange.

Diferitele surse de energie trebuie să alimenteze sisteme de producţie, care se comportă aleatoriu avînd o repartiţie normală a funcţiei de densitate a probabilităţii.

Resursele energetice secundare valorificate prin termoficare industrială se comportă şi ele aleatoriu şi de aceea ele trebuiesc definite printr-o capacitate nominală şi o capacitate probabilă care este mai mică.

Diferenţa dintre capacitatea nominală şi capacitatea probabilă a resurselor energetice secundare trebuie să fie acoperită din alte surse care apelează la resurse energetice primare — şi deci cu altă pondere în balanţa energetică locală sau naţională.

Pentru analiza cantitativă a comportării aleatorii a surselor de energie se trasează curbe de corelaţie între consumul de energie şi riscul asumat cu privire la o întrerupere în alimentarea cu energie.

Aceste calcule variaţionale se efectuează pe baza funcţiei dinamice de producţie şi a funcţiei consumurilor energetice de producţie.

Consumurile de energie pentru un produs se reprezintă de obicei, cu destulă precizie cu ajutorul polinoamelor de gradul doi.

În cazul că nu se pot determina coeficienţii acestor polinoame se aplică teoria jocurilor strategice sub forma jocurilor contra naturii luînd decizii faţă de diferitele stări ale sistemelor de producţie.

Fundamentarea deciziilor în jocul contra naturii se face folosind criteriul Savage în cadrul matricei regretului minim.

O METODĂ DE PRELUCRARE A DATELOR DE BANC ÎN VEDEREA APRECIERII PERFORMANŢELOR MOTOARELOR CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE

DE

N. STOICA

621.43.044 : 621.434

În lucrare se prezintă o metodă de prelucrare a datelor de banc în vederea aprecierii performanţelor motoarelor cu aprindere prin scînteie la limita regimurilor normale de funcţionare şi în domeniul regimurilor anormale de funcţionare.

Camerele de ardere sînt elemente ce intervin în buna comportare a motoarelor ele determinînd performanţele, economicitatea, caracteristica de mers liniştit şi funcţionarea în regim de ardere anormală a motorului.

Ţinînd seama de un ansamblu de aspecte atît de complexe este evident că stabilirea camerei de ardere pentru un motor dat nu poate fi decît rezultatul unui număr mare de experienţe şi încercări.

Cînd ne aflăm însă în faţa datelor experimentale obţinute de la diferite camere încercate trebuie stabilită o metodologie pentru compararea acestor rezultate, deoarece experienţa personală ne-a arătat că simpla inspectare a diagramelor caracteristice de turaţie la plină sarcină şi la sarcini parţiale este insuficientă.

De aceea în lucrarea de faţă se propune o metodologie de prezentare a datelor experimentale obţinute la un banc normal de încercat motoare, metodologie care să permită precizarea domeniului normal de funcţionare a motorului şi trecerea motorului în regimul anormal.

1. DIAGRAME DE APRECIERE A PERFORMANŢELOR CAMERELOR DE ARDERE LA LIMITA REGIMURILOR NORMALE DE FUNCŢIONARE

Aceste grafice se referă la puterea efectivă maximă şi consumul specific minim efectiv de combustibil, ele sînt prezentate sub forma unor diagrame particulare şi se deduc din datele ridicate la banc.

Să considerăm că pentru o cameră oarecare avem ridicate diagramele caracteristice de turaţie $P_e - n$ şi $C_e - n$ la diverse avansuri fixe la declanşarea scînteii electrice, β_1, β_2, $\beta_3, \ldots$, β_n şi pentru dozaje fixe (exprimate prin coeficientul excesului de aer), α_1, α_2, $\alpha_3, \ldots$, α_n.

St. cerc. energ. electr.. tom. 22, nr. 2, p.299–303, 1972

Punctele graficului pot aparţine domeniului de regimuri normale sau celui de regimuri anormale de funcţionare a motorului.

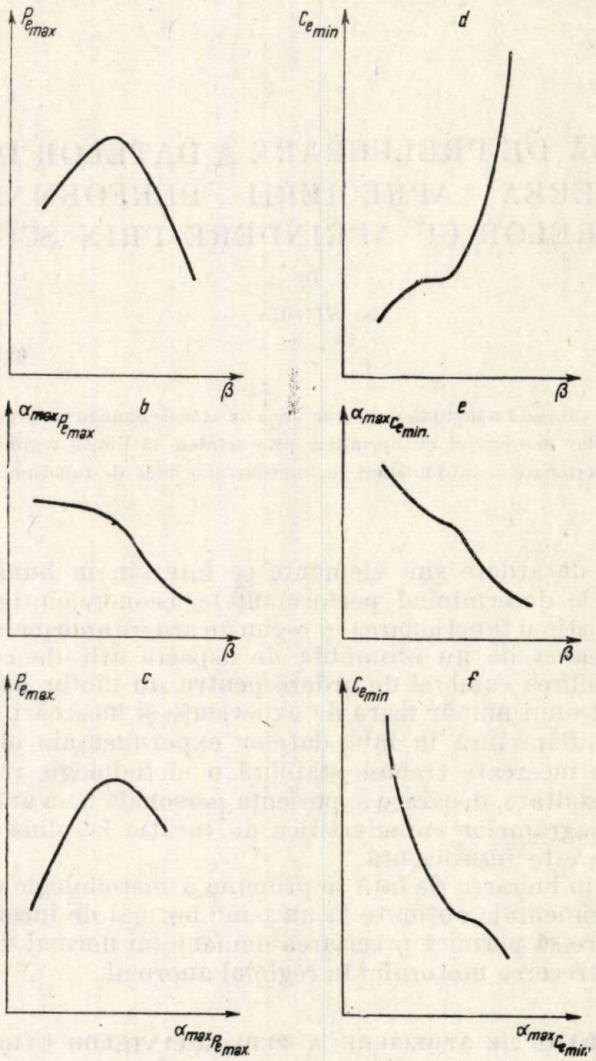


Fig. 1. — Diagrame pentru aprecierea performanţelor la limita regimurilor normale de funcţionare.

Luînd la fiecare β, valoarea puterii maxime, a consumului specific minim, precum şi respectiv a dozajelor, rezultă următoarele perechi de valori :

$$P_{e_{max}} - \beta\,; \quad \alpha_{max_{P_{e_{max}}}} - \beta\,; P_{e_{max}} - \alpha_{max_{P_{e_{max}}}}\,; \; c_{e_{min}} - \beta\,; \; \alpha_{max_{c_{e_{min}}}} - \beta\,;$$

$$C_{e_{min}} - \alpha_{max_{c_{e_{min}}}}$$

cu care se pot construi curbele din figura 1.

La ridicarea acestor grafice se folosesc performanțele maxime atinse de către motor, cu o benzină dată, în domeniul regimurilor normale de funcționare și deci curbele obținute reprezintă valori limită la turație variabilă în gama normală de lucru.

Graficele din figura 1 dau următoarele informații :

— Diagrama *a* indică puterile maxime ce se pot obține într-un regim normal de funcționare cu diverse valori ale avansului β la declanșarea scînteii electrice.

Se observă așa după cum se știe că există o valoare a lui β pentru care puterea este maximă.

Forma curbei poate preciza însăși destinația tipului de cameră analizată și totodată sensibilitatea la diverși combustibili. Cu cît curbura este mai accentuată cu atît camera este mai proastă.

— Diagrama *b* precizează valorile coeficientului excesului de aer, pentru puterile maxime ce corespund valorilor limită ale avansului β din diagrama *a*.

Deci această curbă arată cum trebuie să varieze β la limita regimului normal de funcționare pentru diverse valori α sau invers.

Se observă că pe măsură ce β crește, amestecul trebuie îmbogățit pentru a evita regimurile anormale de funcționare a motorului. Îmbogățirea dozajului peste o anumită limită conduce la înrăutățirea performanțelor motorului.

Tendința creșterii turației în construcția motoarelor cu ardere internă conduce la mărirea avansului β la declanșarea scînteii electrice în scopul păstrării pe ciclu a coincidenței între faza principală a arderii și zona de turbulență maximă.

Cu cît creșterea lui β reclamă mai puțină îmbogățire a dozajului cu atît camera respectivă sub aspectul performanțelor este mai convenabilă (asociind însă această constatare și cu cele privitoare la valoarea puterii maxime și a consumului specific minim).

Rezultă că diagrama *b* caracterizează direct o cameră de ardere : cu cît panta de coborîre a curbei este mai mică cu atît camera este mai bună din punct de vedere al economicității.

— Diagrama *c* indică valoarea coeficientului excesului de aer ce corespunde puterii maxime a motorului.

— Diagramele *d*, *e* și *f* au respectiv aceeași semnificație cu *a*, *b* și *c* însă ele se referă la consumul specific efectiv de combustibil.

Toate aceste diagrame caracterizează o cameră de ardere și sub aspectul sensibilității sale la variația lui α și β.

În plus ele precizează mărimea domeniului regimurilor normale de funcționare permit o mai bună comparare a camerelor de ardere, indică valoarea lui β de putere maximă și a lui β de consum specific minim, dînd astfel posibilitatea să se stabilească β optim (avansul care satisface simultan puterea maximă și consumul specific minim).

2. CRITERII DE APRECIERE ALE CAMERELOR DE ARDERE ÎN DOMENIUL REGIMURILOR DE FUNCȚIONARE ANORMALĂ

La funcționarea în regimuri anormale performanțele motorului se înrăutățesc și este important de știut mărimea acestui domeniu precum și măsura în care puterea și consumul sînt afectate.

În acest sens se introduc criteriile :

— raportul $\frac{n_i}{n_{max}}$ dintre turația n_i la care apar aprinderile secundare sau detonația și turația maximă, n_{max} ;

— raportul $\frac{n_f}{n_{max}}$ dintre turația n_f la care detonația sau aprinderile secundare dispar și turația maximă, n_{max} ;

— raportul $\frac{M_i}{M_{max}}$ dintre valoarea M_i a cuplului la începutul detonației (corespunzător lui n_i) și cuplul maxim, M_{max} ;

— raportul $\frac{M_f}{M_{max}}$ dintre cuplul M_f la sfîrșitul detonației și cuplul maxim, M_{max}.

Aceste criterii dau pentru fiecare cameră următoarele informații :

— valorile mici ale lui $\frac{n_i}{n_{max}}$ arată că regimul anormal se manifestă la turații mici, iar valorile mari ale raportului, că regimul anormal apare la turații mari.

Valorile egale cu unitatea ale lui $\frac{n_f}{n_{max}}$ arată că acest regim nu dispare nici la turația maximă :

— pe măsură ce diferența dintre primele două rapoarte tinde să scadă, plaja de turații în care fenomenul se manifestă este mai îngustă (avantaj) ;

— dacă diferențele de mai sus sînt mici și corespund la valori reduse ale lui $\frac{n_i}{n_{max}}$ înseamnă că regimul anormal se manifestă în afara domeniului uzual de turații sau cuprinde o zonă redusă din aceasta (avantaj).

Valorile mari ale lui $\frac{M_i}{M_{max}}$ și $\frac{M_f}{M_{max}}$ arată că indiferent de plaja de turații pe care se întinde fenomenul, performanțele motorului scad puțin, deoarece această anomalie are o intensitate redusă.

Este bine ca aceste criterii să fie cuprinse într-un tabel care să permită o analiză directă a rezultatelor, la rubrica „observații" trecîndu-se constatările și concluziile.

Pe baza acestor rapoarte se poate construi pentru fiecare cameră de ardere cîte o diagramă de tipul celei din figura 2 unde se trec perechile de valori ale coeficientului excesului de aer și ale avansului la declanșarea scînteii electrice β în domeniul de turații la care arderea este anormală.

O astfel de diagramă particulară precizează:

— turația la care apare regimul anormal de funcționare pentru un avans, β;

— turația la care acest regim dispare;

— coeficientul excesului de aer α la care apare acest fenomen;

Peste acest α nu se poate trece, deoarece performanțele motorului scad.

— domeniul pe care se manifestă regimul anormal.

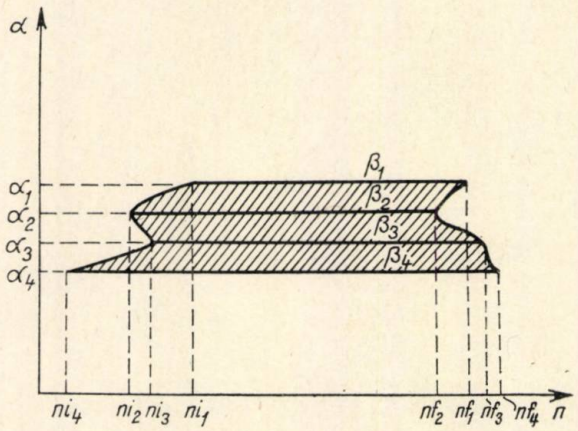


Fig. 2. — Diagrama pentru aprecierea regimurilor anormale.

Performanțele motorului sînt afectate neînsemnat în măsura în care limita regimurilor normale este mai ridicată și domeniul regimurilor anormale nu este întins.

★

Prelucrarea datelor de banc după metodologia indicată permite o analiză simplă a unor camere de ardere existente.

Socotim că în măsura în care s-ar obține date de la mai multe tipuri de camere de ardere s-ar putea preciza corelații generale între rapoartele indicate la § 2 al lucrării și anumite modificări ale camerei de ardere, corelații care să dea indicații utile pentru construcția noilor tipuri de camere de ardere.

Totodată, considerațiile de mai sus prezintă puncte de vedere ce pot sta la baza stabilirii unor criterii de apreciere a calităților de adaptabilitate a diverselor soluții constructive de camere de ardere la condiții funcționale distincte.

COMBATEREA POLUĂRII PRODUSE DE MOTOARELE CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE PRIN INTERMEDIUL COMBUSTIBILULUI*)

DE

C. A. VASILESCU

621.43

Se examinează modul în care acţionează combustibilul asupra genezei noxelor în motoarele cu aprindere prin scînteie, arătîndu-se rolul jucat de raportul dintre cantitatea de carbon şi de hidrogen, structura hidrocarburilor şi rezistenţa la detonaţie a benzinei. Se indică evoluţia probabilă a cifrelor de calitate a benzinelor în viitorii 10 ani.

Una din problemele actuale ale menţinerii mediului curat o constituie combaterea poluării aerului datorită gazelor de evacuare de la motoarele cu ardere internă. Deşi mai vizibilă şi aparent mai supărătoare, poluarea produsă de motoarele cu aprindere prin comprimare este mai puţin nocivă decît cea datorită motoarelor cu aprindere prin scînteie. Acestea din urmă eliberează în atmosferă hidrocarburi (prin evaporare din rezervor, din gazele scăpate în carter şi prin gazele de evacuare) şi oxid de carbon, oxizi de azot şi în unele cazuri compuşi de plumb prin gazele de evacuare (fig. 1), toate substanţe toxice sau care pot da naştere „smogului" formaţia meteorologică care dăunează sănătăţii. Concentrarea mare de autovehicule care se poate realiza local — şi aceasta tocmai în zonele locuite — constituie un pericol de luat în seamă şi în ţările la care densitatea medie a autoturismelor este redusă.

Împotriva noxelor produse de motoarele cu aprindere prin scînteie se poate lupta fie acţionînd asupra genezei acestora, fie reţinîndu-se poluanţii la emisie.

În cadrul combaterii noxelor la geneză se are în vedere un ansamblu de măsuri constructive şi de exploatare aplicate motorului dar în aceeaşi măsură trebuie să intereseze şi combustibilul utilizat.

Problema combustibilului a fost analizată mai timid în literatură, existînd părerea că prin intermediul combustibililor (în măsura în care

*) Comunicare prezentată la cel de-al III-lea Simpozion privind combaterea poluării mediului, organizat de către Comisia pentru combaterea poluării mediului a Academiei R. S. România la 23 noiembrie 1971.

acesta nu are sulf) nu se poate acţiona foarte eficient pentru combaterea poluării atmosferei. Această afirmaţie este numai în parte adevărată şi ea trebuie revizuită dacă se examinează evoluţia previzibilă a motoarelor şi interacţiunea care trebuie să existe între motor şi combustibil [1].

Ţinînd seama de intervalul de timp necesitat de modificarea tehnologiilor de fabricare a combustibilului lichid, este utilă examinarea cali-

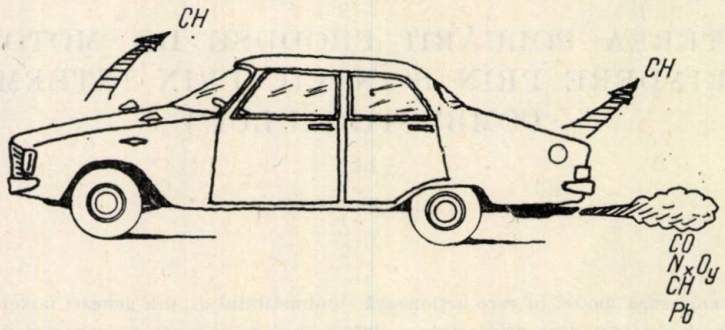


Fig. 1. — Schema emisiilor de noxe de la un motor cu aprindere prin scînteie.

tăţilor care se vor cere combustibilului cu capacitatea minimă de poluare pentru motorul cu aprindere prin scînteie.

2. Geneza noxelor, în afara evaporărilor, este constituită de însăşi procesul de ardere.

Oxidul de carbon şi oxidul de azot iau naştere în volumul de gaze, iar hidrocarburile pe perete, sau în zona de stingere a flăcărilor.

Aceste noxe sînt influenţate puternic de dozaj (fig. 2) dar fiecare în mod diferit :

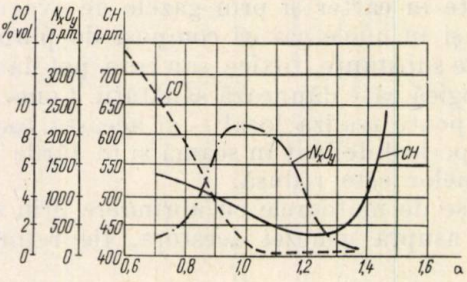


Fig. 2. — Variaţia concentraţiei de noxe din gazele de evacuare ale unui motor cu aprindere prin scînteie cu coeficientul excesului de aer α.

— oxidul de carbon care apare datorită arderii incomplete scade cu sărăcirea dozajului, fiind minim în zona dozajelor sărace deoarece în acest caz nu se găseşte decît oxidul de carbon rezultat din îngheţarea echilibrelor chimice;

— concentraţia de hidrocarburi trece printr-un minimum în zona dozajelor puţin sărace, după care creşte, mai rapid, la dozaje sărace (datorită faptului că în unele cicluri nici nu se produce aprindere şi în altele arderea se desfăşoară prost) şi mai puţin rapid, dar totuşi evident, la dozaje bogate (datorită lipsei de aer şi deci a arderii incomplete);

— oxidul de azot trece printr-un maximum în zona dozajelor stoichiometrice, zonă în care se obține temperatura maximă, oxidul de azot fiind un produs de disociere, puternic influențat de temperatură.

Plumbul rezultă din aditivii adăugați benzinelor antidetonante, benzine capabile să alimenteze motoarele cu rapoarte volumetrice de comprimare ridicate.

Se observă că un combustibil pentru motoare poate influența poluarea atmosferică prin următoarele elemente :

— prin cantitatea de carbon pe care o conține ;

— prin temperatura pe care o dezvoltă în amestecul de gaze de ardere după ardere ;

— prin rezistența la detonație.

Indirect combustibilul va influența poluarea prin capacitatea sa de evaporare și prin structura componenților săi.

3. Producerea oxidului de carbon este în primul rînd funcție de cantitatea de carbon din combustibil.

Se calculează cantitatea de CO_2 disociată (oxid de carbon format) în cazul arderii stoichiometrice și condițiilor din timpul arderii $p = 25$ bar și $T = 3\,000°K$ (fig. 3). Se constată că între valorile raportului

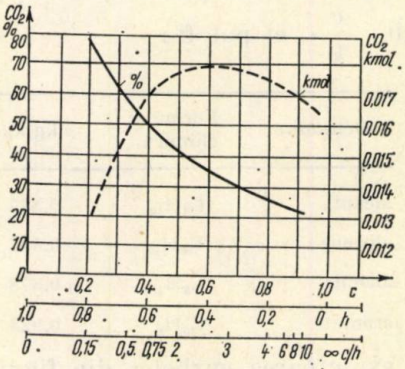


Fig. 3. — Disocierea bioxidului de carbon produs din arderea a 1 kg de combustibil de diverse compoziții ($\alpha = 1$; $p = 25$ bar ; $T = 3000°K$).

$\frac{c}{h} = \frac{0,8}{0,2} = 4$ și $\frac{c}{h} = \frac{0,4}{0,6} = 0,66$ cantitatea în kilomoli, deci exprimată și în volume, variază în mică măsură ; în schimb proporția de CO_2 disociat crește cu cît cantitatea de carbon se micșorează. Cum în probleme de poluare interesează cantitatea totală de noxe emisă, rezultă că o eventuală scădere a conținutului de carbon față de valoarea uzuală azi $\frac{c}{h} = \frac{0,85}{0,15}$ va duce la o ușoară creștere a cantității de oxid de carbon produsă după care aceasta rămîne practic constantă.

Desigur că prezența oxidului de carbon în gazele de evacuare nu este numai rezultatul echilibrului chimic ; totuși compoziția la echilibru chimic poate da o indicație a nivelului de concentrație de la care încep alte reacții, adică o măsură a fondului de bază de produși poluanți.

Cantitatea de oxid de carbon și în special de oxid de azot depinde de temperatura de ardere și aceasta este direct proporțională cu cantitatea de căldură eliberată de arderea amestecului combustibil.

Din figura 4 se constată că pe măsură ce cantitatea de hidrogen crește, cantitatea de căldură dezvoltată în amestecul combustibil se mărește și deci temperatura de ardere crește.

Dacă se coroborează rezultatele obținute în această analiză cu cele referitoare la influența compoziției asupra disocierii, rezultă că pe măsură

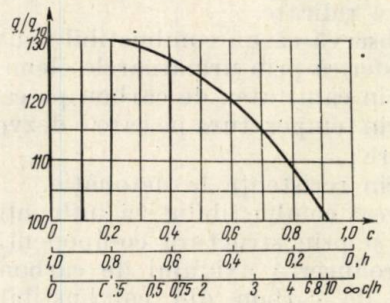


Fig. 4. — Căldura (raportată) dezvoltată de amestecul combustibil la dozajul stoichiometric în funcție de compoziția combustibilului (q_{10} — căldura pentru combustibilul $\frac{c}{h} = \frac{0{,}9191}{0{,}0909} = 10$).

ce cantitatea de hidrogen crește, crescînd temperatura flăcării, va crește atît cantitatea de oxid de carbon formată, cît și cantitatea de monoxid de azot.

Dar combustibilii proveniți din țiței nu au o variație atît de mare a raportului $\frac{c}{h}$, ei pot fi:

Denumire	Formulă chimică	c kg/kg	h kg/kg	$\frac{c}{h}$
alcani	C_6H_{14}	0,837	0,163	5,11
alchene	C_6H_{12}	0,857	0,143	6,00
alchine	C_6H_{10}	0,878	0,122	6,11
aromate	C_6H_6	0,923	0,077	12,00

Din examinarea curbelor din figurile 3 și 4 și recalculînd valorile disociației pentru N_xO_y și CO se constată că prin trecerea de la alcani la hidrocarburi nesaturate ciclice și aciclice (de la $\frac{c}{h} = 5$ la $\frac{c}{h} = 12$)

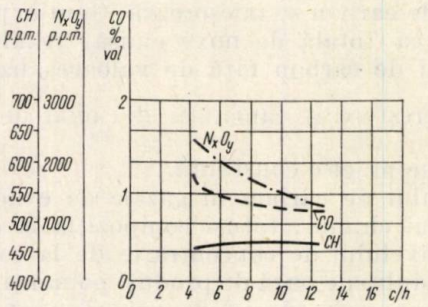


Fig. 5. — Efectul compoziției combustibilului asupra noxelor emise în gazele de evacuare (date calculate pentru un motor $\varepsilon = 7$, $\alpha = 1$).

poluarea tinde să scadă ca urmare a efectului combinat al temperaturii de ardere și al concentrației (fig. 5).

Cantitatea de hidrocarburi emisă va fi influențată și ea de compoziție, raționamentul fiind următorul: cu cît hidrocarburile au legături interne mai puternice cu atîta transformarea lor chimică va fi mai înceată pînă la un anumit moment al reacției (momentul întreruperii pe perete) și prin urmare cu cît conținutul de hidrogen scade, cu atîta emisia de hidrocarburi va fi mai mare. În orice caz cantitativ, vom înregistra variații mici, astfel cum stabilește experimental Mc. Reynolds [2].

4. Hidrocarburile emise în gazele de evacuare sau prin ventilația carterului au suferit o serie de transformări înainte de stingerea flăcării pe perete sau în zone reci. Aceste transformări fac ca structura hidrocarburilor emise să difere în detaliu de structura componenților benzinei, neputîndu-se stabili legi de modificare a acestei structuri.

Literatura menționează însă observația că în gazele de ardere se regăsesc toate structurile de hidrocarburi, alchenele avînd o tendință de creștere (fig. 6) [3].

Dintre diferiții componenți ai benzinelor, alchilatul dă cea mai mare proporție de alchene în gazele de ardere, echivalentă cu cea pe care ar da-o un combustibil avînd în constituția sa 50—60% (fig. 7).

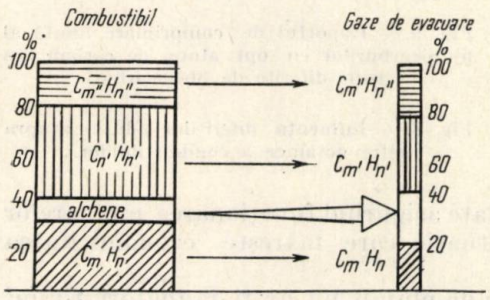


Fig. 6. — Corespondența dintre structura hidrocarburilor din benzină și din gazele de evacuare.

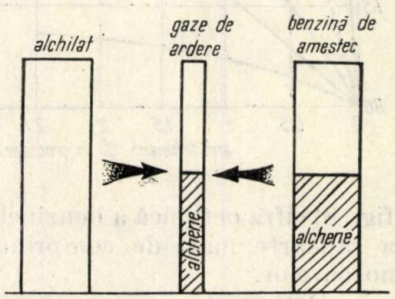


Fig. 7. — Capacitatea unor benzine de a produce alchene în gazele de evacuare.

Alchenele sînt de importanță deoarece conduc la formarea produșilor de fotosinteză care constituie „smogul" și de aici rezultă părerea experților americani privind reducerea pe toate căile a conținutului de alchene în benzine. În Europa sînt foarte rare cazurile în care s-a raportat formarea smogului ca urmare a unor reacții fotochimice a hidrocarburilor emise de către motoarele cu aprindere prin scînteie, neexistînd condiții climatice (timp uscat și însorit) specifice. Cercetările arată că toate hidrocarburile nesaturate cu mai mult de doi sau mai puțin de nouă carboni în moleculă reacționează împreună cu monoxidul de azot sub influența radiațiilor solare formînd mai întîi bioxid de azot și apoi ozon; în continuare se formează peroxizi și alți compuși, iar hidrocarburile oxidate parțial devin foarte iritante.

În ceea ce privește poluarea cu hidrocarburi prin evaporare, ea este din ce în ce mai puțin importantă ca urmare a unor măsuri simple și posibil de luat privind buna închidere a rezervoarelor. În orice caz este recunoscut faptul că hidrocarburile evaporate reflectă cele mai volatile hidrocarburi din benzine, adică cele corespunzătoare fracției cuprinsă

pînă la temperatura de distilare a 10% din volumul de combustibil. Ţinîndu-se seama de pericolul pe care-l reprezintă alchenele, ar rezulta că în primele fracţii ale benzinelor (temperatură de distilare de circa 50°C) nu ar trebui să se găsească acest tip de hidrocarbură.

5. Prezenţa plumbului în benzine este rezultatul aditivării acestora cu tetraetil de plumb, cel mai activ dintre diferiţii aditivi cunoscuţi azi

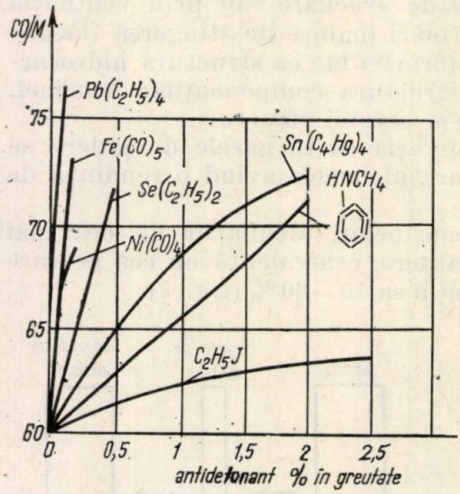


Fig. 8. — Influenţa diferiţilor aditivi asupra cifrei octanice a combustibililor.

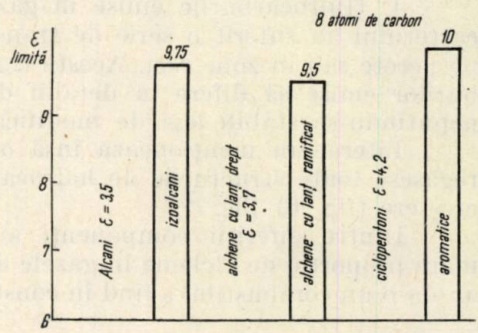


Fig. 9. — Raportul de comprimare limită al hidrocarburilor cu opt atomi de carbon din grupe diferite de hidrocarburi.

(fig. 8) cifra octanică a benzinelor etilate asigurînd funcţionarea motoarelor la rapoarte mari de comprimare situaţie care măreşte economicitatea motoarelor.

Deşi există o părere că aerosolii de plumb nu ar fi dăunători, ţinînd seama că nu s-a constatat o creştere exagerată a plumbului în sistemul osos al indivizilor expuşi efectului gazelor de evacuare de la motoarele cu ardere internă, majoritatea specialiştilor solicită eliminarea aditivilor cu plumb din benzină. Motivul principal constă în aceea că plumbul otrăveşte catalizatorii care ar asigura eliminarea completă a oxidului de carbon din gazele de evacuare. În plus s-a găsit că emisiile de la motoarele funcţionînd cu benzine etilate conţin cu 30—40% mai multe hidrocarburi decît emisiile de la motoarele care funcţionează cu benzine fără plumb.

Eliminarea plumbului este posibil astăzi fiindcă pe de o parte s-a constatat necesitatea limitării raportului volumetric de comprimare al motoarelor şi pe de altă parte industria producătoare de combustibil asigură prin prelucrare superioară fracţiuni de combustibil cu cifră octanică foarte ridicată. Posibilitatea unor cifre octanice ridicate este determinată de faptul că diferitele tipuri de hidrocarburi, în special izoparafinicile şi aromaticele au rezistenţă mare la detonaţie (fig. 9). Totuşi este de reţinut că aromaticele sînt generatoare de depuneri [4], acestea la rîndul lor fiind iniţiatori ai detonaţiei. Eliminarea plumbului din benzină are şi un avantaj indirect şi anume se reduc depunerile de calamină pe pereţii camerelor de ardere, depuneri care la rîndul lor solicită o creştere de cifră octanică de cîteva puncte după parcurgerea unui număr de kilometri. Ne mai existînd acest motiv de apariţie al detonaţiei, cifra octanică a

benzinelor va putea să fie scăzută în corelare cu raportul volumetric de comprimare utilizat (fig. 10). Din aceeaşi figură se observă că este posibil să se reducă cifra octanică a benzinei şi prin aceea că la toate

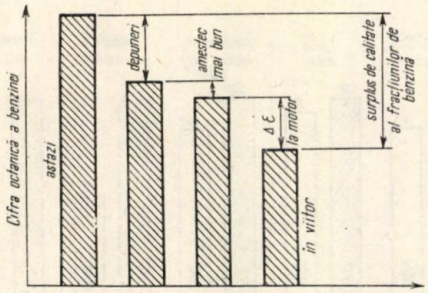


Fig. 10. — Modificarea cifrei octanice a benzinei ca urmare a interacţiunii dintre evoluţia motoarelor şi a benzinelor în vederea combaterii poluării.

temperaturile de distilare cifra octanică este relativ constantă pentru noii constituenţi utilizaţi ceea ce ajută evident formarea amestecului.

6. Ca urmare a celor arătate se poate aprecia modul în care ar urma să fie constituită o benzină în viitor. Pentru a se elimina alchenele şi a cuprinde constituenţi cu mare rezistenţă la detonaţie se vor introduce izoalcani şi aromatice provenite din benzinele de reformare catalitică şi

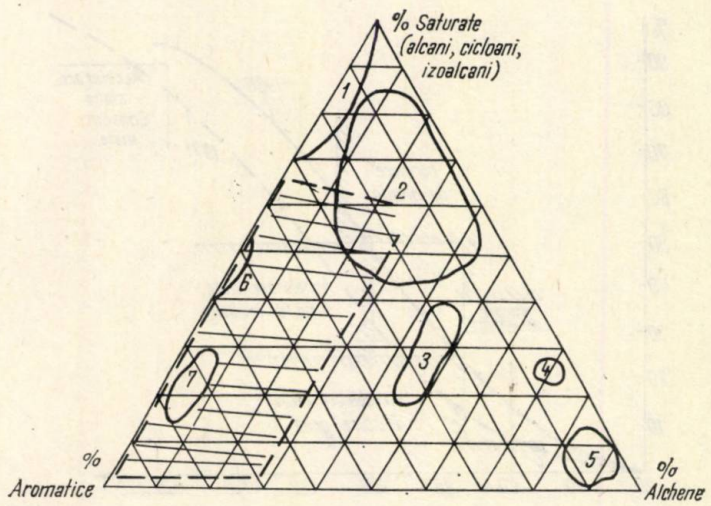


Fig. 11. — Compoziţia diferitelor tipuri de benzine (% în greutate). *1* — benzină de distilare atmosferică a ţiţeiului; *2* — benzină de la cracarea termică şi catalitică; *3* — benzină de la cracarea termică în faza de vapori; *4* — benzină de polimerizare catalitică; *5* — benzină Fischer-Tropsch; *6* — benzină de la reformarea catalitică; *7* — benzină de la reformarea termică a benzinei reformate catalitic; haşurat — benzine de fabricaţie nouă.

cele de la reformarea termică a benzinei reformate catalitic. De altfel este posibil să se utilizeze şi fracţiunile cu alchene, după alchilarea sau hidrogenarea acestora (fig. 11) [5], [6].

Principalele caracteristici ale benzinei viitorului ar rezulta din figura 12.

Se consideră posibil de realizat o benzină cu o cifră octanică CO/R 90 fără aditivare cu tetraetil de plumb (sau cu maximum 0,2 ml/l) şi se apre-

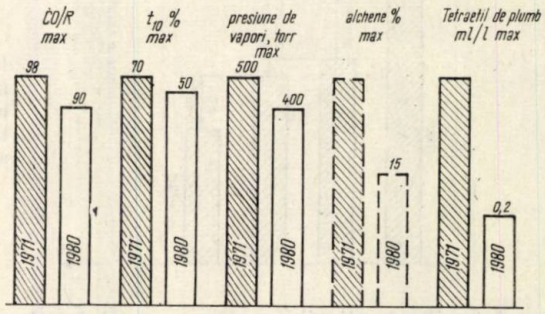


Fig. 12. — Comparaţie între principalele specificaţii de calitate ale benzinelor; standardele de azi şi de viitor.

ciază că această calitate de benzină ar satisface motoarele cu aprindere prin scînteie din anii 1980 care ar avea o cilindree unitară de minimum 0,4 l şi un raport volumetric de comprimare de maximum 7,2.

Datorită faptului că fracţiunile uşoare conţin produşi antidetonaţi superiori şi pentru a ajuta formarea amestecului în perioadele în care

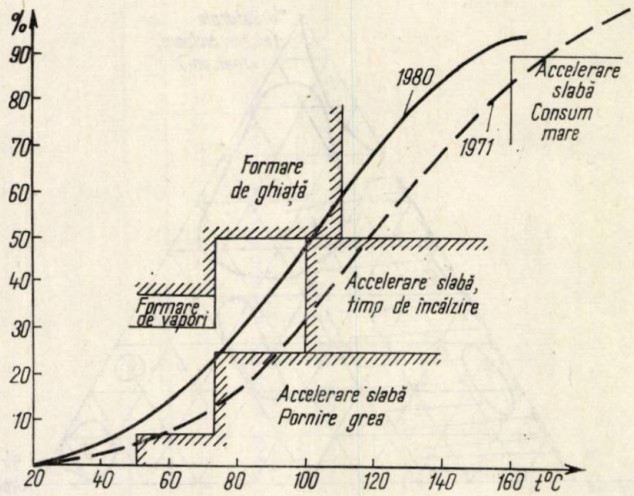


Fig. 13. — Curba de distilare a benzinei.

motorul este rece, se consideră utilă reducerea temperaturii la care distilă 10% din volumul de combustibil de la 70 la 50°C. În modul acesta curba de distilare ar căpăta aspectul din figura 13.

În scopul reducerii poluării datorită hidrocarburilor evaporate se consideră util să se reducă presiunea de vapori determinată după Reid de la 500 la 400 torr.

În actualele normative de calitate nu se limitează conţinutul de alchene; este de bănuit că în viitorul apropiat acest lucru va fi efectuat,

lăsîndu-se însă în combustibil o cantitate minimă de alchene care se comportă favorabil la detonația produsă la turația scăzută.

Datorită neajunsurilor provocate de sulf [7] și al posibilității sporite de reducere a acestuia prin prelucrare, cantitatea de sulf din benzine va scădea și mai mult.

Este de prevăzut că o serie din aditivii nemetalici cu proprietăți stabilizante și detergente vor fi menținuți.

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, S. Faur, V. Pimsner, Gh. A. Rădulescu, *Corelații între combustibilul lichid și motorul cu ardere internă*, București, Editura Academiei RSR, 1972 (sub tipar).
2. J. M. C. Reynolds și alții, *Hydrocarbon emission and reactivity as function of fuel and engine variable*, SAE-Paper 650525, may *17* (1965).
3. E. F. Obert, *Internal Combustion Engines*, Scranton, Pennsylvania, International Textbook Company, 1968.
4. Dimitroff, J. V. Moffitt, R. D. Quillian, *Aromatic compounds as main processus of engine varnish*, SAE Journal **77**, *7*, 52 — 58 (1969).
5. W. A. Gruse, D. R. Stevens, *Chemical Technology of Petroleum*, New York, Mc. Graw-Hill, 1960.
6. J. Weissmann, *Progrès apportés dans les carburants depuis cinquante ans et perspectives d'avenir*, Rev. de l'inst. français du pétrole, *7 — 8*, 909 — 934 (1970).
7. W. Bode, *Der Einfluß des Kraftstoffschwefels auf die Zusammensetzung der Verbrennungsgase*, MTZ, **29**, *12*, 500 — 506 (1968).

TEORIA SONICITĂȚII APLICATĂ ÎN ANALIZA FUNCȚIONĂRII SISTEMULUI DE INJECȚIE A MOTORULUI DIESEL

DE

M. BOIȚĂ

621.43 : 621.436

Pe baza teoriei sonicității se găsește schema sonică echivalentă a unui sistem de injecție al motorului Diesel. Aplicînd teoria circuitelor care conțin linii de întîrziere se determină legea de injecție ca o sumă de serii convergente. Pe această bază se pot explica oscilația acului injectorului, postinjecția, apariția golurilor.

INTRODUCERE

În lucrare se prezintă o metodă de determinare a caracteristicilor injecției din punctul de vedere al timpului și cantității adică al legii de injecție la un sistem de injecție clasic, format din pompă în linie cu piston, supapă de refulare, conductă de înaltă presiune și injector închis.

Problema care se pune este găsirea legăturii (cît mai explicite) între forma legii de injecție și caracteristicile mecanice ale sistemului de injecție (dimensiuni geometrice, viteze ale elementelor mobile etc.).

Metoda preconizată pînă acum, bazată pe studiul hidrodinamic al fenomenelor de scurgere a lichidului prin piesele mecanice ale sistemului, a cărui autor este Anton Pischinger, urmărea să rezolve problema enunțată prin procedee de derivare și integrare grafică ale ecuațiilor lui Aliévi. Întrucît influența fiecărui element constitutiv asupra injecției rămînea în continuare ascunsă, s-a mers pe calea cercetărilor experimentale.

Metoda prezentată în lucrare se bazează pe observația că injectarea combustibilului în cilindru este legată de transmiterea unui impuls mecanic de la pompă la injector în care mediul de transmitere este un lichid (motorina). Transmisia se face pe baza compresibilității lichidului, cu o viteză egală cu viteza sunetului în lichidul respectiv. Fenomenul trebuie studiat aplicînd teoria sonicității, creată de inginerul român George Constantinescu, teorie care explică transmisia energiei mecanice prin medii materiale cu ajutorul undelor sonice (de presiune și debit). Conform acestei teorii,

fiecare piesă mecanică statică sau în mișcare prin care trece lichidul, se comportă în felul ei propriu față de transmiterea vibrației lichidului prin ea. Astfel aceste piese se pot comporta ca o rezistență sonică, sau un condensator sonic, sau o inductanță sonică, sau o conductanță (preditanță) sonică. Rezultă că pentru determinarea amplitudinii de presiune sau debit în diversele puncte ale sistemului real, este foarte convenabil ca acesta să se reprezinte ca o rețea care ia naștere prin conectarea elementelor sonice corespunzătoare pieselor mecanice, la care se aplică calculul electrotehnic. George Constantinescu a demonstrat că legile circuitelor electrice rămîn valabile în sonicitate, dacă se face înlocuirea tensiune-presiune, curent-debit.

În virtutea celor spuse, sistemul de injecție se prezintă astfel: pompa este un generator care dă impulsii sonice de amplitudine și durată funcție de punctul de funcționare (turație, putere). Aceste impulsii sînt aplicate unui lanț de cvadripoli sonici cu o structură internă bine determinată și care sînt legați în cascadă. Adaptarea acestor cvadripoli trebuie să constituie un criteriu de proiectare pentru elementele sistemului de injecție. Problema enunțată la început se reformulează în felul următor: se cunoaște rețeaua sonică și semnalul care se aplică la intrare, se cere să se determine semnalul la ieșire (pe conductanța duzelor). Este o problemă tipică de analiză a circuitelor. Întrucît circuitul sonic cuprinde și o linie de întîrziere, rezultă că trebuie găsit răspunsul la impulsii a unei linii lungi, care debitează pe o impedanță oarecare. Problema se complică deoarece impulsia dată de pompă are o amplitudine crescătoare în timp, o durată de cîteva ori mai mare decît întîrzierea introdusă de linie iar elementele schemei în general și mai ales conductanța injectorului în special sînt neliniare. Întrucît în rețea apare fenomenul de propagare datorită liniei lungi, a determina răspunsul liniei înseamnă a găsi soluția ecuației telegrafiștilor. Pentru aceasta vom adopta o cale mai puțin folosită și anume aceea legată de definirea factorului de reflexie la sarcină. Sarcina (în cazul de față conductanța injectorului) este neliniară, deci factorul de reflexie este o funcție neliniară. Pentru aceasta se face împărțirea (după durată) a impulsiei de intrare în transoane care pe palier să nu aibă o variație mare a amplitudinii, astfel ca toate elementele schemei sonice să poată fi considerate liniare, în care caz determinarea răspunsului se face simplu. Răspunsul liniei la întregul impuls se află făcînd suma răspunsurilor la tronsoane.

Ca o concluzie generală a lucrării se desprinde faptul că injecția este un fenomen perfect controlabil. În sfîrșit se face observația că un asemenea procedeu se poate aplica la orice sistem de injecție care funcționează prin impulsii create de pompă, oricare ar fi structura lui.

Lucrarea cuprinde mai multe paragrafe. În paragraful 1 se justifică fenomenologic forma schemei sonice corespunzătoare fiecărui subansamblu constitutiv al sistemului de injecție: pompă, supapă etc. Elementele sonice corespunzătoare pot fi calculate prin relațiile luate din [1].

În paragraful 2 se arată obținerea schemei sonice a sistemului de injecție și transformările ei în funcție de nivelul semnalului. În paragraful 3 se prezintă metoda de determinare a undei de presiune la injector, pentru toate regimurile de funcționare posibile.

1. SISTEMUL DE INJECȚIE – CIRCUIT SONIC

Așa cum este arătat în figura 1, sistemul de injecție este compus din următoarele elemente: pompa de injecție, supapa de refulare, conducta de înaltă presiune și injectorul.

Pompa de injecție crează impulsii de presiune (curent) prin mișcarea unui pistonaș într-un cilindru, acționat fiind de un tachet cu rolă ce se mișcă pe o camă.

Impulsia de presiune acționează asupra supapei pe care o deschide, intră în conducta de înaltă presiune și ajunge la injector unde ridică

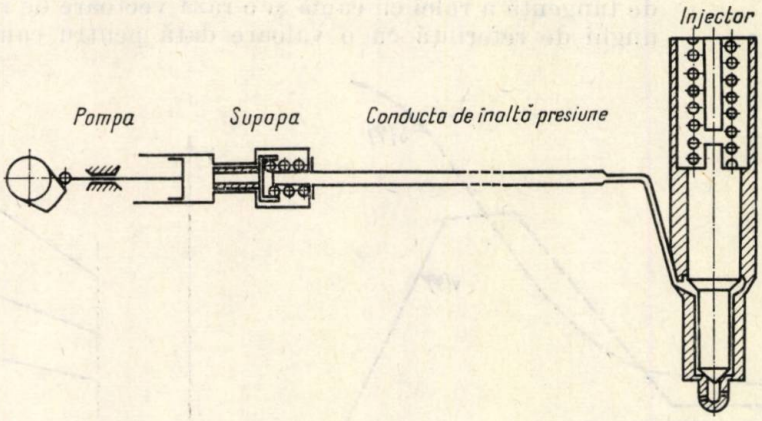


Fig. 1. — Sistem de injecție — schemă de principiu.

acul apăsat de un resort și în același timp face ca lichidul să fie pulverizat în camera de ardere a motorului. În continuare va fi luat pe rînd fiecare element al sistemului de injecție și analizat ca element sonic de circuit.

1.1. *Pompa de injecție* Pompa de injecție (fig. 2) este un caz tipic de generator sonic de impulsii de curent (debit) sau tensiune (presiune)

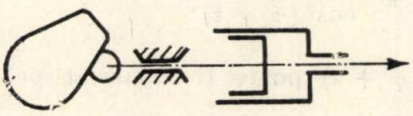


Fig. 2. — Pompă de injecție — schemă de principiu.

a căror amplitudine și durată sînt dependente de punctul de funcționare al motorului (turație-sarcină). Trebuiesc determinate forma, amplitudinea și durata acestor impulsii.

Amplitudinea curentului sonic este dată de relația:

$$i(t) = \Omega . v(t) \qquad (1)$$

în care:

Ω este secțiunea transversală a pistonului,
$v(t)$ — viteza pistonului.

Pentru o camă ce are un profil format din arce de cerc racordate cu segmente de dreaptă (tehnologic este ușor de realizat) pe care se sprijină un tachet cu rolă, viteza de ridicare a acestuia este dată de relația următoare [3]

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = (R + r_0)\frac{\sin(\varphi + \varepsilon)}{\cos^2(\varphi + \varepsilon)}\frac{d\varphi}{dt}, \tag{2}$$

unde R este raza cercului de bază a camei,
r_0 — raza rolei tachetului,
φ — unghiul format de raza vectoare care trece prin punctul de tangență a rolei cu cama și o rază vectoare de referință,
ε — unghi de referință cu o valoare dată pentru cama reală.

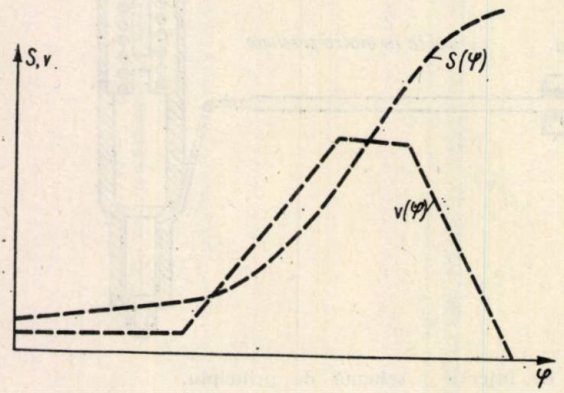


Fig. 3. — Variația ridicării tachetului și a vitezei de ridicare a tachetului cu φ.

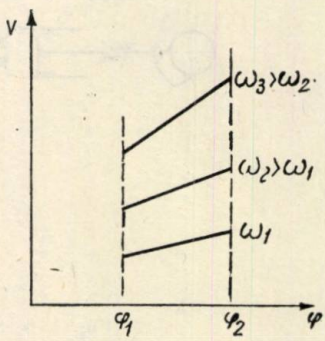


Fig. 4. — Graficul funcției $v(\omega)$.

Cum mișcarea camei este uniform circulară avem :

$$v(t) = \omega(R + r_0)\frac{\sin(\varphi + \varepsilon)}{\cos^2(\varphi + \varepsilon)}, \tag{3}$$

Factorul $(R + r_0)\sin(\varphi + \varepsilon)/\cos^2(\varphi + \varepsilon)$ poate fi liniarizat pe porțiuni ca funcție de unghiul φ.

Acest lucru se vede în figura 3 care reprezintă cursa de ridicare și viteza de mișcare a tachetului ca funcție de unghiul φ, ridicate pentru o camă reală. Dependența vitezei pistonașului de φ și ω este dată sub forma unei familii de curbe parametrice ca în graficul din figura 4, unde s-a luat ca parametru turația ω. Notînd cu φ_1 = unghiul de început al injecției (care are o valoare constantă) și φ_2 = unghiul de sfîrșit al injecției, pentru ω = const. se scrie

$$K = \omega(R + r_0);\ v(t) = v(\varphi_1) + K\varphi = v(\varphi_1) + K\cdot\omega\cdot t = v(\varphi_1) + K_1\cdot t$$

$$v(t) = v(\varphi_1) + K_1.\ t. \tag{4}$$

Relația (1) devine

$$i(t) = \Omega . v(t) = \Omega[v(\varphi_1) + K_1 . t]$$

sau făcînd notația $i_0 = \Omega . v(\varphi_1)$,

$$i(t) = i_0 + C_1 . t \tag{5}$$

unde C_1 este constanta globală pentru $\omega = \text{const.}$ și $\varphi_2 - \varphi_1 = \text{const.}$ Rezultă că pompa este un generator sonic de impulsii de debit (curent)

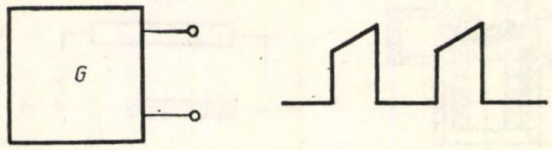


Fig. 5. — Schema bloc a generatorului de impulsii echivalent pompei de injecție.

de o formă trapezoidală (fig. 5). Durata acestor impulsii este impusă de punctul de funcționare al motorului și variază o dată cu acesta. Să definim parametrii sonici ai generatorului. Întrucît pistonașul este acționat de o camă, iar arcul tachetului dezvoltă o forță mare în funcție de săgeată, forțele de frecare care se opun mișcării nu contează, parametrii cinematici ai pistonașului sînt dictați de profilul camei și are viteza dată de relația (4). Uneori trebuie luate în considerație și pierderile de lichid datorită neetanșeităților între bucșe și element (pierderi care cresc cu

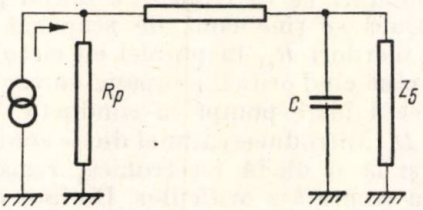


Fig. 6. — Schema internă sonică a generatorului de impulsii.

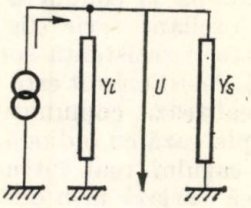


Fig. 7. — Schema generatorului echivalent.

uzura pompei). Evaluarea cantitativă a acestor pierderi se face prin introducerea în schema generatorului de impulsii a unei impedanțe interne egală cu valoarea rezistenței sonice R_p. Ținînd cont și de volumul de acumulare elastică corespunzător pompei, schema se completează cu o capacitate care se încarcă printr-o rezistență foarte mică datorată fricțiunii din cilindrul pompei (fig. 6). Aplicînd teorema lui Norton, se obține generatorul echivalent (fig. 7) cu următoarele elemente:

$$\mathfrak{L}\{I_{sc}\} \simeq \mathfrak{L}\{i_0 + C_1 \cdot t\} = \frac{i_0}{p} + \frac{C_1}{p^2}, \tag{6}$$

$$Y_i = \frac{1 + p_0 C(R + R_p)}{R + R_p}. \tag{7}$$

1.2. *Supapa de alimentare.* Supapa (fig. 8) are rolul de a nu permite descărcarea conductei de înaltă presiune (î.p) atunci cînd pistonul pompei face cursa inversă. Fenomenul în supapă are loc după cum urmează: pistonul pompei începe să comprime motorina pînă ce capacitatea sonică corespunzătoare volumului de acumulare elastică a pompei s-a încărcat, apoi presiunea acționează asupra supapei și o deplasează. La suprafața

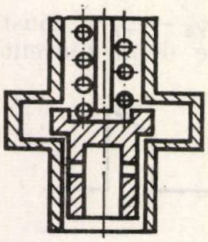


Fig. 8. — Schema de principiu a supapei de refulare.

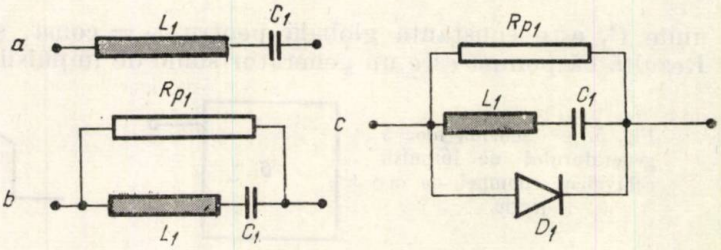


Fig. 9. — Rețeaua echivalentă a supapei de refulare.

frontală superioară a supapei apare o undă de viteză (debit) înainte de a se creea o comunicare prin orificiile supapei între pompă și conducta de î.p. Corpul supapei împreună cu arcul este un condensator sonic C_1 a cărui valoare se calculează (vezi anexa). Trebuie ținut cont de inductanța sonică L_1, corespunzătoare inerției părții mobile a supapei. Semnalul de la pompă la conducta de alimentare se va transmite inițial printr-un circuit oscilant serie (fig. 9*a*). Dacă se ține cont de scăpările supapei vom avea o rezistență sonică de pierderi R_{p1} în paralel cu circuitul L_1C_1 (fig. 9*b*). Acest circuit este valabil pînă cînd orificiile supapei se vor deschide și se realizează comunicarea directă între pompă și conductă. Circuitul se completează cu o diodă sonică D_1. Introducerea unei diode sonice corespunde cazului real întrucît ca și la o diodă electronică, rezistența sa dinamică variază prin deschiderea treptată a orificiilor. De fapt din acest moment supapa contează numai prin rezistența directă ce o opune dioda corespunzătoare presiunii ce se aplică pe ea.

Circuitul complex al supapei este dat în figura 9*c*.

Cîteva considerații privind condensatorul sonic constituit din sistemul mobil al supapei. Ca și în electrotehnică și în sonicitate, condensatorul poate fi încărcat cu o presiune a cărei valoare maximă este limitată. Mai sus de această presiune, ansamblul mobil care constituie condensatorul nu se mai comportă ca o capacitate. În cazul de față peste această limită supapa ajunge pe limitator și atunci în circuit ea contează numai prin orificiile de scurgere astfel create. Tot în acest caz din anumite motive, presiunea de încărcare nu poate începe de la zero ci de la o anumită valoare în sus.

Circuitul complex al supapei, care cuprinde elementele inerțiale L_1 și C_1 este valabil numai pe durata de deschidere a supapei. Din motive cunoscute se cere ca această durată să fie cît mai mică. Pentru aceasta sînt necesare următoarele: întîi frecvența de rezonanță a circuitului L_1C_1 să fie cît mai mare, apoi rezistența de încărcare a elementului inerțial global să fie mică pentru ca constanta de încărcare să fie mică.

În figura 10 în care s-au trasat diagramele de variație a reactanțelor unui circuit serie, se vede că pînă la frecvența de rezonanță, circuitul se comportă capacitiv. Capacitatea echivalentă pentru regim armonic se calculează cu relația

$$C_g = \frac{C_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1},$$

constanta de timp a circuitului de încărcare a supapei este

$$\tau_i = R_i \cdot C_g,$$

unde R_i este rezistența dată de conductele de legătură dintre pompă și supapă.

Deci atunci cînd impulsul de la pompă ajunge la supapă, aceasta se încarcă cu o constantă de timp τ_i, la presiunea maximă admisă peste

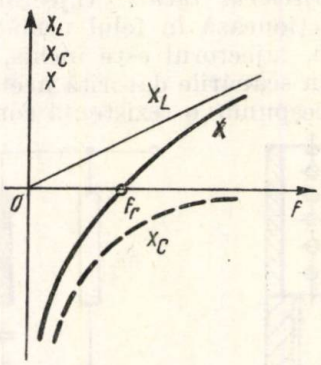


Fig. 10. — Dependența reactanțelor unui circuit serie $L\,C$ de ω..

care contează ca o diodă sonică de o deschidere constantă. Presiunea maximă de încărcare, rezistența R_{p1} și constanta de timp τ_i, sînt parametrii supapei de care depinde transmiterea semnalului prin ea.

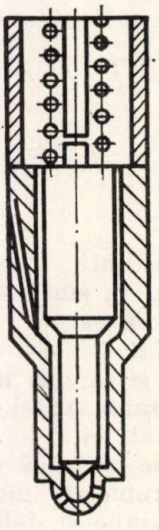
1.3. *Conducta de înaltă presiune.* Întrucît conducta de înaltă presiune face legătura între generatorul sonic (pompă) și sarcina utilă a circuitului sonic (injectorul închis sau deschis) este necesar a se găsi distribuția de presiune și debit în timp, la cele două capete ale ei.

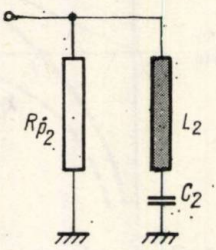
În [1] se arată că există o analogie între relațiile ce leagă distribuția de tensiune și curent (în timp și spațiu) cu parametrii lineici ai unei linii electrice de transmisie și distribuția de presiune și debit (în timp și spațiu) cu parametrii geometrici și de material pe unitatea de lungime (numiți și aici parametri lineici) ai unei conducte umplute cu fluid prin care trece o perturbație de presiune. În ambele cazuri are loc un fenomen de propagare, guvernat de un sistem de ecuații cu derivate parțiale a cărui soluție dă distribuția de presiune (tensiune), debit fluid (curent) de-a lungul liniei. Perturbația care apare în conductă este impulsul de presiune generat de pompă. Prezența conductei în rețeaua sonică a sistemului de injecție se manifestă printr-o întîrziere a impulsului care ajunge la injector și apoi prin modificarea formei acestui impuls față de cel dat de pompă datorită neadaptării care există între conductă și injector. Deci pentru cazul de față este important să se determine răspunsul conductei de î.p. la impulsuri. Apare necesitatea de a se defini parametrii principali ai conductei privită ca linie de întîrziere și anume : impedanță caracteristică,

timpul de întîrziere, factorul de reflexie, constanta de atenuare și de fază. Relațiile de calcul pentru acești parametri se găsesc în [1].

Trebuie făcută o observație în legătură cu impedanța caracteristică a unei conducte lungi. Aceasta este o funcție de parametrii geometrici ai liniei (secțiune) și de material (densitate și modul de elasticitate a lichidului). Pentru ca această impedanță lineică să fie constantă de-a-lungul liniei, este necesar ca lichidul să aibă o densitate constantă. De aceea este important ca pe conductă să nu fie „goluri" adică domenii în care densitatea să fie mică în raport cu restul volumului de lichid. Pentru transmiterea impulsului de presiune, prezența acestora contează ca și existența neuniformităților la linii electrice lungi [2]. De aceea merită de găsit condițiile în care aceste goluri pot să dispară. O mare însemnătate pentru condițiile concrete de lucru o constituie existența pierderilor care depind de nivelul semnalului.

1.4. *Injectorul închis.* Injectorul (fig. 11) este sarcina circuitului sonic și funcționează în felul următor. Pînă cînd presiunea nu învinge forța arcului, injectorul este închis, lichidul (motorina) nu are pe unde ieși decît prin scăpările datorită neetanșeităților dintre ac și corpul diuzei cărora le corespunde o rezistență sonică foarte mare R_{p2} (scade cu uzura





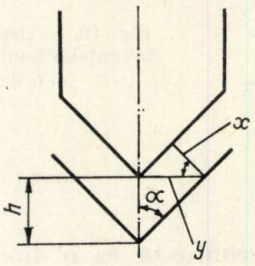


Fig. 11. — Schema constructivă a injectorului.

Fig. 12. — Rețeaua parțială a injectorului.

Fig. 13. — Secțiunea de scurgere a injectorului.

sistemului). Cînd presiunea învinge forța arcului, acul injectorului se ridică în sus, motorina iese prin orificiile injectorului. Acul și arcul formează un circuit oscilant serie, dispus în paralel pe rezistența de pierderi R_{p2} (fig. 12), a cărui C_2 și L_2 pot fi calculate. Pe măsură ce se ridică acul, secțiunea de scurgere între conul acului și scaunul diuzei se mărește, rezistența sonică se micșorează, avem o diodă sonică. Secțiunea de scurgere variază după următoarea lege (fig. 13)

$$y = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{x}{\cos \alpha},$$

$$x = h \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = K \cdot h \qquad (\alpha = ct),$$

și are forma de coroană circulară cu diametrul mediu D (luat din cotele de execuție ale injectorului) și de lățime x

$$\Omega_2 = \pi D x = \pi D K h = C h \tag{8}$$

unde :

C este constantă globală ;
h — cursa de ridicare a acului.

Pe durata de ridicare a acului, orificiul de scurgere astfel creat se comportă ca o diodă electronică deoarece conductanța [perditanța]

$$S = \frac{K \cdot \Omega_2}{\sqrt{U}},$$

$$I = SU = K\Omega_2 \sqrt{U},$$

dar Ω_2 (mărimea orificiului) este direct proporțională cu valoarea presiunii U deci : $I = K . K_1 . U\sqrt{U} = K_2 . U^{3/2}$,

$$I = K_2 U^{3/2} \tag{9}$$

și graficul de dependență este dat în figura 14. După ridicarea acului, legea de scurgere este dată de legea (10)

$$I = K \cdot \Omega_{max} \sqrt{U} = K_3 \sqrt{U}. \tag{10}$$

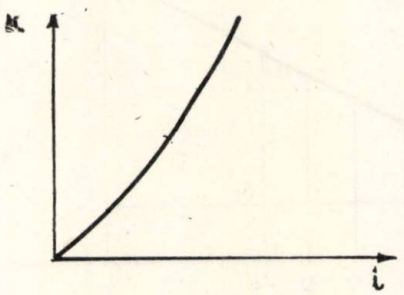


Fig. 14. — Caracteristica presiune-debit a injectorului.

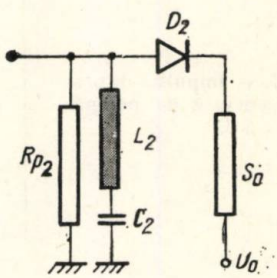


Fig. 15. — Rețeaua echivalentă a injectorului.

Această diodă conduce semnalul spre sarcina propriu-zisă a circuitului sonic, care este perditanța orificiilor diuzei, cu o secțiune de scurgere constantă. Circuitul sonic al injectorului este arătat în figura 15 *). Ca și în cazul supapei, partea mobilă a injectorului constituie un condensator

*) Prin U_0 s-a notat presiunea din cilindrul motorului în momentul deschiderii injectorului. Dacă este neglijată, cum se face în considerațiile teoretice din lucrare, trebuie luată în considerație la un calcul precis al legii de injecție.

a cărui capacitate globală se poate determina (circuitul L_2C_2 se comportă capacitiv pînă la frecvența de rezonanță care trebuie să fie mare). Constanta de timp pentru încărcarea acestui condensator care depinde și de rezistențele din rețea trebuie să fie mică în raport cu durata impulsului.

2. CIRCUITUL SONIC AL SISTEMULUI DE INJECȚIE

Circuitul sonic corespunzător sistemului de injecție analizat, rezultă prin conectarea în cascadă a cuadripolilor sonici corespunzători pompei, conductei și injectorului. În figura 16 e dată schema lui completă. Dar

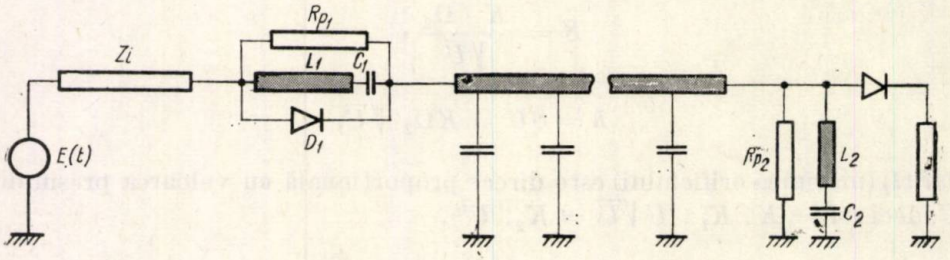


Fig. 16. — Schema rețelei generale echivalentă sistemului de injecție.

configurația cuadripolilor depinde de nivelul semnalului *) deci și schema circuitului sonic al sistemului de injecție poate lua forme particulare pentru diverse intervale de timp. În figura 17 se dă forma impulsului de presiune

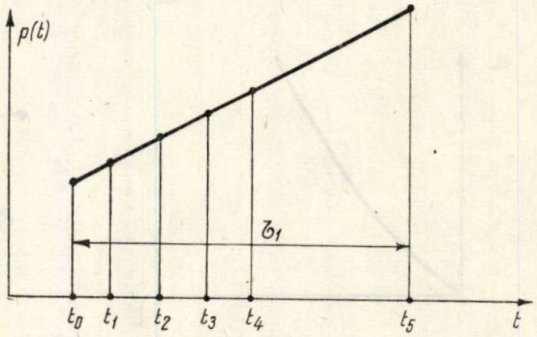


Fig. 17. — Impulsia de presiune generată de pompă.

real generat de pompă. S-a notat prin : t_0 — începutul refulării, t_1 — începutul deschiderii supapei, t_2 — supapa este pe limitator, t_3 — începutul ridicării acului, t_4—t_5 acul este pe limitator, t_5 închiderea supapei.

Pentru a putea liniariza rețeaua pe porțiuni se presupune că semnalul de intrare se descompune într-o succesiune de impulsii dreptunghiulare (de nivel constant), astfel pe durata unei asemenea impulsii parametrii circuitului pot fi considerați constanți și deci circuitul este liniar.

*) După cum se observă din figura 3, întrucît φ_1 și φ_2 pot să ia orice valoare cuprinsă în intervalul $0 \div 180°$ cu restricția $\varphi_1 < \varphi_2$, impulsul de presiune poate avea formă trapezoidală cu palierul crescător, descrescător, sau o formă dreptunghiulară.

Se stabilește astfel forma pe care o ia circuitul de bază pe diverse intervale $t_i - t_{i+1}$. Pentru intervalul $t_0 - t_1$ pompa începe să debiteze, supapa nu-i deschisă, deci cuadripolul echivalent supapei este format din Rp_1 în paralel cu circuitul serie L_1C_1. Mai departe impulsul se propagă

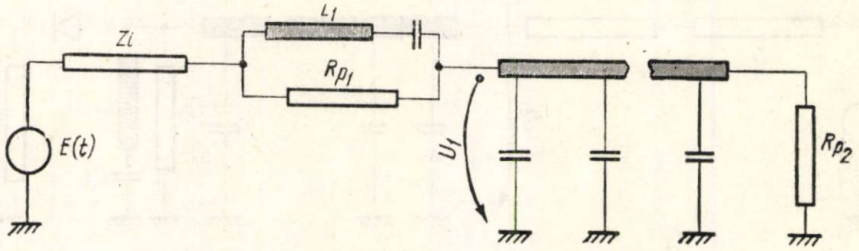


Fig. 18. — Rețeaua echivalentă a sistemului de injecție pentru : $t_0 - t_1$.

prin conducta de î.p care se termină pe o rezistență de sarcină foarte mare Rp_2 (injectorul este închis). Schema este dată în figura 18. În intervalul $t_1 - t_2$ supapa a început să-și deschidă orificiile, injectorul rămîne

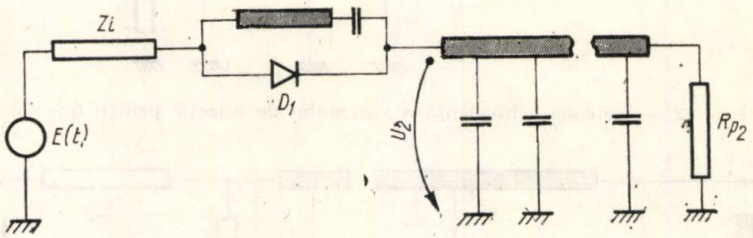


Fig. 19. — Rețeaua echivalentă a sistemului de injecție pentru $t_1 - t_2$.

închis schema este dată în figura 19. În intervalul $t_2 - t_3$ supapa este deschisă, injectorul este închis, schema este dată în figura 20. În intervalul $t_3 - t_4$ acul a început să se ridice deci injectorul e deschis parțial,

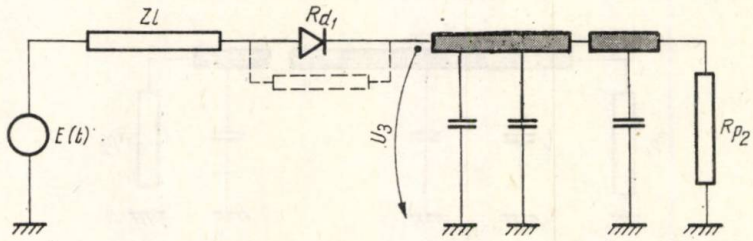


Fig. 20. — Rețeaua echivalentă a sistemului de injecție pentru $t_2 - t_3$.

schema e cea din figura 21. În intervalul $t_4 - t_5$ acul este pe limitator, injectorul este deschis la maximum, schema e dată în figura 22. La momentul t_5 pompa încetează de a mai refula, presiunea scade brusc ceea ce determină ca supapa să înceapă să coboare, injectorul rămînînd

deschis şi, să facă să apară un impuls negativ de presiune în conductă. Schema e dată în figura 23.
După ce s-a închis supapa şi injectorul, circuitul echivalent este dat în figura 24.

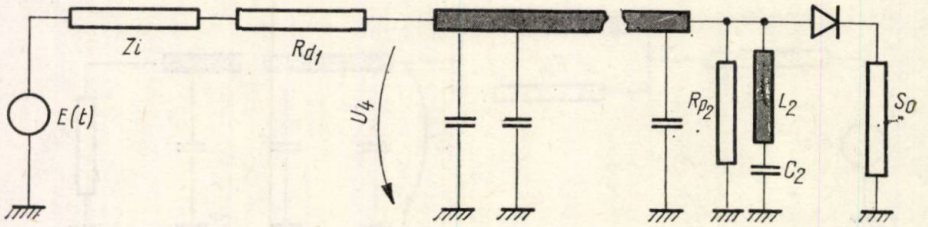


Fig. 21. — Reţeaua echivalentă a sistemului de injecţie pentru $t_3 - t_4$.

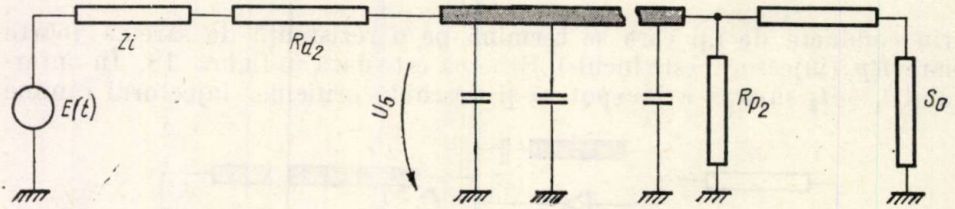


Fig. 22. — Reţeaua echivalentă a sistemului de injecţie pentru $t_4 - t_5$.

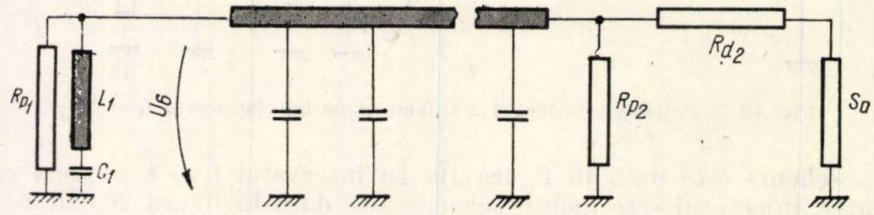


Fig. 23. — Reţeaua echivalentă a sistemului de injecţie pentru sfîrşitul refulării, — supapa este pe sediu.

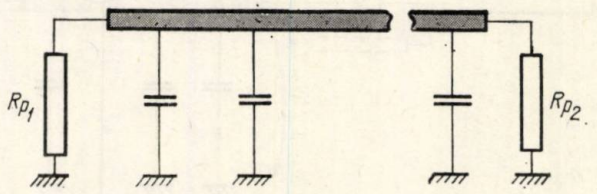


Fig. 24. — Reţeaua echivalentă a sistemului de injecţie după închiderea injectorului.

În schemele prezentate ca valabile pe diverse intervale ale impulsului, s-au introdus şi rezistenţele de pierderi Rp, Rp_1 şi Rp_2. În calculul simplificat ele pot fi socotite infinit de mari şi deci prezenţa lor se poate neglija. Într-un calcul precis însă trebuiesc luate în consideraţie.

De fapt mărimea lor e dată de cîmpul de toleranțe. Întrucît toleranțele se schimbă cu uzura rezultă că prin valorile lor se poate estima influența pe care o are uzura pompei, supapei, injectorului asupra legii de injecție.

3. ANALIZA REȚELEI SONICE
(Determinarea legii de injecție)

În capitolul anterior s-a arătat cum, de la sistemul de injecție real, format din piese mecanice statice și în mișcare, se ajunge la un circuit echivalent, constituit din elemente sonice conectate între ele din considerente legate de asigurarea transmiterii impulsului de la generator (pompă) la sarcină (injector) ca și în sistemul real. Pentru această rețea de structură cunoscută, se dă semnalul de la intrare și se cere semnalul de la ieșire ceea ce reprezintă o problemă de analiză a unui circuit.

Analiza este îngreuiată de neliniaritatea, care nu poate fi neglijată, a unor elemente, cum ar fi perditanța diodei injectorului care constituie sarcina utilă pe care debitează generatorul și, de existența liniei de întîrziere care introduce fenomenul de propagare. De fapt a rezolva problema în cazul general, constă în determinarea răspunsului la impulsuri a unei linii de întîrziere care debitează pe o sarcină neliniară. După cum se știe, fenomenul de propagare a unui semnal pe o linie lungă este guvernat de un sistem de două ecuații cu derivate parțiale simultane a cărui soluție dă distribuția de presiune și debit în timp și spațiu.

Pentru început presupunem că impedanța de sarcină $Z_s(p)$ este liniară, că linia este fără pierderi și că la intrare se aplică un impuls dreptunghiular, de la generator care în impedanța lui internă cuprinde și impedanța supapei.

Se pleacă de la sistemul de ecuații stabilit pentru linii lungi [1] scris în operațional:

$$\frac{\mathrm{d}\,U(p)}{\mathrm{d}x} = (pL + R)\,I(p),$$

$$\frac{\mathrm{d}I(p)}{\mathrm{d}x} = (pC + S)\,U(p), \tag{11}$$

în care $U(p)$ este transformata presiunii, $I(p)$ — transformata debitului iar ceilalți parametrii sînt dați. Soluția generală a acestui sistem scris pentru linii cu condiții inițiale nule este de forma

$$U(p) = U_1(p)\,\frac{\mathrm{sh}\gamma(l - x_1) + \dfrac{Z_s(p)}{Z_0(p)}\,\mathrm{ch}\gamma(l - x_1)}{\mathrm{sh}\,\gamma l + \dfrac{Z_s(p)}{Z_0(p)}\,\mathrm{ch}\,\gamma l}, \tag{12}$$

unde s-a notat cu l — lungimea liniei ($x_1 = 0$ la capătul dinspre generator), $Z_s(p)$ — transformata impedanței de sarcină, $U_1(p)$ — transformata im-

pulsului de presiune *) aplicat la intrare, iar $Z_0(p)$ și γ sînt impedanța caracteristică, respectiv, constanta de propagare a liniei.

Prin transformări simple (12) se aduce la forma

$$U(p) = U_1(p) \frac{e^{-\gamma x_1} + \frac{Z_s(p) - Z_0}{Z_s(p) + Z_0} e^{-\gamma(2l - x_1)}}{1 + \frac{Z_s(p) - Z_0}{Z_s(p) + Z_0} e^{-2\gamma l}}, \tag{13}$$

Se face notația

$$\rho_v(p) = \frac{Z_s(p) - Z_0}{Z_s(p) + Z_0}, \tag{14}$$

$\rho_v(p)$ este numit coeficient de reflexie operațional al presiunii analog coeficientului de reflesie din cazul regimului sinusiodal staționar. Deoarece ne interesează studiul la valori mici ale timpului se poate găsi o formulă asimptotică obținută pentru $p \to \infty$, adică

$$\left| \frac{Z_s(p) - Z_0}{Z_s(p) + Z_0} e^{-2\gamma l} \right| < 1.$$

Atunci se poate dezvolta în serie

$$\frac{1}{1 + \rho_v e^{-2\gamma l}} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \rho_v^k e^{-2k\gamma l}. \tag{15}$$

Relația (13) devine

$$U(p) = U_1(p) \left[e^{-\gamma x_1} + \rho_v e^{-\gamma(2l - x_1)}\right] \Sigma (-1)^k \rho_v^k e^{-2k\gamma l} =$$

$$= U_1(p) \left\{ e^{-\gamma x_1} + \sum_{k=1}^{\infty} \rho_v^k \left[e^{-\gamma(2kl + x_1)} - e^{-\gamma(2kl - x_1)}\right] \right\}, \tag{16}$$

deoarece $\gamma = p\sqrt{LC}$ (avem $R = S = 0$)

$$U(p) = U_1(p) \left[e^{-p\sqrt{LC}\, x_1} + \rho_v e^{-p\sqrt{LC}(2l - x_1)} - \rho_v e^{-p\sqrt{LC}(2l + x_1)} + \ldots\right.$$

$$\left. \ldots + (-1)^k \rho_v^k e^{-p\sqrt{LC}(2kl - x_1)} + (-1)^k \rho_v^k e^{-p\sqrt{LC}(2kl + x_1)} + \ldots \right. \tag{17}$$

Notăm cu

$$\varphi_k(p) = U_1(p) \rho_v^k \tag{18}$$

și

$$U_k(p) = \pm \varphi_k(p) e^{-p\sqrt{LC}(2kl \pm x_1)} \quad (k = 1, ,2, \ldots). \tag{19}$$

*) Similar se poate scrie și răspunsul după debit a semnalului [2]. Se preferă calculul în presiune întrucît există posibilitatea de-a se măsura comod în practică unda de presiune.

Dacă se notează cu $\varphi_k(t)$ originalul corespunzător funcției $\varphi_k(p)$, atunci originalul funcției $U_k(p)$ se obține (teorema translației din calculul operațional), prin întîrzierea originalului $\varphi_k(t)$ cu intervalul

$$\Delta t = \sqrt{LC}\,(2Kl \pm x_1) = \frac{2\,Kl + x_1}{v_1}, \tag{20}$$

$v_1 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ este viteza de propagare a semnalului pe linie.

În virtutea acestor notații, originalele diferiților termeni din relația (17) se scriu

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\pm U_1(p)\,\rho\,\frac{k}{v}\,e^{-p\sqrt{LC}\,(2kl \pm x_1)}\right] = \begin{cases} 0 \text{ pentru } t < \dfrac{2\,kl \pm x_1}{v_1} \\ \pm\varphi_k\left(t - \dfrac{2kl \pm x_1}{v_1}\right) \text{pentru } t > \dfrac{2\,kl \pm x_1}{v_1} \end{cases} \tag{21}$$

Însumînd toți termenii pe axa timpului, se obține răspunsul liniei în condițiile menționate. Determinarea funcțiilor $\varphi_k(t)$ poate fi făcută pentru orice Z_s și orice $U_1(t)$. O particularitate corespunde cazului cînd Z_s este

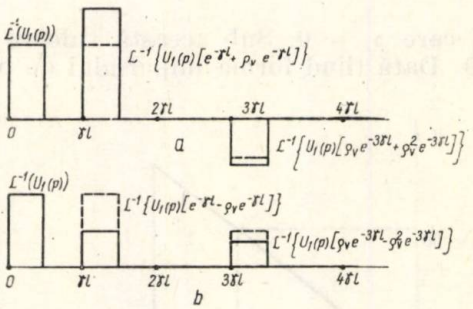


Fig. 25. — Răspunsul unei linii neadaptate la o impulsie dreptunghiulară.

rezistivă. Atunci ρ_v este real și cuprins între $+1$, -1. Dacă $Z_s = Z_0$, $\rho_v = 0$, nu există reflexii, se spune că sarcina este adaptată la linie. În figura 25 este ilustrată reprezentarea relației (17) (după ce s-a trecut la funcția original cu (21)] în cazul în care $x_1 = l$ (unda de presiune ce apare pe sarcină), în două situații: $\rho_v > 0$ și $\rho_v < 0$. Se vede că pe sarcină se obține o serie convergentă de impulsuri. Astfel se determină răspunsul liniei la impulsuri în cazul rețelelor liniare. Înainte de-a merge mai departe însă, cîteva considerații asupra relației (14).

Scriind relația (14) în care sarcina este pur rezistivă

$$\rho_v = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}.$$

Se vede că există posibilitatea ca pentru rețeaua sonică ce se analizează, ρ_v să ia orice valoare posibilă în intervalul $(-1, +1)$ deoarece $Z_s = Z_s(U)$ unde U este variabil (Z_s este variabil între limitele $0 \div \infty$) intervalul de variație a lui ρ_v poate fi parcurs pe durata fiecărui impuls de presiune generat de pompă. Întrucît $Z_s = K_3 \sqrt{U}$ pentru injectorul complet deschis (vezi relația 10) și

$$Z_0 = \frac{1}{\Omega} \sqrt{\frac{\rho E}{g}} \qquad \text{pentru o conductă de } \hat{i}.p.$$

atunci

$$\rho_v = \frac{K_3 \sqrt{U} - \frac{1}{\Omega} \sqrt{\frac{\rho E}{g}}}{K_3 \sqrt{U} + \frac{1}{\Omega} \sqrt{\frac{\rho E}{g}}}. \tag{22}$$

Pentru o linie fără pierderi, Z_0 variază puțin deci poate fi considerat constant. Pentru o linie de anumite dimensiuni și pentru un anumit injector deschis există o anumită valoare a lui U*), și anume

$$U_{10} = \frac{1}{(K_3\,\Omega)^2} \frac{\rho E}{g} \tag{23}$$

pentru care $\rho_v = 0$. Sub această valoare $\rho_v < 0$, peste această valoare $\rho_v > 0$. Dată fiind forma impulsului de presiune și dependență lui de φ

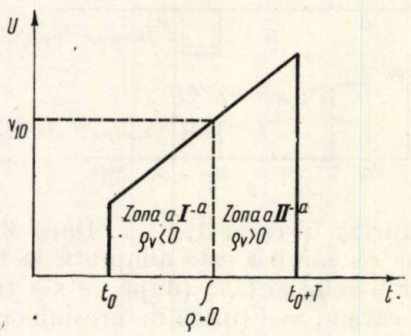


Fig. 26. — Cele două zone ale unei impulsii trapezoidale cu ρ_v diferite ca semn.

și ω (vezi figurile 3 și 4) orice impuls corespunzător unei turații trebuie împărțit fictiv în două zone: zona I-a pentru care $\rho_v < 0$ și zona a II-a pentru care $\rho_v > 0$ (fig. 26).

Se trece acum la determinarea răspunsului liniei în cazul sarcinii neliniare. Neliniaritatea sarcinii se manifestă în primul rînd prin depen-

*) Evident se mai poate spune că pentru orice sistem de injecție real există o viteză de mișcare a pistonului pe camă v_0, astfel încît: pentru orice $V(\omega, \varphi) < v_0$, $\rho_v < 0$; pentru $V(\varphi, \omega) = v_0$, $\rho_v = 0$; pentru orice $V(\varphi, \omega) > v_0$, $\rho_v > 0$.

denţă neliniară a debitului (curentului) cu presiunea (tensiunea) şi apoi prin dependenţa coeficientului de reflexie a presiunii ρ_v de nivelul presiunii.

Se procedează la împărţirea impulsului de durată T în tronsoane de impulsuri cu durate egale. Conform calculului operaţional (transformata Weidelich)

$$U_T(p)=\int_0^{\xi_1 T} u(t)\ e^{-pt}\,dt+\int_{\xi_1 T}^{\xi_2 T} u(t)\,e^{-pt}\,dt+\ldots+\int_{\xi_k T}^{T} u(t)\,e^{-pt}\,dt, \quad (24)$$

sau

$$U_T(p)=U_1(p)+U_2(p)\,e^{-p\xi_1 T}+\ldots+U_k(p)\,e^{-p\xi_k T}, \quad (25)$$

în care

$$U_i(p)\ e^{-\xi_{i-1}T}=\int_{\xi_{i-1}T}^{\xi_i T} u(t)\,e^{-pt}\,dt, \quad (26)$$

iar

$$0<\xi_1<\xi_2<\ldots<\xi_k<1.$$

S-a exprimat transformata Laplace a impulsului prin transformatele Laplace ale tronsoanelor de impuls. Întîi se urmăreşte propagarea unui singur tronson cu reflexiile repetate la cele două capete ale liniei. Aici trebuie făcută următoarea observaţie. Datorită faptului că durata T a impulsului trapezoidal este de cîteva ori mai mare decît durata $\tau=\frac{l}{v_1}$ (întîrzierea introdusă de linie), urmărind propagarea unui tronson prin sistemul fizic real se constată următoarele: tronsonul care ajunge la sarcină se reflectă în proporţia ρ_{v1}. Semnalul $\rho_{v1}\cdot\Delta U$ pleacă spre generator de unde se reflectă integral cu $\rho_v=-1$ şi ajunge din nou la sarcină unde, datorită faptului că la acest alt moment pe sarcină se aplică o presiune de alt nivel (impulsul de durată T este crescător în ampitudine), se va reflecta cu alt indice ρ_{v2}, deci acum spre generator va pleca unda de amplitudine $\rho_{v1}\cdot\rho_{v2}\cdot\Delta U$ ş.a.m.d. Din această cauză relaţia (17) trebuie scrisă sub forma

$$U_i(p)=U_{1i}(p)\,[e^{-p\sqrt{LC}\,x_1}+\rho_{v1i}\,e^{-p\sqrt{LC}\,(2l-x_1)}-\rho_{v1i}\,e^{-p\sqrt{LC}\,(2l+x_1)}+\ldots$$

$$\ldots+(-1)^k\left(\prod_{i=1}^{k}\rho_{v1i}\right)e^{-p\sqrt{LC}\,(2kl-x_1)}+(-1)^k\left(\prod_{i=1}^{k}\rho_{v1i}\right)e^{-p\sqrt{LC}\,(2kl+x_1)} \quad (27)$$

Deci pentru fiecare tronson există o serie (27) convergentă. Convergenţa se demonstrează considerînd propagarea tronsonului în condiţii reale. E suficient să se considere propagarea în două situaţii: în intervalul în care injectorul este complet deschis (fig. 22) şi intervalul de după închiderea injectorului pînă la apariţia unui nou impuls de la pompă (fig. 24). Pentru prima situaţie soluţia este descrisă de cîţiva termeni din seria (27) (cel mult patru termeni), pentru a doua situaţie, convergenţa este asigurată de atenuarea introdusă de linia reală prin care se face propagarea.

Evident răspunsul liniei la impulsul de durată T se află făcînd însumarea seriilor (27)

$$U(p) = \sum_{j=1}^{n} U_{1j}(p) \left[e^{-p\sqrt{LC}\,x_1} + \rho_{vjj}\, e^{-p\sqrt{LC}\,(2l - x_1)} - \rho_{vjj}\, e^{-p\sqrt{LC}\,(2l + x_1)} + \ldots \right.$$

$$\left. \ldots + (-1)^k \left(\prod_{i=j}^{k} \rho_{vji} \right) e^{-p\sqrt{LC}\,(2kl - x_1)} + (-1)^k \left(\prod_{i=j}^{k} \rho_{vji} \right) e^{-p\sqrt{LC}\,(2kl + x_1)} \right], \quad (28)$$

în care fiecare $U_{1j}(p)$ este un termen al sumei din (25). Mai trebuie clarificată modalitatea determinării lui ρ_{vji}. Pentru determinarea lui se aplică relația (14). Dar apare posibilitatea ca în același timp, pe sarcină să se suprapună un tronson care ajunge prima dată la sarcină și undele reflectate corespunzătoare altor tronsoane conform celor spuse mai înainte. Suma algebrică a acestor unde dictează valoarea lui $Z_s(U)$ iar cu relația (14) se determină în mod univoc ρ_{vji}. De aceea se consideră că împărțirea în tronsoane s-a făcut astfel încît :

1) pe durata unui tronson ρ_{vji} nu variază ;

2) suprapunerea tronsoanelor care ajung prima dată pe sarcină cu cele rezultate se face sau perfect sau de loc.

Relația (28) trecută în domeniul timpului, pentru $x_1 = l$, descrie răspunsul unei linii lungi, care se termină pe o sarcină neliniară, la un semnal de intrare impuls *). Revenind la figura 26 se poate afirma că impulsul generat de pompă poate să fie în :

a) zona a II-a,
b) zona a I-a,
c) zona a I-a și a II-a.

Trebuie remarcată de la început complexitatea problemei, datorită existenței organului mobil al injectorului închis **) care face ca sarcina să fie neliniară în primul rînd datorită legii de scurgere prin orificii și apoi, datorită variației secțiunii orificiului funcție de nivelul semnalului.

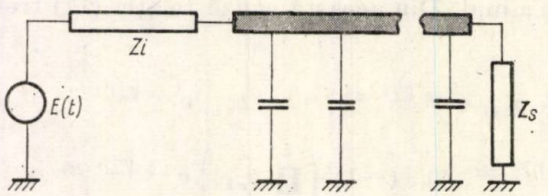


Fig. 27. — Schema de principiu a unui circuit pe care debitează un generator.

Determinarea prin calcul, chiar aproximativ, a undei de presiune la injector se va face diferit pentru cele trei cazuri enumerate.

În cazul a) rețeaua este reperezentată în figura 27, iar semnalul de ieșire s-a trasat în figura 28 după metoda arătată. Forma de undă nu

*) Propagarea pe conductă s-a studiat presupunînd că linia de întîrziere are condiții inițiale nule. Aproximarea nu este grosolană întrucît presiunea suplimentară pe conductă înainte de refularea pompei nu trece de 1—2 at. după ultimile măsurători. Avînd în vedere că presiunea de injecție este de ordinul sutelor de at. atunci aproximarea este cu totul valabilă.

**) Pentru injectoarele deschise, secțiunea de scurgere nu depinde de nivelul semnalului.

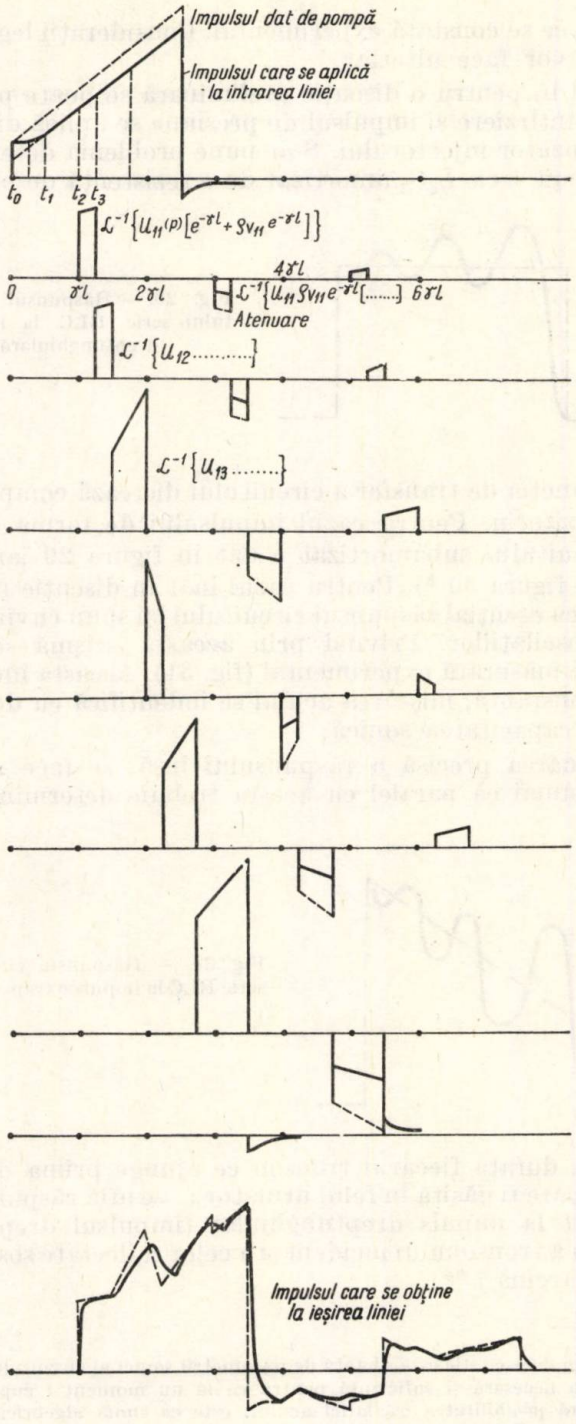


Fig. 28. — Răspunsul liniei de întîrziere la o impulsie trapezoidală.

diferă de ceea ce se constată experimental. Considerații legate de felul cum s-a trasat se vor face ulterior.

În cazul b) pentru o discuție preliminară se poate presupune că lipsește linia de întîrziere și impulsul de presiune se aplică direct pe circuitul sonic corespunzător injectorului. S-ar pune problema determinării răspunsului unui circuit serie L_2C_2 amortizat de o rezistență de pierderi [2].După

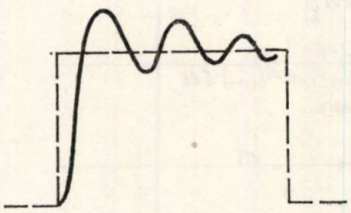


Fig. 29. — Răspunsul circuitului serie RLC la impulsie dreptunghiulară.

cum se știe, funcția de transfer a circuitului dictează comportarea acestuia în regim tranzitoriu. Pentru cazul impulsului de forma dreptunghiulară răspunsul circuitului subamortizat e dat în figura 29 iar pentru impuls trapezoidal în figura 30 *). Pentru cazul luat în discuție undele reflectate deși nu modifică esențial răspunsul circuitului își spun cuvîntul doar asupra amplitudinii oscilațiilor. Privind prin această prismă se poate explica forma de undă măsurată experimental (fig. 31). Aceasta întrucît abstracție făcînd de o constantă, mișcarea acului se indentifică cu debitul (curentul) ce trece prin capacitatea sonică.

Determinarea precisă a răspunsului însă, se face scriind termenii seriilor (27) numai că paralel cu acesta trebuie determinată deschiderea

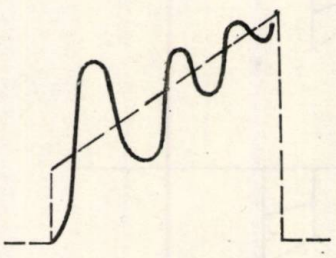


Fig. 30. — Răspunsul circuitului serie RLC la impulsie trapezoidală.

injectorului pe durata fiecărui tronson ce ajunge prima dată la injector. Deschiderea poate fi găsită în felul următor : se află răspunsul unui circuit serie amortizat la impuls dreptunghiular (impulsul dreptunghiular este suma algebrică a tronsonului incident și a celor reflectate sosite în momentul respectiv pe sarcină) **).

---

*) Frecvența de oscilație este dictată de parametrii sonici ai circuitului oscilant serie L C.

**) Condiția necesară și suficientă pentru ca la un moment t cuprins în durata T a impulsului să apară posibilitatea oscilației acului, este ca suma algebrică a tronsoanelor de presiune $\Sigma u_{1i}(t)$ care sînt pe injector să îndeplinească relația $\Sigma u_{1i}(t) < U_{10}$.
i

Întrucît durata tronsonului este mică, se consideră numai partea inițială a răspunsului circuitului RLC. Eroarea nu-i prea mare dacă se consideră deschiderea obținută la sfîrșitul fiecărui tronson ca fiind valabilă în calcul pentru găsirea lui ρ_{vji} (corespunzătoare tronsonului următor). Se face observația că Z_s se consideră pur rezistivă pe durata fiecărui tronson și este cea dată de deschiderea calculată în acest fel. Fizic are loc următorul fenomen : cînd frontul impulsului generat de pompă ajunge la injector îl găsește închis $\rho_{vji} = 1$, presiunea își dublează amplitudinea (vezi relația 27), acul începe să se ridice, deschiderea (orificiul) crește, ρ_{vji} rămîne pozitiv dar scade, amplitudinea undei la injector rămîne suficientă pentru ca ρ_{vji} să fie pozitiv, deschiderea crește în continuare și ajunge la o valoare pentru care ρ_{vji} devine negativ, amplitudinea undei pe injector scade, deschiderea scade, acul coboară ρ_{vji} crește ș.a.m.d. Acul injectorului are o mișcare oscilantă.

În cazul c), răspunsul se poate determina după cum urmează : pentru durata în care impulsul aparține zonei a I-a se determină ca în

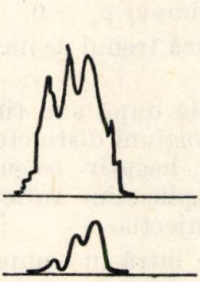


Fig. 31. — Răspunsul liniei cînd toată impulsia trapezoidală aparține zonei a I-a.

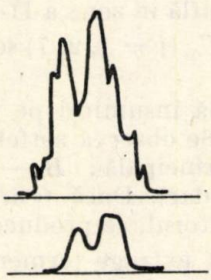


Fig. 32. — Răspunsul liniei cînd impulsia aparține celor două zone.

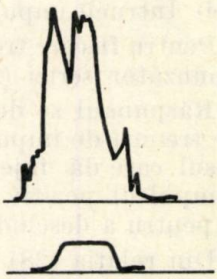


Fig. 33. — Răspunsul liniei cînd impulsia aparține zonei a II-a.

cazul b), pentru rest ca în cazul a). Trebuie observat că e posibilă punerea în evidență a regimului oscilant pentru porțiunea de impuls ce aparține zonei I-a dacă aceasta durată e suficient de mare astfel încît să se producă una, două oscilații etc. Cele trei cazuri discutate sînt puse în evidență prin măsurători asupra unui sistem de injecție real. Astfel în figurile 31, 32, 33 se indică forma de undă a presiunii la injector și mișcarea acului pentru trei turații diferite. În figura 31 la o pulsație $\omega = 2\pi \frac{300}{60}$, întreg impulsul generat de pompă se află în zona a I-a, oscilația acului persistă pe toată durata impulsului (corespunde cazului b). În figura 32 la o pulsație $\omega = 2\pi \frac{600}{60}$ o parte a impulsului aparține zonei a I-a în care apare oscilația acului, cealaltă aparține zonei a II-a (corespunde cazului c). În figura 33 la o pulsație $\omega = 2\pi \frac{900}{60}$, tot impulsul aparține zonei a II-a, oscilația acului nu mai apare *) (corespunde cazului a)).

*) Determinările experimentale au fost făcute pe sistemul de injecție a tractorului românesc U—650, la Uzina Mecanică Fină Sinaia.

În sfîrșit cîteva considerații legate de ridicarea graficului din figura 28 cu explicarea posibilităților de apariție a golurilor în conducta de înaltă presiune. Nu se consideră fenomenele de strangulare care apar la pompă atît la începutul cît și la sfîrșitul refulării. Impulsul de presiune generat de pompă are o formă trapezoidală de durată T. Se arată în figură și căderea de presiune care are loc pe supapă precum și impulsul negativ de presiune **) care apare la intrarea pe linie datorită revenirii supapei pe sediu. Impulsul de presiune care apare la intrarea conductei este cel cu linie îngroșată.

Pentru o determinare precisă a răspunsului, impulsul ar trebui împărțit în cît mai multe tronsoane de durate egale. Într-o prezentare mai simplificată se consideră: t_0 — momentul începutului refulării la pompa; t_1 — supapa a ajuns pe sediu; t_2 — acul începe să se ridice; t_3 — acul este pe limitator; T — apare impulsul negativ de presiune datorită căderii supapei iar în plus se consideră tronsoanele $U_{11}, U_{12} - U_{17}$. Scala timpului este împărțită în diviziuni egale cu γl (durata de întîrziere a liniei). Întrucît impulsul se află în zona a II-a tot timpul $\rho_v > 0$.

Pentru fiecare tronson $U_{1i} (i = 1, 2, 7)$ se trasează trenul de impulsuri corespunzător seriei (27) *.

Răspunsul se determină însumînd pe verticală după axa timpului aceste trenuri de impulsuri. Se observă astfel trei porțiuni distincte: A — impulsul care dă injecția principală; B — impuls negativ (secundar); C — impulsul pozitiv (secundar). Dacă C are o amplitudine suficient de mare pentru a deschide injectorul, se produce postinjecția.

Din relația (28) se pot extrage termenii care intră în componența impulsului B și C. Aceștia sînt dați de

$$\mathfrak{L}^{-1}\left\{\sum_{j=1}^{7} U_{1j}(p)\left[(-1)^k\left(\prod_{i=j}^{k}\rho_{vji}\right)e^{-p\sqrt{LC}\,(2kl-x_1)}+(-)1^k\left(\prod_{i=j}^{k}\rho_{vji}\right)e^{-p\sqrt{LC}\,(2kl+x_1)}\right]\right\} \tag{29}$$

și apar pe axa timpului pentru $t > T + \gamma l$ adică $p\sqrt{LC}\,(2kl \pm x_1) > T + \gamma l$.

Peste acest semnal se suprapune și semnalul dat de descărcarea supapei. Fenomenul este același ca atunci cînd un condensator încărcat la o presiune $U_{10} = -\frac{\delta}{C}$, se descarcă pe o linie lungă cu impedanță de intrare Z_i. Variația în timp a presiunii corespunzătoare descărcării supapei este dată de relația

$$u(t) = U_{10}\left(1 - e^{-\frac{t}{Z_i C}}\right) \tag{30}$$

**) Ca și cum la intrarea liniei există un condensator încărcat la o presiune $U = -\delta/C$ care începe să se descarce pe linia de întîrziere, unde: δ este deplasamentul sonic (egal cu volumul dislocuit de supapă prin căderea ei pe sediu); C — capacitatea sonică a supapei.

*) Evident δ_{vji} nu admite discontinuități la trecerea dintr-un tronson în altul.

(în fig. 28 pentru descărcarea supapei s-a presupus că Z_i este rezistivă și constantă). Notăm cu $u_B(t)$, $u_c(t)$ impulsurile de presiune B și C astfel obținute. Se scrie relația

$$\int_{\gamma l+T}^{NT} (u_B(t) + u_c(t))\,dt \qquad (N \gg 1) \tag{31}$$

Dacă integrala este pozitivă, pentru impulsul următor linia apare cu condiții inițiale nenule. Dacă integrala este negativă, apar goluri. Cazul urmărit este acela în care integrala este zero. Din analiza matematică prezentată reiese că pot fi găsiți parametrii sonici ai rețelei de așa mărime, încît impulsurile B și C să dispară cu totul. Această situație corespunde numai cazului în care cvadripolul sonic al injectorului este adaptat la linia de întîrziere (adică impedanța injectorului este egală cu impedanța caracteristică a liniei).

4. CONCLUZII

Faptul că se pot explica fenomene ca : oscilația acului, postinjecția, apariția golurilor, atestă că încadrarea matematică a problemei este corectă.

Acest mod de rezolvare a problemei prezintă avantajele :

1. se ridică relativ simplu graficele de variație a presiunii (sau debitului) la injector ;
2. se determină cu o precizie dorită legea de injecție ;
3. din analiza matematică a fenomenului se pot scoate criterii de proiectare ale elementelor sistemului de injecție ;
4. rezultatele teoretice pot fi verificate experimental cu ușurință pe un sistem de injecție real.

Primit la redacție la 26 mai 1969.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Constantinescu, *Teoria Sonicității* Tipografia „Cultura" București, 1922.
2. Mugur Săvescu *Circuite electrice liniare* Edit. didactică și pedagogică, București 1968.
3. I. Tutunaru, *Teoria mecanismelor și a mașinilor. Mecanisme cu came.* Edit. tehnică, București, 1959.

SCHEMELE ECHIVALENTE PSL ALE CONDUCTOARELOR DREPTE DE SECȚIUNE OARECARE

DE

C. I. MOCANU

538.3 : 621.3.013

În lucrare se stabilesc schemele echivalente fundamentale ale conductoarelor drepte având o formă oarecare a secțiunii transversale. Schemele conțin elemente inductive cu rezistențe și inductivități constante : P cu elementele conectate în paralel, S în serie și L în lanț. Pe modelul acestor scheme se studiază efectul pelicular tranzitoriu și permanent pentru orice mod de variație în timp a tensiunii de excitație.

Problema schemelor echivalente a conductoarelor în regim tranzitoriu interesează în studiul difuziei cîmpului electromagnetic. În literatură, regimurile tranzitorii se analizează fie cu ajutorul parametrilor tranzitorii definiți cu relații liniare sau energetice la excitații treaptă de tensiune sau de curent [1] — [9], fie cu scheme echivalente.

În lucrările [10], [11] autorul a arătat că în regim cvasistaționar la curent de aducție, cilindrul circular, tubul și placa cu extensiune infinită, admit independent de modul de excitație și de relațiile de definiție liniare sau energetice, trei scheme echivalente fundamentale sau canonice cu elemente inductive, avînd rezistențe și inductanțe constante : P, cu elementele conectate în paralel, S în serie și L în lanț. Scheme similare s-au stabilit și pentru cablul coaxial [11], conductorul cu secțiune dreptunghiulară situat în crestătura feromagnetică de aceeași formă [12], și pentru circuitul constituit din două plăci dreptunghiulare dispuse paralel și cu efect de proximitate [13]. În aceste lucrări, schemele PSL s-au obținut prin sinteza impedanței operaționale. Metoda presupune cunoașterea impedanței operaționale interioare a conductorului. Datorită formei conductoarelor și condițiilor de cîmp pe suprafețele lor, se poate defini și calcula impedanța operațională cu legea lui Ohm. În general pentru conductoarele cu formă oarecare a secțiunii transversale, nu se cunoaște impedanța interioară și metoda sintezei nu poate fi aplicată.

În această lucrare autorul elaborează o metodă de stabilire a schemelor echivalente PSL pentru conductoare drepte de formă oarecare. Schema paralel P se obține din răspunsul liber sau tranzitoriu, schema serie S se determină cu teorema reactanței lui Foster și schema lanț L

cu teorema lui Stieltjes-Cauer. Se calculează schemele cilindrului circular plin şi se regăsesc rezultatele din lucrările [10], [11]. Într-o altă lucrare se va aplica metoda pentru conductoare cu alte secţiuni.

1. CALCULUL RĂSPUNSURILOR LIBER ŞI TRANZITORIU A UNUI CONDUCTOR DREPT

Se consideră un conductor drept de conductivitate σ şi permeabilitate μ constante, avînd lungimea l foarte mare şi o formă oarecare a secţiunii sale transversale de arie A_0 (fig. 1). Se alege un sistem de coordonate

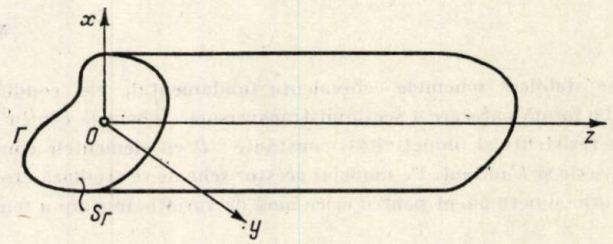


Fig. 1. — Conductor drept avînd o formă oarecare a secţiunii transversale.

carteziene (x, y, z) cu axa oz paralelă cu conductorul. La curent de aducţie $i(t)$, cîmpul electric în conductor e orientat axial şi cîmpul magnetic e situat în plane transversale, ambele fiind independente de coordonata z. Separînd în ecuaţia difuziei densităţii de curent $J\,(x, y. t)$

$$\Delta J = \mu\sigma \frac{\partial J}{\partial t}, \tag{1}$$

variabilele spaţiale x, y de variabila temporală t, se obţin ecuaţiile

$$\Delta\, s\,(x, y) = \lambda^2 s\,(x, y)\ ; \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}\tau\,(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\lambda^2}{\mu\sigma}\,\tau\,(t), \tag{3}$$

în care λ este constanta de separare şi s-a notat

$$J\,(x, y, t) = s\,(x, y)\,\tau\,(t).$$

Soluţia generală a ecuaţiei (1) are forma

$$J\,(x, y, t) = J_0 \sum_{k=1}^{\infty} s_k\,(x, y)\,\tau_k\,(t) \tag{4}$$

în care

J_0 e densitatea de curent în regim staţionar;

$s_k(x, y)$ — funcţia proprie spaţială adimensională, soluţie a ecuaţiei (2),

$\tau_k(t)$ — funcţia proprie temporală adimensională, soluţie a ecuaţiei (3), corespunzînd valorii proprii λ_k a constantei de separare. Se demonstrează [15], [16] că pentru domenii finite, valorile proprii λ_k sînt reale şi alcătuiesc un şir discret, iar pentru domenii infinite valorile proprii sînt continue şi în (4) suma se înlocuieşte cu integrale în raport cu λ.

Puterea instantanee $p(t)$ dezvoltată în conductor prin efect Joule are expresia

$$p(t) = \frac{l}{\sigma}\int_{S_\Gamma} J^2 \, dx \, dy = \frac{lJ_0^2}{\sigma_k} \sum_{k,\, l=1}^{\infty} \tau_k(t)\, \tau_l(t) \int_{S_\Gamma} s_k(x, y)\, s_l(x, y)\, dx\, dy.$$

Notînd cu $S_k(x, y)$ funcţiile proprii adimensionale ortonormate corespunzînd funcţiilor $s_k(x, y)$

$$S_k(x, y) = \frac{s_k(x, y)}{\sqrt{A_0}}, \tag{5}$$

puterea $p(t)$ se scrie astfel

$$p(t) = R_0 I_0^2 \sum_{k=1}^{\infty} \tau_k^2(t) \int_{S_\Gamma} S_k^2(x, y)\, dx\, dy,$$

în care R_0 e rezistenţa conductorului în curent continuu şi I_0 e intensitatea curentului continuu corespunzînd lui J_0,

$$R_0 = \frac{l}{\sigma A_0}. \tag{6}$$

Integrînd densitatea de curent $J(x, y, t)$, (4) pe secţiunea transversală S_Γ a conductorului, se obţine curentul $i(t)$

$$i(t) = \int_{S_\Gamma} J \, dx\, dy = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \tau_k(t), \tag{7}$$

constanta α_k fiind media lui $S_k(x, y)$ pe secţiunea conductorului

$$\alpha_k = \frac{1}{A_0}\int_{S_\Gamma} S_k(x, y)\, dx\, dy. \tag{8}$$

După modul de variaţie în timp, produsele $S_k(x, y)\, \tau_k(t)$ şi $\alpha_k \tau_k(t)$ pot fi pozitive sau negative. E preferabil ca semnul să fie dat de funcţiile de timp $\tau_k(t)$; cu notaţia

$$\tau_k(t) = \alpha_k \, T_k(t), \tag{9}$$

expresiile (4) şi (7) ale lui J şi i se transformă cum urmează

$$J\ (x,\ y,\ t) = J_0 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k\ S_k\ (x,\ y)\ T_k\ (t)\,; \tag{10}$$

$$i(t) = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2\ T_k\ (t). \tag{11}$$

În acest fel semnul termenilor $\alpha_k^2\ T_k\ (t)$ este dat numai de $T_k\ (t)$.

Se consideră conductorul parcurs de curent continuu I_0 şi la momentul $t = 0$ se deconectează de la sursă. În intervalul de relaţie $0 < t < \infty$, valorile iniţiale şi finale ale densităţii $J_l\ (x,\ y,\ t)$ şi curentului $i_l\ (t)$ în regim liber sînt următoarele:

$$J_l\ (x,\ y,\ 0) = J_0\,; \qquad J_l\ (x,\ y,\ \infty) = 0, \tag{12}$$

$$i_l\ (0) = I_0\,; \qquad i_l\ (\infty) = 0. \tag{13}$$

Funcţiile $T_k(t)$ soluţii ale ecuaţiei (3) satisfăcînd condiţiile (12) şi (13) au expresiile

$$T_k\ (t) = \mathrm{e}^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}. \tag{14}$$

Înlocuind valoarea lui $T_k(t)$ din (14) în (10) şi (11), se obţin $J_l\ (x,\ y,\ t)$ şi $i_l\ (t)$

$$J_l\ (x,\ y,\ t) = J_0 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k\ S_k\ (x,\ y)\ \mathrm{e}^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}, \tag{15}$$

$$i_l\ (t) = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2\ \mathrm{e}^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}. \tag{16}$$

Din formulele (15) şi (16), ţinînd cont de condiţiile iniţiale (12) şi (13), rezultă că funcţiile proprii spaţiale $S_k\ (x,\ y)$ şi constantele α_k satisfac relaţiile

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k\ S_k\ (x,\ y) = 1\ ; \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 = 1. \tag{17}$$

Calculînd tensiunea magnetomotoare pe conturul Γ al secţiunii transversale a conductorului şi identificînd-o cu curentul liber $i_l\ (t)$, (16) se obţine următoarea relaţie între λ_k şi α_k:

$$\lambda_k^2\ \alpha_k = \oint_{\Gamma} \left(\frac{\partial\ S_k}{\partial y}\ \mathrm{d}x - \frac{\partial S_k}{\partial x}\ \mathrm{d}y \right). \tag{18}$$

Răspunsul liber al conductorului $y_l(t)$, definit de raportul $i_l(t)/R_0 I^0$ se calculează din relația (16) cum urmează

$$y_l(t) = \frac{1}{R_0} \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 \, e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}. \tag{19}$$

Intensitatea tranzitorie a curentului $i(t)$ se obține însumînd componenta de regim permanent I_0 și componenta de regim liber $i_l(t)$ cu semn schimbat

$$i(t) = I_0 - i_l(t) = I_0 \left[[1 - \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 \, e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma} \right] = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 \left(1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}\right) \tag{20}$$

în care s-a ținut cont de a doua relație (17). Analog pentru densitatea tranzitorie de curent $J(x, y, t)$ se obține expresia

$$J(x, y, t) = J_0 - J_0 \sum_{k=1}^{\infty} \left[\alpha_k S_k(x, y) \, e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma} \right] =$$

$$= J_0 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k S_k(x, y) \left(1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}\right), \tag{21}$$

în care s-a ținut cont de prima relație (17).

Răspunsul tranzitoriu sau admitanța tranzitorie a conductorului $y(t)$, definit de raportul $i(t)/R_0 I_0$ rezultă din (20),

$$y(t) = \frac{1}{R_0} \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 \left(1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}\right). \tag{22}$$

2. SCHEMELE ECHIVALENTE FUNDAMENTALE (CANONICE) PSL ALE CONDUCTOARELOR DREPTE

2.1. *Schema paralel P.* Cu notația

$$i_{lk} = I_0 \, \alpha_k^2 \, e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}$$

ecuația (16) pusă sub forma

$$i_l = \sum_{k=1}^{\infty} i_{lk}, \tag{23}$$

reprezintă teorema I a lui Kirchhoff aplicată la unul din cele două noduri

ale unei rețele avînd o infinitate de elemente inductive conectate în paralel, cu rezistențele $R_k^{(p)}$ și inductanțele $L_k^{(p)}$ (fig. 2)

$$R_k^{(p)} = \frac{R_0}{\alpha_k^2}; \qquad L_k^{(p)} = \frac{R_0 \mu \sigma}{\lambda_k^2 \alpha_k^2}. \tag{24}$$

Deoarece $R_k^{(p)}$ și $L_k^{(p)}$ sînt pozitive și nenule, urmează că rețeaua e fizic

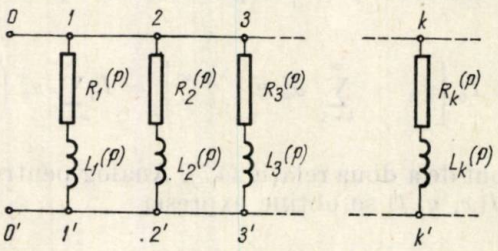


Fig. 2. — Schema echivalentă fundamentală paralel P.

realizabilă. Sistemul dipolilor inductivi conectați în paralel constituie *schema echivalentă fundamentală* sau *canonică paralel*, P.

Admitanța operațională echivalentă $Y(p)$ a schemei paralel calculată cu valorile (24)

$$Y(p) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{R_k^{(p)} + p\, L_k^{(p)}} = \frac{1}{R_0} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k^2}{p + \frac{\lambda_k^2}{\mu \sigma}} \tag{25}$$

îndeplinește condiția standard de a fi imagine Laplace, întrucît $\lim_{p \to \infty} Y(p) = 0$. Calculînd funcția original $y_l(t) = L^{-1}\{Y(p)\}$ se obține formula (19) a răspunsului liber al conductorului.

2.2. *Schema serie S.* Notînd cu ξ constanta adimensională a lui Dwight [17]

$$\xi = \sqrt{\mu \sigma p R_0} \tag{26}$$

și cu ξ_k constantele

$$\xi_k = \lambda_k \sqrt{R_0} \tag{27}$$

admitanța operațională $Y(p)$, (25) se scrie astfel

$$Y(\xi) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_k^2 \alpha_k^2}{\xi^2 + \xi_k^2}. \tag{28}$$

Funcţia $Y(\xi)$ este egală cu raportul a două funcţii de ξ^2

$$Y(\xi) = \frac{P(\xi^2)}{Q(\xi^2)} = \frac{P(\xi^2)}{\prod_{k=1}^{\infty} (\xi^2 + \xi_k^2)} \tag{29}$$

avînd poli simpli $\pm \xi_k$ dispuşi pe axa imaginară. În conformitate cu teorema reactanţei lui Foster [18], [19] funcţia impedanţă $Z(\xi)$ egală cu raportul a două funcţii de ξ^2

$$Z(\xi) = \frac{Q(\xi^2)}{P(\xi^2)} = \frac{\prod_{k=1}^{\infty} (\xi^2 + \xi_k^2)}{\prod_{k=1}^{\infty} (\xi^2 + \xi_k'^2)} \tag{30}$$

are poli simpli $\pm \xi_k'$ dispuşi pe axa imaginară alternat cu ξ_k. În consecinţă funcţia $Z(\xi)$, (30) admite următoarea dezvoltare în fracţii simple

$$Z(\xi) = R_0^{(s)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k \xi^2}{\xi^2 + \xi_k'^2} \tag{31}$$

sau, revenind la variabila p (27)

$$Z(p) = R_0^{(s)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k p}{p + \frac{\xi_k'^2}{\mu\sigma R_0}}, \tag{32}$$

în care constantele a_k sînt pozitiv definite. Funcţia $Z(p)$, (32) pusă sub forma

$$Z(p) = R_0^{(s)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{R_k^{(s)}} + \frac{1}{pL_k^{(s)}}} \tag{33}$$

în care

$$R_k^{(s)} = a_k; \qquad L_k^{(s)} = \frac{\mu\sigma R_0 a_k}{\xi_k'^2} \tag{34}$$

eprezintă impedanţa operaţională echivalentă a reţelei conţinînd în erie cu rezistenţa $R_0^{(s)}$, o infinitate de structuri, fiecare avînd rezistenţa $R_k^{(s)}$ conectată în paralel cu inductanţa $L_k^{(s)}$ (fig. 3). Aceasta este *schema echivalentă fundamentală* sau *canonică serie S*.

2.3. *Schema lanţ L.* În conformitate cu teorema lui Stieltjes-Cauer [18], [19], orice funcţie de reactanţă $Z(p)$ admite o dezvoltare în fracţie continuă de forma

$$Z(p) = R_0^{(l)} + \cfrac{1}{(p L_1^{(l)})^{-1}} + \cfrac{1}{R_1^{(l)}} + \cfrac{1}{(p L_2^{(l)})^{-1}} + \cfrac{1}{R_2^{(l)}} + \dots + \cfrac{1}{(p L_k^{(l)})^{-1}} + \cfrac{1}{R_k^{(l)}} + \dots \tag{35}$$

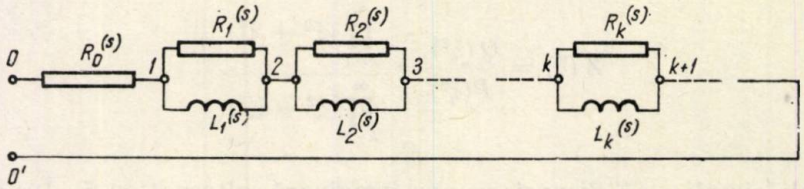
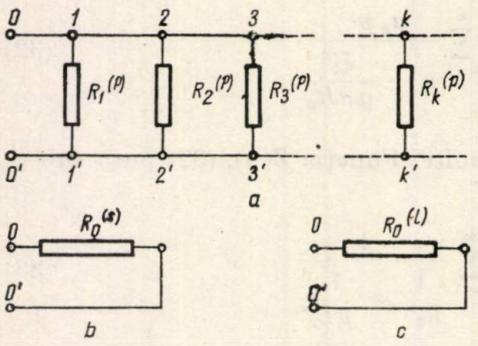


Fig. 3. — Schema echivalentă fundamentală serie *S*.

în care mărimile $R_0^{(l)}$, $R_k^{(l)}$ şi $L_k^{(l)}$ sînt pozitive şi nenule. Funcţia $Z(p)$, (35) reprezintă impedanţa operaţională echivalentă a reţelei lanţ avînd longitudinal rezistenţele $R_k^{(l)}$ şi transversal inductanţele $L_k^{(l)}$ (fig. 4). Aceasta este *schema echivalentă fundamentală* sau *canonică lanţ L.*



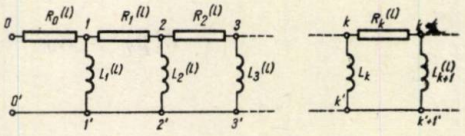


Fig. 5. — Schemele echivalente în curent continuu : *a*, paralel ; *b*, serie şi *c*, lanţ.

Fig. 4 — Schema electrică fundamentală lanţ *L*.

În regim electrocinetic staţionar, schema *P* conţine numai rezistenţele $R_k^{(p)}$, iar în schemele *S* şi *L* inductanţele $L_k^{(s)}$ şi $L_k^{(l)}$ scurtcircuitează rezistenţele $R_k^{(s)}$ şi $R_k^{(l)}$, rămînînd numai rezistenţa $R_0^{(s)}$, respectiv $R_0^{(l)}$, (fig. 5). Deoarece în curent continuu conductorul e caracterizat numai de rezistenţa R_0, rezultă următoarea relaţie între rezistenţele schemelor *PSL*,

$$\left[\sum_{k=1}^{\infty} R_k^{(p)^{-1}}\right]^{-1} = R_0^{(s)} = R_0^{(l)} = R_0. \tag{36}$$

3. STUDIUL EFECTULUI PELICULAR TRANZITORIU ŞI PERMANENT CU AJUTORUL SCHEMELOR ECHIVALENTE

Schemele echivalente *PSL* fiind determinate prin sinteza impedanţei operaţionale, nu depind de modul de variaţie în timp a tensiunii şi curentului şi în consecinţă pe aceste scheme se poate studia oricare dintre regimurile tranzitorii sau permanent al efectului pelicular. E suficient să se cunoască răspunsul tranzitoriu la excitaţie treaptă, deoarece cu ajutorul integralei Duhamel-Carson se poate calcula răspunsul pentru orice mod de variaţie în timp a excitaţiei. Se admit în literatură două moduri de excitaţie a efectului pelicular tranzitoriu într-un conductor drept : treapta de curent [1] şi treapta de tensiune [2]. Se va studia efectul pelicular tranzitoriu pe modelul schemei P; aceleaşi consecinţe rezultă dacă se utilizează schemele S şi L.

3.1. *Conductorul sub tensiune treaptă* $U\,\gamma\,(t)$. La aplicarea unei tensiuni treaptă $U\,\gamma\,(t)$ la bornele schemei P (fig. 2) curentul $i_k\,(t)$ prin elementul k are expresia

$$i_k(t) = \frac{U}{R_k^{(p)}}\left(1 - e^{-R_k^{(p)} t/L_k^{(p)}}\right) = I\,\alpha_k^2\left(1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\sigma}\right) \tag{37}$$

iar pentru curentul total rezultă expresia

$$i\,(t) = \sum_{k=1}^{\infty} i_k\,(t) = I_0 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2\left(1 - e^{-\lambda_k^2 t/\mu\varphi}\right);\; I_0 = U/R_0 \tag{38}$$

adică chiar expresia (20).

3.2. *Conductorul sub tensiune sinusoidală* $\sqrt{2}\,U\,sin\,\omega\,t\,\gamma\,(t)$. Intensitatea tranzitorie a curentului $i_k\,(t)$ prin elementul k al schemei paralel este egal cu suma componentelor liberă $i_k^{(l)}\,(t)$ şi permanentă $i_k^{(p)}\,(t)$,

$$i_k\,(t) = i_k^{(l)}\,(t) + i_k^{(l)}\,(t) = \sqrt{2}\,\frac{U}{\sqrt{R_k^{(p)2} + \omega^2\,L_k^{(p)2}}}\sin\varphi_k^{(p)} e^{-t/T_k^{(p)}} +$$

$$+\sqrt{2}\,\frac{U}{\sqrt{R_k^{(p)2} + \omega^2\,L_k^{(p)2}}}\sin\,(\omega\,t - \varphi_k^{(p)});\; \varphi_k^{(p)} = \text{arc tg}\,\frac{L_k^{(p)}\,\omega}{R_k^{(p)}}$$

iar curentul total $i(t)$ are expresia

$$i\,(t) = \sum_{k=1}^{\infty} i_k\,(t).$$

3.3. *Conductorul la excitaţie treaptă de curent* $I\gamma\,(t)$. Efectului pelicular tranzitoriu la injecţie constantă de curent $I\gamma(t)$, ar urma să-i corespundă în schema paralel un regim electrocinetic în care curentul constant I se divide în curenţii variabili în timp $i_k\,(t)$ prin elementele reţelei. Regimuri asemănătoare ar trebui să se realizeze şi în schemele S şi L.

Considerarea injecției de curent constant ca mod fundamental de excitație a cîmpului electromagnetic implică în momentul impactului valori infinite ale cîmpului electric, densității de curent, tensiunii electrice (calculate la suprafața conductorului) și puterii instantanee. Datorită acestor dificultăți treapta de curent nu e potrivită ca mod de excitație a curentului tranzitoriu. În lucrarea [21] se examinează condițiile de cîmp cînd conductorul e excitat la treaptă de tensiune și la treaptă de curent și se demonstrează că treapta de curent nu poate fi considerată mod fundamental de excitație și în consecință nici condiție inițială pentru integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic.

4. APLICAȚIE LA CONDUCTORUL CILINDRIC CIRCULAR

4.1. *Determinarea răspunsurilor liber și tranzitoriu.* În formula lui Dini [22]

$$2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\beta_k x)}{\beta_k J_1(\beta_k)}=1;\quad 0<x<1,$$

înlocuind $x = r/a$, se obține

$$2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\beta_k r/a)}{\beta_k J_1(\beta_k)}=1;\quad 0<r<a, \tag{39}$$

în care a e raza cilindrului și r e coordonata radială a unui punct din interiorul conductorului; J_n e funcția lui Bessel de prima speță și ordin n; β_k e rădăcina de secvență k a ecuației

$$J_0(\beta)=0 \tag{40}$$

și verifică relația [22],

$$4\,\Sigma\,\beta_k^{-2}=1. \tag{41}$$

Comparînd prima relație (17) cu (39) și a doua relație (17) cu (41) rezultă funcțiile proprii spațiale $S_k(r)$ și mediile lor spațiale α_k

$$S_k(r)=\frac{J_0(\beta_k r/a)}{J_1(\beta_k)};\quad \alpha_k=\frac{2}{\beta_k}. \tag{42}$$

Cu aceste expresii se obțin din (18) valorile proprii λ_k

$$\lambda_k=\frac{\beta_k}{a}, \tag{43}$$

Înlocuind pe $S_k(r)$, α_k și λ_k din (42) și (43) în (15) și (16) se obțin densitatea de curent $J_l(r, t)$ și intensitatea curentului liber $i_l(t)$

$$J_l(r,t)=J_0\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2J_0(\beta_k r/a)}{\beta_k J_1(\beta_k)}\,e^{-\beta_k^2 t/T_0};\quad i_l(t)=I_0\sum_{k=1}^{\infty}4\beta_k^{-2}e^{-\beta_k^2 t/T_0};\quad T_0=\mu\sigma a^2 \tag{44}$$

Se observă că în calculul mărimilor $J_l(r, t)$ și $i_l(t)$ nu s-a precizat natura regimului liber: prin scurtcircuitarea bornelor (funcționarea în scurtcircuit) sau prin deconectarea conductorului de la sursă (funcționarea în gol). Urmează că indiferent de modul de stabilire a regimului liber, cele două mărimi au expresiile (44).

Însumînd componentele de regim permanent J_0, I_0 cu componentele $J_l(r, t)$, $i_l(t)$ luate cu semn schimbat, se obțin soluțiile regimului tranzitoriu

$$J(r,t)=J_0-J_0\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2J_0(\beta_k r/a)}{\beta_k J_1(\beta_k)}\,e^{-\beta_k^2 t/T_0}=J_0\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2J_0(\beta_k r/a)}{\beta_k J_1(\beta_k)}\left(1-e^{-\beta_k^2 t/T_0}\right);\tag{45}$$

$$i(t)=I_0-I_0\sum_{k=1}^{\infty}4\beta_k^{-2}e^{-\beta_k^2 t/T_0}=I_0\sum_{k=1}^{\infty}4\beta_k^{-2}\left(1-e^{-\beta_k^2 t/T_0}\right).\tag{46}$$

Formulele (45) și (46) sînt identice cu cele calculate în literatură [2], [23], [24] prin metoda integrării ecuației operaționale a lui Helmholtz, la excitație treaptă de tensiune.

Observație. În literatură [1], [4] se calculează următoarea expresie a densității de curent $J_l(r, t)$ la injecție constantă de curent,

$$J_I(r,t)=J_0+J_0\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\eta_k r/a)}{J_0(\eta_k)}\,e^{-\eta_k^2 t/T_0},\tag{47}$$

în care η_k e rădăcina de secvență k a ecuației $J_1(\eta)=0$. În membrul al doilea al ecuației (47), cel de-al doilea termen $J_{I_l}(r, t)$

$$J_{I_l}(r,t)=J_0\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\eta_k r/a)}{J_0(\eta_k)}\,e^{-\eta_k^2 t/T_0}\tag{48}$$

ar trebui să corespundă regimului liber. În momentul scurtcircuitării sau deconectării conductorului, acest termen rezultă infinit pe suprafața conductorului, rezultat fizic inacceptabil.

4.2. *Schemele echivalente PSL ale cilindrului circular.* Din relațiile (24), (42) și (43) se obțin parametrii $R_k^{(p)}$ și $L_k^{(p)}$ ai schemei echivalente paralel P

$$R_k^{(p)}=R_0\frac{\beta_k^2}{4};\quad L_k^{(p)}=2L_0,\tag{49}$$

în care R_0 și L_0 sînt rezistența și inductanța de curent continuu a cilindrului

$$R_0 = \frac{l}{\sigma \pi a^2}; \quad L_0 = \frac{\mu l}{8\pi}. \tag{50}$$

Înlocuind valorile lui $R_k^{(p)}$ și $L_k^{(p)}$ din (49) în (25) se obține admitanța operațională $Y(p)$ a cilindrului

$$Y(p) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{R_0 \frac{\beta_k^2}{4} + 2pL_0} = \frac{4\pi a^2 \sigma}{l} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{-2} \prod_{s=1,\, s\neq k}^{\infty} (1 + \gamma^2 a^2 \beta_s^{-2})}{\prod_{s=1}^{\infty} (1 + \gamma^2 a^2 \beta_1^{-2})} \tag{51}$$

în care s-a notat $\gamma^2 = \mu \sigma p$. În formula dezvoltării în factori de tip Weierstrass a funcției modificate a lui Bessel de prima speță și ordin zero $I_0(\gamma, a)$, [22]

$$I_0(\gamma a) = \prod_{s=1}^{\infty} (1 + \gamma^2 a^2 \beta_s^{-2}) \tag{52}$$

derivînd ambii membri în raport cu γ și ținînd cont de relația $I_0'(x) = I_1(x)$ se obține

$$I_1(\gamma a) = 2\gamma a \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{-2} \prod_{\substack{s=1 \\ s\neq k}}^{\infty} (1 + \gamma^2 a^2 \beta_s^{-2}) \tag{53}$$

în care $I_n(x)$ este funcția modificată a lui Bessel de prima speță și de ordin n. Cu relațiile (52) și (53), formula (51) se transformă astfel

$$Y(p) = \frac{2\pi a \sigma}{\gamma l} \frac{I_1(\gamma a)}{I_0(\gamma a)}, \tag{54}$$

adică chiar formula lui Kelvin-Sommerfeld.

Din dezvoltarea în fracții simple de forma (33) a impedanței $Z(p)$

$$Z(p) = \frac{l}{\pi a^2 \sigma} + \frac{p l \mu}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{p \mu \sigma a^2 + \eta_k^2} = \frac{l}{\pi a^2 \sigma} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{\frac{l}{\pi a^2 \sigma}} + \frac{1}{p \frac{\mu l}{\pi \eta_k^2}}} \tag{55}$$

rezultă valorile parametrilor $R_0^{(s)}$, $R_k^{(s)}$, și $L_k^{(s)}$ (35) ai schemei fundamentale serie S,

$$R_0^{(s)} = R_k^{(s)} = R_0; \quad L_k^{(s)} = 8 \eta_k^{-2} L_0. \tag{56}$$

În dezvoltarea în fracție continuă (36) de tip Hürwitz [20]

$$\frac{I_0(x)}{I_1(x)} = 2x^{-1} + \cfrac{1}{|2\cdot 2x^{-1}} + \cfrac{1}{|2\cdot 3x^{-1}} + \ldots + \cfrac{1}{|2k\,x^{-1}} + \ldots$$

înlocuind $x = \gamma a$ și multiplicînd ambii membri cu $\gamma\, l/2\,\pi\, a\,\sigma$ se obține

$$Z(p) = \frac{l}{\pi a^2 \sigma} + \cfrac{1}{|8\pi(p\,\mu\, l)^{-1}} + \cfrac{1}{|l(3\pi a^2\sigma)^{-1}} + \cfrac{1}{|8\pi(p\,2\,\mu l)^{-1}} +$$

$$+ \cfrac{1}{|l(5\pi a^2\sigma)^{-1}} + \ldots + \cfrac{1}{|l[2k-1)\pi a^2\sigma]^{-1}} + \cfrac{1}{|8\pi(p\,k\,\mu\, l)^{-1}} + \ldots \quad (57)$$

Din relația (57) se deduc parametrii $R_k^{(l)}$ și $L_k^{(l)}$ ai schemei fundamentale lanț L,

$$R_k^{(l)} = (2k-1)\,R_0\,; \quad L_k^{(l)} = \frac{L_0}{k}. \quad (58)$$

Aceleași valori ale parametrilor schemelor PSL s-au obținut în lucrările [170] și [11] prin sinteza impedanței operaționale $Z(p)$ (54).

5. CONSIDERAȚII ASUPRA SCHEMELOR PSL

Pentru studiul efectului pelicular este preferabilă schema P, deoarece datorită conexiunii paralel a elementelor, sistemul de ecuații nu include și ecuații deduse prin aplicarea teoremei a doua a lui Kirchhoff, ca în cazul schemelor S și L.

Elementele componente ale schemei P avînd rezistențe și inductanțe nenule, se poate realiza un model analogic cu o precizie superioară schemelor S și L ale căror elemente sînt ideale.

Schemele S și L pun în evidență difuzia în timp a cîmpului electromagnetic prin asocierea cu transmisiunea unui semnal pe un lanț infinit de cvadripoli disipativi.

Metoda de stabilire a schemelor echivalente, elaborată în această lucrare, necesită cunoașterea funcțiilor proprii spațiale $S_k(x, y)$, temporale $T_k(t)$ și a valorilor proprii λ_k. Structura schemelor echivalente fiind independentă de regimul de variație în timp a excitației și răspunsului, s-a ales regimul liber deoarece acesta necesită cunoașterea numai a lui $S_k(x, y)$ și λ_k, funcțiile $T_k(t)$ fiind exponențiale elementare avînd decrementul proporțional cu λ_k. Deoarece valorile proprii λ_k — indiferent de repartiția lor discretă sau continuă, — se deduc din condiții de satisfacere a ecuațiilor lui Maxwell, urmează că problema schemelor PSL se reduce la detectarea funcțiilor proprii spațiale. Problema determinării funcțiilor proprii spațiale se va analiza într-o altă lucrare.

CONCLUZII

Un conductor drept cu o formă oarecare a secţiunii transversale este caracterizat în oricare din regimurile permanente sau tranzitorii prin trei scheme echivalente fundamentale sau canonice : P cu elementele conectate în paralel, S în serie şi L în lanţ.

Schema P e potrivită pentru calculul răspunsului tranzitoriu la orice mod de variaţie în timp a tensiunii de excitaţie, iar schemele S şi L evidenţiază difuzia în timp a cîmpului electromagnetic după modelul transmisiunii semnalului pe un lanţ de cvadripoli .

Difuzia cîmpului electromagnetic fiind o problemă de valori propri stabilirea schemelor PSL presupune cunoaşterea funcţiilor proprii spaţiale şi temporale şi a valorilor proprii. Cu excepţia funcţiilor spaţiale, valorile proprii şi funcţiile temporale se deduc din condiţii specifice difuziei libere a cîmpului electromagnetic.

BIBLIOGRAFIE

1. K. W. Miller, *Diffusion of Electric Current into Rods, Tubes and Flat Surfaces*, Trans. A.I.E.E., **66**, 1496 — 1504 (1947).
2. E. J. Tuohy, H. Fullerton, Th. H. Lee *Transient Resistance of Conductors*, Trans. I.E.E.E. (PAS), **87**, 455 — 462 (1968).
3. A. Avramescu, *Efectul pelicular tranzitoriu*, Bul. ştiinţ. al Acad. R.P.R., secţ. 3, *1*, 225 — 239 (1962).
4. R. Răduleţ, Al. Timotin, A. Ţugulea, *Introduction des paramètres transitoires dans l'étude des circuits électriques linéaires ayant des éléments nonfiliformes et avec pertes supplémentaires*, Revue roum. sci. techn.-électrotechn. et énerg., **11**, 565—639 (1966).
5. R. Răduleţ, Al. Timotin, A. Ţugulea, *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi şi cu pierderi în prezenţa solului*, St. cerc. energ. electr., **16**, 417 — 449 (1966).
6. Al. Timotin, A. Ţugulea, *Regimul liber cvasistaţionar al cîmpului electromagnetic. Monotonia parametrilor tranzitorii inductivi*, St. cerc. energ. electr. **19**, 819 — 830 (1969).
7. C. Nemoianu, N. Cristea, *La résistance transitoire de striction dans l'accouplement linéaire*, Revue roum. sci. techn. -électrotechn. et énerg., **15**, 389 — 397 (1970).
8. A. Ţugulea, Gh. Costache, *Longitudinal transient parameters of a shielded bifilar line*, Revue roum. sci. techn.-électrotechn. en énerg., **16**, 3 — 17 (1971).
9. A. Ţugulea, Al. Nicolae, *Paramètres transitoires des barres conductrices à section circulaire situées dans les encoches des machines électriques*, Rev. roum. sci. techn.- électrotechn. et énerg., **16**, 31 — 55 (1971).
10. C. I. Mocanu, *Schemele echivalente cu parametri constanţi ale conductorului cilindric circular masiv, la curent de aducţie, în regim de efect pelicular tranzitoriu*. Electrotehnica, **19**, 37 — 47 (1971).
11. C. I. Mocanu, *The equivalent schemes of the circular cylinder, the thick and the thin tubes at transient skin effect*, Revue roum. sci. techn.—électrotechn. et énerg. (sub tipar) (1971).
12. C. I. Mocanu, *Die Stromverdrängung in der rohrförmigen koaxialen Messwiderständen*, Revue roum. sci. techn. électrotechn. et énerg. (sub tipar) (1971).
13. C. I. Mocanu, *Die Stromverdrängung in einer Maschinennut von rechteckigem Querschnitt im*

nichtstationären Zustand, Revue roum. sci. techn. -électrotechn. et énerg. (sub tipar) (1971).

14. C. I. Mocanu, *Efectul de proximitate tranzitoriu între două plăci dreptunghiulare, paralele*, St. cerc. energ. electr. (sub tipar) 1971.
15. E. Titschmarsh, *Eigenfunction expansions associated with second order differential equations* Oxford, University Press, 1958.
16. S. Gould, *Variational Methods for Eigenvalue Problems*, Toronto, University of Toronto Press, 1957.
17. H. B. Dwight, *Electrical Coils and Conductors*, New York, Mc Graw-Hill Inc., 1945.
18. W. Cauer, *Synthesis of linear communication network*, New York, Mc Graw Hill Inc., 1958.
19. M. Preda, P. Cristea, *Analiza și sinteza circuitelor electrice*, Edit. tehnică, 1968.
20. H. S. Wall, *Analytic Theory of Continued Fractions*, New York, D. Van Norstand Comp. Inc., 1948.
21. C. I. Mocanu, *Modurile fundamentale de excitație a curentului tranzitoriu în conductoare masive*, St. cerc. energ. electr. (sub tipar) (1972).
22. G. Watson, *Theory of Bessel Functions*, Cambridge 1948.
23. K. W. Wagner, *Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation*, Leipzig, Verlag J.A. Barth, 1950.
24. C. I. Mocanu, *Bazele Electrotehnicei III-4, Curenți variabili în conductoare masive*, Litografia Inst. Politehnic București, 1969.

DETERMINAREA PRIN MODELARE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC AL UNUI CONDUCTOR CILINDRIC, DE SECȚIUNE TRANSVERSALĂ TRAPEZOIDALĂ, PLASAT ÎNTR-O CRESTĂTURĂ FEROMAGNETICĂ

DE

IOAN FETIȚĂ

621.3.013.5

În lucrare se prezintă modelarea potențialului vector magnetic **A** pentru regimul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de conductoare cilindrice, paralele, parcurse de curenți sinusoidali, în cazul mai general cînd conductibilitatea electrică σ și permeabilitatea magnetică μ, sînt funcții de coordonatele x și y ale planului cîmpului magnetic plan-paralel.

Se fac particularizări în vederea studierii pe un model *RC* a cîmpului curentului unui conductor cilindric de secțiune transversală trapezoidală, plasat într-o crestătură efectuată într-un material feromagnetic. Pentru acest caz se prezintă modelul și cîteva rezultate experimentale referitoare la factorul în alternativ al rezistenței, k_a, la inductivitatea internă, L_i, și la forța lineică (pe unitatea de lungime) specifică (pe unitatea de curent), f_0^*, comparîndu-se aceste rezultate cu valorile luate în mod curent în considerare la proiectarea mașinilor electrice.

I. INTRODUCERE

Pentru cunoașterea corectă a evoluției cuplului electromagnetic la pornirea mașinii asincrone cu rotorul în colivie, a pierderilor Joule și a reactanțelor mașinii este necesară printre altele predeterminarea factorilor în alternativ ai rezistențelor conductoarelor masive ale rotorului și a inductivităților lor interne pentru diverse viteze de variație ale cîmpului electromagnetic al curenților ce parcurg aceste conductoare, cu alte cuvinte, pentru diverse pulsații ale cîmpului.

Lucrarea de față expune modul determinării acestor mărimi L_i, k_a, precum și a forței lineice specifice f_0^*, prin modelare, pentru cîmpul propriu al unui conductor, fără a lua în considerare influența altor cîmpuri exterioare.

Modelul pe care se face studiul este alcătuit din elemente pasive R și C.

St. cerc. energ. electr., tom., 22, nr. 2, p. 355—380, 1972

Sistemul electromagnetic considerat este liniar din punct de vedere electric și magnetic.

II. PRINCIPIUL DE MODELARE

La baza modelării cîmpului electromagnetic plan-paralel, cvasistaționar, al unui sistem de conductoare cilindrice, paralele, parcurse de curenți stă similitudinea dintre relația în diferențe finite pe care o satisface potențialul vector magnetic **A**, mai precis singura componentă A a acestui vector, după direcția curenților și relația pe care o satisface potențialul electric V al unei rețele compusă din elemente discrete R, C. Pentru cazul cînd

$$\sigma = \sigma\ (x,y)$$

$$\mu = \mu\ (x,y)$$

ecuația în diferențe finite pe care o satisface A, alegînd discretizarea planului cîmpului ca în figura 1 *a*, este

$$\sum_{\nu=1}^{6} \frac{1}{\mu_{m\nu}} \cdot \frac{\Delta A_\nu}{\Delta n_\nu} \Delta l_\nu = \sigma_0 \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K \right) \Delta S_0, \qquad (1)$$

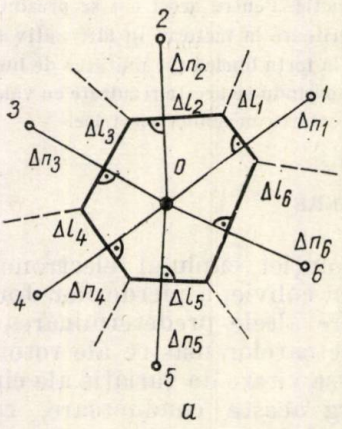


Fig. 1.a. — Element de discretizare a planului cîmpului magnetic.

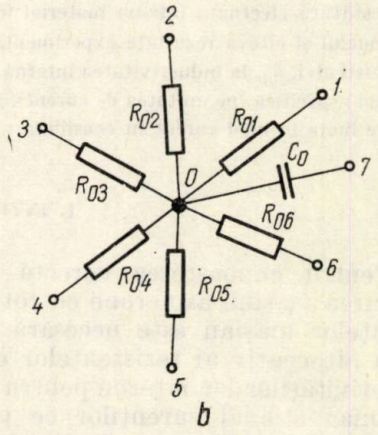


Fig. 1.b. — Analogul electric corespunzător elementului de discretizare din figura 1. *a*

unde $\mu_{m\nu}$ — permeabilitatea magnetică medie de-a lungul elementului de lungime Δl_ν,

$$\Delta A_\nu = A_\nu - A_0,$$

A_0, A_ν fiind valorile medii ale funcției A în punctele 0, 1, 2, ... pentru cele 7 elemente de suprafață ΔS_0; ΔS_1, ...,

Δn_ν — elementul de lungime normal lui Δl_ν,

σ_0 — conductibilitatea electrică medie pentru elementul de suprafață ΔS_0.

Analogului electric al acestei discretizări îi corespunde relația

$$\sum_{\nu=1}^{6} \frac{\Delta V_\nu}{R_\nu} = \frac{C_0}{k_t}\left(\frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}V_7}{\mathrm{d}t}\right), \tag{2}$$

unde

$$\Delta V_\nu = V_\nu - V_0 = u_{\nu 0},$$

R_ν — rezistența rezistorului plasat direct între punctul 0 și punctul ν,

C_0 — capacitatea prin care se absorb curenți în model (proporțional cu densitatea de curent din original),

$k_t = \frac{\tau}{t}$, τ fiind timpul din model și t timpul din original.

Cu proporționalitățile:

$$R_\nu \sim \frac{1}{\mu_m}\frac{\Delta l_\nu}{\Delta n_\nu}$$

$$\mu_{m\nu}\frac{\Delta n_\nu}{\Delta l_\nu} \sim R_\nu$$

$$\sigma_0 \sim \frac{C_0}{k_t} \tag{3}$$

$$K \sim -\frac{\mathrm{d}V_7}{\mathrm{d}t}$$

potențialul V care satisface relația (2) reprezintă la o anumită scară funcția A din relația (1).

Pentru cazul discretizării suprafeței planului cîmpului magnetic în elemente de suprafață ΔS_0 de formă pătratică ($\Delta S_0 = h^2$) pentru medii cu $\mu(x, y) = \text{const.}$ și $\sigma(x, y) = \text{const.}$ relațiile (1) și (2) devin

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{A_\nu - A_0}{\mu} = \sigma h^2\left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K\right), \tag{1'}$$

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{V_\nu - V_0}{\mu} = \frac{C}{k_t}\left(\frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}V_5}{\mathrm{d}t}\right). \tag{2'}$$

Pentru acest caz se pot face corespondențele

$$RC = k_t \mu \sigma h^2,$$

$$A_0 = k_A V_0, \tag{4}$$

$$K = - k_A \frac{dV_5}{dt}. \tag{4}$$

III. MODELUL

Realizarea unui model RC pentru studiul cîmpului electromagnetic al unui conductor drept, parcurs de un curent $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$, plasat într-o crestătură efectuată într-un material feromagnetic, necesită precizarea ipotezelor și condițiilor în care se rezolvă ecuațiile cîmpului.

Materialul feromagnetic în care este efectuată crestătura este alcătuit dintr-un pachet de tole, izolate una față de alta (cu hîrtie, cu oxizi neconductori etc.). Acest lucru echivalează cu faptul că σ_z, conductibilitatea electrică după normală fețelor izolate este nulă.

Dacă considerăm tolele destul de subțiri și rezistivitatea lor electrică suficient de mare se poate neglija efectul curenților turbionari din tole asupra cîmpului magnetic al conductorului plasat în crestătură.

Datorită faptului că în direcția curentului, respectiv în direcția lui **k**, straturile de material feromagnetic alternează cu straturile de izolant care au o altă permeabilitate magnetică decît materialul feromagnetic, cîmpul magnetic nu este în general plan-paralel. Pentru a avea un cîmp plan-paralel e necesar ca raportul dintre grosimea tolei fără izolație și grosimea izolației dintre două tole succesive să fie cu mult mai mare decît unitatea.

Raportul foarte mare între permeabilitatea magnetică a oțelului electrotehnic și cea a aerului, cuprului, aluminiului etc. permite considerarea raportului:

$$\frac{\mu_{Fe}}{\mu_{aer,\,Al,\,Cu\ etc.}} = \infty.$$

Dacă conductorul este dispus ca în figura 2.*a*.el poate fi studiat considerîndu-se că curentul din el se întoarce printr-un conductor plasat la infinit [1], [2]; de asemenea el poate fi considerat ca făcînd parte dintr-un sistem complet de conductoare plasate astfel încît efectul de proximitate al restului de conductoare din sistem asupra conductorului dat să fie nul.

Problema mai poate fi privită și altfel. Dacă pentru conductorul l, din sistemul prezentat în figura A. 1, al cărui curent este necunoscut se mai cunoaște o linie de cîmp magnetic Γ_B care înlănțuie numai acest conductor, respectiv o linie $A = \text{constant}$, $\{(\mathbf{B}\,\text{grad}A) = ([\text{grad}\,A \times \mathbf{k}]\,\text{grad}A) = 0\}$, din condițiile de unicitate ale cîmpului electromagnetic

rezultă că pentru determinarea cîmpului din interiorul curbei Γ_B este suficient să admitem că $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$ se întoarce printr-un cilindru subțire, perpendicular pe planul cîmpului, sprijinit pe conturul Γ_B și de conductibilitate infinită.

Pentru conductorul din figura 2.*a*. pentru un δ_B finit se cunosc întotdeauna o infinitate de curbe Γ_B și deci problema este rezolvabilă.

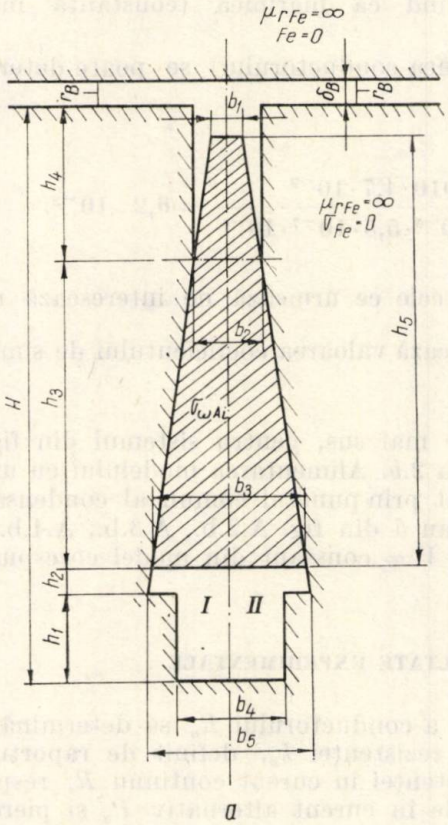


Fig. 2.a. — Ansamblul conductor-crestătură de modelat.

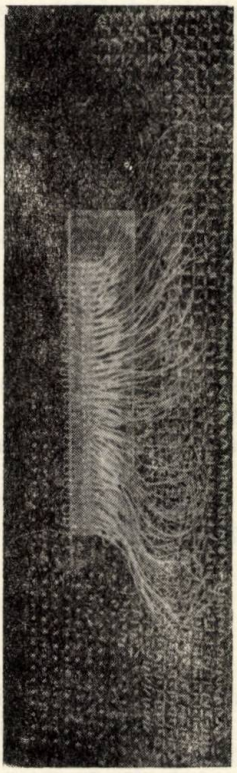


Fig. 2.b. — Modelul R. C. al ansamblului din figura 2.*a*.

Datorită simetriei sistemului față de axa mediană a secțiunii transversale a conductorului și respectiv a cîmpului electromagnetic este suficientă modelarea unei jumătăți din suprafața de modelat.

Pentru porțiunea corespunzătoare materialului feromagnetic rezistențele din rețea au valori infinite și deci această zonă va fi „decupată" din model. Acest fapt ne ajută foarte mult la delimitarea zonei de modelare, pentru că oricare ar fi linia de cîmp Γ_B, luată în considerare nu-i putem cunoaște decît porțiunea din întrefierul δ_B, cunoașterea părții din materialul feromagnetic necesitînd cunoașterea evoluției cîmpului din domeniul respectiv.

Pentru discretizarea suprafeței de modelat, elementele de suprafață ΔS_v se aleg de formă convenabilă. Pentru simplificarea muncii și pentru a putea estima eroarea de trunchiere [3] s-a ales discretizarea în elemente pătratice.

Alegînd pe $h = 1$ mm $R = 910\ \Omega$, $C = 4{,}7 \cdot 10^{-9}$ F, $\sigma = 5{,}5 \cdot 10^{7} \frac{\text{S}}{\text{m}}$, $\mu_{cu} = \mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}$, știind că mărimea (constantă în planul cîmpului) $K = \frac{i}{S\sigma}$ (S — secțiunea conductorului) se poate determina k_t în baza relațiilor (4)

$$k_t = \frac{RC}{\mu\sigma h^2} = \frac{910 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-9}}{1{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-6}} = 6{,}2 \cdot 10^{-2}.$$

Datorită faptului că în cele ce urmează ne interesează mărimile raportate, k_a, $\frac{L_{ia}}{L_{ic}}$, f_0^*, nu interesează valoarea coeficientului de similitudine k_a (v. par. IV).

Pe baza celor prezentate mai sus, pentru sistemul din figura 2.*a* s-a construit modelul din figura 2.*b*. Alimentarea modelului cu un curent de aceeași formă cu i s-a făcut prin punctul comun al condensatoarelor rețelei (punctul *7* din fig. 1.*b* sau *5* din fig. A.2.b., A.3.b., A.4.b., A.5.b.) și printr-o linie echipotențială V = constant din model corespunzătoare unui segment $\Gamma_{\bar{a}}$.

IV. REZULTATE EXPERIMENTALE

a. *Rezistența în alternativ* a conductorului R_a se determină indirect prin factorul în alternativ al rezistenței k_a, definit de raportul dintre rezistența în alternativ și rezistența în curent continuu R_c respectiv de raportul dintre pierderile Joule în curent alternativ P_a și pierderile în curent continuu P_c în volumul conductorului

$$k_a = \frac{R_a}{R_c} = \frac{P_a}{P_c} = \frac{\int_v (\mathbf{E}_a \cdot \mathbf{J}_a)\, dv}{\int_v (\mathbf{E}_c \cdot \mathbf{J}_c)\, dv} = \frac{S \sum_k J_k^2 \Delta s_k}{I^2}, \tag{5}$$

unde v este volumul conductorului;
S — suprafața secțiunii transversale a conductorului;
Δs_k — suprafața elementului de discretizare a secțiunii transversale a conductorului;
I — curentul conductorului;
J_k — densitatea medie de curent corespunzătoare suprafeței.

Exprimînd pe J_k şi pe I în funcţie de mărimile măsurabile pe model şi pe S şi Δs_k, funcţie de pasul de discretizare h, se obţin în final

$$k_a = N \frac{\sum_k I_{km}^2 \frac{C}{C_k}}{I_m^2}$$

în care I_{km} = curentul prin condensatorul corespunzător punctului — nod k;

$\underline{I}_m = \sum_k \underline{I}_{km}$ — curentul absorbit de model;

C_k — capacitatea condensatorului din model care corespunde elementului de suprafaţă;

N — numărul de elemente de suprafaţă $\Delta s_k = h^2$ care sînt cuprinse în secţiunea conductorului.

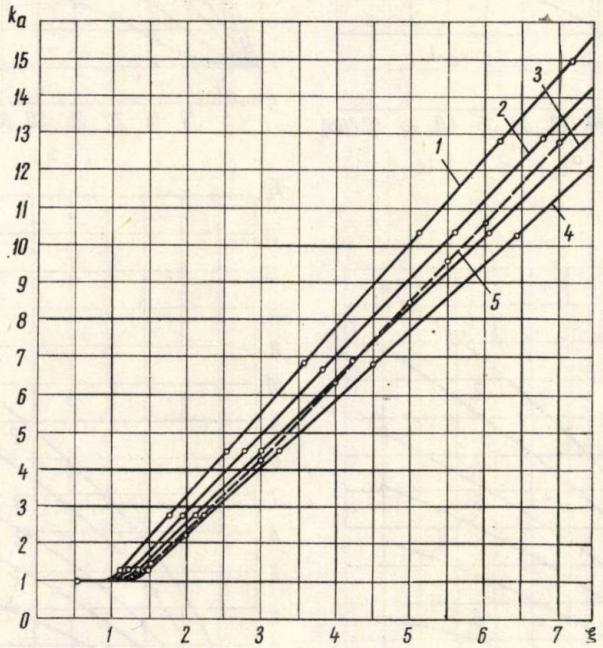


Fig. 3. — Factorul rezistenţei în alternativ $k_a = f(\xi)$ pentru diverse temperaturi medii ale conductorului de cupru:

Curba *1* — $\theta = 20°C$ *4* — $\theta = 175°C$
2 — $\theta = 75°C$ *5* — curba dată în [4].
3 — $\theta = 125°C$

Rezultatele experimentale determinate pe model sînt reprezentate sub formă de diagrame în figura 3 şi figurile 4 *a*, *b*, *c*, *d*.

În figura 3 este reprezentată de asemenea evoluţia lui $k_a = k_a(\xi)$ $\xi = 0{,}09\, h_5 \sqrt{\frac{f}{50}}$, luată în mod curent în proiectare (f — frecvenţa curentului i; h_5 — înălţimea conductorului în mm).

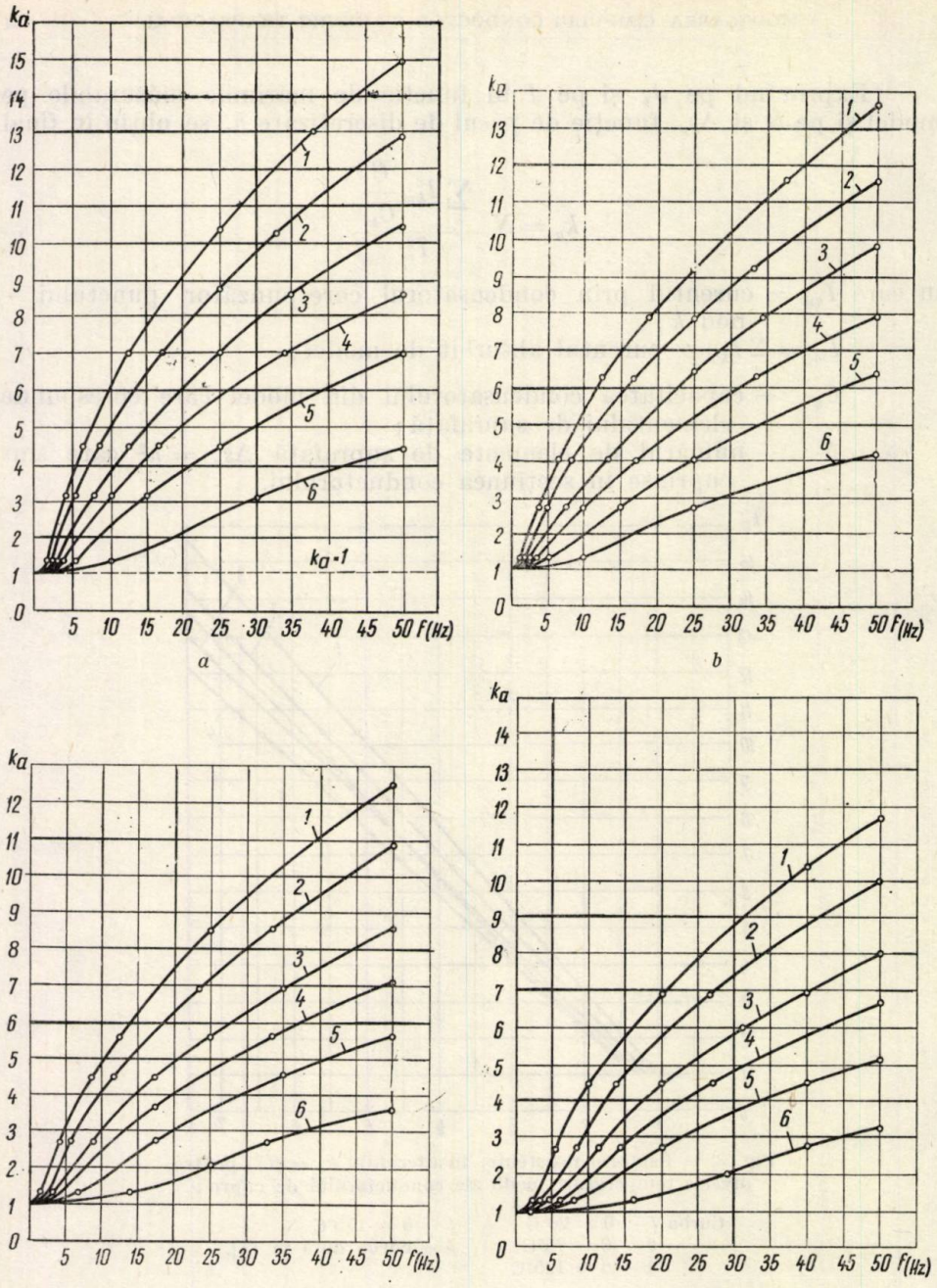


Fig. 4. — Factorul k_a în funcție de frecvența cîmpului electromagnetic :
a) $\theta = 20°C$ *c*) $\theta = 125°C$
b) $\theta = 75°C$ *d*) $\theta = 175°C$.

Curbele : 1 — corespunzătoare conductorului de cupru cu datele $b_1 = 6{,}8$ mm ; $b_3 = 14$ mm ; $h_5 = 80$ mm ;

$2 - b_1 = \sqrt{3} \cdot 3{,}4$ mm ; $b_3 = \sqrt{3} \cdot 14$ mm ; $h_5 = \sqrt{3} \cdot 40$ mm ;

$3 - b_1 = \sqrt{2} \cdot 3{,}4$ mm ; $b_3 = \sqrt{2} \cdot 14$ mm ; $h_5 = \sqrt{2} \cdot 40$ mm ;

$4 - b_1 = \sqrt{1{,}5} \cdot 3{,}4$ mm ; $b_3 = \sqrt{1{,}5} \cdot 14$ mm ; $h_5 = \sqrt{1{,}5} \cdot 40$ mm ;

$5 - b_1 = 3{,}4$ mm ; $b_3 = 14$ mm ; $h_5 = 40$ mm ;

$6 - b_1 = \frac{3{,}4}{2}$ mm ; $b_3 = \frac{14}{2}$ mm ; $h = \frac{40}{2}$ mm.

S-a găsit interesantă prezentarea repartiției densității $J(x, y)$, (fig. 5 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*) pentru un conductor de cupru la temperatura de 20°C, avînd baza mică a secțiunii transversale egală cu 3,4 mm, baza mare egală cu 14 mm și înălțimea de 40 mm, pentru diverse frecvențe ale cîmpului magnetic. Reprezentarea s-a făcut pe baza tabelei 1 care cuprinde valorile relative, $\frac{J_a}{J_c}$, în funcție de frecvență, pentru axa mediană a conductorului studiat. Notarea punctelor pentru care s-au dat valorile raportului $\frac{J_a}{J_c}$ s-a făcut începînd cu mijlocul bazei mici (care s-a notat cu 1) și terminînd cu mijlocul bazei mari (notat cu 21) din 4 în 4 mm.

Tabela 1

Punctul	15 Hz	25 Hz	50 Hz	75 Hz	100 Hz	150 Hz	200 Hz
1	3,900	5,330	7,640	9,030	10,000	12,060	14,200
2	3,467	4,640	6,470	7,315	7,660	9,060	10,000
3	3,040	4,035	5,36	5,590	5,800	6,670	6,670
4	2,645	3,500	4,25	4,350	4,415	4,470	4,400
5	2,260	2,967	3,43	3,265	3,170	3,070	2,870
6	2,000	2,487	2,715	2,457	2,300	2,067	1,570
7	1,715	2,050	2,110	1,863	1,763	1,435	1,200
8	1,450	1,680	1,644	1,380	1,268	0,965	0,777
9	1,238	1,357	1,285	1,070	0,866	0,667	0,473
10	1,107	1,143	1,000	0,759	0,600	0,433	0,267
11	0,986	0,892	0,786	0,517	0,400	0,267	0,153
12	0,857	0,750	0,607	0,418	0,300	0,166	0,067
13	0,786	0,607	0,471	0,290	0,233	0,133	0,020
14	0,700	0,536	0,393	0,221	0,166	0,667	0,005
15	0,643	0,486	0,357	0,172	0,133	0,033	0,000
16	0,615	0,464	0,286	0,138	0,066	0,013	0,000
17	0,600	0,428	0,250	0,114	0,040	0,005	0,000
18	0,600	0,428	0,214	0,089	0,016	0,000	0,000
19	0,600	0,428	0,214	0,076	0,000	0,000	0,000
20	0,600	0,428	0,214	0,076	0,000	0,000	0,000
21	0,600	0,428	0,214	0,076	0,000	0,000	0,000

Din figura 3 se observă că variația factorului $k_a = f(\xi, \theta)$ se poate aproxima, pentru $\xi > 1, 5$, cu o familie de drepte :

$$k_a = m\xi + n$$

coeficienții m și n determinîndu-se din diagramele respective în funcție de temperatura θ.

Făcînd raporturile între pierderile Joule în curent alternativ și în curent continuu la definirea lui k_a, conductibilitatea electrică nu mai apare explicit în expresia factorului rezistenței în alternativ considerîndu-se, de obicei, că ea are aceeași valoare atît în expresia pierderilor P_a cît și în expresia lui P_c. S-a considerat și aici că printr-o metodă oarecare

temperatura conductorului atunci cînd prin el circulă un curent continuu sau un curent alternativ, de frecvență arbitrară dar cu valoarea eficace egală cu valoarea curentului continuu, este aceeași. În aceste condiții s-ar părea că influența conductibilității în evoluția lui k_a nu mai intervine. Numai aparent pentru că σ intervine indirect prin deformările excitate de variația ei în repartiția cîmpului, respectiv a densității de curent $J(x, y)$ (adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în conductor $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$). Conductibilitatea electrică, σ, depinde de temperatură prin relația

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \alpha_0\theta}$$

σ_0 este σ la $\theta = 0°C$, iar α_0 este coeficientul de creștere a rezistivității electrice cu temperatura la $\theta = 0°C$, de unde

$$\delta = \sqrt{\frac{2(1 + \alpha_0\theta)}{\mu\sigma_0\omega}}.$$

Pe scurt, deci, chiar cînd valorile lui σ din expresiile lui P_c și P sînt egale factorul k_a ia valori diferite pentru diferite valori ale lui σ ale aceluiași material, cu alte cuvinte, pentru temperaturi θ diferite; așa se explică diferențele dintre diagramele din figura 3 (1, 2, 3, 4) și de asemenea între diagramele din figurile 4. *a*, *b*, *c*, *d*.

b. *Inductivitatea internă, L_i, a conductorului* se definește energetic

$$L_i = \frac{2W_{mi}}{i^2}, \tag{6}$$

W_{mi} fiind energia înmagazinată în volumul v al conductorului.

Pentru cîmpul considerat densitatea de curent se exprimă în forma complexă

$$\underline{\mathbf{J}} = \underline{J}\mathbf{k} = \text{rot}\ \underline{\mathbf{H}} = \left(\frac{\partial \underline{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \underline{H}_x}{\partial y}\right)\mathbf{k} = \sigma(j\omega\underline{A} + \underline{K})\mathbf{k}$$

Din figurile 5. *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* se observă că densitatea de curent nu diferă pe lungimea l_x (v. fig. 6). Se știe că

$$\underline{\mathbf{H}} = \frac{1}{\mu}\text{rot}\ \underline{\mathbf{A}} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \underline{A}}{\partial y}\mathbf{i} - \frac{\partial \underline{A}}{\partial x}\mathbf{j}\right).$$

Dacă $\underline{J}$ este constant pe o anumită direcție și $\underline{A}$ este constant pe acea direcție ($\underline{K}$ este o constantă în tot planul cîmpului). După cum ușor

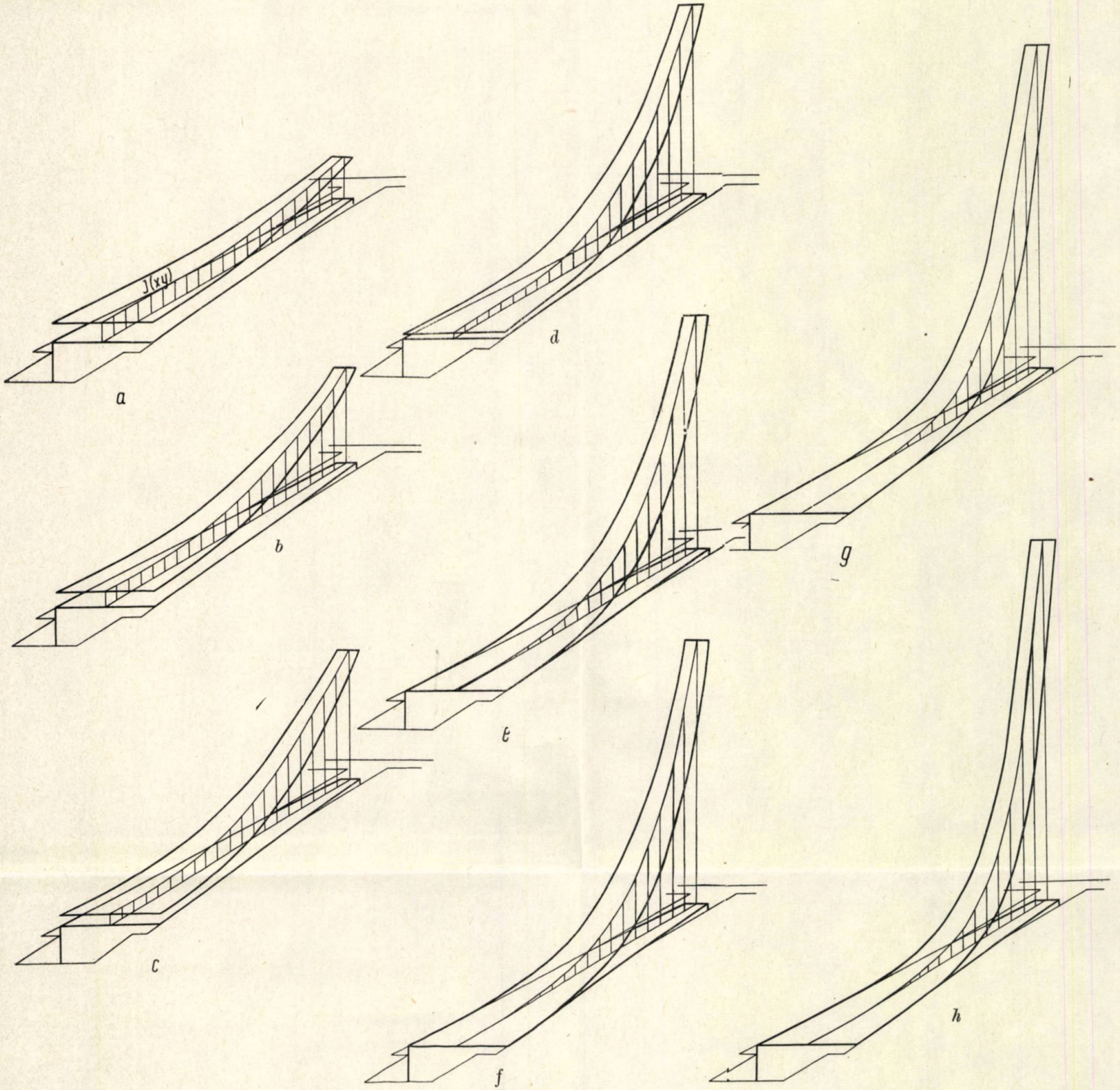
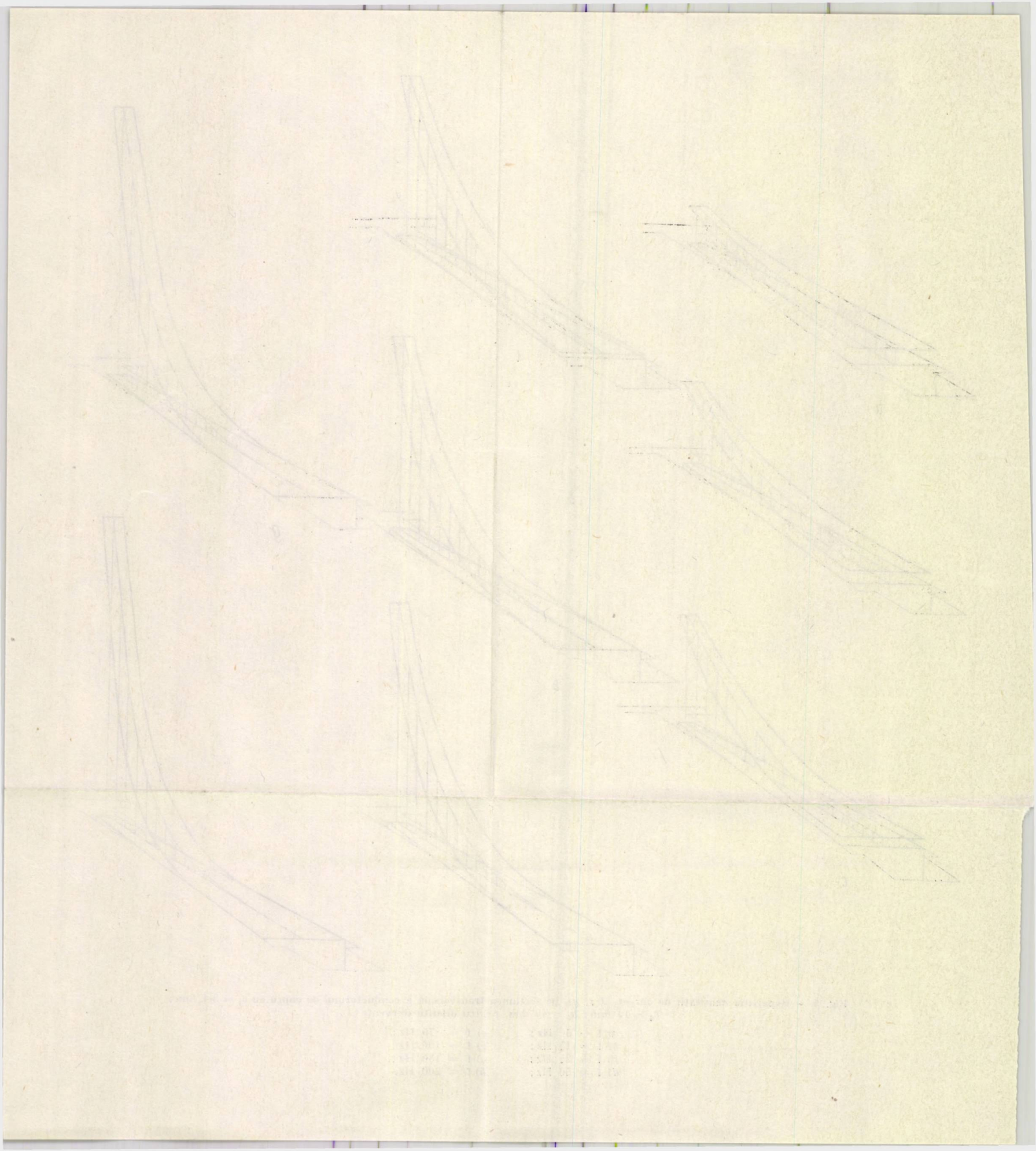


Fig. 5. — Repartiția densității de curent, $J(x, y)$, pe secțiunea transversală a conductorului de cupru cu $b_1 = 3{,}4$ mm; $b_3 = 14$ mm; $h_5 = 40$ mm, pentru diferite frecvențe

a) f = 5 Hz;
b) f = 15 Hz;
c) f = 25 Hz;
d) f = 50 Hz;
e) f = 75 Hz;
f) f = 100 Hz;
g) f = 150 Hz;
h) f = 200 Hz.



se observă l_x poate fi aproximată cu coarda l_{xm}, care subîntinde arcul de lungime l_x şi are lungimea aproximativ egală cu ea. Înseamnă că, conform figurii 5, pentru cazul studiat avem J = const. pe orice paralelă cu axa x (orizontala figurii); altfel spus

$$\frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial x} = H_y = 0.$$

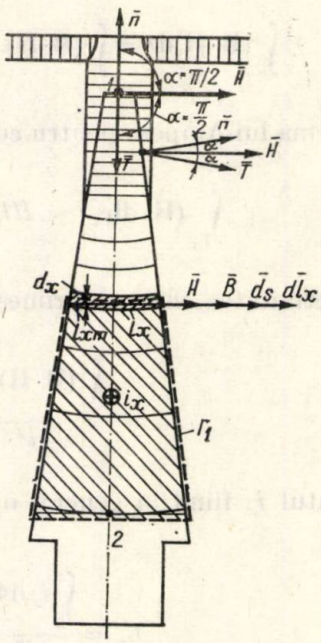


Fig. 6. — Explicativă la repartiţia cîmpului pe înălţimea secţiunii conductorului şi la evoluţia tensiunii maxwailliene pe conturul secţiunii transversale a acestui conductor.

Făcînd această observaţie apare tendinţa determinării inductivităţii interne din fluxul intern cu expresia:

$$L_{i\Phi} = \frac{\Phi_i}{}.$$

Acest lucru presupune aproximarea energiei interne magnetice

$$W_{mi} = \frac{1}{2}\int_v (\mathbf{B}\cdot\mathbf{H})\, dv = \frac{1}{2} L_i\, i^2,$$

cu o energie dată de expresia: $\frac{1}{2}\,\Phi_i\, i.$

Eroarea principală comisă la această aproximare constă în neglijarea variaţiei cîmpului pe înălţimea secţiunii transversale a conductorului.

Din figura 6 se observă că vectorii **B**, **H**, $\mathrm{d}\mathbf{l}_x$, ds sînt coliniari. Condițiile speciale enumerate mai sus ne permit alegerea elementului de volum $\mathrm{d}v$ de forma

$$\mathrm{d}v = l_x l \, \mathrm{d}x = (\mathbf{l}_{xm} \cdot \mathrm{ds}_l),$$

unde $\mathrm{d}x$ reprezintă variația infinit mică a înălțimii secțiunii conductorului.

Integrala din expresia energiei magnetice va fi

$$\int_v (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) \mathrm{d}v = \int_v (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) \ (\mathbf{l}_{xm} \cdot \mathrm{ds}_l) = \int_v H \, l_{xm} \, \mathrm{d}\Phi_i.$$

Teorema lui Ampère pentru conturul Γ_1 dă

$$\int_{\Gamma_1} (\mathbf{H} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}_{\Gamma_1}) = H l_{xm} = \int_{S_x} (\mathbf{J} \cdot \mathrm{ds}_x) = i_x.$$

Inductivitatea internă primește forma

$$L_i = \frac{\int_v (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) \ \mathrm{d}v}{i^2} = \frac{\int_x i_x \mathrm{d}\Phi_i}{i^2}.$$

Curentul i_x fiind în general o funcție de x diferită de o constantă, rezultă :

$$L_i = \frac{\int_x i_x \mathrm{d}\Phi_i}{i^2} \neq \frac{\Phi_i}{i} = L_{i\Phi}.$$

Dacă se ia în considerație definirea energetică a inductivității pentru conductorul studiat, ea se poate scrie

$$L_i = \frac{l}{\mu} \frac{\int_s B^2 \, \mathrm{d}s}{i^2}.$$

La aproximarea integralei printr-o sumă, ținînd cont de exprimarea inducției în funcție de mărimile măsurabile pe model

$$\mathbf{B} = \mathrm{B}_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} = \frac{\partial A}{\partial y} \mathbf{i} - \frac{\partial A}{\partial x} \mathbf{j} \approx \frac{(\Delta A)_x}{\Delta y} \mathbf{i} + \frac{(\Delta A) y}{\Delta x} \mathbf{j} = \frac{A_{2k} - A_{k4}}{2h} \mathbf{i} -$$

$$\frac{A_{3k} - A_{1k}}{2h} \mathbf{j} = k_A \left(\frac{\mu_{2k4}}{2h} \mathbf{i} - \frac{\mu_{3k1}}{2h} \mathbf{j} \right) \qquad (7)$$

după cîteva calcule simple, inductivitatea internă în alternativ L_{ia}, raportată la cea în curent continuu se exprimă astfel

$$\frac{L_{ia}}{L_{ic}} = \frac{\left[\Sigma\,(U_{2k4}^2 + U_{3k1}^2)\frac{C_k}{c}\right]_a}{\left[\Sigma\,(U_{2k4}^2 + U_{3k1}^2)\frac{C_k}{c}\right]_c}, \tag{8}$$

unde U_{2k4} — tensiunea măsurată între punctele 2 şi 4 vecine pe o direcţiei punctului k;

U_{3k1} — tensiunea măsurată între punctele 3 şi 1 vecine lui k pe o direcţie ortogonală direcţiei (2, 4).

Cantitatea de la numărătorul expresiei din dreapta relaţiei (7) corespunde măsurărilor în c.a. iar cea de la numitor măsurărilor în c.c. Pentru a nu aduce modificări în modul de alimentare a modelului (v. cap. III) cantitatea de la numitor s-a aproximat cu cantitatea obţinută la măsurarea în curent alternativ pentru o frecvenţă a cîmpului electromagnetic de 1 Hz.

În lucrare s-a determinat şi inductivitatea dată de exprimarea ei din fluxul intern.

Se observă că :

$$\Phi_i = \int_{sl} (\mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}_l) = \int_{sl} (\text{rot}\ \mathbf{A}\cdot d\mathbf{s}) = \int_{\Gamma_l} (\mathbf{A}\cdot d\mathbf{l}) = (A_1 - A_{21})l = k_A\, u_{1.21} l,$$

unde S_1 este suprafaţa secţiunii longitudinale a conductorului iar Γ_l este conturul care limitează această suprafaţă.

Ne interesează şi aici valorile raportate ale inductivităţii în curent alternativ

$$\frac{L_{ia\Phi}}{L_{ic\Phi}} = \frac{(U_{1,21})_a}{(U_{1,21})_c}.$$

Determinările pe model au arătat diferenţe mari între valorile absolute ale inductivităţilor definite în cele două moduri. Diferenţele între valorile raportate se pot deduce din figura 7.

În figura 7 este prezentată curba şi $\frac{L_{ia}}{L_{ic}}$, în funcţie de ξ, utilizată în mod curent în proiectare.

În figura 8 sînt date curbele experimentale $\frac{L_{ia}}{L_{ic}}$ definite energetic, pentru diverse temperaturi ale conductorului.

c. *Forţa rezultantă care acţionează* asupra conductorului se determină prin integrarea tensiunii maxwailliene,

$$\mathbf{T} = \{\mathbf{H}\,|\,\mathbf{B} - \frac{1}{2}(\mathbf{B}\cdot\mathbf{H})\}\,\mathbf{n} \tag{10}$$

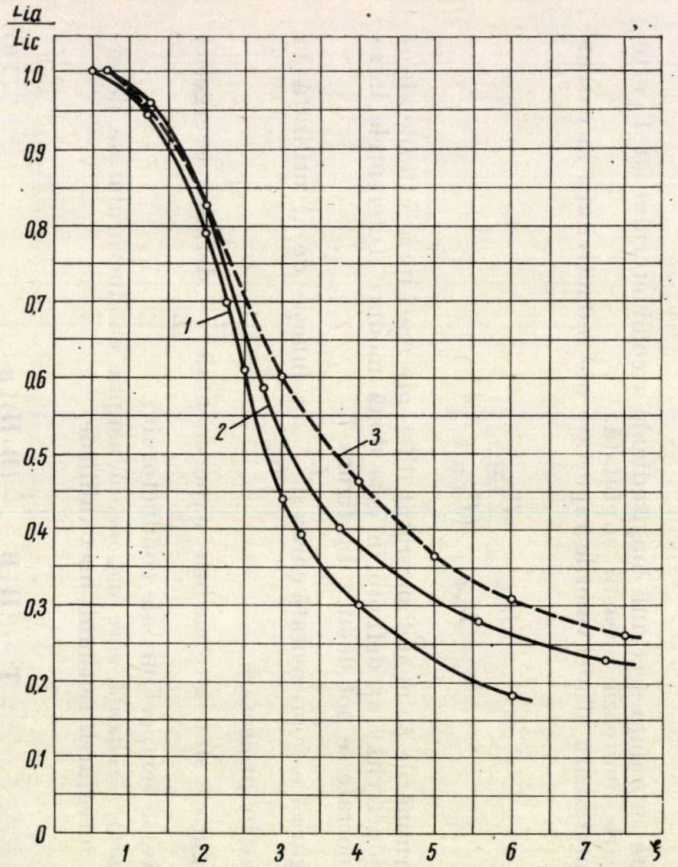


Fig. 7. — Inductivitatea internă raportată $\frac{L_{ia}}{L_{ic}}$ în funcție de ξ ($\theta = 75°C$);
1. curba obținută din definirea energetică a inductivității;
2. curba corespunzătoare definirii din flux a inductivității;
3. curba din [4].

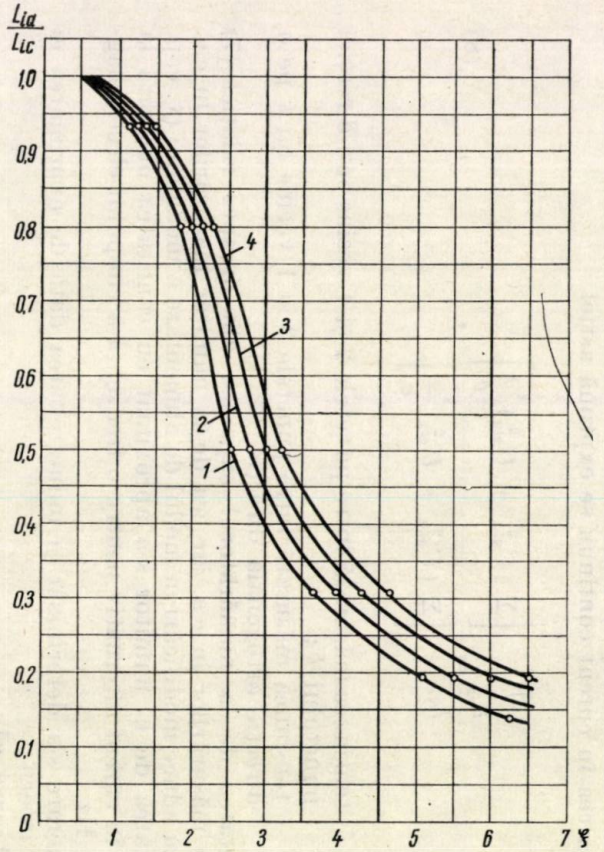


Fig. 8. — $\frac{L_{ia}}{L_{ic}} = f(\xi)$ pentru $\theta = 20°C$ (curba *1*), $\theta = 75°C$ (curba *2*) $\theta = 125°C$ (curba *3*), $\theta = 175°C$ (curba *4*).

pe suprafaţa S_e a conductorului,

$$\mathbf{F} = \int_{s_e} \mathbf{T} \mathrm{d}s_e = l \int_{l_e} \mathbf{T}\, \mathrm{d}l_e, \tag{11}$$

n fiind normala exterioară a suprafeţei conductorului (fig. 6), $\mathbf{H}|\mathbf{B}$, produsul diadic al vectorilor **H** şi **B**, iar l_e lungimea conturului secţiunii transversale a conductorului.

Înlocuind pe B şi pe $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\mathbf{B}$ cu expresiile lor în diferenţe finite (7), ţinînd cont şi de reprezentările din figura 6, integrala din expre-

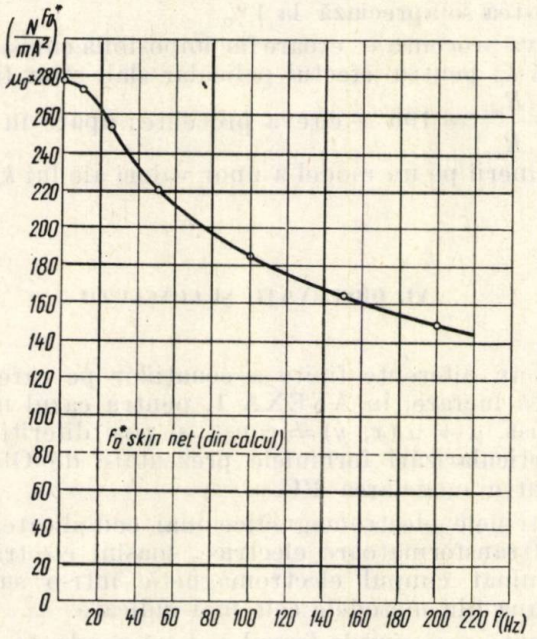


Fig. 9. — Variaţia forţei $f_0^* = \frac{F}{I^2}$ în funcţie de frecvenţă pentru un conductor de cupru: $\theta = 20°C$, $b_1 = 3{,}4$ mm; $b_3 = 14$ mm; $h_5 = 40$ mm.

sia lui **F** (11) se calculează cu una din metodele de integrare numerică (metoda lui Simphson de exemplu).

Valorile forţei rezultante (de fapt a forţei lineice specifice f_0^*), de împingere în crestătură a conductorului (după cum se observă uşor din fig. 6 şi reiese din calcule), în funcţie de frecvenţă, sînt reprezentate grafic în figura 9.

Cunoaşterea acestei forţe prezintă un interes în ipoteza utilizării ansamblului studiat la măsurarea curenţilor mari.

Pentru exemplificarea acestei idei, în ANEXA 2 este prezentat cazul unui conductor, de secţiune dreptunghiulară, plasat într-o crestătură de aceeaşi formă.

V. APARATE UTILIZATE. PRECIZIA MĂSURĂRII

Pentru măsurările pe integrator s-au utilizat un miliampermetru UNIGOR—3 și un voltmetru electronic.

Modelul s-a alimentat cu un curent obținut de la un generator de audio-frecvență.

În urma unei analize atente a erorii de determinare a mărimilor k_a, L_i, F, ea s-a evaluat la o valoare de aproximativ 6%, eroarea de trunchiere [3] fiind practic neglijabilă, $\varepsilon_r\,\% = 0{,}175\,\%$ pentru pasul de discretizare $h = 1$ mm.

Condensatorii și rezistorii au fost sortați cu o punte precisă și erorile introduse de acestea se apreciază la 1%.

Aceste cîteva procente — eroare fac imposibilă cunoașterea pe această cale a factorului k_a pentru efectul pelicular slab știut fiind faptul că la acest efect $100\,\frac{R_a}{R_c} = 100 +$ cîteva procente; apare în această situație posibilitatea obținerii pe un model a unor valori ale lui k_a mai mici decît unitatea.

VI. OBSERVAȚII ȘI CONCLUZII

Din forma în diferențe finite a ecuațiilor pe care le satisface A, deduse în această lucrare, în ANEXA 1, pentru cazul mai general $\sigma = \sigma(x, y) \neq \text{const.}$ $\mu = \mu(x, y) \neq \text{const}$, și pași diferiți de discretizare, rezultă prin particularizări formulele prezentate de Oberretl în [5] și Gaïr în [6], pentru modelarea RC.

Pentru sistemele electromagnetice mai complicate, cu multe conducte electrice (transformatoare electrice, mașini electrice) pentru care avem de determinat cîmpul electromagnetic într-o suprafață întinsă, modelarea este una din metodele cele mai indicate.

Pentru situații mai simple (cazul a două conducte de dus și întors, ecranate cu feromagnetic de ex.) în care domeniul studiat este restrîns se indică rezolvarea directă a celor N ecuații de tipul (1) cu N necunoscute, în complex (în regim sinusoidal ținîndu-se seama cu atenție de condițiile de margine pe care le satisface mărimea A); în felul acesta singure erorile de trunchiere afectează soluția ecuațiilor cîmpului.

Dacă se iau în considerare relațiile (3), rezolvarea ecuațiilor (1) poate fi ocolită rezolvînd ecuațiile (2) adică determinînd repartizarea potențialelor pe rețeaua de rezistențe și curenții prin condensatoare, avînd dați curenții de alimentare ai modelului (sau tensiunile de alimentare). Rezolvarea în acest caz a ecuațiilor cîmpului pare mai limpede și mai comodă, bazîndu-se pe metodele clasice de rezolvare a circuitelor.

Rezultatele obținute, în ceea ce privește factorul k_a, concordă suficient de bine cu acele date în literatură [4]. În ceea ce privește inductanța internă raportată, valorile obținute în definirea ei energetică, ea este mai mică decît cea dată în literatură, mai ales pentru frecvențe mari.

Inductanța determinată cu foarte mare aproximație, din fluxul intern, este mai apropiată ca valoare raportată de cea din literatură decît prima (subliniem faptul că este vorba despre valorile raportate).

Făcînd raportul între pierderile Joule în curent alternativ și cele în curent continuu la definirea factorului k_a, σ nu mai apare explicit în expresia lui k_a și aparent acest factor nu mai depinde de conductibilitatea electrică. Numai aparent pentru că influența ei intervine prin deformările, excitate de variația ei, în repartiția cîmpului magnetic $\left(\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}}\right)$, respectiv a densității de curent $J(x, y)$. Pentru regimuri tranzitorii ale curenților avem regimuri tranzitorii pentru temperaturi respectiv pentru $\sigma(x, y)$ și în final pentru k_a. Această observație este valabilă și pentru inductivitate.

În ceea ce privește influența temperaturii asupra forței care acționează asupra conductorului se poate spune că ea este inversă influenței frecvenței.

Pentru cazul limită al conductorului de secțiune transversală trapezoidală, conductorul de secțiune dreptunghiulară, atît influența temperaturii cît și a frecvenței este nulă pentru forță, menținîndu-se pentru factorul k_a și inductanța L_{ia}.

Determinările s-au efectuat pentru $\delta_B = 1$ mm și $\delta_B = 2$ mm rezultatele nediferind într-o situație față de cealaltă decît foarte puțin.

ANEXA 1

STABILIREA RELAȚIILOR DE MODELARE PENTRU CÎMPURI MAGNETICE PLAN-PARALELE ÎN REGIM ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR

Pentru un sistem de bare cilindrice, paralele, parcurse de curenți (fig. A.1.), inducția magnetică are expresia

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} = -\frac{\partial A}{\partial y}\mathbf{i} - \frac{\partial A}{\partial x}\mathbf{j} = [\text{grad } A \times \mathbf{k}] \qquad \text{(a.1)}$$

unde A este singura componentă spațială a potențialului vector magnetic $\mathbf{A}$ (în direcția generatoarelor conductoarelor).

Teorema lui Ampère pentru o porțiune a secțiunii unui conductor parcurs de curent este

$$\oint_l (\mathbf{H} \cdot \mathbf{dl}) = \int_s (\mathbf{J} \cdot \mathbf{ds}). \qquad \text{(a.2)}$$

Semnificațiile lui l (dl), S (ds) sînt prezentate în figura A.2.

Prima parte a egalității (A.2.) se poate modifica

$$\oint_l (\mathbf{H}.\mathrm{dl}) = \oint_l \left(\frac{[\mathrm{grad}\, A \times \mathbf{k}]}{\mu} \cdot \mathrm{dl} \right) = -\oint_l \frac{(\mathrm{grad}\, A.\mathbf{n})}{\mu} dl = -\oint_l \frac{\frac{\partial A}{\partial n}}{\mu} dl. \quad \text{(a.3)}$$

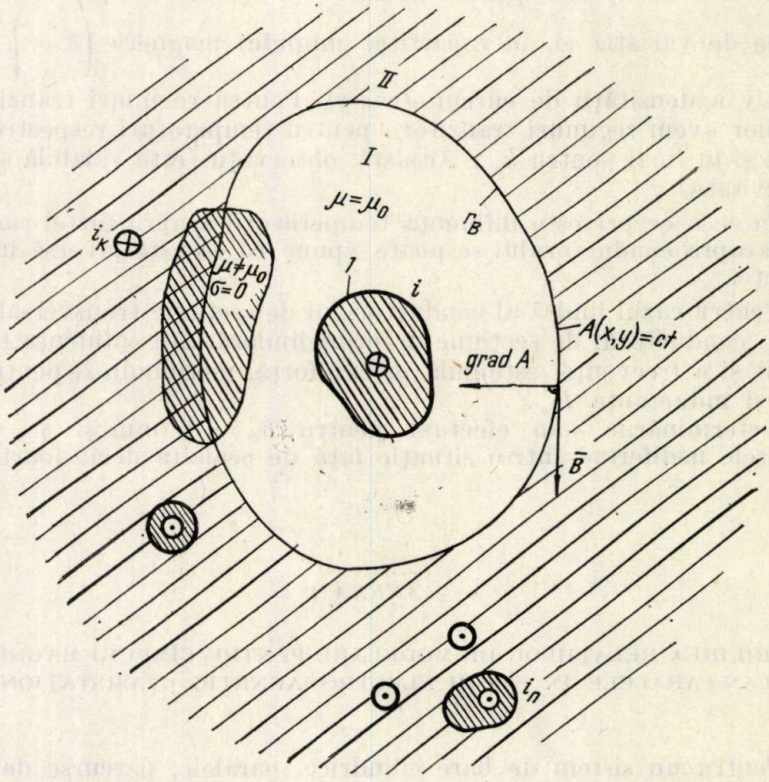


Fig. A.1. — Secțiunea transversală a unui sistem de conductoare cilindrice paralele parcurse de curenți.

Ecuația (a.2) ia astfel forma

$$-\oint_l \frac{\frac{\partial A}{\partial n}}{\mu} \mathrm{d}l = \int_s (\mathbf{J} \cdot \mathrm{ds}). \quad \text{(a.4)}$$

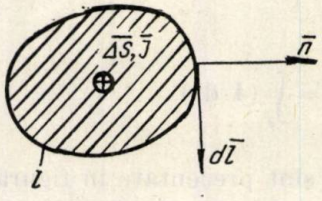


Fig. A.2. — Explicativă la relația (a.2).

Apreciind pentru un element de suprafaţă Δs_0 (fig. 1.*a*.), o densitate de curent J_0, medie, şi o conductivitate electrică medie σ_0, la o aproximare de-a lungul laturilor Δl_ν ale elementului de suprafaţă, a valorii lui

$$\left(\frac{\partial A}{\partial n}\right)_\nu \approx \frac{\Delta A_\nu}{\Delta n_\nu}\ ;\ \Delta A_\nu = A_\nu - A_0 \tag{a.5}$$

şi a unei permeabilităţi medii, $\mu_{m\nu}$, de-a lungul lui Δl_ν ecuaţia (a.4.) devine

$$\sum_\nu \frac{1}{\mu_{m\nu}} \frac{\Delta A_\nu}{\Delta n_\nu} \Delta l_\nu = - J_0 \Delta S_0. \tag{a.6}$$

Densitatea de curent, J_0, poate fi exprimată în funcţie de componenta rotaţională a cîmpului electric din conductor, $-\frac{\partial A_0}{\partial t}$ şi de componenta spaţială a acestui cîmp, $-K$, constantă în tot planul cîmpului magnetic, [1],în direcţia conductoarelor

$$J_0 = - \sigma_0 \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K\right) \tag{a.7}$$

Înlocuind pe J_0 în (a.6.) se va obţine

$$\sum_\nu \frac{1}{\mu_{m\nu}} \frac{\Delta A_\nu}{\Delta n_\nu} \Delta l_\nu = \sigma_0 \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K\right) \Delta S_0. \tag{a.8}$$

Semnificaţiile valorilor care intervin în relaţia (a.8.) le găsim date în figura 1.a.

În situaţiile în care elementul de suprafaţă ΔS_0 este alcătuit din N_1 zone, ΔS_{on}, avînd fiecare σ_{on} = constant, ecuaţia (a.8.) are forma

$$\sum_\nu \frac{1}{\mu_{m\nu}} \frac{\Delta A_\nu}{\Delta n_\nu} \Delta l_\nu = \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K\right) \sum_{n=1}^{N_1} \Delta S_{on}\, \sigma_{on}. \tag{a.9}$$

Pentru o reţea electrică de structura celei prezentate în figura 1.b se poate scrie următoarea relaţie între potenţialele ei

$$\sum_\nu \frac{\Delta V_\nu}{R_\nu} = \frac{C_0}{K_t} \left(\frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}V_5}{\mathrm{d}t}\right) \tag{a.10}$$

unde $\Delta V_\nu = V_\nu - V_0$; $K_t = \frac{\tau}{t}$, τ fiind timpul fenomenelor din reţea.

Pe o rețea de acest fel, după cum se observă foarte clar, se poate modela electric funcția $A(x, y)$ care satisface relația (a.8) respectînd proporționalitățile

$$A_\nu \sim V_\nu$$

$$\mu_{m\nu} \frac{\mathrm{d}n_\nu}{\mathrm{d}l_\nu} \sim R_\nu$$

$$\sigma_0 \sim \frac{C_0}{k_t}$$

$$K \sim -\frac{\mathrm{d}V_5}{\mathrm{d}t} \tag{a.11}$$

De multe ori în practica modelării e comodă alegerea elementelor de suprafață ΔS_0 de formă pătratică, elementele de lungime Δl_ν și Δn_ν fiind egale cu valoarea h numită pas de discretizare

$$\Delta l_\nu = \Delta n_\nu = h \tag{a.12}$$

Vom particulariza în cele ce urmează relațiile (a.8) și respectiv (a.10) pentru această discretizare a planului cîmpului magnetic.

1. Cazul izotropiei magnetice și electrice: $\mu(x, y) = \text{const.}$ și $\sigma(x, y) = \text{const.}$

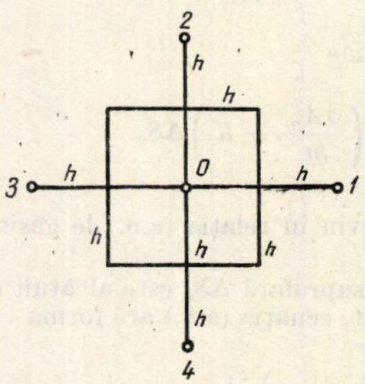


Fig. A.3.a. — Alegerea elementelor de lungime la discretizarea cu pas egal.

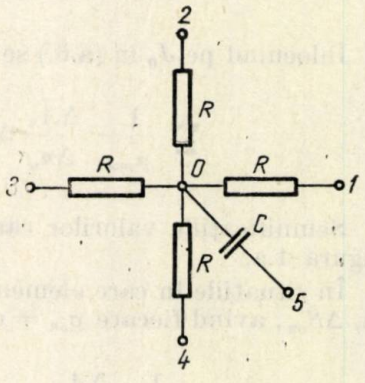


Fig. A.3.b. — Analogul electric al discretizării din figura a.3.*a*.

Relațiile (a.8) și (a.10) corespunzătoare discretizării din figura A.3.*a* și analogului electric din figura A.3.*b*, iau forma

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu} + \frac{A_2 - A_0}{\mu} + \frac{A_3 - A_0}{\mu} + \frac{A_4 - A_0}{\mu} = \sigma h^2 \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K \right), \tag{a.13}$$

$$\frac{V_1 - V_0}{R} + \frac{V_2 - V_0}{R} + \frac{V_3 - V_0}{R} + \frac{V_4 - V_0}{R} = \frac{C}{K_t} \left(\frac{\mathrm{d}V_0}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}V_5}{\mathrm{d}t} \right). \tag{a.14}$$

Pentru aceste relaţii se pot face, de exemplu, corespondenţele

$$\frac{RC}{k_l} = \mu \sigma h^2$$

$$A_0 = k_A V_0 \qquad \text{(a.15)}$$

$$K = - k_A \frac{\mathrm{d}V_5}{\mathrm{d}t} .$$

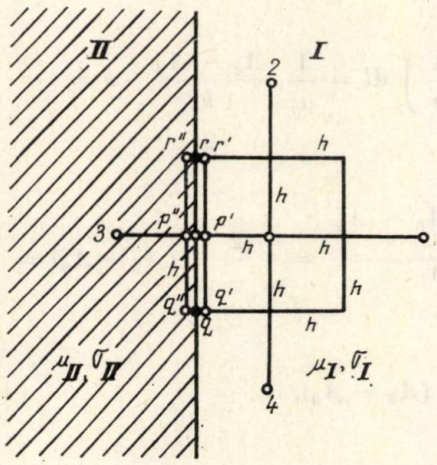


Fig. A.4.a. — Elementul de suprafaţă $\Delta s = h^2$, la limita de separaţie a două medii de permeabilităţi magnetice diferite

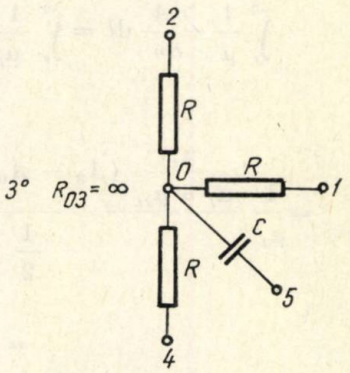


Fig. A.4.b. — Analogul electric al discretizării din figura a.4.*a*.

2. Situaţia cînd un element de suprafaţă, $\Delta S_0 = h^2$ se ia la limita de separaţie a două medii de permeabilităţi diferite şi conductibilităţi electrice diferite (fig. A.4.a).

Din ecuaţia (a.8) se obţine :

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_2 - A_0}{\mu_I} + \int_r^q \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial n} \mathrm{d}l + \frac{A_4 - A_0}{\mu_I} = \sigma h^2 \left(\frac{\partial A_0}{\mathrm{d}t} + K \right). \qquad \text{(a.16)}$$

Conservarea componentei normale a inducţiei magnetice,

$$A_{q'} - A_{r'} = A_{q''} - A_{r''} \qquad \text{(a.17)}$$

şi a componentei longitudinale a cîmpului electric, la limita de separaţie a mediului I de mediul II,

$$\frac{\partial A_{p'}}{\partial t} + K_{p'} = \frac{\partial A_{p''}}{\partial t} + K_{p''} \qquad (K_{p'} = K_{p''} = K), \qquad \text{(a.18)}$$

determină

$$A_{q'} = A_{q''} = A_q; \quad A_{r'} = A_{r''} = A_r; \quad A_{p'} = A_{p''} = A_p. \tag{a.19}$$

Împreună cu expresia conservării componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic,

$$\frac{1}{\mu_I}\left(\frac{\partial A}{\partial n}\right)_I = \frac{1}{\mu_{II}}\left(\frac{\partial A}{\partial n}\right)_{II}, \tag{a.20}$$

expresia (a.19) determină :

$$\int_r^q \frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial n}\,dl = \int_{r'}^{q'} \frac{1}{\mu_I}\left(\frac{\partial A}{\partial n}\right)_I dl = \frac{1}{\mu_I}\frac{A_q - A_0}{\frac{h}{2}} \cdot h =$$

$$= \frac{1}{\mu_I}\frac{\frac{\mu_I}{\mu_I + \mu_{II}}(A_3 - A_0) + A_0 - A_0}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\mu_I + \mu_{II}}(A_3 - A_0) =$$

$$= \frac{1}{\mu_m}(A_3 - A_0), \tag{a.21}$$

avînd deci $\mu_m = \frac{\mu_I + \mu_{II}}{2}$.

Ecuația (a.14) se scrie acum astfel

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_2 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_3 - A_0}{\frac{\mu_I + \mu_{II}}{2}} + \frac{A_4 - A_0}{\mu_I} = \sigma_I h^2\left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K\right).$$

Pentru $\frac{\mu_{II}}{\mu_I} = \infty$ se obține

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_2 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_4 - A_0}{\mu_I} = \sigma_I h^2\left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K\right). \tag{a.22}$$

Analogul electric al acestei relații este prezentată în figura A.4.*b* unde $R_3 = \infty$ (adică în model rezistorul R_3 lipsește).

3. Cazul cînd un element de suprafață $\Delta S_0 = h^2$ este împărțit în două părți egale (ca în fig. A.5.a). de linia de separație a două medii de permeabilității magnetice diferite și conductibilități electrice diferite.

Din relația (a.9) se deduce

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu_I} + \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial n} dl + \frac{A_3 - A_0}{\mu_{II}} + \int_{P_3}^{P_4} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial n} dl =$$

$$= \frac{h^2}{2} (\sigma_{0I} + \sigma_{0II}) \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K \right). \qquad \text{(a.23)}$$

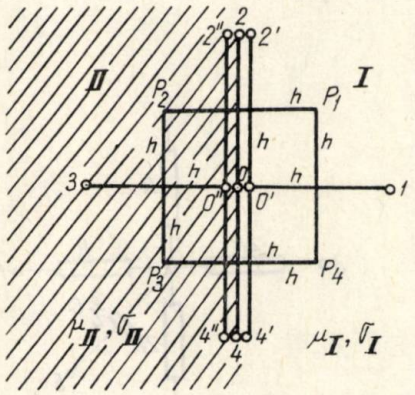


Fig. A.5.*a*. — Elementul de suprafață $\Delta s = h^2$, înjumătățit de linia de separație a două medii de natură diferită.

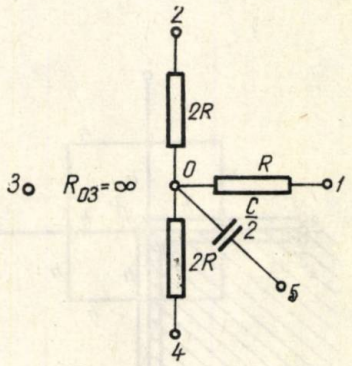


Fig. A.5.*b*. — Analogul electric al discretizării din figura A.5.*a*.

Ținînd cont că

$$A_{0'} = A_{0''} = A_0; \quad A_{2'} = A_{2''} = A_2; \quad A_{4'} = A_{4''} = A_4$$

avem : $\int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial n} dl = \frac{A_2 - A_0}{\frac{2\mu_I \mu_{II}}{\mu_I + \mu_{II}}}$ și analog : $\int_{P_3}^{P_4} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial n} dl =$

$$= \frac{A_4 - A_0}{\frac{2\mu_I \mu_{II}}{\mu_I + \mu_{II}}},$$

cu alte cuvinte, pentru cele două integrale avem

Ecuația (a.23) devine :

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_2 - A_0}{\frac{2\mu_I \mu_{II}}{\mu_I + \mu_{II}}} + \frac{A_3 - A_0}{\mu_{II}} + \frac{A_4 - A_0}{\frac{2\mu_I \mu_{II}}{\mu_I \mu_{II}}} =$$

$$= (\sigma_{0I} + \sigma_{0II}) \frac{h^2}{2} \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K \right). \qquad \text{(a24)}$$

Dacă $\frac{\mu_{II}}{\mu_I} = \infty$; $\sigma_{0II} = 0$,

rezultă

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_2 - A_0}{2\mu_I} + \frac{A_4 - A_0}{2\mu_I} = \sigma_{0I} \frac{h^2}{2} \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K \right). \qquad \text{(a.25)}$$

Analogul electric al expresiei (a.25) este prezentat în figura *a.5.b*; se observă că în acest caz capacitatea are jumătate din valoarea celor din figura A.3.*b*. și figura A.4.*b*.

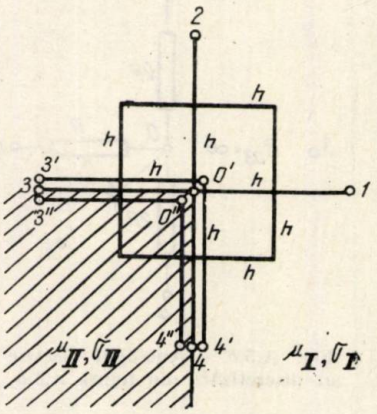


Fig. A.6.a. — Elementul de suprafață $\Delta s = h^2$ la frîngerea liniei de separație a două medii diferite cu 90°.

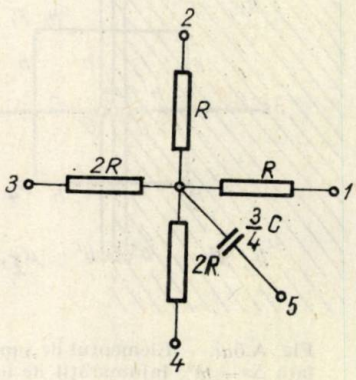


Fig. A.6.b. — Analogul electric al discretizării din figura *a.6.a*.

4. Atunci cînd elementul de suprafață al ariei este plasat ca în figura A.6.*a*, dacă se ține seama de rezultatele precedente relația (a.9) se scrie în acest caz astfel:

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_2 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_3 - A_0}{\frac{2\mu_I \mu_{II}}{\mu_I + \mu_{II}}} + \frac{A_4 - A_0}{\frac{2\mu_I \mu_{II}}{\mu_I + \mu_{II}}} =$$

$$= (3\sigma_{0I} + \sigma_{0II}) \frac{h^2}{4} \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K \right). \qquad \text{(a.26)}$$

Dacă $\frac{\mu_{II}}{\mu_I} = \infty$; $\sigma_{0II} = 0$

se obține

$$\frac{A_1 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_2 - A_0}{\mu_I} + \frac{A_3 - A_0}{2\mu_I} + \frac{A_4 - A_0}{2\mu_I} = \frac{3}{4} \sigma_{0I} h^2 \left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + K \right). \qquad \text{(a.27)}$$

Analogul electric al acestei expresii este prezentat în figura A.6.*b*.

ANEXA 2

POSIBILITATEA UTILIZĂRII FORŢEI CARE ACŢIONEAZĂ ASUPRA UNUI CONDUCTOR MASIV PLASAT ÎNTR-O CRESTĂTURĂ, LA MĂSURAREA CURENŢILOR MARI

Pentru punerea clară în evidenţă a posibilităţii utilizării forţei care acţionează asupra unui conductor plasat într-o crestătură feromagnetică la măsurarea curenţilor mari se consideră cazul conductorului cilindric de secţiune transversală dreptunghiulară plasat într-o crestătură de aceeaşi formă (fig. A.7 şi A.8).

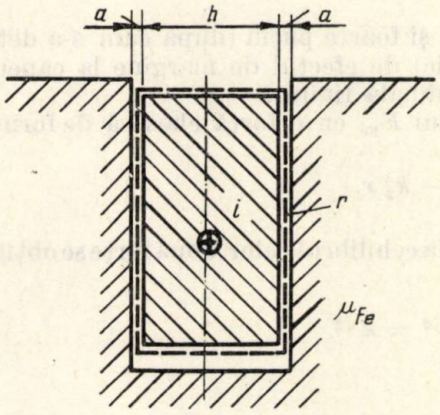


Fig. A.7. — Ansamblul conductor-crestătură de formă dreptunghiulară (în secţiune transversală).

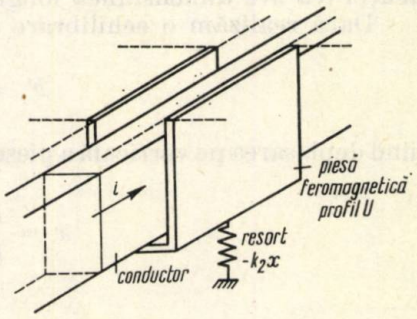


Fig. A.8. — Ansamblul conductor — piesă feromagnetică (profil U de lungime finită).

Pentru acest caz dacă a este foarte mic faţă de b ($a \gg b$), forţa care acţionează asupra conductorului se deduce simplu din relaţia (11) şi primeşte forma

$$\mathbf{F} = -\mathbf{n}_s \mu_0 H_s^2 bl.$$

Circulaţia intensităţii cîmpului magnetic, $\mathbf{H}$, pe conturul Γ va fi

$$\oint_\Gamma (\mathbf{H} \cdot \mathrm{dl}) = bH_s = i.$$

Deci

$$F = \mu_0 \frac{i^2}{b} l.$$

Pentru $\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$, $I\sqrt{2} = 1\mathrm{kA}$, $b_1 = 1$ cm, $l = 1$ m,

$$F^* = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \frac{(10^3)^2}{10^{-2}} \sin^2 \omega t = 62{,}8\ (1 - \cos 2\omega t)\ [\mathrm{N/m}],$$

$$F^*_{\mathrm{med}} = 62{,}8\ [\mathrm{N/m}].$$

Conductorul nu poate fi practic decît fix și deci forța care acționează asupra lui nu prezintă interes pentru scopul propus.

Și asupra materialului feromagnetic acționează o forță de sens contrar primei însă nici aceasta nu prezintă interes dacă nu se reconsideră ansamblul conductor-feromagnetic.

Presupunem din materialul feromagnetic doar o piesă de forma celei din figura A.8.

Forța care acționează asupra plăcuței profil U este proporțională cu i^2

$$F_{Fe} = k_1 i^2,$$

k_1 depinzînd de dimensiunile plăcuței și foarte puțin (după cum s-a determinat experimental pe un model fizic) de efectul de margine la capetele plăcuței (ea are dimensiunea longitudinală finită).

Dacă realizăm o echilibrare a lui F_{Fe} cu o forță elastică de forma :

$$F_r = - k_2 x,$$

x fiind deplasarea pe verticală a piesei, la echilibrul celor două forțe se obține :

$$x = \frac{k_1}{k_2} i^2 = k i^2.$$

BIBLIOGRAFIE

1. Andrei Țugulea, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor parcurse de curenți alternativi în prezența ecranelor electromagnetice cilindrice.* St. cerc. energ. electr., **15**, *4*, 807 — 837 (1964).
2. Alexandru Timotin, *Unicitatea soluțiilor și calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de conductoare paralele.* St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 143 — 156 (1967).
3. Ioan Fetiță, *Modelarea unui sistem de bare colectoare în vederea determinării parametrilor lineici, R, L, C.* St. cerc. energ. electr. **20**, *3*, 655 — 666 (1970).
4. P. S. Sergheev și colab., *Proiectirovanie electriceschih mașin.* Energhia, 1969, Moscva.
5. Kurt Oberretl, *Die Ermitlung von magnetischen Feldern Wirbelströmen und Kräften in Komplizierten Täblen durch Simulation an Gittermodellen.* Arch. Electr., **48**, 297 — 313 (1963).
6. F. C. Gäir, *Unifing, design principle for the resistance network analogue.* Br. Jr. of Appl. Plys. 1958.

DETERMINAREA COMPONENTEI AXIALE A CÎMPULUI MAGNETIC ÎN ZONA FRONTALĂ A TURBOGENERATORULUI

DE

P. OPRIȘAN, S. COSTICĂ

621.313.001.5

Se determină repartiția cîmpului axial din zona frontală a turbogeneratorului pe înălțimea dinților din stator în lipsa ecranului de protecție. Se stabilește efectul întrefierului și compoenta cîmpului axial, asociată curenților tangențiali din capetele de bobine. Calculul se face separat, pentru fiecare armătură în parte, cîmpul rezultant stabilindu-se pe baza diagramei vectoriale a mașinii.

1. INTRODUCERE

1.1. Dezvoltarea rapidă a construcției de turbogeneratoare de mare putere pune în fața constructorilor de mașini electrice probleme dintre cele mai complexe, de a căror rezolvare depinde realizarea unor performanțe energetice superioare.

Creșterea puterii turbogeneratoarelor se bazează în etapa actuală, în primul rînd, pe îmbunătățirea condițiilor de răcire. Găsirea unor soluții eficiente pentru evacuarea pierderilor din mașină nu reprezintă însă rezolvarea completă a problemei. Creșterea puterii înseamnă creșterea curenților și, prin urmare, creșterea cîmpurilor de scăpări, iar apariția unor scăpări intense în anumite zone ale mașinii are urmări nedorite.

Referindu-ne la partea frontală a turbogeneratoarelor, caracterizată prin prezența capetelor de bobine din stator și din rotor și delimitată de un contur cu geometrie complexă, apariția cîmpurilor intense de scăpări conduce, pe de o parte, la creșterea pierderilor locale datorită curenților induși și prin urmare la încălziri locale care pot deveni excesive, iar, pe de altă parte, la creșterea eforturilor în caz de scurtcircuit.

Evaluarea pierderilor suplimentare în mediile conductoare precum și aprecierea forțelor de scurtcircuit se pot face numai pe baza cunoașterii distribuției cîmpului electromagnetic în interiorul domeniului considerat.

1.2. Determinarea repartiției cîmpului electromagnetic în zona frontală la turbogeneratoare constituie o problemă extrem de dificilă, datorită sistemului complex de curenți care generează acest cîmp variabil în spațiu

și în timp, datorită geometriei domeniului, prezenței mediilor feromagnetice și ecranelor de protecție.

Încercarea depășirii dificultăților a condus la apariția a numeroase metode de investigare a cîmpului din zona frontală a turbogeneratoarelor, fiecare metodă avînd avantaje dar și limitări proprii.

Rezolvarea grafică a problemei [5] permite reprezentarea distribuției cîmpului prin trasarea liniilor ortogonale de cîmp și echipotențiale, pentru oricare regim de funcționare a turbogeneratorului, pe baza cunoașterii modului de repartizare a curentului în capetele de bobină. Densitatea tuburilor elementare permite evaluarea intensității cîmpului în oricare punct. Metoda în ansamblul său este laborioasă și necesită multă experiență.

Rezolvarea problemei prin modelarea reoelectrică a proceselor fizice din mașină, modelul electrocinetic putînd fi în cuva electrolitică [1] sau din hîrtie electroconductoare [4], este expeditivă și constituie un mijloc rapid de verificare a soluțiilor constructive propuse în vederea alegerii soluției optime.

Metoda analitică, apărută și dezvoltată în mai multe variante, fie că apelează sau nu la calculatoarele electronice, permite determinarea intensității cîmpului în oricare punct al domeniului considerat, ținîndu-se seama de repartiția spațială a curenților din capetele de bobină [3], sau determinarea numai într-o zonă delimitată a conturului, pe baza unei reprezentări conforme a zonei respective [7].

1.3. Indiferent de metoda abordată, grafică, analitică sau pe model, determinarea cîmpului electromagnetic în zona frontală a turbogeneratorului se poate efectua numai pe baza unor ipoteze de calcul care pot avea un caracter general, valabile pentru toate metodele, sau particular, specifice fiecărei metode în parte.

Dintre ipotezele unanim acceptate, amintim următoarele :

— se consideră numai regimul cvasistaționar,

— se presupune o distribuție sinusoidală a tensiunilor magnetomotoare și a tuturor mărimilor care depind de ea, de-a lungul circonferinței mașinii,

— mediile feromagnetice se consideră de permeabilitate infinită.

1.4. În cele ce urmează se determină repartiția cîmpului axial pe peretele feromagnetic frontal al statorului, cu considerarea efectului de întrefier și a amperispirelor capetelor de bobine. Se neglijează alternanța crestăturilor cu dinții și se are în vedere mașina neecranată. Cîmpul cu simetrie axială, specific zonei frontale a mașinii, se reduce la un cîmp cu simetrie plan paralelă, eroarea introdusă fiind totuși relativ mică datorită distanței mari față de axă. Se are în vedere numai componenta tangențială a curentului prin capetele de bobine, neglijîndu-se componenta radială datorită ponderii scăzute cu care intervine la determinarea cîmpului axial.

2. DETERMINAREA COMPONENTEI TANGENȚIALE A CURENTULUI DIN CAPETELE DE BOBINE

2.1. Curenții care circulă în conductoarele capetelor de înfășurare sînt înlocuiți prin „benzi" de curent echivalente, dispuse pe suprafețe cilindrice de rază R_s pentru stator și R_r pentru rotor. Considerarea

suprafeței cilindrice pentru partea frontală a bobinajului statoric constituie o simplificare în stabilirea expresiei de calcul a curentului, raza R_s fiind astfel aleasă încît efectul bobinajului presupus cilindric să fie echivalent dispoziției sale reale. Potrivit determinărilor analitice, confirmate și experimental, raza R_s corespunde unui punct aflat pe o suprafață conică

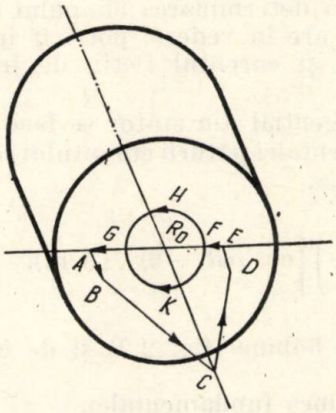


Fig. 2.1. — Reprezentarea de principiu a capătului de bobină din stator.

situată între cele două straturi ale bobinajului statoric, la o treime din lungimea porțiunii înclinate al cărui început se consideră în partea ieșirii conductorului din crestătură [2].

Considerarea efectului de margină al armăturilor la determinarea cîmpului axial se face presupunînd o întoarcere a curenților din capetele

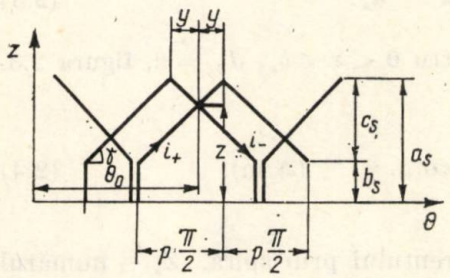


Fig. 2.2. — Configurația înfășurării din stator.

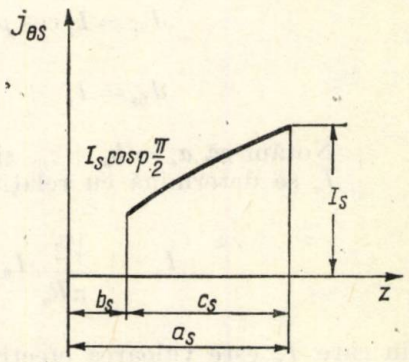


Fig. 2.3. — Repartizarea spațială a fundamentalei păturii curentului tangențial din stator.

de bobine printr-un conductor fictiv dispus în întrefier la distanța R_0 față de axa mașinii. Se formează astfel un circuit închis (fig. 2.1), de-a lungul căruia se stabilesc următoarele porțiuni și componentele curentului care le străbat :

GA și EF — curentul radial i_r,
AB și DE — curentul axial i_x,

BC și CD — curenții axial i_x și tangențial i_θ,
FHG și FKG — curentul fictiv din întrefier i_f.

Ținînd seama deci de ansamblul capetelor de bobine din zona frontală și de geometria lor, se identifică păturile componentelor radială, axială și tangențială ale curentului atît pentru stator, cît și pentru rotor. Cum componenta axială nu participă la determinarea cîmpului axial iar efectul curentului radial este redus, se are în vedere, potrivit ipotezelor anterioare, numai curentul tangențial și curentul fictiv de întoarcere prin întrefier.

2.2. Determinarea curentului tangențial din stator se face pe baza cunoașterii repartiției spațiale a fundamentalei păturii curentului respectiv, a cărei expresie stabilită în [2] sub forma,

$$j_{\theta s} = I_s \cos\left[p\,\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{z - b_s}{c_s}\right)\right]\cos(\omega t - \theta) \quad \text{(A/m)}, \tag{2.1}$$

ține seama de geometria capetelor de bobine (fig. 2.2) și de circulația curenților asociați.

Potrivit expresiei (2.1.), amplitudinea fundamentalei,

$$J_{\theta s} = I_s \cos\left[p\,\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{z - b_s}{c_s}\right)\right] \quad \text{(A/m)}, \tag{2.2}$$

este o funcție variabilă sinusoidal între limitele

$$J_{\theta s} = I_s \cos p\,\frac{\pi}{2} \qquad \text{pentru } z = b_s,$$

$$J_{\theta s} = I_s \qquad \text{pentru } z = a_s. \tag{2.3}$$

Notăm că $a_s = b_s + c_s$ și că pentru $0 < z < b_s$, $J_{\theta s} = 0$, figura 2.3. I_s se determină cu relația [2]

$$I_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi R_s} I_n Z_s N k_d \operatorname{cotg}\gamma \quad \text{(A/m)}, \tag{2.4}$$

în care I_n este valoarea efectivă a curentului prin spiră, Z_s — numărul crestăturilor din stator, N — numărul de spire pe bobină, k_d — factorul de repartizare al bobinajului, γ — unghiul mediu de înclinare a capetelor de bobină, iar R_s — raza cilindrului pe care se presupune dispus bobinajul. Se are în vedere turbogeneratorul bipolar trifazat cu bobinajul în dublu strat și pasul p relativ.

Curentul tangențial se stabilește prin integrarea expresiei (2.1) între limitele $z_1 = b_s$ și $z_2 = a_s$, obținîndu-se în final

$$i_{\theta s} = I_s \frac{2\,c_s}{p\pi} \sin p\,\frac{\pi}{2}\cos(\omega t - \theta) \quad \text{(A)}. \tag{2.5}$$

2.3. Procedînd analog, se determină curentul tangenţial din rotor. Ţinînd seama de distribuţia spaţială a bobinajului rotoric (fig. 2.4) şi de faptul că curentul tangenţial circulă pe porţiunea $ABCD$, expresia fundamentalei păturii de curent, după determinarea coeficienţilor din seriile Fourier, devine

$$j_{\theta r} = \frac{4}{\pi} I_r \sin \frac{1}{2\, c_r} [(\pi - \xi)\,(z - b_r) + c_r\, \xi] \cos(\omega t - \theta), \qquad (2.6)$$

în care I_r se determină cu relaţia

$$I_r = \frac{1}{c_r}\left[q_2 + \left(\frac{z_r}{4} - 1\right) q_1 \right] i_e \qquad \text{(A/m)}, \qquad (2.7)$$

i_e fiind curentul de excitaţie, q_1 — numărul de conductoare pe crestătura normală, q_2 — numărul de conductoare pe crestătura redusă, iar Z_r — numărul total de crestături ale rotorului.

Amplitudinea fundamentalei,

$$J_{\theta r} = \frac{4}{\pi} I_r \sin \frac{1}{2c_r} [(\pi - \xi)\,(z - b_r) + c_r\, \xi] \qquad \text{(A/m)}, \quad (2.8)$$

este, de asemenea, o funcţie variabilă sinusoidal între limitele

$$J_{\theta r} = \frac{4}{\pi} I_r \sin \frac{\xi}{2} \qquad \text{pentru } z = b_r,$$

$$J_{\theta r} = \frac{4}{\pi} I_r \qquad \text{pentru } z = a_r. \qquad (2.9)$$

Ca şi în cazul precedent, $a_r = b_r + c_r$, iar pe porţiunea $0 < z < b_r$ curentul tangenţial $J_{\theta r}$ este nul (fig. 2.5).

Integrînd expresia (2.6) de-a lungul porţiunii c_r, se obţine curentul tangenţial din rotor

$$i_{\theta r} = \frac{4}{\pi} I_r \frac{2\, c_r}{\pi - \xi} \cos \frac{\xi}{2} \cos(\omega t - \theta) \qquad \text{(A)}. \qquad (2.10)$$

3. CURENTUL FICTIV DE ÎNTOARCERE PRIN ÎNTREFIER

3.1. Datorită prezenţei întrefierului, o parte a liniilor de cîmp din zona de capăt a celor două armături, închizîndu-se pe un drum de reluctanţă mărită, determină apariţia unei componente axiale suplimentare a cîmpului electromagnetic, perpendiculară pe miezul feromagnetic al statorului. Pentru evaluarea efectului de întrefier se introduce în calcul un

curent fictiv i_f, care trebuie să producă un efect echivalent. Firul parcurs de curentul fictiv se plasează în întrefier, pe partea frontală a miezului magnetic, la distanța R_0 față de axa mașinii.

Pentru realizarea efectului de întrefier, curentul fictiv introdus are sensul invers curentului de excitație i_i al cîmpului inițial, figura 3.1 *a*.

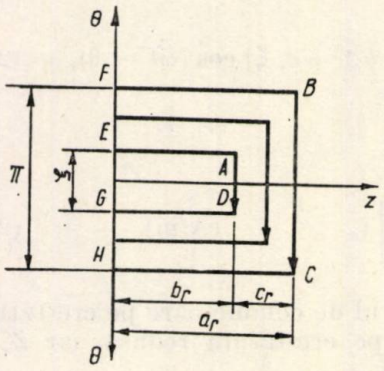


Fig. 2.4. — Configurația înfășurării din rotor.

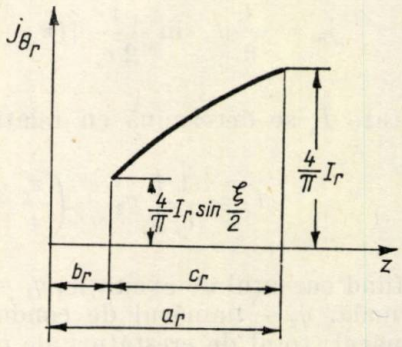


Fig. 2.5. — Repartizarea spațială a fundamentalei păturii curentului tangențial din rotor.

Cîmpul real din întrefier, determinat de curentul i_i, fiind anulat de cîmpul invers al curentului fictiv, cele două armături distincte se pot înlocui printr-un mediu magnetic omogen cu permeabilitatea $\mu \to \infty$ și intensitatea cîmpului $H \to 0$ (fig. 3.1 *b*).

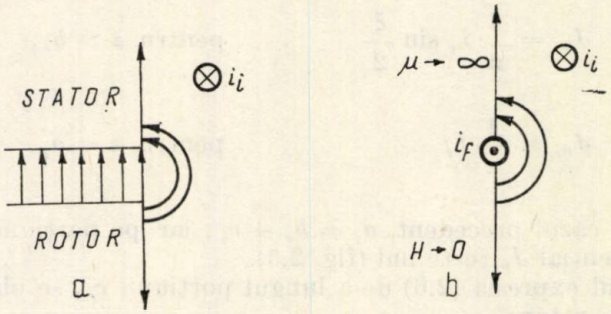


Fig. 3.1. — Reproducerea efectului de întrefier prin intermediul unui curent fictiv.

Condiția de anulare a cîmpului din întrefier este prin urmare

$$i_i + i_f = 0. \tag{3.1}$$

Cum curentul de excitație al cîmpului real din mașină poate fi curentul tangențial din stator sau din rotor, urmează că valoarea curentului fictiv din întrefier se determină individual pentru fiecare armătură în parte :

$$i_{fs} = \int_{b_s}^{a_s} j_{\theta s}\, dz \tag{3.2}$$

pentru bobinajul statoric, obținîndu-se în final expresia (2.5) și respectiv

$$i_{fr} = \int_{b_r}^{a_r} j_{0r}\,dz \tag{3.3}$$

pentru bobinajul rotoric, relația finală corespunzînd cu (2.10).

3.2. Reproducerea efectului întrefierului necesită însă pe lîngă cunoașterea valorii curentului fictiv și precizarea poziției sale în raport cu cele două armături.

În acest scop, în urma reprezentării conforme a domeniului [7], se determină potențialul complex al cîmpului și se stabilește distribuția sa în ipoteza capetelor de bobine plasate la infinit. Poziția conductorului care transportă curentul fictiv rezultă prin satisfacerea condiției impuse, adică generarea aceluiași cîmp a cărui configurație este acum cunoscută.

Ecuația de transformare,

$$\frac{dz}{d\zeta} = K\frac{1}{\zeta}\sqrt{(\zeta+1)(\zeta-a)}, \tag{3.4}$$

se obține prin aplicarea teoremei Schwartz-Cristoffel cu respectarea corespondenței punctelor de frontieră din cele două domenii (fig. 3.2 și 3.3), frontieră de-a lungul căreia se va determina distribuția cîmpului axial și care corespunde înălțimii dinților din stator.

Coordonatele punctelor corespondente sînt

$$z = \pm\frac{\delta}{2} + jc, \quad \zeta = -1, \text{ pentru punctul } A_1,$$

$$z = \pm\frac{\delta}{2} - j\infty, \quad \zeta = 0, \quad \text{pentru punctul } A_2,$$

$$z = \frac{\delta}{2} + j_0, \quad \zeta = a, \quad \text{pentru punctul } A_3.$$

Integrarea ecuației de transformare [11] permîte stabilirea relației de echivalență dintre coordonatele celor două sisteme sub forma

$$x = \frac{\delta}{\pi}\left[\frac{\sqrt{(\xi+1)(\xi-a)}}{\sqrt{a}} + \frac{c}{\delta}\ln\frac{2\xi+1-a+2\sqrt{(\xi-1)(\xi-a)}}{1+a} + \right.$$

$$\left. + \arcsin\frac{\xi(a-1)+2a}{\xi(a+1)}\right], \tag{3.5}$$

în care

$$c = \frac{\delta}{\sqrt{a}}\cdot\frac{a-1}{2}, \quad a = 1+2m^2-\sqrt{(1+2m^2)^2-1}, \quad m = \frac{|c|}{\delta}, \tag{3.6}$$

c fiind diferența lungimii celor două armături în interiorul domeniului. Relațiile sînt stabilite pentru cazul mașinilor cu rotorul mai lung decît statorul.

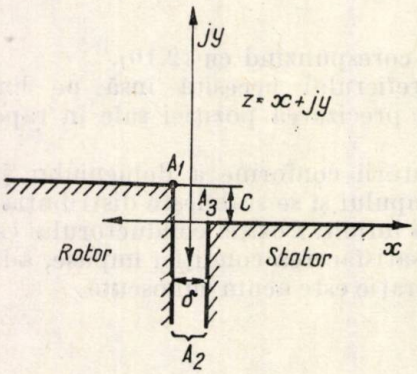


Fig. 3.2. — Domeniul corespunzător planului complex $z = x + jy$.

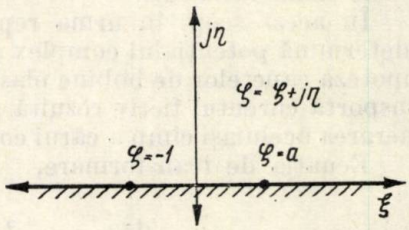


Fig. 3.3. — Domeniul corespunzător planului complex $\zeta = \xi + j\eta$.

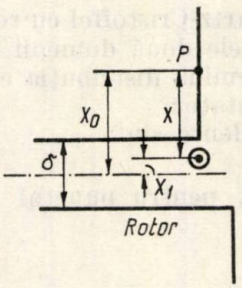


Fig. 3.4. — Poziția conductorului fictiv în întrefier.

Potențialul complex al cîmpului magnetic analizat, $W = U + jV$, are expresia [10]

$$W = -\frac{\textcircled{H}}{\pi} \ln \zeta, \tag{3.7}$$

iar inducția complexă este

$$B_\zeta = B_\xi + jB_\eta = \mu_0 j \left(\frac{\mathrm{d}\, W}{\mathrm{d}\, \zeta} \right) \tag{3.8}$$

în planul ζ și, respectiv,

$$B_z = B_x + jB_y = B_\zeta \frac{1}{\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\zeta} \right)} \tag{3.9}$$

în planul z.

Ţinînd seama de (3.4) şi (3.9) după determinarea constantei $K = \delta/\pi\sqrt{a}$, [7], se obţine

$$B_y = \mu_0 \frac{Ⓗ}{\delta} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{(\xi + 1)(\xi - a)}}, \tag{3.10}$$

componenta B_x fiind nulă. Raportînd B_y la valoarea inducţiei în întrefier, $B_\delta = \mu_0 Ⓗ/\delta$, rezultă inducţia relativă

$$\frac{B_y}{B_\delta} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{(\xi + 1)(\xi - a)}}. \tag{3.11}$$

De subliniat că inducţia B_δ din întrefier corespunde aceleiaşi solenaţii Ⓗ care determină şi inducţia B_y în punctul de coordonate $(\xi, 0)$.

Cunoscînd valoarea cîmpului în punctul respectiv se determină poziţia conductorului fictiv în întrefier, astfel încît să producă acelaşi cîmp în punctul considerat.

Valoarea cîmpului determinat de curentul fictiv va fi

$$\frac{B_y}{B_\delta} = \frac{\delta}{\pi(x_0 - x_1)}, \tag{3.12}$$

notaţiile fiind cele corespunzătoare figurii 3.4.

Poziţia conductorului fictiv faţă de axa întrefierului rezultă din expresia de mai sus,

$$x_1 = x_0 - \frac{\delta}{\pi \frac{B_y}{B_\delta}}. \tag{3.13}$$

3.3. Considerarea anticipată a conductorului fictiv plasat în centrul spaţiului dintre cele două armături, $x_1 = 0$, [2], conduce la aprecierea mai puţin exactă a efectului întrefierului, eroarea fiind cu atît mai mare cu cît diferenţa în lungime a armăturilor este mai pronunţată.

4. CALCULUL CÎMPULUI AXIAL

4.1. Determinarea cîmpului se face în ipoteza că liniile pătrund perpendicular pe planul tolelor, care rămîn permanent nesaturate, neglijîndu-se curenţii turbionari induşi.

Se consideră că curenţii care generează cîmpul axial parcurg circuite inelare de rază R situate în planul $z = z_i$.

Intensitatea cîmpului magnetic H în punctul P situat în planul $z = 0$ (fig. 4.1), se determină în faza formulei Biot-Savart-Laplace cu relația

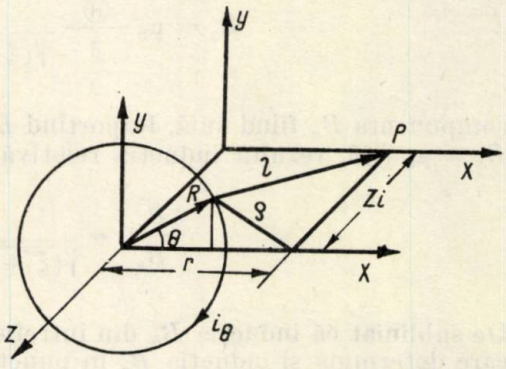


Fig. 4.1. — Determinarea cîmpului în planul $z = 0$ produs de curenți circulari.

$$H_z = \frac{I_\theta}{\pi} \frac{1}{\sqrt{z_i^2 + (r+R)^2}} \left\{ E \left[\frac{z_i^2 + r^2 + rR}{rR} + \frac{z_i^2 + r^2 - R^2}{z_i^2 + (r-R)^2} \right] - \right.$$

$$\left. - K \frac{z_i^2 + r^2}{rR} \right\}, \tag{4.1}$$

în care E și K sînt integrale eliptice complete funcție de modulul

$$k^2 = \frac{4rR}{z_i^2 + (r+R)^2}. \tag{4.2}$$

Dacă $z_i = 0$, adică planul în care se află inelul coincide cu planul $z = 0$ în care este situat punctul P, intensitatea cîmpului în punctul respectiv devine

$$H_z = \frac{I_\theta}{\pi} \frac{1}{r+R} \left\{ E \left[\frac{r+R}{R} + \frac{r+R}{r-R} \right] - K \frac{r}{R} \right\}. \tag{4.3}$$

Inducția axială se determină cu relația

$$B_z = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} H_z \qquad (\mathrm{Wb/m^2}). \tag{4.4}$$

4.2. Potrivit metodicii, cîmpul din zona frontală a turbogeneratorului se determină individual pentru fiecare armătură în parte, rezultanta stabilindu-se pe baza diagramei vectoriale a mașinii.

Întrucît curentul tangențial are o repartiție spațială, prezentată în figurile 2.3 și 2.5, pătura curentului respectiv se împarte în mai multe sectoare, fiecare sector fiind considerat acum ca un curent independent și concentrat care parcurge un conductor inelar plasat în axa sectorului

respectiv. Dacă n este numărul de sectoare, valoarea maximă a curentului fiecărui sector va fi

$$I_{\theta si} = \int_{b_s + \frac{c_s}{n}(i-1)}^{b_s + \frac{c_s}{n} i} I_s \cos p \frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{z - b_s}{c_s}\right) dz \qquad (4.5)$$

pentru stator și, respectiv,

$$I_{\theta ri} = \int_{b_r + \frac{c_r}{n}(i-1)}^{b_r + \frac{c_r}{n} i} \frac{4}{\pi} I_r \sin \frac{1}{2c_r} [(\pi - \xi)(z - b_r) + c_r \xi] dz \qquad (4.6)$$

pentru rotor, i fiind numărul sectorului (inelului) în ordinea numerotării lor.

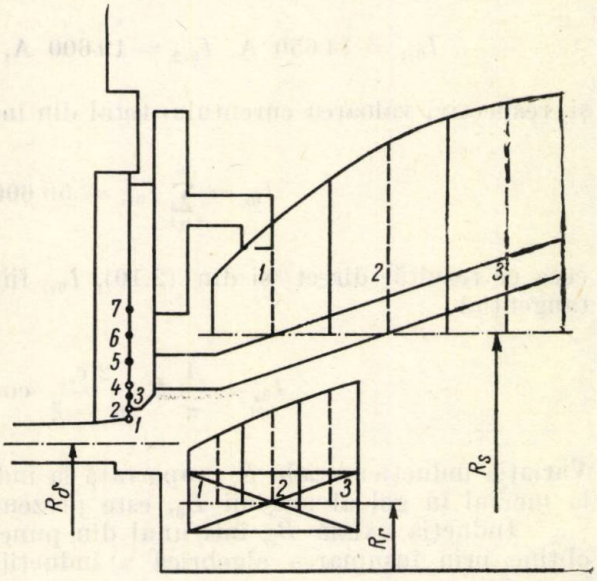


Fig. 4.2.— Configurația geometrică a zonei frontale.

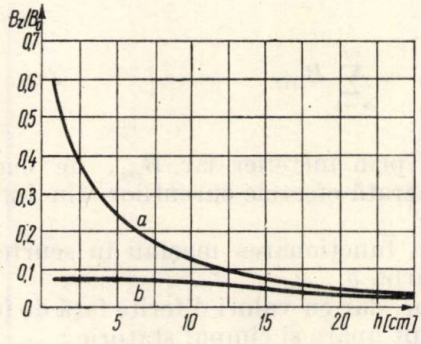


Fig. 4.3. — Variația inducției axiale pe peretele frontal al miezului statoric la mersul în gol, curba a și în scurt-circuit, curba b.

Cunoscîndu-se valorile tuturor curenților se determină cîmpul și respectiv inducția axială în zona care ne interesează pe baza relațiilor (4.1), (4.3) și, respectiv, (4.4).

4.3. În figura 4.2 este prezentată configurația geometrică a zonei frontale a turbogeneratorului cu distribuția spațială a amplitudinii fundamentalei păturilor de curent. Sînt indicate punctele în care s-a calculat inducția axială, numerotate de la 1 la 7, punctul 1 corespunzînd vîrfului dintelui din stator.

Determinările s-au efectuat considerînd păturile de curent formate din cîte trei sectoare pentru fiecare armătură în parte.

Cele două laturi ale capetelor de bobine din stator s-au înlocuit printr-o singură latură ocupînd o poziție mediană.

4.4. Funcționarea în gol a mașinii este caracterizată de prezența numai a excitației rotorice, curentul din stator fiind nul.

Calculul curentului tangențial din rotor, pentru o mașină cu parametrii cunoscuți, a permis stabilirea următoarelor valori pentru fiecare sector în parte, (2.7) și (4.6) :

$$I_{\theta r1} = 14\,650 \text{ A}, \quad I_{\theta r2} = 19\,600 \text{ A}, \quad I_{\theta r3} = 22\,350 \text{ A}$$

și, respectiv, valoarea curentului total din întrefier

$$I_{\theta r} = \sum_{i=1}^{n_r} I_{\theta ri} = 56\,600 \text{ A}, \tag{4.7}$$

ceea ce rezultă direct și din (2.10), $I_{\theta r}$ fiind amplitudinea curentului tangențial

$$I_{\theta r} = \frac{4}{\pi} I_r \frac{2\,c_r}{\pi - \xi} \cos\frac{\xi}{2}. \tag{4.8}$$

Variația inducției axiale B_z, raportată la inducția nominală din întrefier la mersul în gol al mașinii B_0, este prezentată în figura 4.3, curba *a*.

Inducția axială B_{zr} într-unul din punctele numerotate mai sus se obține prin însumarea algebrică a inducțiilor asociate fiecărui curent în parte :

$$B_{zr} = B_{zr0} - \sum_{i=1}^{n_r} B_{zri}, \tag{4.9}$$

B_{zr0} fiind determinată de curentul prin întrefier iar B_{zri}, de curentul fiecărui sector. Pe frontiera considerată efectele curenților din întrefier și capetele de bobină sînt în opoziție.

4.5. Variația cîmpului axial la funcționarea mașinii în scurtcircuit se prezintă în aceeași figură prin curba *b*.

Pe lîngă cîmpul excitat de rotor, dar cu valori diferite față de funcționarea în gol, la mersul în scurtcircuit apare și cîmpul statoric :

$$B_{zs} = B_{zs0} + \sum_{i=1}^{n_s} B_{zsi}, \tag{4.10}$$

notaţiile avînd aceleaşi semnificaţii şi precizînd că în cazul statorului efectele curenţilor din întrefier şi capetele de bobine se însumează în porţiunea respectivă a miezului statoric.

Inducţiile B_{zsi} corespund curenţilor din fiecare sector:

$$I_{\theta s1} = 23\,260 \text{ A}, \quad I_{\theta s2} = 40\,040 \text{ A}, \quad I_{\theta s3} = 49\,100 \text{ A},$$

valorile fiind calculate cu relaţiile (2.4) şi (4.5), iar B_{zs0} corespunde curentului din întrefier

$$I_{\theta s} = \sum_{i=1}^{n_s} I_{\theta si} = 112\,400 \text{ A}, \tag{4.11}$$

valoare obţinută direct din (2.5) în care amplitudinea $I_{\theta s}$ s-a notat

$$I_{\theta s} = I_s \frac{2\,c_s}{p\pi} \sin p \frac{\pi}{2}. \tag{4.12}$$

Cîmpul axial rezultant la scurtcircuit este

$$B_{zk} = B_{zr} - B_{zs}, \tag{4.13}$$

obţinut prin adunarea algebrică a efectelor celor două armături. Cîmpul determinat de rotor se calculează cu curentul de excitaţie la scurtcircuit.

4.6. La funcţionarea în sarcină cîmpul rezultant se obţine prin însumarea vectorială a celor două componente corespunzătoare curenţilor din stator şi rotor, pe baza diagramei vectoriale a turbogeneratorului din figura 4.4.

Efectul bobinajului statoric, luat independent, este acelaşi ca la mersul în scurtcircuit, curentul tangenţial $I_{\theta s}$ în regim nominal avînd valoarea stabilită cu relaţia (4.11).

Cîmpul curentului rotoric se stabileşte pe aceeaşi cale, ca şi la mersul în gol sau în scurtcircuit, cu considerarea însă a valorii sale din regim nominal. Faţă de valoarea la mersul în gol, determinată cu relaţia (4.7), în regim nominal curentul tangenţial devine

$$I_{\theta r} = \sum_{i=1}^{n_r} I_{\theta ri} = 158\,000 \text{ A}. \tag{4.14}$$

Variaţia componentelor cîmpului axial pe înălţimea dintelui statoric este reprezentată în figura 4.5 prin curba *a* pentru curentul din rotor şi curba *b* pentru curentul din stator. Variaţia cîmpului rezultant este redată prin curba *c* din aceeaşi figură.

4.7. Determinările analitice au evidenţiat influenţa hotărîtoare a efectului de margine asupra repartiţiei cîmpului electromagnetic din zona frontală a turbogeneratorului. Spre exemplificare, valorile componentelor

cîmpului axial într-un singur punct al domeniului, determinate pe această cale, în regimul nominal de funcționare, au fost :

$$B_{zr0} = 1{,}71, \quad \Sigma B_{zri} = 0{,}0714, \quad B_{zr} = 1{,}6386$$

pentru rotor și, respectiv,

$$B_{zs0} = 1{,}21, \quad \Sigma B_{zsi} = 0{,}0193, \quad B_{zs} = 1{,}2293$$

pentru stator, mărimile fiind exprimate în Wb/m^2.

Efectul de margine este cu atît mai pronunțat cu cît punctul în care se determină cîmpul este mai aproape de întrefier dar scade relativ repede

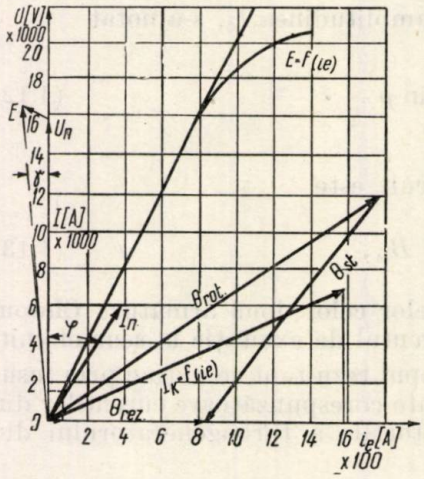


Fig. 4.4. — Diagrama vectorială a turbogeneratorului.

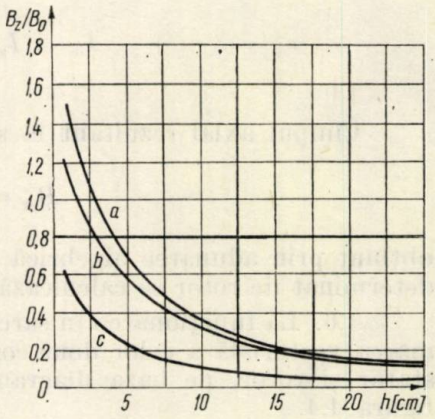


Fig. 4.5. — Variația inducției axiale pe pe retele frontal al miezului statoric, determinată de curentul prin rotor, curba *a*, curentul prin stator, curba *b* și inducția rezultantă, la funcționarea în regim nominal, curba *c*.

pe măsura depărtării înspre exterior. Geometria domeniului în zona de capăt a armăturilor influențează repartiția cîmpului axial. Un rotor mai lung determină un cîmp de scăpări mai intens și invers.

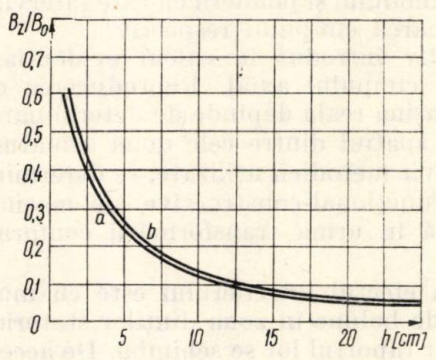
4.8. La aceeași valoare a curentului tangențial în cele două armături, cîmpul determinat de stator într-un punct al zonei considerate este mai intens decît cîmpul rotoric, datorită modului de însumare a componentelor respective, relațiile (4.9) și (4.10).

La funcționarea în regim nominal însă, datorită valorii superioare a curentului tangențial din rotor, se compară relațiile (4.11) și (4.14), cîmpul rotoric devine preponderent, așa cum rezultă și din figurile 4.4 și 4.5.

4.9. Determinările analitice au fost confruntate cu rezultatele obținute prin modelarea electrocinetică a zonei frontale din turbogenerator. Modelul propriu-zis, executat din hîrtie electroconductoare, a reprodus la

scară condițiile existente din mașina reală. Experimentările pe model s-au efectuat cu respectarea ipotezelor acceptate inițial în metoda de calcul prezentată msi sus.

Curentul tangențial s-a injectat în model prin cîte trei electrozi, valorile respective fiind stabilite pe baza relațiilor (4.5) și (4.6). Rezultatele obținute prin cele două metode sînt prezentate în figura 4.6. Curba *a* reprezintă soluția analitică a variației cîmpului axial rezultant la funcționarea mașinii în regim nominal iar curba *b* variația cîmpului determinată pe model.



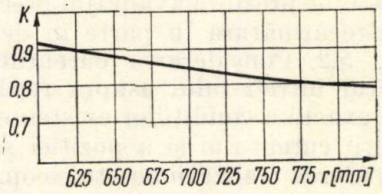


Fig. 4.7. — Factorul de corecție a soluțiilor ecuațiilor în plan.

Fig. 4.6. — Variația cîmpului axial în regim nominal determinată analitic, curba *a* și pe model, curba *b*.

Apropierea rezultatelor obținute pe două căi diferite confirmă justețea premiselor de la care s-a pornit.

4.10. Deoarece cîmpul cu simetrie axială din zona frontală a turbogeneratorului a fost cercetat prin metode specifice cîmpurilor plan-paralele, rezultatele obținute pot fi afectate de un factor de corecție în scopul aproximării mai exacte a soluțiilor ecuațiilor cîmpului real.

Determinarea factorului de corecție se face în ipoteza verificării ecuației Laplace în coordonate cilindrice cel puțin pe porțiunea din frontiera domeniului corespunzătoare înălțimii dinților din stator, de-a lungul căreia se calculează cîmpul.

Rezolvarea ecuațiilor cîmpului în această zonă permite stabilirea unui factor $K(r)$ care nu satisface însă exact ecuația Laplace $\Delta A = 0$,

ci o ecuație apropiată $\Delta A = \dfrac{I}{4r^2} K\varphi\,(r,\ y)$, în care $\varphi(r,\ y)$ este soluția

problemei în coordonate carteziene, iar K factorul de corecție propriu-zis explicitat în [7] sub forma

$$K = \sqrt{\frac{r_0}{r}}, \tag{4.15}$$

r_0 fiind raza exterioară a rotorului iar r raza punctului în care se determină valoarea cîmpului axial.

În figura 4.7 este prezentată variația factorului de corecție funcție de distanța radială r, pentru r_0 cunoscut.

4.11. În lucrare rezultatele analitice obținute la determinarea cîmpului axial din zona frontală a turbogeneratorului nu au fost afectate de factorul de corecție, ele reprezentînd prin urmare soluția problemei în plan.

5. CONCLUZII

5.1. Determinarea prin calcul a cîmpului axial din zona frontală la turbogeneratoare pe baza cunoașterii curenților tangențiali din capetele de bobine prezintă avantajul precizării modulului și ponderii cu care intervine fiecare armătură în parte în determinarea cîmpului respectiv.

5.2. Considerarea curentului fictiv introdus în calcul evidențiază efectul întrefierului asupra repartiției cîmpului axial. Reproducerea cît mai exactă a condițiilor existente în mașina reală depinde de determinarea valorii curentului și a poziției sale în spațiul dintre cele două armături. În vederea realizării acestui scop, potrivit metodicii utilizate, se determină curentul tangențial pe baza datelor funcțional-constructive ale mașinii, poziția curentului fictiv fiind stabilită în urma transformării conforme a domeniului.

5.3. Determinările au stabilit că efectul întrefierului este cu mult mai important decît efectul capetelor de bobine în zona dinților statorici, dar pe măsura depărtării înspre exterior raportul lor se schimbă. De aceea, pentru reprezentarea cît mai fidelă a configurației cîmpului în întregul domeniu frontal, se impune luarea în considerație a repartiției spațiale a păturilor de curent.

5.4. Pornindu-se de la aceleași ipoteze de calcul se poate obține un sistem unitar și eficient de analiză a cîmpului complex din zona frontală, mergînd pe căi diferite ca metodă de cercetare.

Modelarea electrocinetică, datorită avantajelor reale pe care le prezintă, cunoaște o extindere din ce în ce mai mare. Utilizarea rațională a modelului necesită însă predeterminarea analitică a unor parametri.

Metoda de calcul prezentată în lucrare permite determinarea parametrilor respectivi, necesari modelării electrocinetice. Ambele metode, utilizate simultan la cercetarea distribuției cîmpului axial din zona frontală a turbogeneratorului, au condus la rezultate care s-au confirmat reciproc.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Kant, *Étude du champ magnétique de la partie frontale d'un turboalternateur*, RGE, Juillet-Aout, **75**, *7 — 8*, 913 — 922 (1966).
2. J. A. Tegopoulos, *Current Sheets Equivalent to End- Winding Currents of Turbine-Generator Stator and Rotor*, Power Apparatus and Systems, February, *64*, 695 — 700 (1963).
3. J. A. Tegopoulos, *Flux Impinging on the End Plate of Turbine Generators*, Power Apparatus and Systems, February, *64*, 700 — 706 (1963).
4. R. Hawley, I. M. Edwards, I. M. Heaton, R. L. Stoll, *Turbogenerator end-region magnetic fields. Qualitative prediction by field plotting*, Proceedings, **114**, *8*, 1107 — 1114 (1967).

5. G. Darrieus, *Détermination et tracé des champs à trois dimensions. Application aux têtes des bobines, notamment des turbo-alternateurs*, RGE, Mars, **76**, *3*, 333 — 353 (1967).
6. S. I. Lure, *Matematicescoe modelirovannîe magnitnîh polei rasseiania transformatorov i reactorov na electroprovodiascei bumaghe*, Electricestvo, **10**, 80 — 86 (1965).
7. Al. Timotin, Al. Nicolae, *Sur la répartition du champ magnétique axial à la surface des dents de L'extremité du stator*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electr. Energ., **15**, 489 — 514 (1970).
8. A. Moraru, C. V. Bala, *Modele électrocinetique pour l'étude du champ magnétique du fuite du transformateur à cuve ecranée*, Rev. Roum. Sci. Techn.— Electr. Energ., **15**, *3*, 515 — 541 (1970).
9. P. L. Althamer, *Calcul du champ magnétique dans les têtes de bobines des turbo-alternateurs* Rev. Brown-Boveri, mai, **5**, (1964).
10. E. Durand, *Électrostatique et magnétostatique*, Ed. Dunod, Paris, 1961.
11. I. M. Rijik, I. S. Gradstein, *Tabele de integrale*, sume, serii şi produse, Bucureşti, Edit. tehnică, 1955.

STUDIUL NESIMETRIILOR CURENȚILOR LA MOTOARELE LINIARE CU CÎMP MOBIL LA MERSUL ÎN GOL IDEAL

DE

E. DÎMBOIU, D. BIDIAN

621.313.39.014

În lucrare se face un studiu al nesimetriilor care apar la funcționarea în gol ideal a motoarelor liniare cu cîmp mobil pe a căror statoare sînt dispuse înfășurări cu număr par și impar de poli, polii marginali fiind semibobinați. Se analizează dependența gradului de nesimetrie în funcție de numărul de poli și felul conexiunii înfășurării statorice.

În literatura de specialitate este indicat faptul că la motoarele liniare cu cîmp mobil apar nesimetrii ale curenților datorită circuitului magnetic deschis. Studiile respective pun în evidență nesimetriile care apar, fără a se face o analiză și o fundamentare sistematică a factorilor de care depind.

În această lucrare se propune un studiu al nesimetriei curenților care apar la funcționarea în gol ideală a motoarelor liniare cu cîmp mobil. Acest regim de funcționare a fost tratat nesatisfăcător în literatura de specialitate, deși reprezintă o problemă interesantă, întrucît la acest regim de funcționare apar nesimetriile cele mai pronunțate.

Schuster în lucrarea [1] tratează această problemă pentru un singur tip de înfășurare, utilizînd diagrama de fazori de la mașina asincronă. Problema respectivă este abia schițată în lucrarea lui Laithwaite [2], folosind metoda „pas cu pas". În lucrarea [4] se aduc o serie de precizări și completări, dar nu se ajunge la o tratare care să elucideze în întregime problema.

Lucrarea de față va analiza nesimetriile din punctul de vedere al înfășurării utilizate pe inductorul motorului și al conexiunii înfășurării.

1. OBȚINEREA UNEI ÎNFĂȘURĂRI PLANE DINTR-O ÎNFĂȘURARE CILINDRICĂ

Se consideră înfășurarea cilindrică în dublu strat avînd datele: $Z = 18$, $p = 3$, $q = 1$, reprezentată în figura 1.

În urma secționării acestei înfășurări ca în figura 2, prin desfășurare se obține înfășurarea plană din figura 3, care are un număr impar de pași polari, respectiv șapte, polii marginali fiind semibobinați.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 399—410, 1972

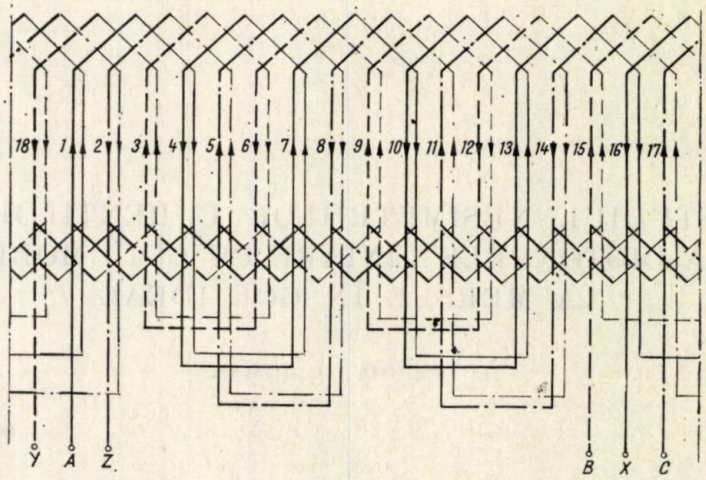


Fig. 1. — Schema desfăşurată a unei înfăşurări trifazate cilindrice cu datele: $Z = 18$, $p = 3$, $q = 1$.

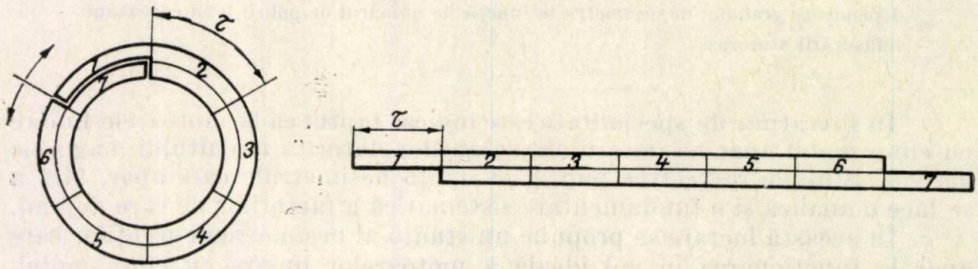


Fig. 2. — Modul de obţinere a înfăşurării plane din figura 3, din înfăşurarea cilindrică reprezentată în figura 1.

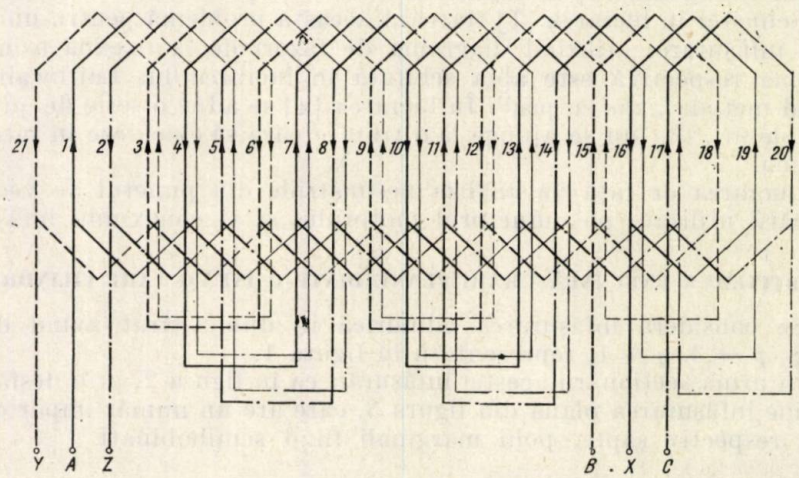


Fig. 3. — Înfăşurare trifazată plană cu $2p = 7$, cu poli marginali semibobinaţi.

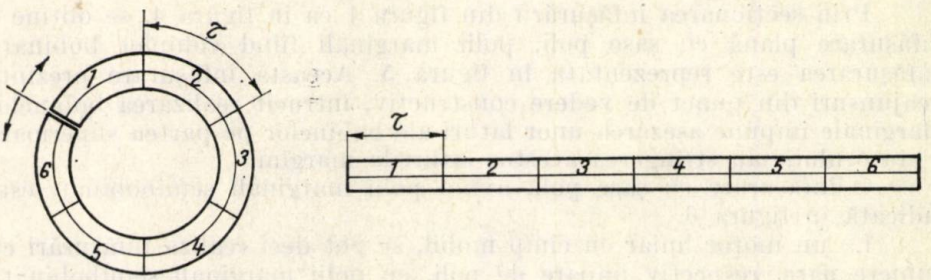


Fig. 4. — Modul de obținere a înfășurării plane din figura 5, din înfășurarea cilindrică reprezentată în figura 1.

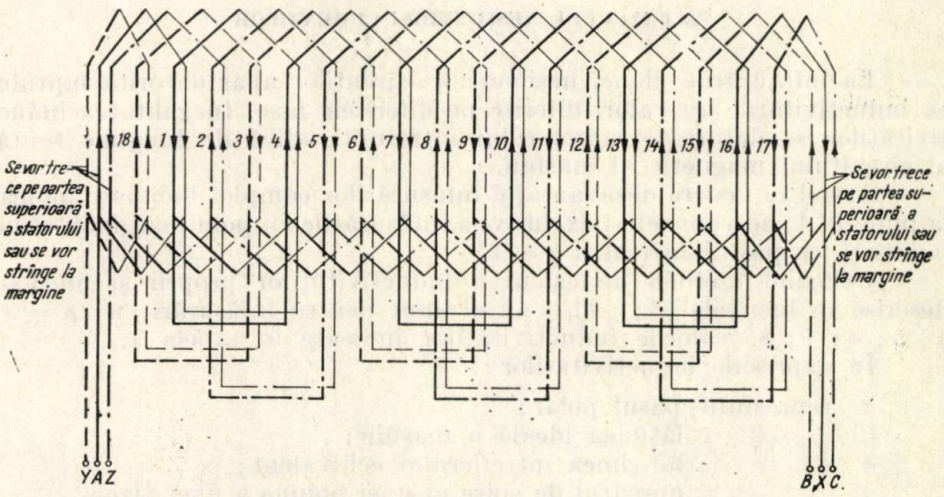


Fig. 5. — Înfășurare trifazată plană cu $2p = 6$, cu polii marginali complet bobinați.

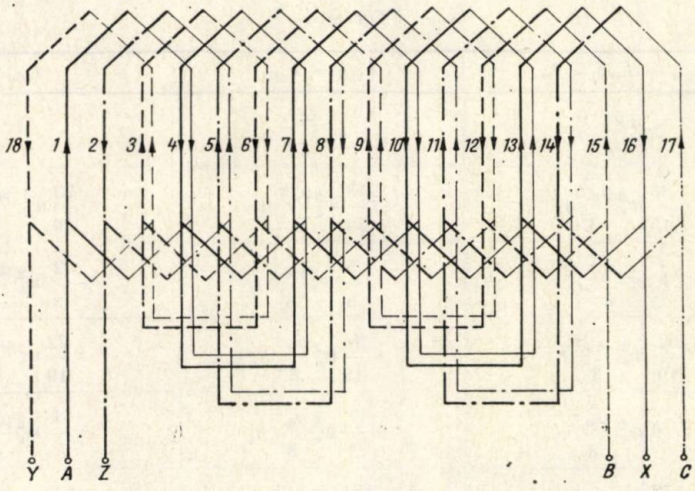


Fig. 6. — Înfășurare trifazată plană cu $2p = 6$, cu polii marginali semibobinați.

Prin secționarea înfășurării din figura 1 ca în figura 4, se obține o înfășurare plană cu șase poli, polii marginali fiind complet bobinați. Înfășurarea este reprezentată în figura 5. Această înfășurare prezintă neajunsuri din punct de vedere constructiv, întrucît realizarea bobinelor marginale impune așezarea unor laturi ale bobinelor pe partea superioară a statorului, sau strîngerea acestor laturi la margini.

O înfășurare cu șase poli, avînd polii marginali semibobinați este indicată în figura 6.

La un motor liniar cu cîmp mobil, se pot deci realiza înfășurări cu numere pare, respectiv impare de poli, cu polii marginali semibobinați, datorită circuitului magnetic deschis.

2. CALCULUL NESIMETRIEI CURENȚILOR

La înfășurările plane, nesimetriile curenților apar datorită faptului că inductivitățile au valori diferite pe diferitele faze. Inegalitatea inductivităților se datorește caracterului întrerupt, adică de lungime finită, al circuitului magnetic al mașinii.

Avînd în vedere dezavantajul înfășurărilor complet bobinate indicat la punctul 1, ne vom referi exclusiv la înfășurările cu polii marginali semibobinați, cu pas diametral și $q = 1$.

Utilizînd metoda de calcul a inductivităților proprii și mutuale descrisă în lucrările [3], [4], s-au obținut pentru înfășurări cu $2p = 3; 4; 5; 6; 7; 8$, valorile inductivităților indicate în tabela 1.

În expresiile inductivităților:

τ reprezintă pasul polar;
l_i — lățimea ideală a mașinii;
δ' — lungimea întrefierului echivalent;
w_b — numărul de spire al unei bobine a unei faze;

Tabela 1

$2p$	$L_{UA} = L_{UB} = L_{UC}$	$L_{AB} = L_{AC}$	L_{BC}
3	$2w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- w_b \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	0
4	$\frac{36}{13} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{43}{39} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{22}{39} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$
5	$4 w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{5}{3} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{2}{3} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$
6	$\frac{92}{19} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{35}{19} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{22}{19} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$
7	$6 w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{7}{3} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{4}{3} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$
8	$\frac{172}{25} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{191}{75} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$	$- \frac{134}{75} w_b^2 \frac{\mu_0 \tau}{\delta'} l_i$

μ_0 — permeabilitatea magnetică a vidului.

Pentru orice înfășurare conectată în stea cu fir neutru, ecuațiile tensiunilor fazelor în complex, făcînd abstracție de circuitul secundar, sînt :

$$\|\underline{U}\| = \|\underline{Z}\| \cdot \|\underline{I}\|,$$

unde

$$\|\underline{U}\| = \begin{Vmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{Vmatrix}; \qquad \|\underline{I}\| = \begin{Vmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{Vmatrix};$$

$$\|\underline{Z}\| = \begin{Vmatrix} R_A + j\omega L_{UA} + j\omega L_{\sigma A} & j\omega L_{AB} & j\omega L_{AC} \\ j\omega L_{BA} & R_B + j\omega L_{UB} + j\omega L_{\sigma B} & j\omega L_{BC} \\ j\omega L_{CA} & j\omega L_{CB} & R_C + j\omega L_{UC} + j\omega L_{\sigma C} \end{Vmatrix}.$$

Un studiu aproximativ se poate conduce ușor pînă la sfîrșit, dacă se neglijează rezistențele și inductivitățile de scăpări ale fazelor. În acest caz, matricea impedanței devine :

$$\|\underline{Z}\| = j\omega \begin{Vmatrix} L_{UA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{UB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{UC} \end{Vmatrix}.$$

Efectuînd calculele pentru înfășurarea cu $2p = 3$ se obține :

$$\underline{I}_A = \frac{U_A}{2} \cdot \frac{1}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90^\circ} = I_{A3} e^{-j90^\circ},$$

$$\underline{I}_B = \frac{U_A}{2} \cdot \frac{1}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j180^\circ} = I_{A3} e^{j180^\circ},$$

$$\underline{I}_C = \frac{U_A}{2} \cdot \frac{1}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j0^\circ} = I_{A3} e^{j0^\circ}.$$

În figura 7 este reprezentată diagrama de fazori a tensiunilor și curenților.

Folosind metoda descompunerii unui sistem nesimetric de curenți în trei sisteme simetrice de succesiune directă, inversă și homopolară, rezultă :

$$\underline{I}_{hl} = \frac{U_A}{2} \cdot \frac{0{,}33}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90^\circ} = 0{,}33\ I_{A3} e^{-j90^\circ},$$

$$\underline{I}_{d1} = \frac{U_A}{2} \cdot \frac{0{,}833}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90°} = 0{,}833\, I_{A3}\, e^{-j90°} ,$$

$$\underline{I}_{i1} = \frac{U_A}{2} \cdot \frac{0{,}166}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j90°} = 0{,}166\, I_{A3}\, e^{j90°} .$$

Cu ajutorul valorilor obţinute mai sus, se pot calcula coeficienţii de disimetrie şi asimetrie :

$$\varepsilon_i = \frac{I_i}{I_d} = \frac{1}{5} = 0{,}2 ,$$

$$\varepsilon_h = \frac{I_h}{I_d} = \frac{2}{5} = 0{,}4 .$$

În cazul cînd înfăşurarea cu $2p = 3$ este conectată în triunghi se obţin relaţii asemănătoare cu cele de mai sus, avîndu-se în vedere că tensiunile de fază sînt amplificate cu $\sqrt{3}$. Evident că valorile coeficienţilor ε_i şi ε_h rămîn aceleaşi ca la conexiunea în stea cu fir neutru.

Tabela

2p	3	4	5
$\underline{I}_A$	$\frac{U_A}{2} \cdot \frac{1}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90°} = I_{A3}\, e^{-j90°}$	$\frac{U_A}{10} \cdot \frac{3}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90°} = I_{A4}\, e^{-j90°}$	$\frac{U_A}{14} \cdot \frac{3}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90°} = I_{A5}\, e^{-j90°}$
$\underline{I}_B$	$0{,}866\, I_{A?}\, e^{j180°}$	$0{,}902 I_{A4}\, e^{j163°32'}$	$0{,}889 I_{A5}\, e^{j166°59'}$
$\underline{I}_C$	$0{,}866\, I_{A3} e^{j0°}$	$0{,}902\, I_{A4}\, e^{j16°28'}$	$0{,}889 I_{A5}\, e^{j13°1'}$
$\underline{I}_{h1}$	$0{,}33\ I_{A3}\, e^{-j90°}$	$0{,}0233\, I_{A4}\, e^{-j90°}$	$0{,}2\, I_{A5}\, e^{-j90°}$
$\underline{I}_{d1}$	$0{,}833\, I_{A3}\, e^{-j90°}$	$0{,}92\, I_{A4}\, e^{-j90°}$	$0{,}9\, I_{A5}\, e^{-j90°}$
$\underline{I}_{i1}$	$0{,}166\, I_{A3}\, e^{j90°}$	$0{,}0815\, I_{A4}\, e^{j90°}$	$0{,}1\, I_{A5}\, e^{j90°}$
ε_i	$\frac{1}{5} = 0{,}2$	$0{,}0886$	$\frac{1}{9} = 0{,}111$
ε_h	$\frac{2}{5} = 0{,}4$	$0{,}0126$	$\frac{2}{9} = 0{,}222$

În tabela 2 sînt date rezultatele obținute pentru înfășurări conectate în stea cu fir neutru, avînd $2p = 3; 4; 5; 6; 7; 8$.

Dacă înfășurarea este conectată în stea fără fir neutru, pentru calculul curenților se utilizează ecuația :

$$\| \underline{U} \| = \| \underline{Z} \| \cdot \| \underline{I}' \| \cdot$$

Neglijînd ca și în cazul conexiunii în stea cu fir neutru, rezistențele și reactanțele de scăpări ale fazelor, matricele de mai sus sînt :

$$\| \underline{U} \| = \left\| \begin{matrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC}^{*} \\ \mathrm{O} \end{matrix} \right\| ; \qquad \| \underline{I}' \| = \left\| \begin{matrix} \underline{I}'_A \\ \underline{I}'_B \\ \underline{I}'_C \end{matrix} \right\| ;$$

$$\| \underline{Z} \| = \left\| \begin{matrix} \mathrm{j}\omega(L_{UA} - L_{BA}^{*}) & -\mathrm{j}\omega(L_{UB} - L_{AB}) & \mathrm{j}\omega(L_{AC} - L_{BC}) \\ \mathrm{j}\omega(L_{BA} - L_{CA}) & \mathrm{j}\omega(L_{UB} - L_{CB}) & -j\omega(L_{UC} - L_{BC}^{*}) \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \right\| \cdot$$

2

6	7	8
$\frac{U_A}{6} \cdot \frac{1}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90°} =$ $= I_{A6} e^{-j90°}$	$\frac{U_A}{22} \cdot \frac{3}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90°} =$ $= I_{A7} e^{-j90°}$	$\frac{U_A}{26} \cdot \frac{3}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j90°} =$ $= I_{A8} e^{-j90°}$
$0{,}924\, I_{A6} e^{j160°3'}$	$0{,}91\, I_{A7} e^{j161°45'}$	$0{,}934\, I_{A8} e^{j157°54'}$
$0{,}924\, I_{A6} e^{j19°57'}$	$0{,}91\, I_{A7} e^{j18°15'}$	$0{,}934\, I_{A8} e^{j22°6'}$
$0{,}124 I_A e^{-j90°}$	$0{,}143\, I_{A7} e^{-j90°}$	$0{,}0994\, I_{A8} e^{-j90°}$
$0{,}854\, I_{A6} e^{-j90°}$	$0{,}928\, I_{A7} e^{-j90°}$	$0{,}95\, I_{A8} e^{-j90°}$
$0{,}442 I_{A6} e^{j90°}$	$0{,}0715\, I_{A7} e^{j90°}$	$0{,}0498\, I_{A8} e^{j90°}$
0,06586	$\frac{1}{13} = 0{,}0769$	0,05234
0,133	$\frac{2}{13} = 0{,}1538$	0,10468

Efectuînd calculele rezultă pentru înfășurarea cu $2p = 3$:

$$\underline{I}'_A = \frac{U_{AB}}{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j240°} = I'_{A3} e^{j240°},$$

$$\underline{I}'_B = \frac{U_{AB}}{10} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j130°58'} = \sqrt{\frac{7}{3}} I'_{A3} e^{j130°58'},$$

$$\underline{I}'_C = \frac{U_{AB}}{10} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{-j10°58'} = \sqrt{\frac{7}{3}} I'_{A3} e^{-j10°58'}.$$

În figura 7 este reprezentată diagrama de fazori a tensiunilor și curenților.

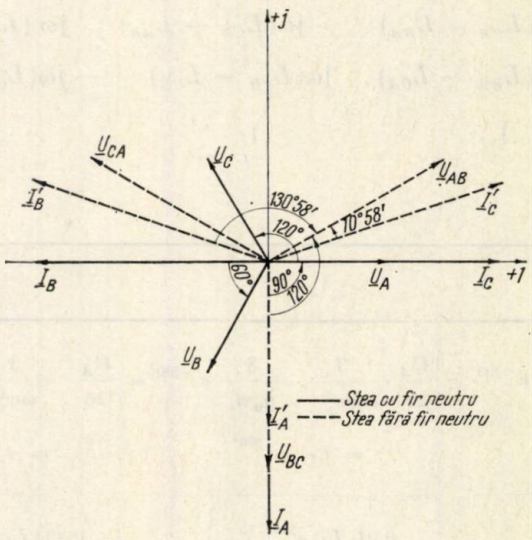


Fig. 7. — Diagramele de fazori ale tensiunilor și curenților la funcționarea în gol ideal a unei înfășurări cu $2p = 3$.

Descompunînd sistemul nesimetric de curenți se obține :

$$\underline{I}'_{h1} = 0,$$

$$\underline{I}'_{d1} = \frac{U_{AB}}{10} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j240°} = 4 I'_{A3} e^{j240°}.$$

$$\underline{I}'_{i1} = \frac{U_{AB}}{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j60°} = I'_{A3} e^{j60°}.$$

Coeficienții de disimetrie și asimetrie au valorile :

$$\varepsilon_i' = \frac{1}{4} = 0{,}25\,,$$

$$\varepsilon_h' = 0.$$

În tabela 3 sînt date rezultatele obținute pentru înfășurări conectate în stea fără fir neutru, avînd $2p = 3\,;\ 4\,;\ 5\,;\ 6\,;\ 7\,;\ 8$.

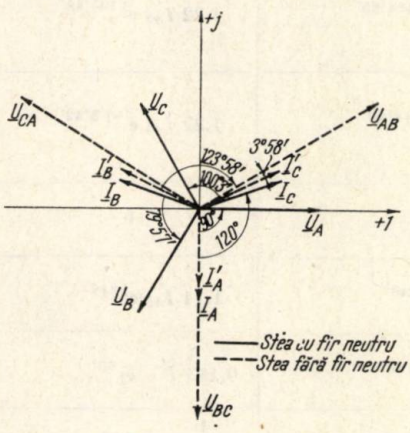


Fig. 8. — Diagramele de fazori ale tensiunilor și curenților la funcționarea în gol ideal a unei înfășurări cu $2p = 6$.

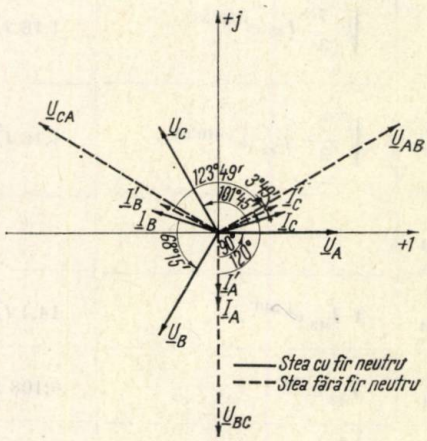


Fig. 9. — Diagramele de fazori ale tensiunilor și curenților la funcționarea în gol ideal a unei înfășurări cu 2p = 7.

Diagramele de fazori ale curenților și ale tensiunilor pentru înfășurări cu $2p = 6\,;\ 7$ sînt redate în figurile 8 și 9, atît pentru conexiunea stea cu fir neutru, cît și pentru conexiunea stea fără fir neutru.

Din diagramele de fazori la conexiunea în stea cu fir neutru se pot trage unele concluzii asupra încărcării fazelor. Astfel, din figura 9 se observă că faza A nu absoarbe și nici nu cedează energie activă, faza B este receptoare de energie activă, iar faza C este generatoare de energie activă. Deci, între fazele B și C se produce un schimb de putere activă. La funcționarea în gol ideal a motorului, puterea activă totală absorbită este nulă în cazul considerat.

Din aceleași diagrame, în cazul conexiunii în stea fără fir neutru se pot determina puterile activă și reactivă absorbite de motor, după relațiile :

$$P = U_{AB}\, I_A' \cos(\underline{U}_{AB}, \underline{I}_A') + U_{CB}\, I_C' \cos(\underline{U}_{CB}, \underline{I}_C'),$$

$$Q = U_{AB}\, I_A' \sin(\underline{U}_{AB}, \underline{I}_A') + U_{CB}\, I_C' \sin(\underline{U}_{CB}, I_C').$$

Pentru studiul încărcării fazelor la conexiunea stea fără fir neutru, se pot determina tensiunile de fază și defazajele. Avînd tensiunile de fază, curenții și defazajele, se pot determina puterile absorbite de fiecare fază.

Tabela

$2p$	3	4	5
$\underline{I}'_A$	$\frac{U_{AB}}{10}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\omega w_b^2}\cdot\frac{\delta'}{\mu_0 l_i \tau}\,e^{j240°} = I'_{A3}\,e^{j240°}$	$\frac{U_{AB}}{158}\cdot\frac{13\sqrt{3}}{\omega w_b^2}\cdot\frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i}\,e^{j240°} = I'_{A4}\,e^{j240°}$	$\frac{U_{AB}}{18}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\omega w_b^2}\cdot\frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i}\,e^{j240°} = I'_{A5}\,e^{j240°}$
$\underline{I}'$	$\sqrt{\frac{7}{3}}\,I'_{A3}\,e^{j130°58'}$	$1{,}16\,I'_{A4}\,e^{j124°35'}$	$1{,}22\,I'_{A5}\,e^{j125°48'}$
$\underline{I}'_C$	$\sqrt{\frac{7}{3}}\,I'_{A3}\,e^{-j10°58'}$	$1{,}16\,I'_{A4}\,e^{-j4°35'}$	$1{,}22\,I'_{A5}\,e^{-j5°42'}$
$\underline{I}'_{h1}$	0	0	0
$\underline{I}'_{d1}$	$4\,I'_{A3}\,e^{j240°}$	$14{,}4\,I'_{A4}\,e^{j240°}$	$1{,}14\,I'_{A5}\,e^{j240°}$
$\underline{I}'_{i1}$	$I'_{A3}\,e^{j60°}$	$0{,}108\,I'_{A4}\,e^{j60°}$	$0{,}143\,I'\,e_j{}^{60°}$
ε'_i	$\frac{1}{4} = 0{,}25$	0,0972	$\frac{1}{8} = 0{,}125$
ε'_h	0	0	0

În tabela 4 se prezintă rezultatele analizei gradului de nesimetrie și raportul modulelor curenților pentru cazurile tratate.

Tabela 4

$2p$	Stea cu fir neutru		Stea fără fir neutru	
	ε_i	$\frac{\lvert\underline{I}_B\rvert}{\lvert\underline{I}_A\rvert} = \frac{\lvert\underline{I}_C\rvert}{\lvert\underline{I}_A\rvert}$	ε'_i	$\frac{\lvert\underline{I}'_B\rvert}{\lvert\underline{I}'_A\rvert} = \frac{\lvert\underline{I}'_C\rvert}{\lvert\underline{I}'_A\rvert}$
3	$\frac{1}{5} = 0{,}2$	0,866	$\frac{1}{4} = 0{,}25$	1,521
4	0,0886	0,902	0,0972	1,16
5	$\frac{1}{9} = 0{,}111$	0,889	$\frac{1}{8} = 0{,}125$	1,22
6	0,06586	0,924	0,0706	1,115
7	$\frac{1}{13} = 0{,}0769$	0,91	$\frac{1}{12} = 0{,}0834$	1,138
8	0,05234	0,934	0,0558	1,08

3

6	7	8
$\frac{U_{AB}}{394} \cdot \frac{19\sqrt{3}}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j240°} = I'_{A6} e^{2\ 0^0}$	$\frac{U_{AB}}{26} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j240°} = I'_{A7} e^{j240°}$	$\frac{U_{AB}}{726} \cdot \frac{25\sqrt{3}}{\omega w_b^2} \cdot \frac{\delta'}{\mu_0 \tau l_i} e^{j240°} = I'_{A8} e^{j240°}$
$1{,}115\ I'_{A6} e^{j123°58'}$	$1{,}138\ I'_{A7} e^{j123°49'}$	$1{,}08\ I'_{A8} e^{j122°40'}$
$1{,}115\ I'_{A6} e^{-j3°58'}$	$1{,}138\ I'_{A7} e^{-j3°49'}$	$1{,}08\ I'_{A8} e^{-j2°40'}$
0	0	0
$20{,}44\ I'_{A6} e^{j240°}$	$1{,}095\ I'_{A7} e^{j240°}$	$1{,}06\ I'_{A8} e^{j240°}$
$1{,}44\ I'_{A6} e^{j60°}$	$0{,}079\ I'_{A7} e^{j60°}$	$0{,}586\ I'_{A8} e^{j60°}$
0,0706	$\frac{1}{12} = 0{,}0834$	0,0558
0	0	0

3. CONCLUZII

S-a făcut un studiu al nesimetriilor care apar la funcționarea în gol idea la motoarelor liniare cu cîmp mobil pe ale căror statoare sînt dispuse înfășurări cu număr par și impar de poli, cu pas diametral și $q = 1$, polii marginali fiind semibobinați.

Din tabela 4 și din diagramele de fazori se observă că gradul de disimetrie este mai mare la înfășurările conectate în stea fără fir neutru. Nesimetriile scad cu creșterea numărului de poli al înfășurării, ele fiind ceva mai mari pentru înfășurările cu număr impar de poli, decît ale înfășurărilor cu număr par de poli imediat inferior. Deci, din punct de vedere al nesimetriei, sînt mai avantajoase înfășurările cu număr par de poli. Înfășurările cu număr impar de poli sînt utilizate mai des în practică, datorită superiorității lor în punct de vedere al cîmpului electromagnetic din întrefier și deci implicit al forței [1], [4].

Avînd în vedere faptul că nesimetriile în cazul înfășurărilor cu numere impare de poli nu diferă cu mult față de cele ale înfășurărilor cu numere pare de poli și avînd în vedere că primele prezintă avantaje substanțiale din punct de vedere al cîmpului, opinăm pentru utilizarea lor. Mărirea numărului de poli ai statoarelor duce, pe de o parte, la micșorarea nesimetriei curenților, iar pe de altă parte, la micșorarea influenței efectului de capăt.

BIBLIOGRAFIE

1. E.-M. Schuster, *Unsymetrien im Stromsystem beim Leerlaufbetrieb flacher linearer Induktions pumpen*, Dissertation an der Technischen Universität, Dresden, 1964.
2. E. R. Laithwaite, *Induction machines for special purposes*, London, 1966.
3. A. Nicolaide, E. Dîmboiu, *Calculul inductanțelor înfășurărilor de curent alternativ plane*. St. cerc. energ. electr., **20**, *3*, 633 — 654 (1970).
4. E. Dîmboiu, *Contribuții la studiul motorului liniar plan cu cîmp mobil*, Teză de doctorat, Institutul politehnic Brașov, 1970.

METODA DE CALCUL A REGIMULUI REȚELEI ELECTRICE CU CONVERGENȚĂ MONOTONĂ

DE

H. CRISTEA*)

621.316

Pe baza analizei erorilor de calcul introduse de aproximarea soluțiilor pe parcursul procesului iterativ în noduri, prin calculul modulului tensiunii în nodul de tip consumator și corecția soluțiilor estimate funcție de erorile calculate la iterațiile precedente se semnalează posibilitatea obținerii unei metode operative de calcul iterativ al regimului rețelei electrice cu convergență monotonă pentru o combinație frecvent utilizată a mărimilor nodale impuse.

1. INTRODUCERE

Mărirea siguranței în funcționare a sistemului electroenergetic, necesită o cunoaștere permanentă a multiplelor alternative ale diverselor regimuri normale de lucru și a posibilităților de avarie în cazul perturbării acestor regimuri normale. Astfel configurația complexă a unui sistem electroenergetic pune o serie de probleme, greu de lămurit din cauza acestui număr mare al regimurilor normale și de avarie posibile. Îmbunătățirea metodelor de calcul a regimurilor rețelelor electrice trebuie să se facă în sensul apropierii cît mai mult de timpul real, în scopul depistării și înlăturării apariției regimurilor normale incompatibile sau a celor de avarie posibile. În acest scop se utilizează diferite metode de accelerare a convergenței soluțiilor în calcule de regim, pentru reducerea numărului de iterații și deci a timpului de calcul. Se constată că în unele cazuri cînd soluțiile de la o iterație la alta variază funcție de tipul rețelei și datele inițiale sau la sfîrșitul procesului iterativ, utilizarea unui factor de accelerare nerațional ales poate conduce la înrăutățirea procesului iterativ.

Accelerarea convergenței pe parcurs se face fie prin calcule intermediare în plus, fie prin oprirea procesului iterativ pentru modificarea factorului de accelerare.

---

*) Haralambie Cristea este șeful sectorului „Sisteme Rețele și Cabluri din ICENERG".

În consecință, problemele ce se pun și care constituie preocupările lucrării prezente constau în elaborarea unei metode de calcul iterativ cu convergență monoton crescătoare sau descrescătoare a soluțiilor chiar de la prima iterație și în introducerea unui factor de accelerare a convergenței variabil obținut prin calcule simple funcție de eroarea calculată după fiecare iterație.

Considerațiile teoretice sînt parțial verificate printr-un exemplu de calcul, pe o schemă echivalentă cu nouă noduri, calculele fiind efectuate fără accelerarea convergenței.

În lucrarea ce se prezintă s-au utilizat următoarele notații:

$E = u + jv$ — mărimea complexă a tensiunii (kV);
u — componenta longitudinală a tensiunii (kV);
v — componenta transversală a tensiunii (kV);
$y = g - jb$ — admitanța complexă nodală și reciprocă $(\Omega)^{-1}$;
$Y = G - jB$ — valoarea complexă a admitanței de transfer $(\Omega)^{-1}$;
$S = P + jQ$ — este puterea aparentă injectată în nod (MVA);
P — puterea activă (MV);
Q — puterea reactivă (MVar);
i, j — indici de ordine curentă ai nodurilor;
N — numărul total de noduri ale rețelei;
m — indici de ordine curentă a laturilor rețelei;
L — numărul total de laturi ale rețelei;
p — pasul curent de iterații;
n — numărul de iterații efectuate într-un ciclu;
$\varepsilon(p + \alpha)$ — eroarea de calcul a soluției obținute la pasul $(p + \alpha)$ de iterație;
$\varepsilon(k)$ — eroarea de calcul a soluțiilor obținute la ultima iterație efectuată, după verificarea testelor de precizie;
ε_0 — eroarea admisă.

2. CONSIDERAȚII TEORETICE ASUPRA CALCULULUI REGIMULUI REȚELEI ELECTRICE

Ecuația valorii conjugate injecției de curent în nod este cunoscută sub forma

$$I_i^* = y_{ii}^* \cdot E_i^* - \sum_{J \in N - \{i\}} y_{ij}^* \cdot E_j^*. \tag{2.1}$$

Pornindu-se de la ecuația (2.1) pentru combinația de mărimi impuse P; $|E|$ în nodurile de tip generator și P; Q în nodurile de tip consumator, se stabilește algoritmul de calcul iterativ al regimului rețelei [2].

Prin înmulțirea ecuației (2.1) cu tensiunea nodală E_i și transformările algebrice corespunzătoare se ajunge la expresiile de calcul ale puterii active și reactive în nod

$$P_i = g_{ii} \cdot |E_i|^2 - A_i \cdot u_i - B_i \cdot v_i \tag{2.2}$$

$$Q_i = - b_{ii} |E_i|^2 - A_i v_i + B_i \cdot u_i, \tag{2.3}$$

în care s-au notat

$$A_i = \sum_{J \in N} (g_{ij} \cdot u + b_{ij} \cdot v), \tag{2.4}$$

$$B_i = \sum_{J \in N - \{i\}} (g_{ij} \cdot v_i - b_{ij} \cdot u_i). \tag{2.5}$$

Dacă se rezolvă sistemul de ecuații (2.2) și (2.3) în raport cu componentele u_i și v_i ale tensiunii nodale se obțin expresiile de calcul a acestora funcție de variabilele A_i și B_i puterea activă și reactivă din nod

$$u_i = \alpha \cdot \gamma_i - \beta_i \cdot \delta_i \tag{2.6}$$

$$v_i = \alpha_i \cdot \delta_i - \beta_i \cdot \gamma_i, \tag{2.7}$$

expresii pentru care s-au adoptat notațiile

$$\alpha_i = \frac{B_i}{\xi_i^2}; \quad \beta_i = \frac{A_i}{\xi_i^2};$$

$$\gamma_i = Q_i + b_{ii} \cdot |E_i|^2; \quad \delta_i = P_i - g_{ii} \cdot |E_i|^2,$$

unde $\xi_i = A_i^2 + B_i^2$.

Din algoritmul prezentat rezultă ca mărimi calculate

Q, δ, în nodurile generatoare;

u, v, în nodurile de sarcină.

Într-o rețea cu sarcini liniarizate dacă modulele tensiunilor în nodurile de tip generator sînt impuse atunci rezultă tensiunile din nodurile de tip consumator. Aceasta se poate constata din schema REI DIMO [1], construită în raport cu nodul de calcul (fig. 2.1) după care se poate scrie pentru fiecare nod cu sarcină, relația

$$E_i = \frac{Q_i}{\sum_{J \in N - \{i\}} Y_{ij} \cdot |E_i|^2 \cdot \cos \delta_{ij}} \tag{2.8}$$

în care : $\cos \delta_{ij}$ este considerat constant, $|E_j|$, și Q_i sînt date prin ipoteză.

De aici rezultă că în relațiile de calcul al regimului prin metode iterative nodale Jacobi sau Seidel— Gauss :

$$E_i^{(p+1)} = \frac{A_i^{(p)} - JB_i^{(p)}}{y_{ii}} + \frac{S_i^*}{y_{ii} \cdot E_i^{*(p)}}, \tag{2.9}$$

aproximarea tensiunii în nodul în care se calculează, introduce erori care pot conduce la variaţii mari ale soluţiilor.

Din analiza termen cu termen a relaţiilor de calcul ale componentelor tensiunii prin metoda propusă, derivată din metoda SEIDEL — GAUSS se poate deduce influenţa erorilor absolute introduse de modulul tensiunii şi de aproximarea tensiunilor în nodurile adiacente. Dacă se consideră :

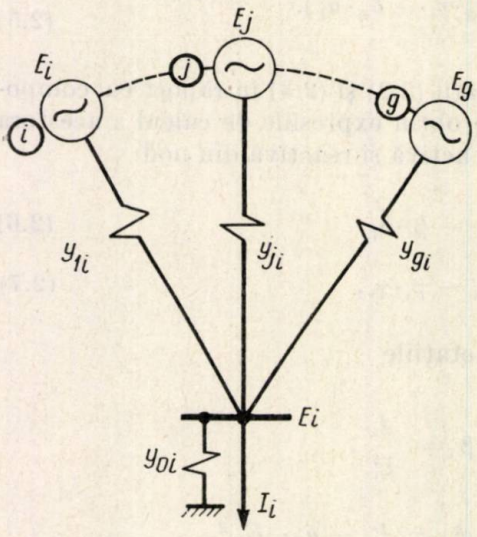


Fig. 2.1. — Schema echivalentă R.E.I. DIMO.

A_i, B_i — valorile variabilelor calculate în ipoteza existenţei valorilor tensiunilor exacte din regim,

$\pm \Delta A_i$, $\pm B_i$ — abaterea valorii variabilelor obţinute prin diferenţa calculului A_i şi B_i cu valorile aproximative ale tensiunilor,

E_i — valoarea exactă a tensiunii în nod,

$\pm \Delta E_i$ — abaterea tensiunii aproximate faţă de cea exactă,

atunci valorile erorilor absolute ale factorilor din expresia de calcul a componentelor tensiunii nodurilor cu sarcină se calculează cu relaţiile :

$$\alpha_i \pm \Delta\alpha_i = \frac{B_i \pm \Delta B_i}{(A_i \pm \Delta A_i)^2 + (B_i \pm \Delta B_i)^2}, \tag{2.10}$$

$$\beta_i \pm \Delta\,\beta_i = \frac{A_i \pm \Delta A_i}{(A_i \pm \Delta A_i)^2 + (B_i \pm \Delta B_i)^2}, \tag{2.11}$$

$$\gamma_i \pm \Delta\gamma_i = Q_i + b_{ii}\{|E_i| \pm |\Delta E_i|\}^2, \tag{2.12}$$

$$\delta_i \pm \Delta\delta_i = P_i - g_{ii}\{|E_i| \pm |\Delta E_i|\}^2. \tag{2.13}$$

Prin neglijarea termenelor $\Delta A_i \cdot A_i$, $\Delta B_i \cdot B_i$, ΔA_i^2, ΔB_i^2 şi $|\Delta E_i|^2$ se obţin expresiile erorilor

$$\Delta\,\alpha_i = \frac{\pm\,\Delta\,B_i}{A_i^2 + B_i^2}, \tag{2.14}$$

$$\Delta\,\beta_i = \frac{\pm\,\Delta\,A_i}{A_i^2 + B_i^2}, \tag{2.15}$$

$$\Delta\,\gamma_i = \pm\,2\,b_{ii} \cdot |E_i| \cdot |\Delta\,E_i|, \tag{2.16}$$

$$\Delta\,\delta_i = \pm\,2\,g_{ii}\,|E_i| \cdot |\Delta\,E_i|. \tag{2.17}$$

a) Se apreciază că aproximarea cît mai exactă a valorii modulului tensiunii din nodul calculat, elimină o sursă importantă de erori.

b) Eroarea absolută a aproximării tensiunilor în nodurile adiacente ΔA_i și ΔB_i se împarte la valoarea nominală $A_i^2 + B_i^2$ iar eroarea de la aproximarea tensiunii nodale se înmulțește cu dublul valorii nominale a modulului tensiunii.

c) Se consideră eroarea ΔA_i și ΔB_i ca rezultînd dintr-o sumă de erori $y_{ij} E_j$. Abaterilor pozitive și negative ale tensiunii aproximate față de valoarea exactă din regim se pot compensa datorită existenței erorilor pozitive și negative și deci se elimină o sursă importantă de erori prin calculul ipotetic exact al modulului tensiunii nodale de la pas la pas. În acest caz rezultatele u_i și v_i tind monoton către valoarea de regim. Aceasta cu atît mai mult cu cît termenii A_i și B_i intră și în expresia modulului tensiunii, după cum se va vedea în continuare.

Transferîndu-se în partea stîngă a ecuațiilor 2.2 și 2.3 termenii $g_{ii}|E_i|^2$ respectiv $b_{ii}|E_i|^2$ și ridicîndu-se acestea la patrat rezultă o ecuație bipătrată în $|E_i|$:

$$|E_i|^4 - 2p_i \cdot |E_i|^2 + q_i = 0, \tag{2.18}$$

în care s-au notat

$$p_i = \frac{k_i + 1/2\ \xi_i^2}{|y_{ii}|^2},$$

$$q_i = \frac{P_i^2 + Q_i^2}{|y_{ii}|^2},$$

unde

$$k_i = g_{ii} \cdot P_i + b_{ii} \cdot Q_i, \qquad \xi_i^2 = A_i^2 + B_i^2.$$

Din rezolvarea ecuației (2.18) rezultă

$$|E_i|^2 = p_i + \sqrt{p_i^2 - q_i}. \tag{2.19}$$

S-a luat semnul plus înaintea radicalului știindu-se că în raport cu puterea reactivă rezultă două valori de regim pentru tensiuni și că valoarea corespunzătoare regimului stabil este cea mai mare dintre ele.

În expresia patratului modulului tensiunii nodului cu sarcină intră un singur termen aproximat cu eroarea echivalentă liniarizării sarcinii cu care a fost dedus și Y din relația (2.8). Cu cît valoarea lui $\varepsilon(p)$ va fi mai mică cu atît soluția ecuației (2.18) se va apropia de valoarea de regim a modulului tensiunii nodale. Fiind posibil de asemenea că tensiunile nodurilor adiacente calculate la fiecare pas de iterație să rezulte cu o eroare în ansamblu mai mică decît la iterația precedentă, atunci procesul de calcul iterativ a componentelor tensiunilor în noduri poate deveni cert monoton convergent crescător sau descrescător.

3. CALCULUL FACTORULUI DE ACCELERARE A CONVERGENȚEI PRIN METODA EXTRAPOLĂRII

Problema accelerării convergenței constă după cum se cunoaște din determinarea unui factor optim de calcul a tensiunii ipotetic exactă în nod, funcție de valorile obținute de la iterațiile precedente. Se admite ipoteza, că procesul iterativ este natural monoton, iar modul de variație al componentelor tensiunilor în nod funcție de numărul de iterații este exponențial (fig. 3.1). Atunci pentru trei valori oarecare ale soluțiilor se pot scrie relațiile

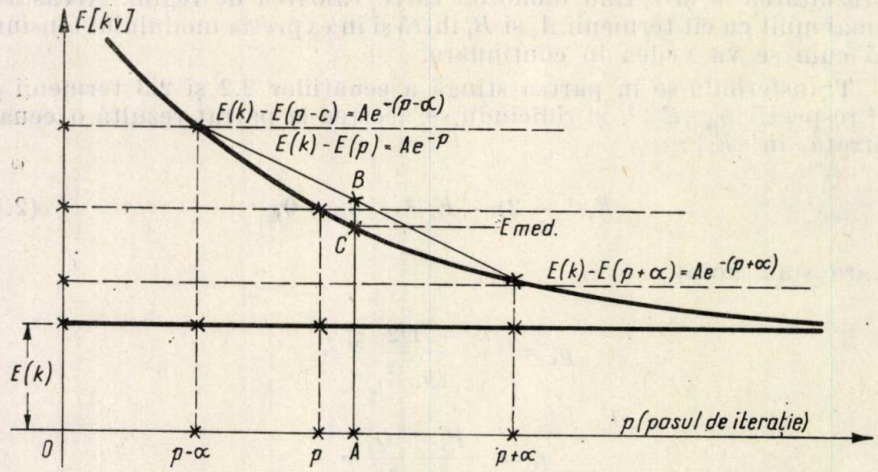


Fig. 3.1. — Modul de variație admis prin ipoteză a soluțiilor în procesul iterativ.

$$E(p-\alpha) - E(k) = A \cdot e^{-(p-\alpha)}, \tag{3.1}$$

$$E(p) - E(k) = A \cdot e^{-p}, \tag{3.2}$$

$$E(p+\alpha) - E(k) = A \cdot e^{-(p+\alpha)}. \tag{3.3}$$

În care notațiile au următoarele semnificații :

$E(K)$ — soluțiile pentru care sînt satisfăcute toate testele de precizie,
$E(p-\alpha)$ — valoarea soluției calculate la pasul $p-\alpha$ de iterație,
$E(p)$ — valoarea soluției calculate la pasul p de iterație,
$E(p+\alpha)$ — valoarea soluției calculată la pasul $p+\alpha$ de iterație,
A — constanta caracteristică formei curbei exponențiale.

Între membrii părții din dreapta a ecuațiilor (3.1), (3.2) și (3.3) există următoarea relație de dependență :

$$(A \cdot e^{-p})^2 = [A \cdot e^{-(p-\alpha)}] \cdot [A \cdot e^{-(p+\alpha)}]. \tag{3.4}$$

Prin înlocuirea cu membrii părții din stînga ai aceloraşi ecuații se obține relația

$$[E(p) - E(k)]^2 = [E(p-\alpha) - E(k)] \quad [E(p+\alpha) - E(k)] \tag{3.5}$$

din care se obține expresia soluției care satisface toate testele de precizie :

$$E(k) = E(p+\alpha) + \frac{\varepsilon^2(p+\alpha)}{\varepsilon(p-\alpha) + \varepsilon(p+\alpha)}, \tag{3.6}$$

pentru care s-au adoptat notațiile

$$\varepsilon(p+\alpha) = E(p+\alpha) - E(p), \tag{3.7}$$

$$\varepsilon(p-\alpha) = E(p-\alpha) - E(p). \tag{3.8}$$

Expresia simplă a factorului de accelerare a convergenței permite recalcularea acestuia după fiecare iterație, funcție de trei valori precedente ale soluției.

Dacă convergența este natural monotonă, chiar de la începutul procesului iterativ, atunci, pentru calculul primului test de precizie este suficient un ciclcu de trei iterații ($\alpha = 1$) și atunci expresiile de calcul a preciziei și factorului de accelerare capătă forma :

$$\varepsilon(p+1) = E(p+1) - E(p), \tag{3.9}$$

$$\varepsilon(p-1) = E(p-1) - E(p), \tag{3.10}$$

$$E(k) = E(p+1) + \frac{\varepsilon^2(p+1)}{\varepsilon(p-1) + \varepsilon(p+1)}. \tag{3.11}$$

Testul de precizie pentru orice mărimi calculate inclusiv puterile în nodul de balans este

$$|\varepsilon(k)| < |\varepsilon_0|. \tag{3.12}$$

4. ALGORITMUL ȘI EXEMPLUL DE CALCUL

Algoritmul de calcul al regimului staționar este cuprins în schema de calcul, prezentată în figura 4.1.

După cum se poate urmări în această schemă logică, procesul iterativ de calcul se execută în mai multe etape, funcție de rezultatele testelor de precizie, care se fac pe tensiunea din fiecare nod și pe balanța de puteri în nodul de echilibru.

Prima etapă de calcule constă în efectuarea a trei iterații inițiale din care rezultă $E_i(p-1)$, $E_i(p)$, $E_i(p-1)$. După un ciclu de iterații, efectuarea testelor de precizie în fiecare nod se iterează numai în acela în care testul este negativ, cu valori recalculate ale tensiunii în nod funcție de factorul de accelerare.

Pe baza unui astfel de algoritm puţin modificat, în sensul că iteraţiile nu s-au făcut pe etape iar convergenţa este naturală, s-a calculat regimul unei reţele electrice cu configuraţia dată în figura 4.2.*c*.

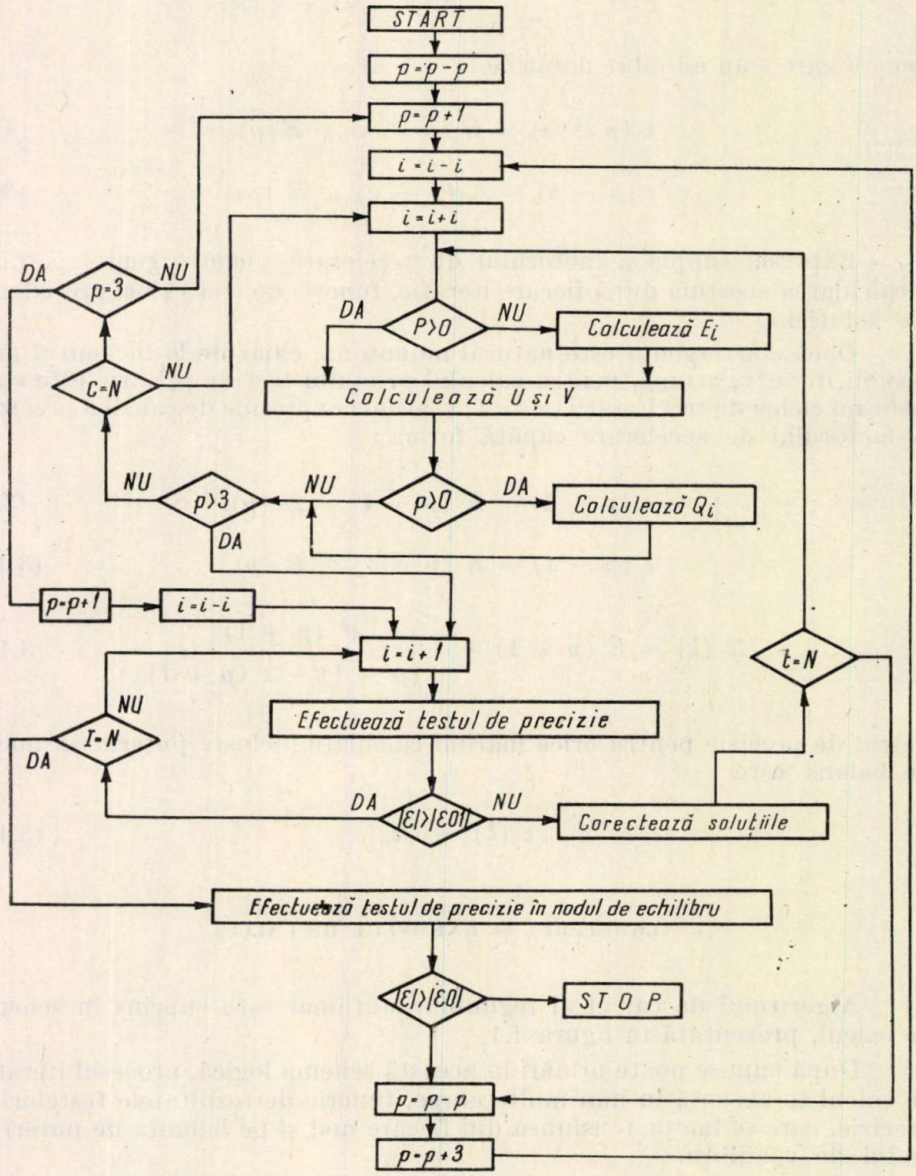


Fig. 4.1. — Algoritmul de calcul a regimului reţelei electrice.

Rezultatele obţinute sînt prezentate în tabela 4.1.

Din analiza rezultatelor calculului iterativ al regimului cu convergenţă naturală, pentru schema dată cu trei noduri generatoare şi şase noduri de

sarcină, se poate vedea într-adevăr tendința convergenței monotone a soluțiilor calculate în toate nodurile la începutul procesului iterativ. Se dă spre ilustrare reprezentarea grafică a variațiilor tensiunilor pentru două noduri mai semnificative, funcție de numărul de iterație (fig. 4.2 și 4.3).

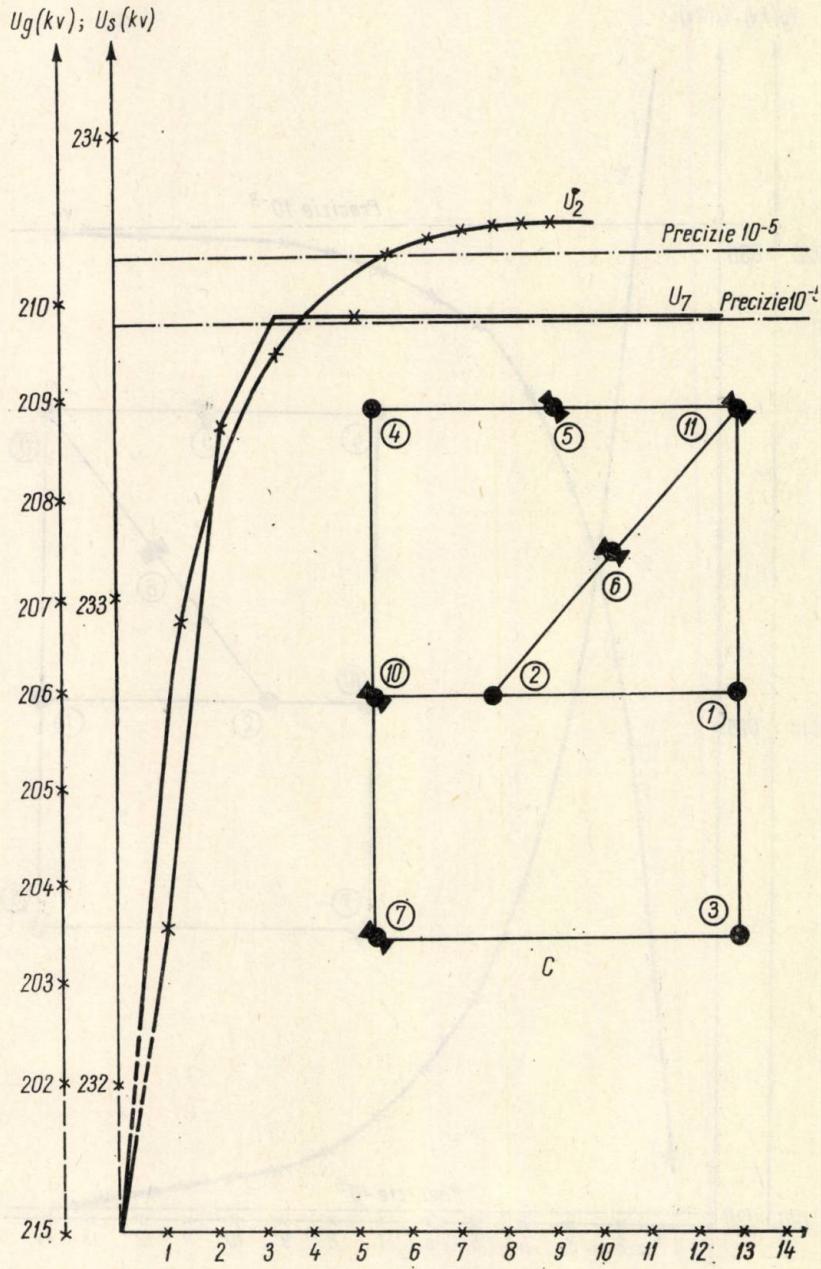


Fig. 4.2.—Modul de variație a componentelor longitudinale a tensiunilor nodale (*2* — nod de tip generativ, *7* — nod de tip consumator).

Efectuarea cîtorva calcule inițiale prin metoda propusă fără factor de accelerare a convergenței indică în cazul unei rețele date pentru care din mărimile calculate trebuie introdus factorul de accelerare a conver-

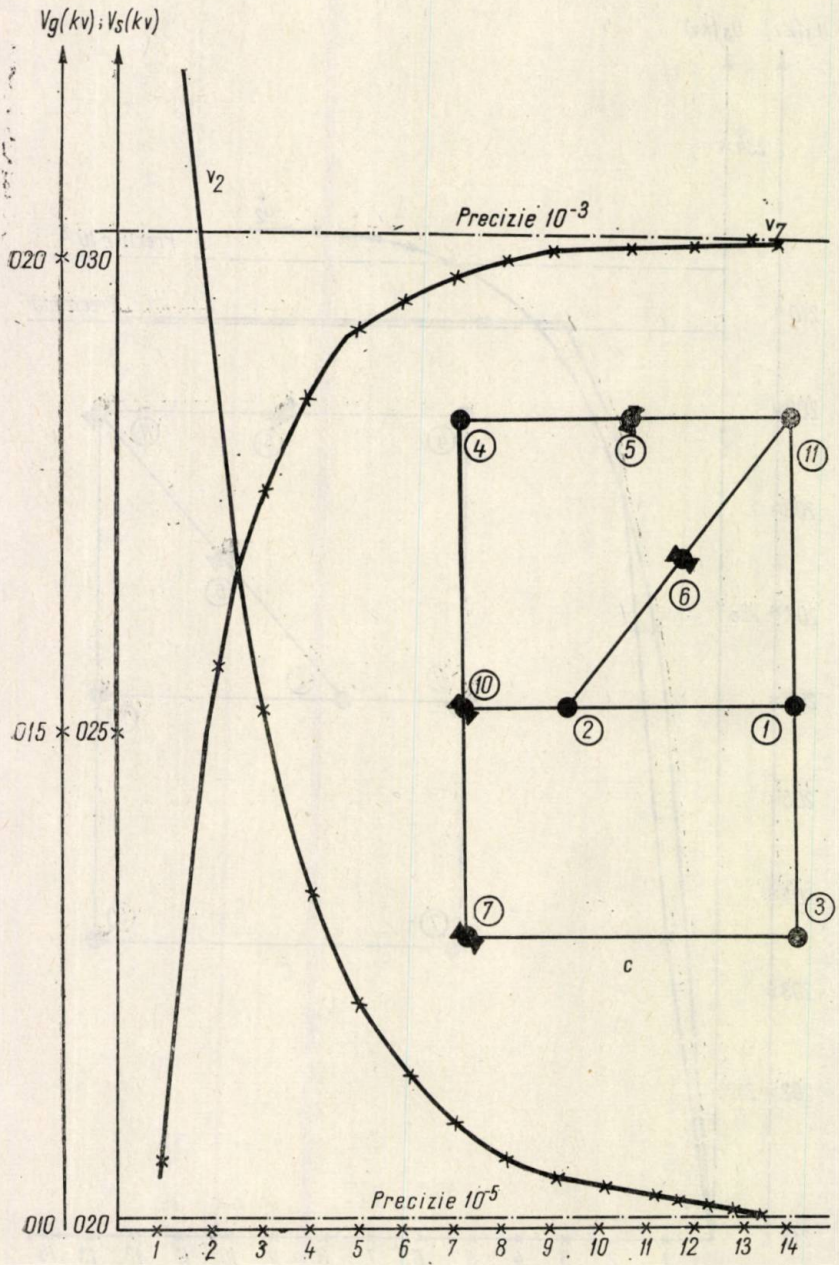


Fig. 4.3. — Modul de variație a componentelor transversale a tensiunilor nodale (*2* — nod de tip generator, *7* — nod de tip consumator).

Tabela 4.1

Rezultatele calculului iterativ al regimului sistemului electroenergetic (rețea cu 9 noduri)

Nr. nodului	iterația 1		iterația 2		iterația 3	
	u [Kv]	v [Kv]	u[Kv]	v[Kv]	u[Kv]	v[Kv]
1	2	3	4	5	6	7
1	240,000	0	240,000	0	240,000	0
2	232,819	023,478	233,270	018,461	233,498	015,307
3	232,588	025,664	233,052	021,037	233,287	018,250
4	214,646	−011,202	224,118	−014,554	225,141	−016,828
5	219,330	−002,554	223,376	−006,536	224,791	−009,157
6	229,165	−009,173	231,741	−010,223	232,636	−010,949
7	203,561	−020,757	208,883	−025,780	209,849	−027,680
8	227,608	−007,018	229,075	−008,956	229,353	−009,860
9	233,047	−000,470	234,870	−002,833	235,526	−004,355

Nr. nodului	iterația 10		iterația 20		iterația 21	
	u [kv]	v[Kv]	u[Kv]	v[Kv]	u[Kv]	v[Kv]
1	8	9	10	11	12	13
1	240	0	240,000	0	240,000	0
2	233,770	010,358	233,783	010,071	233,783	010,069
3	233,560	014,328	233,571	014,1534	233,571	021,152
4	226,218	−020,856	226,98	−021,061	226,398	−014,062
5	225,325	−013,355	225,412	−013,776	225,412	−013,778
6	233,007	−012,251	233,018	−012,317	233,018	−012,318
7	209,868	−030,0146	209,854	−030,261	209,854	−030,262
8	229,377	−011,155	229,374	−011,223	229,374	−011,223
9	235,874	−006,729	235,872	−006,842	235,872	−006,842

genței. De exemplu, din analiza rezultatelor obținute și a curbelor reprezentate se poate observa faptul că pe axa transversală a tensiunilor în noduri convergența nazurală este mai lentă iar pe axa longitudinală mai rapidă. De asemenea, în nodurile generatoare convergența valorilor puterilor reactive este mai rapidă decît cea a tensiunilor și deci am putea deduce că testele de precizie de calcul satisfăcute de mărimile a căror convergență este mai lentă sînt acoperitoare și pentru celelalte mărimi. Toate aceste considerente pot conduce la o simplificare a calculelor în procesul iterativ în sensul scurtării timpului de calcul și regimului.

5. CONCLUZII

a) Se consideră că primele rezultate obținute prin calculul iterativ al regimului rețelei prin metoda propusă, nu sînt încă suficiente pentru concluzii generalizatoare și comparative cu alte metode de calcul dar că acestea pot stimula interesul pentru îmbogățirea acestora cu numeroase exemple de calcul, efectuate cu aplicarea factorului de accelerare a convergenței.

b) În cazul confirmării valabilității metodei de calcul a regimului rețelei cu convergență certă monotonă de la începutul procesului iterativ, importanța metodei propusă crește prin faptul că s-ar putea depista chiar la începutul calculului iterativ, regimurile nereale din rețea datorate adoptării unor ipoteze inițiale false sau a unor greșeli în datele de calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. Paul Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, București, Edit. Academiei, 1969.
2. Haralambie Cristea, *Concepte figurative și console de vizualizare pentru dialogul om-mașină în automatizarea calculului și analizei regimurilor sistemelor electroenergetice*, Teză de doctorat, Academia R.S.R., București, 1969.
3. M. A. Laugton, D. Humprrey, *Numerical tehnique in solution of power system load flon problem*, Proc. IEE, **III**, *9* (1964).

TIPURI DE DIPOLI ELECTRICI ELEMENTARI PASIVI, FIZIC REALIZABILI

DE

ED. NICOLAU

621. 392.4

Scopul prezentei lucrări este de a determina tipurile de dipoli electrici pasivi elementari realizabili. Se demonstrează că singurele tipuri de astfel de dipoli sînt cei clasici; rezistorul, inductanţa şi condensatorul ideal.

1. INTRODUCERE

Electrotehnica clasică cunoaşte trei tipuri de dipoli elementari, descrişi prin ecuaţiile lor de definire:

$$\begin{array}{lll} \text{rezistor} & u = Ri, & i = R^{-1}u, \\ \text{inductanţă} & u = LDi, & i = (LD)^{-1}u + i_L(0) \\ \text{condensator} & u = (CD)^{-1}i + u_C(0), & i = CDu, \end{array} \tag{1}$$

unde s-a scris $D = \mathrm{d}/\mathrm{d}t$, iar $D^{-1} = \int dt$.

Se admite că $u = u(t)$, $i = i(t)$, unde t, u, $i \in R$.

Evident, pentru rezolvarea problemelor privitoare la reţelele electrice, în afară de relaţiile diferenţiale dintre u şi i trebuie să se ţină seama şi de condiţiile iniţiale: la condensatoare se dă tensiunea iniţială $u_C(0)$, iar la inductanţe curentul $i_L(0)$.

La elementele pasive cunoscute, constantele R, L şi C sînt pozitive.

Destul de repede s-a observat că mărimile L, C, R pot lua, în anumite montaje, valori negative, caracteristice impedanţelor negative. Problema impedanţelor negative a format obiectul unei ample literaturi, după cum se poate urmări de exemplu din lucrările lui T. Tănăsescu (1957), Gh.Cartianu (1949), Ed. Nicolau (1951).

Toate aceste şase tipuri de dipoli elementari (trei activi, trei pasivi) se caracterizează prin aceea că relaţia dintre u şi i este de forma

$$u = (aD)^n i \quad \text{sau} \quad i = (bD)^n u, \tag{2}$$

unde $n \in \{-1, 0, 1\}$. Cînd nu e posibilă nici o confuzie, vom scrie a în loc de b. În relaţia (2) i, respectiv u aparţin clasei funcţiilor care admit derivate de ordinul 1, respectiv clasei L^1. Coeficienţii a şi b sînt reali.

2. DEFINIŢII

Numim *dipol elementar*, un dipol la care în orice moment u este proporţional cu derivata de un ordin oarecare a lui i derivată considerată tot în acel moment sau i este proporţional cu derivata de un ordin oarecare a lui u. Cu alte cuvinte la dipolii elementari subzistă relaţiile (2).

Ordinul unui dipol elementar este dat de valoarea lui n. Dacă la dipolul N exprimăm pe u în funcţie de derivata n — a lui i, scriem ord $iN = n$. Dacă la acelaşi dipol exprimăm pe i în funcţie de derivata lui u, scriem ord $uN = -n$. În general, la orice dipol elementar N, avem relaţia ord $uN = -$ ord iN.

Pentru dipolii pasivi clasici avem :

$$\text{ord } u\,L = -1, \qquad \text{ord } i\,L = 1,$$

$$\text{ord } u\,R = 0, \qquad \text{ord } i\,R = 0,$$

$$\text{ord } u\,C = 1, \qquad \text{ord } i\,C = -1.$$

Numim *dipol pasiv* un dipol care nu are în interior generatoare. Un dipol care nu are o energie înmagazinată este sigur pasiv. El rămîne pasiv şi atunci cînd are înmagazinată o *energie finită* în cîmpul său electric sau magnetic. Apare deci justificată următoarea definiţie echivalentă.

Numim *dipol activ* un dipol care are generatoare de energie, adică la care atunci cînd este conectat pe o reţea fără surse, avem

$$\forall M < 0, \forall t_0, \exists T, \qquad W \triangleq \int_{t_0}^{t_0+T} ui\,\mathrm{d}t < M,$$

ceea ce exprimă proprietatea dipolului activ de a furniza cantităţi oricît de mari de energie.

Un dipol se numeşte *pasiv* dacă nu este activ. La un dipol pasiv

$$\forall t, \forall T, \exists N > -\infty, \; W \triangleq \int_{t_0}^{t_0+T} ui\,\mathrm{d}t > N,$$

în ipotezele specificate în cele ce urmează.

Precizăm că W este pozitiv cînd dipolul *absoarbe* energie şi este negativ cînd *cedează* energie.

3. IPOTEZE

Referitor la dipolii elementari se fac următoarele ipoteze :

$$\text{I1} \qquad \forall t, \qquad |u(t)| < \infty \qquad |i(t)| < \infty$$

(finitudinea mărimilor caracteristice).

I2 $|a| < \infty$ (finitudinea mărimii electrice caracteristice dipolilor elementari).

I3 Pentru un dipol elementar de ordin n se pot da n condiţii iniţiale. (*Unicitatea* evoluţiei în timp a dipolului considerat).

I4 Condiţiile iniţiale sînt *independente* şi *arbitrare*, satisfăcînd ipoteza II.

Această ipoteză este verificată la dipolii elementari clasici.

4. REGIMUL ENERGETIC AL DIPOLILOR ELEMENTARI CLASICI

Vom considera cazul elementelor R, L, C.

La *rezistor*

$$W = \int_0^T ui \, \mathrm{d}\, t = \int_0^T Ri^2 \, \mathrm{d}\, t = R \int_0^T i^2 \, \mathrm{d}t .$$

Deoarece $i^2 \geqslant 0$, rezultă că

$$\forall \; T , \int_0^T i^2 \, \mathrm{d}t \geqslant 0 ,$$

semnul egal subsistînd doar pentru cazul $i \equiv 0$.

Rezultă, de asemenea

$$\operatorname{sgn} W = \operatorname{sgn} R .$$

Se constată că rezistorii pozitivi (la care $R > 0$) sînt în orice caz pasivi, deoarece întotdeauna absorb energie.

Rezistorii negativi ($R < 0$) merită o atenţie specială. Să admitem că la bornele lor se conectează o rezistenţă pozitivă R. Din relaţia

$$- |R| \, i + R_1 \, i = 0$$

rezultă că în afara cazului $i = 0$, în mod necesar trebuie să avem $R_1 = |R|$. Dar în acest caz nu este determinată valoarea tensiunii la borne — curentul — din circuit.

În electronică, în mod uzual interesează nu rezistenţele negative definite prin relaţia

$$u = - Ri \qquad\qquad R > 0 ,$$

ci rezistenţele *diferenţiale* negative, la care

$$\Delta u = - R \, \Delta i \qquad\qquad R > 0 ,$$

variaţiile fiind de obicei de modul limitat

$$|\Delta u| < A \qquad |\Delta i| < B,$$

şi avînd loc în jurul punctului mediu de funcţionare (u_0, i_0).

Evoluţia energetică a sistemului este dată de puterea instantanee

$$p = ui = (u_0 - R\ \Delta i)(i_0 + \Delta i) =$$

$$= u_0 i_0 - u_0 \Delta i - R i_0 \Delta - R (\Delta i)^2.$$

Rezistenţa diferenţială negativă prezintă interes într-un regim variabil în timp, în care urmărim numai componentele alternative. Rezultă imediat că în cazul unui regim de medie temporală nulă

$$< x > = 0,$$

$$< x > \overset{\Delta}{=} (1/\tau) \int_0^\tau x \, \mathrm{d}\, t,$$

unde τ este perioada

$$\forall t \quad x(t + \tau) = x(t), \quad \tau \neq 0,$$

avem

$$< p > = u_0 i_0 - R < (\Delta i)^2 >.$$

Faţă de regimul static, în care

$$p = u_0 i_0 = p_0,$$

avem o *cedare* de energie

$$\tilde{p} \overset{\Delta}{=} < p > - p_0 = - < R (\Delta i)^2 >.$$

Deoarece $\Delta\ i \neq 0$, rezultă că $\tilde{p} \neq 0$

$$\int_0^{n\tau} \tilde{p} \, \mathrm{d}\, t = - R \int_0^{n\tau} < (\Delta i)^2 > \mathrm{d}\, t = - n \tilde{p}$$

şi deci, în conformitate cu axioma lui Arhimede

$$\forall\ M \leqslant 0\ , \exists n\ , \qquad - n \tilde{p} < - M\ ,$$

ceea ce demonstrează că rezistenţa diferenţială negativă este un element activ.

La *inductanță*

$$W = \int_0^T u\, i\, \mathrm{d}\, t = \int_0^T L\, i \quad d\, i = (L/2)\,(i^2(T) - i^2(0)).$$

Rezultă următoarea :

TEOREMĂ. *Bilanțul energetic al unei inductanțe depinde numai de stările finală și inițială a curentului, și nu de valorile intermediare ale acestuia.*

La inductanțele pozitive ($L > 0$), se *absoarbe* energie dacă în momentul final T, curentul are o intensitate mai mare în modul ca intensitatea inițială

$$|i(T)| > |i(0)|;$$

se *cedează* energie în caz contrar, cînd

$$|i(T)| < |i(0)|.$$

Într-o evoluție închisă, la care $i(T) = i(0)$, bilanțul energetic e nul; aceeași situație avem atunci cînd $|i(T)| = |i(0)|$. Se observă că la o inductanță la care $i(0), = 0,$ într-o evoluție deschisă dacă $i(T) = 0$, se *absoarbe* energie dacă $L > 0$ și se *cedează* energie dacă $L < 0$.

Să considerăm o inductanță negativă, conectată în paralel cu o rezistență pozitivă. În acest caz sîntem conduși la ecuația

$$-L\,\mathrm{d}\,i\,/\,\mathrm{d}\,t + R\,i = 0.$$

Aplicînd transformata Laplace unilaterală rezultă

$$-s\,L\,I(s) + L\,i_0 + R\,I(s) = 0$$

unde $i_0 = i(0)$.

Se obține imediat

$$I(s) = \frac{L\,i_0}{sL - R}$$

ceea ce corespunde la

$$i(t) = i_0 \exp(t/\tau_L)$$

unde τ_L este constanta de timp $\tau_L \overset{\Delta}{=} L/R$.

Se verifică imediat ca puterea cedată de inductanța negativă depășește orice valoare dinainte dată. În adevăr, puterea disipată de rezistență este

$$W = \int_0^T R\,i^2\,\mathrm{d}\,t = R\,i_0^2 \int_0^T \exp(2\,t/\tau_L)\,\mathrm{d}\,t = \frac{\tau_L}{2}\,(\exp(2\,T/\tau_L) - 1)$$

şi atunci cînd T creşte W devine mai mare decît orice valoare dinainte dată. Deci inductanţa negativă este un element activ.

La *condensatoare*

$$W = \int_0^T ui \, \mathrm{d}\, t = \int_0^T C u \, \mathrm{d}\, u = (C/2)\ (u^2(T) - u^2(0)),$$

deci se transpun analog rezultatele obţinute pentru inductanţă.

În particular rezultă că capacitatea negativă este un dipol activ.

Cazul general

Fie un dipol elementar caracterizat prin relaţia fundamentală $u = a^n\ D^n i$. Conectînd acest dipol la bornele unei rezistenţe pozitive R, se obţine

$$a^n D^n i - R i = 0 .$$

Aplicînd transformata Laplace unilaterală rezultă

$$s^n a^n I(s) - P_{n-1}(s) - R I(s) = 0$$

de unde

$$I(s) = \frac{P_{n-1}(s)}{a^n s^n - R} .$$

Rădăcinile polinomului de la numitor sînt date de ecuaţia

$$s = (R/a^n)^{1/n} .$$

Fie s_i cele n rădăcini, care sînt, de fapt, proporţionale cu cei n radicali de ordin n ale unităţii

$$s_i = (R/a^{n1/n})\left(\cos \frac{i\,2\pi}{n} + j \sin \frac{i\,2\,\pi}{n}\right)\ i \in Z .$$

Rezultă

$$i(t) = \sum_{i=1}^{n} I_i \exp\ (s_i\ t).$$

Se poate enunţa următoarea:

TEOREMA. *Pentru ca s să nu aibă rădăcini cu partea reală pozitivă, există o singură posibilitate şi anume:*

$$n \in \{-1, 0, 1\} \qquad a^n > 0 .$$

Sau, cu alte cuvinte:

TEOREMĂ. *Singurii dipoli elementari pasivi sînt rezistorul pozitiv, inductanţa pozitivă şi capacitatea pozitivă.* Demonstraţia acestei teoreme se

bazează pe faptul că dacă există o rădăcină cu partea reală pozitivă, fie ea s_i, atunci scriem

$$s_i = s_i' - j\, s_i''$$

și rezultă

$$i_i(t) = I_i \exp(s_i' t) \exp(j\, s_i'' t),$$

iar puterea disipată de această componentă în rezistența R, depășește în timp, orice limită dată.

Demonstrația acestui fapt se dă în cele ce urmează.

$$J \overset{\Delta}{=} \int_{t_0}^{t_0+\tau_i} i_i^2(t)\, \mathrm{d}\, t = I_i^2 \int_{t_0}^{t_0+\tau_i} \exp(2\, s_i\, t)\, \mathrm{d}\, t =$$

$$= (I_i^2/2\, s_i) \exp(2\, s_i (t_0 + \tau_i)) - \exp(2\, s_i\, t_0)) =$$

$$\overset{\Delta}{=} J_i \exp(2 s_i\, t_0)(\exp(2\, s_i\, \tau_i) - 1),\ s_i''\, \tau_i \overset{\Delta}{=} 2\, \pi.$$

Puterea disipată este dată de partea reală a acestei expresii

$$< J > = |J_i| \operatorname{Re}(\exp(2\, s_i\, \tau_i) - 1) \exp(2\, s_i\, t_0).$$

Deoarece $E \overset{\Delta}{=} \operatorname{Re}(\exp(2\, s_i\, \tau_i) - 1) \neq 0$ și $F \overset{\Delta}{=} |J_i| \neq 0$, rezultă că la fiecare ciclu se disipă o putere finită. Deoarece mărimile E și F sînt independente de timp iar la fiecare perioadă termenul $\exp(2\, s_i'\, t_0)$ crește o dată cu t_0, rezultă că puterea disipată în rezistența R crește în timp peste orice valoare finită dinainte fixată.

Am demonstrat astfel că într-adevăr puterea debitată de element depășește orice valoare finită. Mai rămîne a arăta posibilitatea ca din totalitatea curenților parțiali i_i, să selectăm numai un nume curent dorit de noi, în speță un curent cu partea reală a lui s_i mai mare ca zero.

Fie

$$i = \Sigma\, I_i \exp(s_i\, t)$$

curentul total. Pentru a introduce condițiile inițiale, derivăm de j ori în raport cu timpul obținînd

$$i^{(j)} = D^{(j)}\, i = s_i^j\, I_i \exp(s_i\, t).$$

Notăm

$$i^{(j)}(0) = k_j,$$

și formăm vectorii

$$I \overset{\Delta}{=} (I_i) \qquad K \overset{\Delta}{=} (k_j).$$

ca și matricele

$$S \overset{\Delta}{=} (s_{ij}), \qquad s_{ij} \overset{\Delta}{=} s_i^j \qquad I \overset{\Delta}{=} (I_i)$$

unde $i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 0, 1, \ldots, n-1$. Prin derivare, s-au obținut relațiile care concentrat se scriu

$$SI = K$$

unde

$$\det S \neq 0.$$

Determinantul lui S nu este nul, fiind un determinant Vandermonde deci

$$\det S = \prod_{\substack{i,k=1 \\ i>k}}^{n} (s_i - s_k),$$

iar produsul nu se poate anula, deoarece $s_i \neq s_k$ pentru $i \neq k$.

Aceasta înseamnă că dacă se dă K, sistemul $SI = K$ admite soluții. Se pune atunci următoarea problemă : să se determine K pentru a reduce vectorul i la o singură componentă, fie ea i_k.

Dacă toți curenții sînt nuli cu excepția unuia, anume I_k sistemul se reduce la

$$s_k^j I_k = K_j .$$

Cunoscînd toți membrii stîngi, rezultă imediat k_j, deci K, deci condițiile inițiale.

Invers, să arătăm că aceste condiții inițiale ne conduc la anularea tuturor curenților, cu excepția lui I_k. Dacă admitem relațiile $s_k^j I_k = k_j$, din condițiile inițiale rezultă sistemul $SI = K$, în care substituim pentru k_j expresia $s_k^j i_k$. Rezultă sistemul

$$\sum_i s_k^j I_i = s_k^j I_k \qquad (j = 0, 1, \ldots, n-1).$$

La acest sistem se simplifică în ambii membri termenul $s_k^j I_k$. Rezultă un sistem omogen, de n ecuații cu $n-1$ necunoscute, deoarece lipsește termenul corespunzător la $i := k$.

$$\sum_{=}^{n} s_i^j I_i = 0 \qquad (i \neq k).$$

Cum nici unul din determinanții de rang $n-1$ ce se pot forma, nu este nul, rezultă că în mod necesar $I_i = 0$, pentru $i \neq k$. Ceea ce demonstrează afirmația făcută.

Rezultă de aici posibilitatea de a realiza eventual dipoli elementari condiţionat stabili — în sensul că pot lucra în paralel pe o rezistenţă dată, dar numai pentru anumite condiţii iniţiale.

Cu aceasta s-a demonstrat că singurii dipoli elementari pasivi, care pot lucra cu orice condiţii iniţiale date, compatibile cu ipotezele admise, sînt dipolii pasivi clasici : rezistorul, inductanţa şi condensatorul ideal, cu constante caracteristice pozitive.

BIBLIOGRAFIE

1. Gh. Cartianu, *L'impédance à basse fréquence des lampes à décharge.* Publ. Acad. de ştiinţe seria III, **11**, 23 (1948).
2. — *Analiza şi sinteza circuitelor electrice* Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1972.
3. Edm. Nicolau *Impedanţe negative. Definirea şi analizarea posibilităţilor de realizare.* Bul. ştiinţ. Sect. Mat. Fiz., **III**, *3*, 385 — 397 (*1961*).
4. — *Elemente de electrotehnică şi electronică*, ASIT, Bucureşti, p. 11 — 12 (curs litografiat) (1962).
5. — *Reţele electrice cu organe liniare negative.* Studii şi cercetări de fizică, **II**, *1 — 2*, 97 — 109 (1951).
6. T. Tănăsescu, *Manual de tuburi şi circuite electronice*, vol. III, Editura Academiei R.P.R. (1957).

PROGRAME AUTOMATE DE ANALIZĂ ŞI CALCUL A SIGURANŢEI ÎN FUNCŢIONARE A SISTEMELOR COMPLEXE

DE

E. DIATCU, D. DOBRESCU

621.3

În lucrare se prezintă o parte din metodele elaborate de autori în scopul calculului siguranţei în funcţionare a sistemelor complexe, de asemenea programele automate de calcul pe calculator electronic universal utilizînd aceste metode.

Prin metodele clasice de apreciere a siguranţei în funcţionare (*SF*), calculul siguranţei în funcţionare a unui sistem se efectuează pe baza datelor privind intensitatea defecţiunilor, considerîndu-se că distribuţia în timp a acestora este exponenţială [1] — [5].

Aplicarea acestor metode pentru sisteme complexe, caracterizate printr-un număr mare de parametri şi legături multiple este greoaie, implicînd alte metode de analiză şi calcul a siguranţei în funcţionare.

Pentru eliminarea acestui neajuns şi aprecierea completă a siguranţei în funcţionare a schemelor utilizate în sistemele complexe s-au propus într-o serie de lucrări anterioare ale autorilor, criterii şi metode de calcul şi analiză şi anume :

— criteriul de determinare a siguranţei în funcţionare a sistemelor cu ajutorul formulei probabilităţii totale [6], [8], [9];

— criterii informaţionale de determinare a siguranţei în funcţionare [6], [10];

— criteriu statistico-informaţional de determinare a siguranţei în funcţionare [12];

— criteriu complex de determinare a siguranţei în funcţionare [11], [23];

— metodă de analiză *SF*-cost [13] [14].

În lucrarea de faţă, în continuarea acestora se prezintă alte metode sau programe automate elaborate de autori, şi anume :

— criteriu şi program automat de analiză şi determinare a siguranţei în funcţionare cu ajutorul metodei Monte Carlo (criteriul din prezenta lucrare reprezintă o adîncire a comunicărilor prezentate în [6], [7];

— program automat de calcul a siguranței în funcționare pe baza modelului cu defectări succesive;

— metodă și program de repartizare a siguranței în funcționare pe subansamble și blocuri (metoda a fost prezentată în [17], [18]).

1. CRITERIU ȘI PROGRAM DE DETERMINARE A SIGURANȚEI ÎN FUNCȚIONARE A SCHEMELOR CU AJUTORUL METODEI MONTE-CARLO

1.1. *Esența metodei statistice Monte Carlo.* Metoda statistică Monte Carlo permite simularea funcționării schemelor, cu ajutorul proceselor aleatoare.

Fie : a_j — parametrii de ieșire ($j = 1, \ldots, M$) și a_1^j, a_2^j — limita inferioară, respectiv cea superioară, admise de proiectant pentru parametrul de ieșire;

x_i ($i = 1, \ldots, N$) parametrii componentelor schemei.

Metoda presupune următorii pași :

— scrierea ecuațiilor matematice ale modelului ce descrie funcționarea schemei, adică găsirea ecuațiilor :

$$a_j = G_i(x_1, \ldots, x_N); i = 1, \ldots, n, j = 1, \ldots, M), \tag{1.1}$$

unde G_i este o funcție de N variabile;

— aleatorizarea parametrilor componentelor x_i*).

Calculul valorii aleatorizate (x_i^a) a parametrului x_i se face :

— dacă se admite o distribuție normală cu ajutorul relației [19] :

$$x_i^a = x_i^n + \frac{x_i^n + 2\,x_i^T}{6}\xi_{ij}, \tag{1.2a}$$

unde x_i^n — valoarea nominală a parametrului b_i,

x_i^T — toleranța parametrului b_i,

ξ_{ij} — număr aleatoriu normal cu media egală cu zero și abaterea medie patratică egală cu 1;

— dacă se admite o distribuție de tip Reilegh de parametru a, cu ajutorul relației [20];

$$x_i^a = \sqrt{-2\,a^2 \ln \xi_{ij}}; \tag{1.2.b}$$

— dacă se admite o distribuție Weibull de parametrii a și b, cu ajutorul relației [20] :

$$x_i^a = (-b \ln(\xi_{ij}))^{1/a}. \tag{1.2.c}$$

Calculatorul aplică relația de tip (1.2) pentru fiecare parametru x_i și, înainte de calculul relației (1.1), înlocuind pe x_i cu x_i^a, verifică că :

$$x_i^1 \leqslant x_i^a \leqslant x_i^2, \tag{1.3}$$

*) În mod curent se admite că valorile parametrilor x_i ai pieselor radio electronice au o repartiție normală, cu excepția tranzistoarelor pentru care este mai corectă repartiția Weibull.

unde x_i^1, x_i^2 sînt, respectiv, limitele inferioare, superioare ale parametrului x_i admise apriori.

O astfel de analiză pentru o selecție (suficient de mare) de R numere aleatoare ξ_{ij} ($j = 1, \ldots, R$) permite pe baza datelor obținute în urma încercărilor de durată pe componente privind variația parametrilor acestora cu solicitarea și timpul, determinarea cu ajutorul relației (1.1) a densităților de probabilitate $f_t(a_j)$ — a repartiției parametrului de ieșire a_j la un moment t;

$$f_t \mid a_i, i < j$$

a repartiției parametrilor de ieșire a_j la momentul t, condiționată de toți a_i ($i < j$) care îndeplinesc condițiile ($a_1^i \leqslant a_i(t) \leqslant a_2^i$).

1.2. *Determinarea siguranței în funcționare cu ajutorul metodei Monte Carlo.* Noutatea abordării de față constă în posibilitatea formulării cu ajutorul cadrului oferit de metoda Monte Carlo a unui criteriu cantitativ de determinare a siguranței în funcționare.

Pe baza celor de mai sus, siguranța în funcționare a unei scheme L la momentul t, $P(L; t)$, se poate defini ca probabilitatea ca parametrii de ieșire la momentul t, $a_j(t)$, să se găsească în limitele a_1^j, a_2^j admise apriori pentru funcționarea corectă a schemei, adică :

$$P(L; t) = P(a_1^j \leqslant a_j(t) \leqslant a_2^j, j = 1, \ldots M). \tag{1.4}$$

Dacă :

1) $M = 1$ (adică există un singur parametru de ieșire), relația (1.4) devine :

$$P(L; t) = P(a_1 \leqslant a(t) \leqslant a_2) = \int_{a_1}^{a_2} f_t(a)\, da. \tag{1.4a}$$

2) $M \neq 1$, avem două posibilități :

a) parametrii a_j ($j = 1, \ldots, M$) sînt independenți doi cîte doi sau în totalitate, atunci relația (1.4) devine :

$$P(L; t) = \prod_{j=1}^{M} P(a_1^j \leqslant a_j(t) \leqslant a_2^j) = \prod_{i=1}^{M} \int_{a_1^i}^{a_2^i} f_t(a_j)\, da_j \tag{1.4b}$$

b) parametrii a_j ($j = 1, \ldots M$) nu sînt independenți, atunci relația (1.4), folosind regula de înmulțire a probabilităților, devine :

$$P(L; t) = P(a_1^1 \leqslant a_1(t) \leqslant a_2^1)\, P(a_1^2 \leqslant a_2(t) \leqslant a_2^1 \mid a_1^1 \leqslant a_1(t) \leqslant$$

$$\leqslant a_2^1) \ldots P(a_1^M \leqslant a_M(t) \leqslant a_2^M \mid \bigcap_{j=1}^{M-1} \{(a_1^j \leqslant a_j(t) \leqslant a_2^j)\}) =$$

$$= \int_{a_1^1}^{a_2^1} f_t(a_1)\, da_1 \int_{a_1^2}^{a_2^2} f_{t \mid a_1}(a_2)\, da_2 \ldots \int_{a_1^M}^{a_2^M} f_{t \mid a_i,\, i < M}(a_M)\, da_M. \tag{1.4c}$$

2. METODĂ ŞI PROGRAM DE CALCUL A SF A ANSAMBLELOR CU DEFECTĂRI SUCCESIVE

2.1. *Metodă.* În [16] prin defectări succesive, se înţeleg acele defecţiuni care duc la pierderea capacităţii de funcţionare a sistemului atunci cînd nici unul din elementele componente nu a pierdut capacitatea de funcţionare, dar o parte din parametrii lor au variat peste limitele date de condiţiile tehnice.

Fie

$$\varphi_j(x_1, \ldots, x_n) \geqslant 0 \quad (j = 1, \ldots, k)$$

funcţia de funcţionare corectă; $x_1 \ldots, x_n$ — parametrii ansamblului.

Totalitatea celor k condiţii de funcţionare descrie funcţionarea ansamblului.

Coeficientul de siguranţă în funcţionare pe baza acestui criteriu se defineşte ca probabilitatea de funcţionare fără defecte succesive a sistemului, adică:

$$P_s = 1 - \sum_{j=1}^{k} Q_j, \tag{2.1}$$

unde Q_j — probabilitatea de proastă funcţionare după condiţia de funcţionare j.

În ipoteza că distribuţia parametrilor x_i este normală*), calculul probabilităţilor de defectare Q_j (după criteriul defecţiunilor succesive) pentru condiţia de funcţionare j, se face cu ajutorul relaţiei

$$Q_j = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\varphi_j \text{ med}}{s_j}\right), \tag{2.2}$$

unde $\Phi(x)$ este funcţia lui Laplace, adică:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2}\, dt \,.$$

$$\varphi_{j\,\text{med}} = \psi_{j\,\text{med}} + \sum_{i=1}^{n} \rho_{ij} \tag{2.3}$$

*) Dacă parametrii x_i nu se distribuie după o repartiţie normală prin transformări convenabile se poate pune în evidenţă în funcţia de funcţionare corectă mărimea

$$\frac{x_i - x_{i\,\text{med}}}{3\sigma_i}$$

pe care o notăm x_i^1 şi care va avea, conform teoremei limită centrală, o repartiţie normală. S-a notat cu:

$$x_{i\text{med}} = \frac{\sum_{k=1}^{l_i} x_{ik}}{l_i},$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{l_i} (x_{ik} - x_{i\text{med}})^2}{l_i - 1}},$$

unde x_{ik} — a k — a realizaţie a parametrului x_i, l_i — numărul de realizări ale parametrului x_i.

$$\rho_{ij} = \frac{\varphi_{ij\,\max} + \varphi_{ij\,\min} - 2\,\psi_{j\,\mathrm{med}}}{4} \tag{2.4}$$

$$\psi_{ij\mathrm{med}} = \varphi_j\,(x_{1\mathrm{med}}, \ldots, x_{n\mathrm{med}}) \tag{2.5}$$

$$\varphi_{ij\min} = \varphi_j\,(x_{1\mathrm{med}}, \ldots, x_{i-1\ \mathrm{med}}, x_{i\min}, x_{i+1\ \mathrm{med}}, \ldots, x_{n\mathrm{med}}) \tag{2.6}$$

$$\varphi_{ij\max} = \varphi_j\,(x_{1\mathrm{med}}, \ldots, x_{i-1\ \mathrm{med}}, x_{i\max}, x_{i+1\ \mathrm{med}}, \ldots, x_{n\mathrm{med}}) \tag{2.7}$$

$$s_j = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \Delta_{ij}^2\ \sigma_i^2 + \sum_{q \neq p} \Delta_{jp}\ \Delta_{jq}\ k_{pq}} \tag{2.8}$$

$$\Delta_{ij} = \frac{\varphi_{ij\max} - \varphi_{ij\min}}{x_{i\max} - x_{i\min}} \tag{2.9}$$

$$k_{pq} = \frac{\sum_{k=1}^{l_i} (x_{pk} - x_{p\mathrm{med}})\ (x_{qk} - x_{q\mathrm{med}})}{l_i - 1} \tag{2.10}$$

$$x_{i\max} = x_{i\mathrm{med}} + 3\,\sigma_i \tag{2.11}$$

$$x_{i\min} = x_{i\mathrm{med}} - 3\,\sigma_i \tag{2.12}$$

De semnalat că realizările parametrului x_i pot fi generate în mod pseudoaleatoriu și problema trecută pe calculator.

Noutatea constă în faptul că metoda prezentată mai sus își găsește o reflectare grafică în metoda domeniilor de funcționare [24] — [26]. Un domeniu de funcționare reprezintă locul geometric al valorilor mărimilor de ieșire ale sistemului, pentru care acesta funcționează corect [24]. Algebric domeniul de funcționare se exprimă prin relațiile dintre mărimile de intrare și ieșire ale sistemului și constrîngerile impuse acestora. Cu alte cuvinte un domeniu de funcționare se reprezintă cu ajutorul unor funcții de funcționare de tipul φ_j, dar scrise sub formă explicită a mărimilor de intrare și ieșire.

2.2. *Program de calcul al SF a ansamblelor cu defecțiuni succesive.* Programul constă în realizarea următoare subprograme : *SMC* 1 (de generare a numerelor, pseudoaleatoare normale cu media 0 și abaterea medie pătratică 1), *SMC* 2 (de aleatorizare a parametrilor electrici ai pieselor componente), *SDS2* (de calcul al abaterii medii pătratice a parametrilor electrici), *SDS* 3 (de calcul al valorilor extremale ale parametrilor electrici), *SDS* 4 (de calcul al valorilor extreme ale funcțiilor de funcționare corectă), *SDS* 5 (de calcul al coeficienților de influență), *SDS* 6 (de calcul al mărimii ρ_{ij}), *SDS* 7 (de calcul a momentului de corelație), *SDS* 8 (de calcul al mărimii $\varphi_{j\mathrm{med}}$), *SDS* 9 (de calcul al abaterii medii pătratice pentru funcția de lucru), *SDS* 10 (de calcul al probabilității de defectare pentru fiecare condiție de lucru), *SDS* 11 (de calcul al coeficientului de *SF* după criteriul defectărilor succesive).

Subprogramul SMC 1, a fost realizat utilizîndu-se pentru generarea numerelor pseudoaleatoare normale cu media 0 şi abaterea medie pătratică 1 următoarea relaţie [22]:

$$\xi_{ij} = z - \frac{\alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2}{1 + \beta_1 z + \beta_2 z^2 + \beta_3 z^3}, \tag{2.13}$$

unde

$$z = \sqrt{\ln \frac{n_g}{j}} \quad j = 1, \ldots, n_g$$

$\alpha_0 = 2{,}515517$, $\alpha_1 = 0{,}802853$, $\alpha_2 = 0{,}010328$
$\beta_1 = 1{,}432788$, $\beta_2 = 0{,}189269$, $\beta_3 = 0{,}001308$.

Subprogramul SMC 2, a realizat cu ajutorul numerelor pseudoaleatoare obţinute în subprogramul *SMC* 1, calculul caracteristicilor electrice conform relaţiilor (1.2.a) sau (1.2.b) sau (1.2.c).

Subprogramul SDS 1. Efectuează calculul valorii medii.

Subprogramul SDS 2. Efectuează calculul abaterii medii pătratice pentru componentele electrice.

Subprogramul SDS 3. Efectuează calculul valorilor extremale ale parametrilor electrici, conform relaţiilor (2.11) şi (2.12).

Subprogramul SDS 4. Efectuează calculul valorilor extreme ale funcţiilor de lucru conform relaţiilor (2.5), (2.6), (2.7).

Subprogramul SDS 5. Efectuează calculul coeficienţilor de influenţă conform relaţiilor (2.9).

Subprogramul SDS 6. Efectuează calculul mărimii ρ_{ij} conform relaţiei (2.4).

Subprogramul SDS 7. Efectuează calculul momentului de corelaţie conform relaţiei (2.10).

Subprogramul SDS 8. Efectuează calculul mărimii $\varphi_{j\text{med}}$ conform relaţiei (2.3).

Subprogramul SDS 9. Efectuează calculul abaterii medii pătratice a funcţiei de funcţionare corectă conform relaţiei (2.8).

Subprogramul SDS 10. Efectuează calculul probabilităţii de defectare pentru fiecare condiţie de lucru, conform relaţiei (2.2).

Subprogramul SDS 11. Efectuează calculul coeficientului de *SF*, definit conform relaţiei (2.1).

Schema logică de calcul al programului de determinare a *SF* a subansamblelor cu defectări succesive este dată în figurile 1—7. Programul a fost codificat *FIDES*.

De semnalat că exceptînd subprogramul *SDS 4*, celelalte programe sînt programe standard.

3. METODĂ ŞI PROGRAM DE REPARTIZARE A CERINŢELOR DE SIGURANŢĂ ÎN FUNCŢIONARE

3.1. *Metodă.* Metoda de repartiţie a cerinţelor de siguranţă în funcţionare a fost prezentată în [18]. Aici ne vom referi la posibilitatea utilizării tehnicii de calcul.

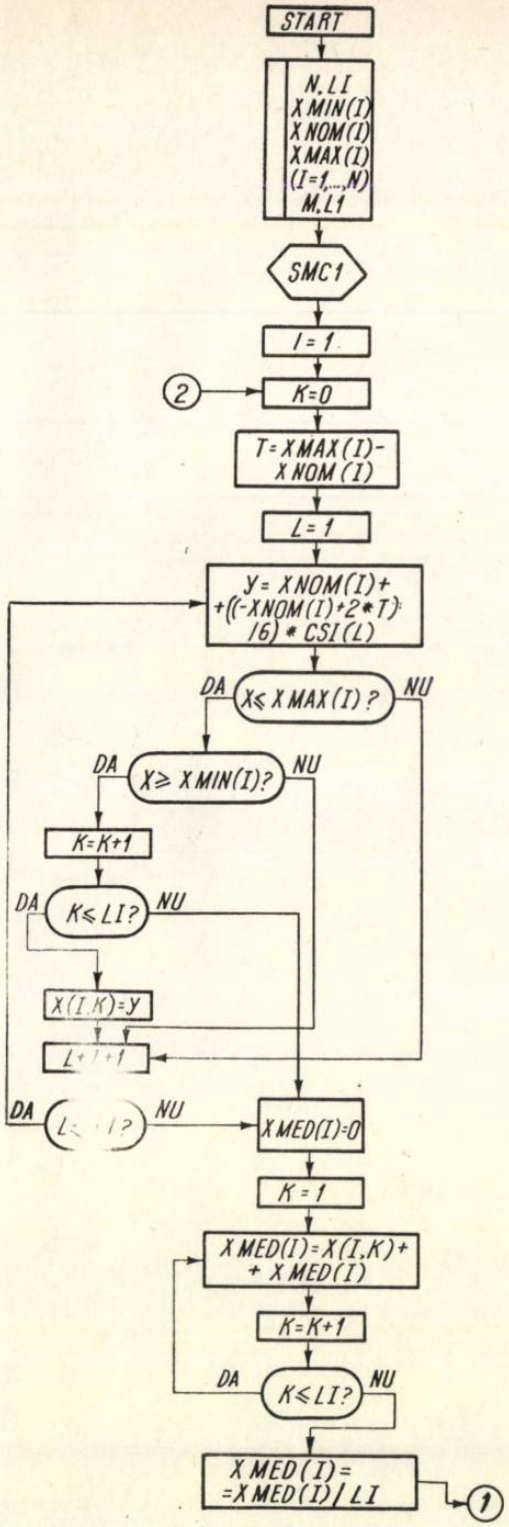


Fig- 1

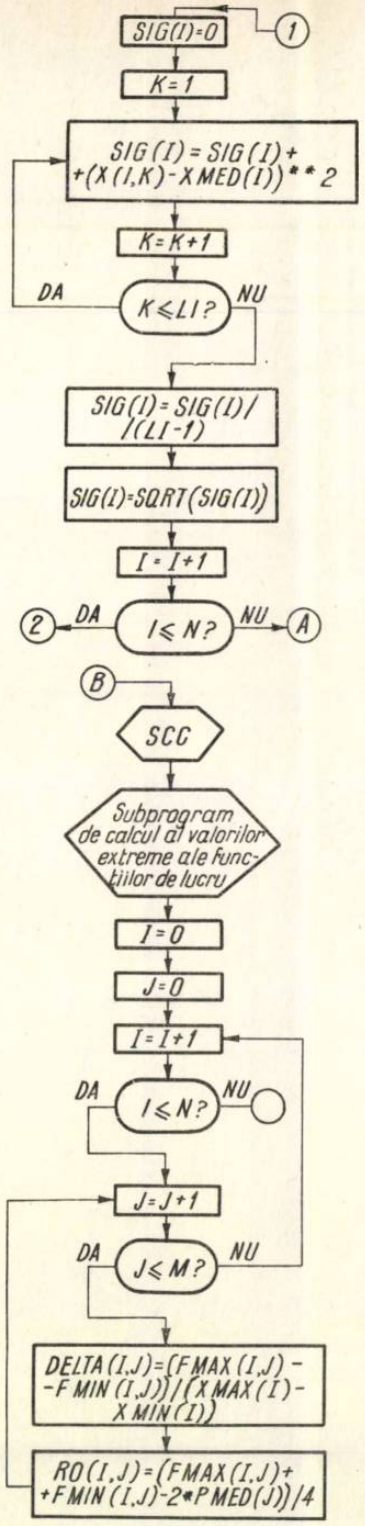


Fig. 2

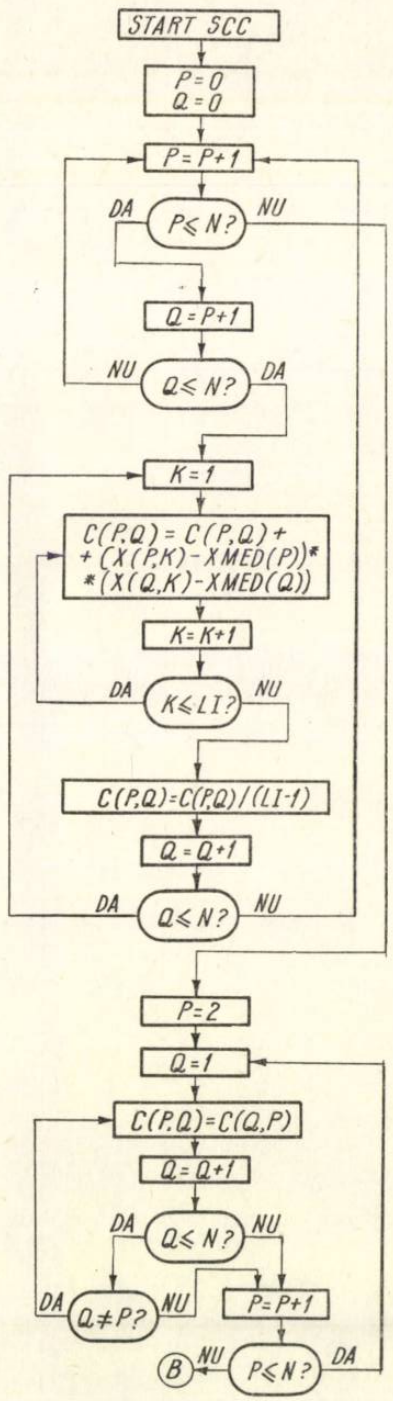


Fig. 3

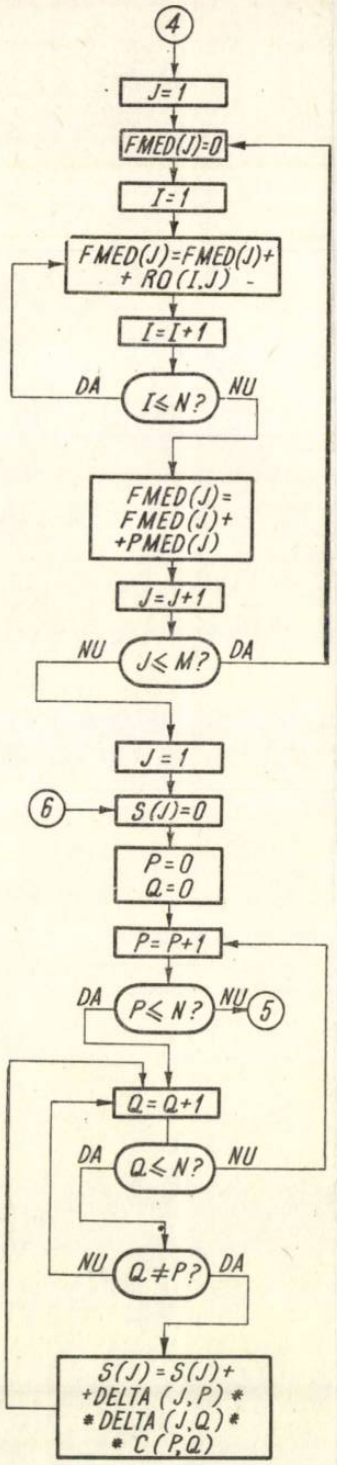


Fig. 4

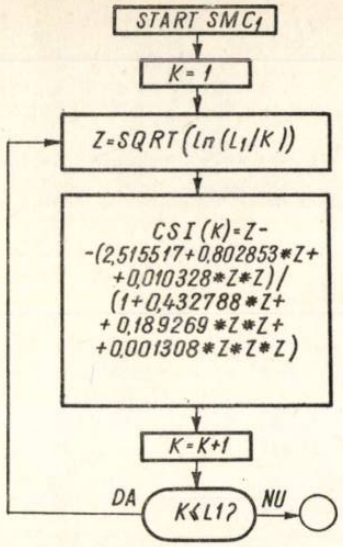


Fig. 5

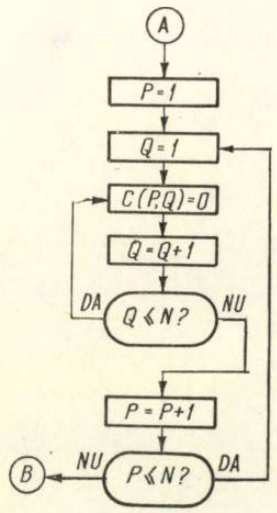


Fig. 6

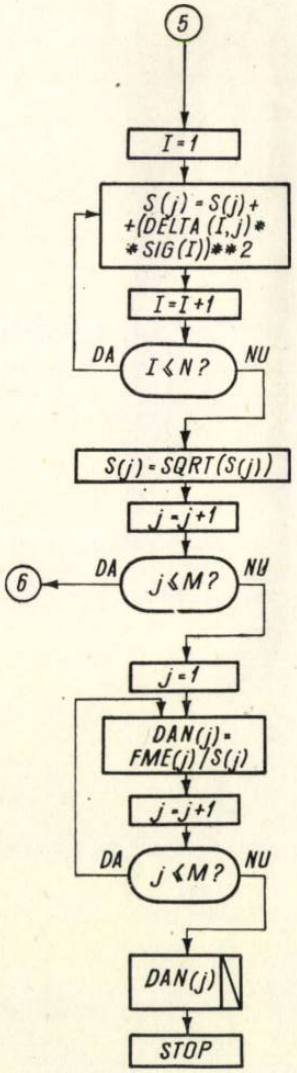
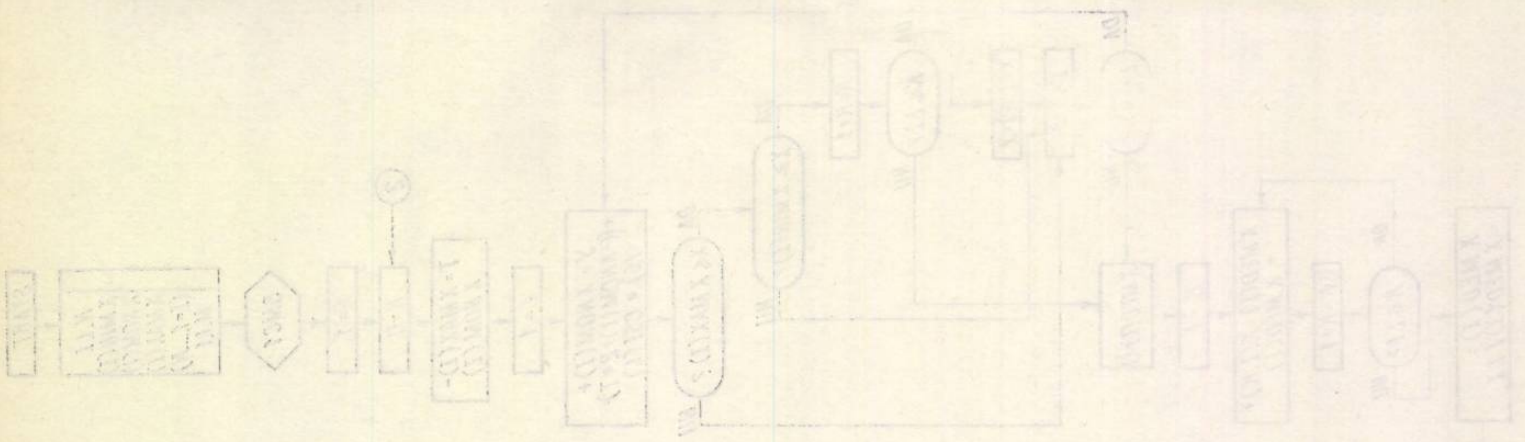


Fig. 7

Fig. 1—7. Schema logică a programului de calcul al siguranţei în funcţionare a ansamblelor cu defectări succesive.



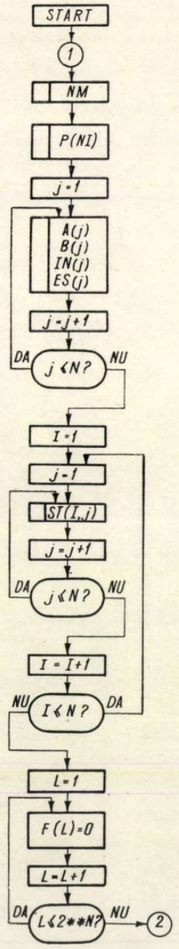


Fig. 8

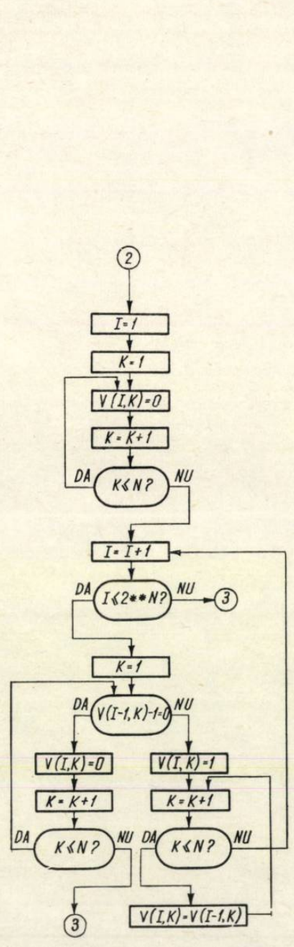


Fig. 9

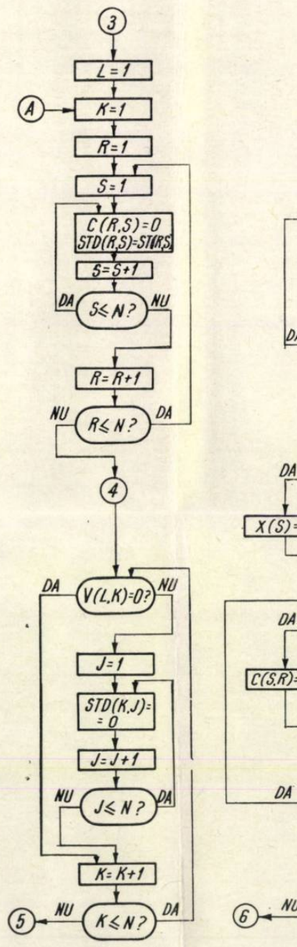


Fig. 10

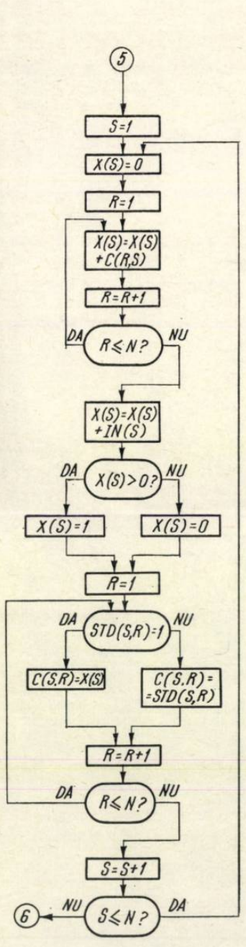


Fig. 11

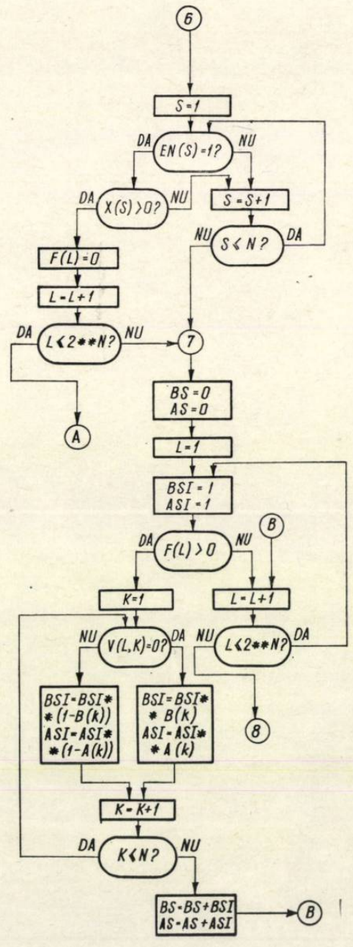


Fig. 12

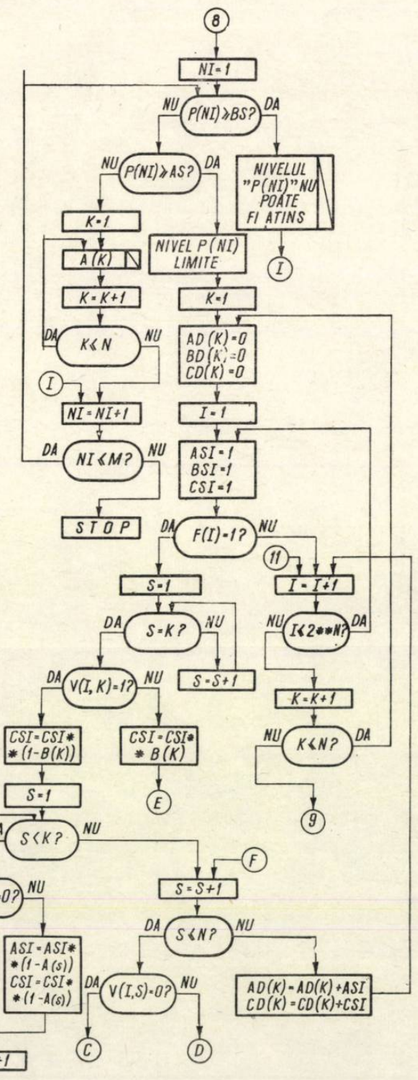


Fig. 13

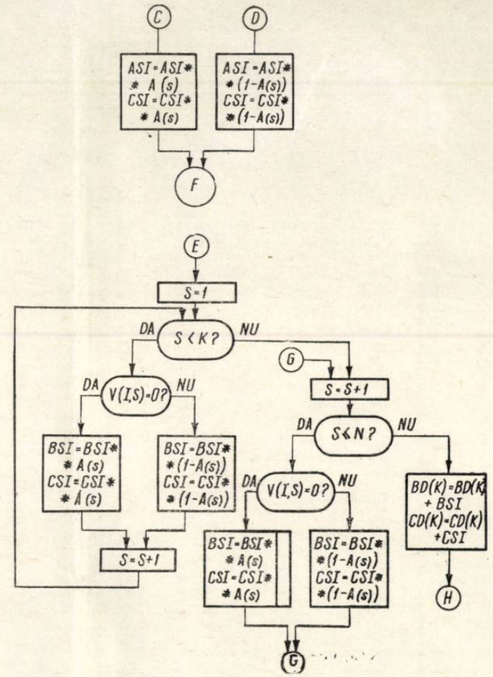


Fig. 14

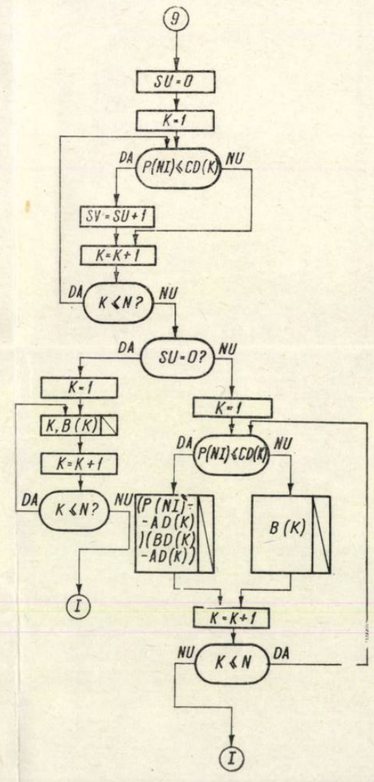
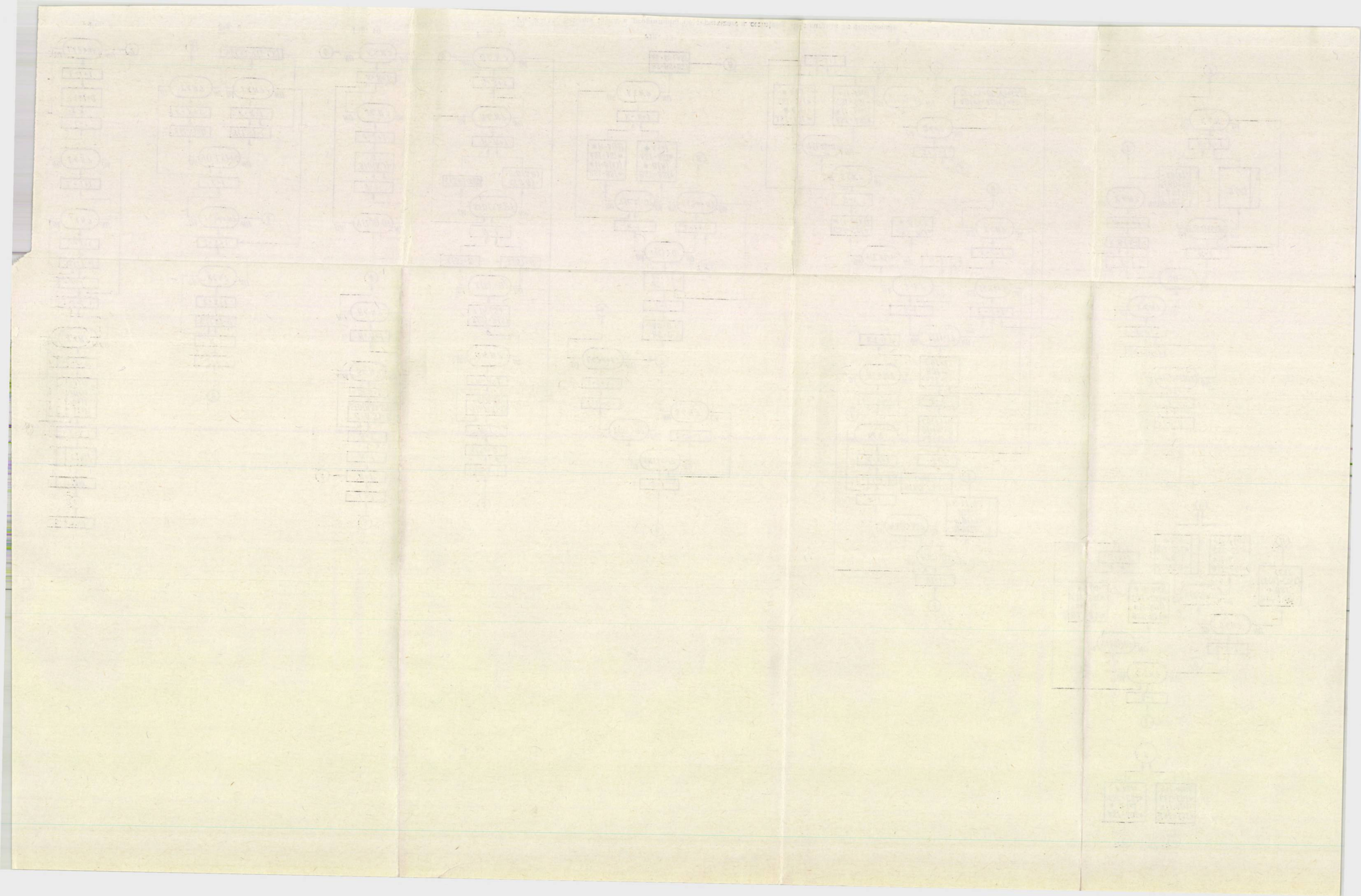


Fig. 15

Fig. 8—15. Schema logică a programului de repartizare a cerințelor de siguranță în funcționare.



3.2. *Program de repartizare a SF a sistemului pe subansamble componente.* Pentru rezolvarea automată a problemei se definesc următoarele mărimi :

— matricea $ST(I, J)$ — matricea conexiunilor, unde :

$$ST(I, J) = \begin{cases} 1, \text{ dacă ieșirea de la subansamblul } I \text{ este intrare pentru subansamblul } J : \\ 0, \text{ în caz contrar,} \end{cases}$$

($I, J = 1, \ldots, N$ — numărul de subansamble componente);

— vectorul $IN(I)$ — vectorul intrării, unde :

$$IN(I) = \begin{cases} 1, \text{ dacă intrarea este legată direct de subansamblul } I ; \\ 0, \text{ în caz contrar ;} \end{cases}$$

— vectorul $ES(I)$ — vectorul ieșirii, unde :

$$ES(I) = \begin{cases} 1, \text{ dacă subansamblul } I \text{ este o ieșire directă ;} \\ 0, \text{ în caz contrar.} \end{cases}$$

Programul se desfășoară cu ajutorul următoarelor subprograme (fig. 8—15), utilizînd metodologia prezentată în [17]. Programul a fost codificat *REFIS*.

Subprogramul SR1 — subprogram de citire a :

N — numărul de subansamble ale structurii ;

M — numărul de nivele de *SF* pentru care se execută analiza ;

$P(NI)$, $NI = 1$, M — nivelele de *SF* ;

$A(J)$, $B(J)$, $IN(J)$, $ES(J)$, $J = 1$, N — limita inferioară a probabilității de funcționare a subansamblului J, limita superioară a aceleiași probabilități, vectorul intrării, vectorul ieșirii ;

$ST(I, J)$ — matricea conexiunilor.

Subprogramul SR 2 — subprogram de generare a combinațiilor de subansamble ce nu funcționează corect, notate cu $V(I, K)$, unde :

$$V(I, K) = \begin{cases} 1, \text{ dacă în combinația } I, \text{ subansamblul } K \text{ nu funcționează corect ;} \\ 0, \text{ în caz contrar.} \end{cases}$$

($I = 1, \ldots, 2$; $K = 1, \ldots, N$).

Subprogramul SR 3 — subprogram de inițializare a matricelor de lucru $C(R, S)$, $STD(R, S)$ ($R, S = 1, \ldots, N$).

Subprogramul SR 4 — subprogram de modificare a elementelor liniei K a matricii $ST(K, J)$, în prezența stării de defectare $V(L, K)$, după algoritmul :

$$STD(K,J) = \begin{cases} 0, \text{ dacă } V(L, K) = 1 \text{ pentru } L \text{ și } J \text{ dați,} \\ ST(K, J), \text{ în caz contrar.} \end{cases}$$

Subprogramul SR 5 — subprogram de calcul a mărimilor $X(S)$:

$$X(1) = IN(1)$$

$$X(S) = \sum_{R} C(R, S) + IN(S), \quad S \geqslant 2$$

unde :

$$C(S, R) = \begin{cases} X(S), \text{ dacă pentru } S \text{ și } R \text{ dați există } STD(S, R) = 1 \\ STD(S, R), \text{ în caz contrar.} \end{cases}$$

Subprogramul SR 6 — subprogram de calcul a probabilităților condiționate $f_{\overline{i,j}}$, notate aici cu $F(L)$. Probabilitățile $F(L)$ sînt date de algoritmul :

$$F(L) = \begin{cases} 0, \text{ dacă există } S : EN(S) = 1 \text{ și } X(S) > 0 \\ 1, \text{ în caz contrar.} \end{cases}$$

Subprogramul SR 7 — subprogram de calcul a limitelor superioare a probabilităților de bună funcționare, adică a cerințelor minime de *SF* pe subansamble.

3. CONCLUZII

Scopul acestui articol a fost de a prezenta o parte din rezultatele cercetărilor autorilor privind metodele și criteriile de apreciere și calcul a *SF* a sistemelor complexe.

Totodată au fost prezentate și programele automate de calcul și analiză a *SF* pe calculator electronic universal pentru criteriile și metodele descrise în articol.

Programele automate descrise au fost scrise în limbaj *MOST* 1 pentru calculatorul *ODRA* 1104, *FORTRAN* pentru calculatoarele *ICT* 1905, *IBM* 360 și *FELIX C* 256.

Metodele prezentate în prezenta lucrare au fost aplicate pentru :

— instalații de automatizare pentru mașini de ridicat și transportat [18];

— sisteme de calculatoare pentru conducerea proceselor industriale ;

— instalații de automatizare pentru stații de pompare.

BIBLIOGRAFIE

1. K. D. Lloyd, M. Lipow, *Reliability, management, methodes and mathematics*, New-Jersey 1964.
2. V. I. Gnedenko, Iu. A. Beliaev, A. D. Solovev, *Metode matematice în teoria siguranței în funcționare (caracteristici principale ale siguranței în funcționare și analiza lor statistică)* Edit. tehnică, București, 1968.
3. I. Bazovski, *Fiabilité, theorie et practique de la surete de fonctionnement*, Dunod, Paris, 1966.
4. G. V. Drujinin, *Siguranța în funcționare a sistemelor*, Edit. tehnică, București, 1968.
5. W. G. Ireson (ed.), *Reliability handbook*, Mc. Graw-Hill Book Company, N. Y., 1966.
6. E. Diatcu, D. Dobrescu, *Metode moderne, inclusiv utilizarea calculatoarelor numerice, pentru calculul siguranței în funcționare a schemelor de automatizare*, Comunicare prezentată la Sesiunea Institutului Politehnic București, 1968.
7. E. Diatcu, D. Dobrescu, *Metode și programe automate pentru calculul siguranței în funcționare a schemelor de automatizare*, A doua Conferință a Electricienilor, Secția Fiabilitate, Securitate, Calitate, VIII-8, p. 1—14.

8. D. Dobrescu, *Asupra mărimii siguranței în funcționare a circuitelor SAU-EXCLUSIV, realizate cu elemente logice*, Automatica și Electronica, **11**, *3* 112 — 115 (1967).
9. E. Diatcu, *Considerații asupra unor probleme fundamentale ale studiului științific al sistemelor informaționale*, Probleme de automatizare, VI, Ed. Acad. R.S.R., București, 1969, p. 79 — 83.
10. E. Diatcu, D. Dobrescu, *Siguranțe în funcționare a circuitelor logice utilizate în sistemele automate*, Automatica și Electronica, **14**, *2*, 56 — 67 (1970).
11. E. Diatcu, D. Dobrescu, *La fiabilité des circuits logiques utilisées dans les systemes automatiques*, Automatisme, **15**, *4*, 160 — 165 (1970).
12. E. Diatcu, D. Dobrescu, *Computer analysis techniques for reliability checking of automation circuits*, Zbornik Radova JUREMA 1969, Zagreb 1969, vol. II, p. 135 — 148.
13. D. Dobrescu, *Optimizarea după criteriul complex siguranță în funcționare-cost. Aplicație la determinarea schemelor optime de sumatoare*, Automatica și Electronica, **14**. *5*, 198 — 201 (1970).
14. D. Dobrescu, *Circuite proiectate după criteriul siguranță în funcționare-cost pentru o instalație de comandă ascensoare*, Automatica și Electronica, **13**, *6*, 260 — 264 (1969).
15. E. Diatcu, D. Dobrescu, *Deux methodes et quatre programmes de calcul de la fiabilité des circuits*, Revue Française d'Informatique et de Recherche Operationnelle, **4**, *R3* (serie rouge), 45 — 69 (1970).
16. *** *Metodika rasciota nadejnosti izdelii s ucetom postepennîh otkazov*, Komitet standardov mer i izmeritelnîh priborov pri SSSR, Moscova, 1968.
17. A. Bril, D. Dobrescu, *Studiul unor structuri de fiabilitate (cu aplicație la proiectarea schemelor electrice ale mașinilor de ridicat și transportat)*, A VIII-a Sesiune de Comunicări tehnico-științifice a ICPE, București, **I**, *21*, 1 — 16, (1970).
18. D. Dobrescu, *Metodă de analiză a unor structuri din punctul de vedere al fiabilității (siguranței în funcționare)*, Electrotehnica, **19**, *4*, 117 — 121 (1971).
19. E. Parascos L. Pabian, *How a Monte-Carlo analyus optimized a circuit*, Electronic Design, 1963.
20. L. K. Gorski, *Statisticeskie algoritmî issledovania nadejnosti*, Izd. Nauka, Moskva, 1970.
21. E. Diatcu, D. Dobrescu, *Metodă și program automat de calcul cu ajutorul formulei probabilității totale a siguranței în funcționare a sistemelor informaționale*, Comunicare prezentată la a VII-a Consfătuire Științifică a D.C.S., 1969.
22. M. E. Muller, *A comparation of methods for generating normal deviates on digital computer*, J. Assoc. Comp. Mach. *6*, 376 — 383 (1959).
23. E. Diatcu, D. Dobrescu, *Nadiojnost țepei sistem avtomatiki*, Comunicare la al 13-lea seminar internațional JUREMA, Zagreb, 1968.
24. E. Diatcu, *Issledovanie trebovanii i razrabotka blocinîh ustroistv telemehaniki dla podstanții raspredelitelnîh setei*, Teză de doctorat, Institutul de Energetică, Moscova, 1956.
25. E. Diatcu, C. Brana, *Use of marginal testing methods for control equipment reliability estimates*, Procedings of JUREMA, Zagreb, 1969, vol. 1, p. 255 — 264.
26. E. Diatcu, *Ridicarea domeniilor de funcționare a blocurilor UNILOG*, A doua Conferință a Electricienilor, Secția Fiabilitate, Securitate, Calitate, **VIII** — *13*, p. 1 — 22.

METODA DE MĂSURARE A PUTERII PIERDUTE ÎN MIEZURILE DE FERITĂ, STUDIATĂ PRIN MODELARE MATEMATICĂ ȘI CU SISTEME ELECTRONICE DE PRELUCRARE A DATELOR

DE

V. A. MĂRIEȘ

621.317.43.001.57

Se studiază, prin modelare matematică și utilizînd sisteme electronice de prelucrare a datelor, problema măsurării puterii pierdute în ferite de către o succesiune de impulsuri dreptunghiulare modulate simultan în durată și amplitudine. Se conclude că puterea pierdută este proporțională cu componenta continuă a succesiunii de impulsuri dublu modulate.

1. CONSIDERAȚII TEORETICE

Pentru etajele de deflexie pe orizontală din televizoare se utilizează miezuri de ferită U la care interesează, în primul rînd puterea specifică totală pierdută la anumite valori ale inductanței de vîrf și a frecvenței de lucru. În scopul măsurării acestei puteri pierdute, s-a cercetat și construit la I.C.E., pentru fabrica de ferită de la Urziceni, o instalație de măsură pentru ferită U din televizoare.

În cazul în care miezul de ferită este supus unui semnal sinusoidal, puterea activă se poate calcula simplu prin relația

$$P = \frac{1}{2} U \,.\, I \,.\, \cos \varphi, \tag{1}$$

unde U și I sînt valorile de vîrf ale tensiunii și curentului iar φ defazajul dintre ele [1], [2].

Întrucît miezul de ferită lucrează în regim de comutație, el este acționat de semnale dreptunghiulare, principiul de măsurare fiind următorul: o succesiune de impulsuri dreptunghiulare este modulată simultan în amplitudine și durată cu semnale proporționale cu tensiunea respectiv cu curentul din sarcină, între care este un defazaj φ.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2 p. 443—450, 1972

Vom arăta că puterea activă este proporţională cu componenta continuă a acestor impulsuri dreptunghiulare dublu modulate, putîndu-se măsura simplu cu un instrument de curent continuu.

Considerăm că amplitudinea şi durata impulsurilor dreptunghiulare sînt date de legile

$$A(t) = A_0(1 + m \cdot k_1 \cdot u(t)), \tag{2}$$

$$\tau(t) = \tau_0(1 + n \cdot k_2 \cdot i(t)), \tag{3}$$

unde m şi n sînt gradele de modulaţie corespunzătoare modulaţiei în amplitudine respectiv în durată, k_1 şi k_2 coeficienţi de proporţionalitate ale semnalelor modulatoare cu tensiunea respectiv curentul din sarcină iar A_0 şi τ_0 sînt amplitudinea respectiv durata impulsurilor dreptunghiulare în absenţa dublei modulări.

În cazul în care frecvenţa impulsurilor dreptunghiulare este mult mai mare ca a semnalelor modulatoare, valoarea componentei continue a curentului este $I_0 = (A_0 \cdot \tau_0)/T$ unde T este perioada impulsurilor dreptunghiulare [3].

În cazul în care frecvenţa semnalelor modulatoare este de acelaşi ordin de mărime cu frecvenţa impulsurilor dreptunghiulare, calculul componentei continue prezintă dificultăţi deoarece impulsurile au amplitudinea şi durata variabile în timp. Dacă tensiunea şi curentul în sarcină sînt semnale periodice de perioadă T_0, pe baza proprietăţii de integrare a detectorului de curent continuu, valoarea continuă I_0 se obţine din:

$$I_0 = \frac{A_0 \cdot \tau_0}{T}\left(1 + m \cdot n \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{T_0}\int_0^{T_0} u(t) \cdot i(t) \cdot \mathrm{d}t\right) \tag{4}$$

unde

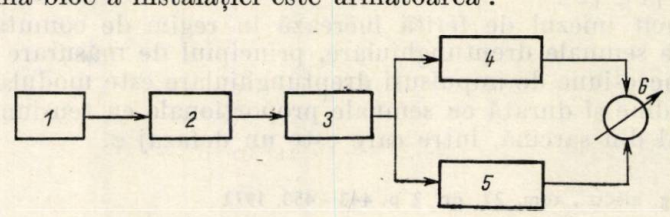
$$P = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} u(t) \cdot i(t) \cdot \mathrm{d}t \tag{5}$$

este puterea de măsurat şi deci

$$I_0 = \frac{A_0 \cdot \tau_0}{T}(1 + m \cdot n \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot P). \tag{6}$$

Termenul $(A_0 \cdot \tau_0)/T$ poate fi eliminat dacă una din cele două operaţii de modulare, de exemplu modulaţia în amplitudine, se realizează cu două semnale modulatoare simetrice $k_1 \cdot u(t)$ şi $-k_1 \cdot u(t)$, folosindu-se două etaje de modulare identice.

Schema-bloc a instalaţiei este următoarea:



cuprinzînd : *1* generatorul de impulsuri, *2* etajul modulator în durată, *3* limitator, *4* şi *5* modulatoare în amplitudine identice, *6* detectorul de măsură [4], [5].

Diferenţa între valorile componentelor continue astfel obţinute este direct proporţională cu puterea activă : $I_0 = k. P$ unde

$$k = \frac{2 . m . n . k_1 . k_2 . A_0 . \tau_0}{T} \tag{7}$$

adică, puterea P se poate măsura prin intermediul măsurării componentei continue I_0.

2. MODELUL MATEMATIC ŞI REZULTATE DE CALCUL

Pentru a verifica proporţionalitatea între putere şi componenta continuă, aceasta din urmă a fost calculată cu sisteme electronice de prelucrare a datelor pe baza modelului matematic ce urmează. Tot pe baza acestor calcule se pot evalua precis erorile eventuale datorate metodei de măsură.

Impulsurile dreptunghiulare dublu modulate în amplitudine şi durată au frecvenţa fixă egală cu a bazei de timp, $f = 160$ kHz, cum se vede în figura 1, respectiv în figura 2. Ecuaţia impulsurilor dreptunghiulare cu perioada $T = 1/f$ este

$$u = U . \operatorname{sgn}(\sin 2\pi f (t - (i - 1) T)), \tag{8}$$

iar a bazei de timp

$$u = 1{,}2 . U(2f(t - (i - 1) T) - 1), \tag{9}$$

unde U este amplitudinea impulsurilor dreptunghiulare, t este timpul iar $i = 1, 2, 3, \ldots$ numărul perioadei.

Semnalul modulator în durată este reprezentat în figura 3 şi are ecuaţia

$$u = U . \sin 2\pi f_j t, \tag{10}$$

unde f_j este frecvenţa semnalului modulator în durată şi a semnalului modulator în amplitudine cu perioada $T_j = 1/f_j$.

Durata impulsului dreptunghiular modulat în durată este dat de intervalul de timp dintre frontul abrupt posterior al bazei de timp şi momentul x_i al intersecţiei dintre baza de timp din figura 2 cu semnalul modulator în durată din figura 3, cum se vede în figura 4 şi în sistemul

$$\begin{cases} u = 1{,}2 . U(2f(x_i - (i - 1)T) - 1) \\ u = U . \sin 2\pi f_j x_i \\ i = 1, 2, 3, \ldots \end{cases} \tag{11}$$

Semnalul dreptunghiular modulat în durată este reprezentat în figura 5.

Se observă că amplitudinea bazei de timp din figura 2 s-a ales mai mare ca amplitudinea semnalului modulator în durată cu circa 20%, în scopul obţinerii unui grad de modulaţie în durată rezonabil.

Semnalul modulator în amplitudine este reprezentat în figura 6 şi este dat de ecuaţia

$$u = U \cdot \sin(2\pi f_j t + \varphi_k) \tag{12}$$

unde φ_k este defazajul între semnalul modulator în durată şi semnalul modulator în amplitudine iar f_j aceeaşi frecvenţă ca a semnalului modulator în durată.

Semnalul dublu modulat în amplitudine şi durată este reprezentat în figura 7.

Calculul componentei continue a impulsurilor astfel modulate s-a efectuat prin integrarea numerică a ariilor haşurate din figura 7 cu un anumit pas care să permită obţinerea preciziei dorite. Medierea se face pe perioada T_{jk} care este cel mai mic multiplu comun al perioadelor T şi T_j în cazul defazajului φ_k. Întrucît în perioada T_{jk} se cuprind m perioade T ale bazei de timp, avem aria

$$A_{jk} = \frac{U}{T_{jk}} \sum_{i=1}^{m} \int_{(i-1)T}^{x_i} \sin(2\pi f_j t + \varphi_k)\, dt. \tag{13}$$

Integrarea numerică se face prin însumarea ariei a n trapeze curbilinii obţinute prin divizarea fiecărui din cele m intervale de timp $((i-1)T, iT)$, $i = 1, 2, 3, \ldots, m$ în n părţi egale, obţinînd

$$A_{jk} = \frac{U}{2nT_{jk}} \sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{n_i} \left(\sin\left(\left(2\pi f_j \left(i - 1 + \frac{r-1}{n} \right) T + \varphi_k \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \sin\left(2\pi f_j \left(i - 1 + \frac{r}{n} \right) T + \varphi_k \right) \right) \right) \tag{14}$$

unde n_i este valoarea maximă a lui r ce verifică relaţiile

$$\begin{cases} \left(i - 1 + \dfrac{r}{n} \right) T \leqslant x_i \\ i = 1, 2, 3, \ldots, m \end{cases} \tag{15}$$

adică

$$\begin{cases} n_i = \dfrac{n(x_i - i + 1)}{T}. \\ i = 1, 2, 3, \ldots, m \end{cases} \tag{16}$$

Studiul s-a efectuat pentru frecvenţele $f_j = 1$; 16; 40; 50; 75; 80; kHz, adică $j = 1, 2, \ldots, 6$, fiecare cu defazajele $\varphi_k = 0$; $\pi/6$; $\pi/4$; $\pi/3$; $\pi/2$; π radiani între semnalul modulator în amplitudine şi semnalul modulator în durată, unde $k = 1, 2, \ldots, 6$.

Calculul s-a efectuat pe sistemul electronic I.B.M. 360/30 de la Centrul de calcul al Universităţii Bucureşti, conform schemei logice ce urmează :

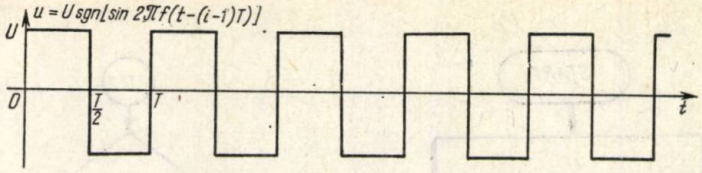


Fig. 1. — Succesiunea de impulsuri dreptunghiulare nemodulată.

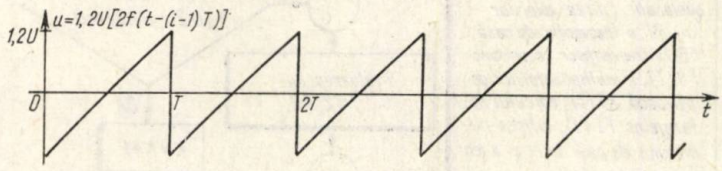


Fig. 2. — Succesiunea de impulsuri generată de baza de timp.

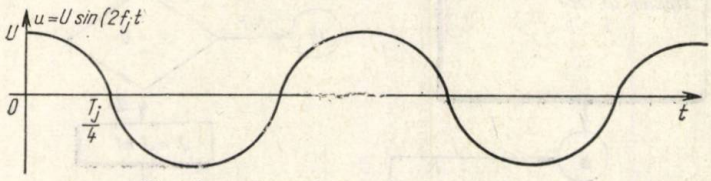


Fig. 3. — Semnalul modulator în durată.

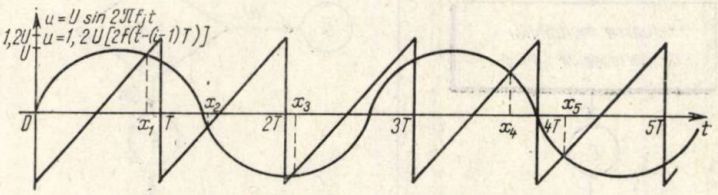


Fig. 4. — Determinarea duratelor impulsurilor.

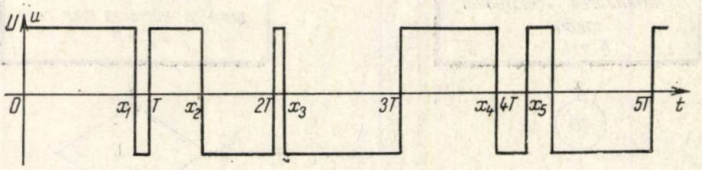


Fig. 5. — Succesiunea de impulsuri dreptunghiulare modulată în durată.

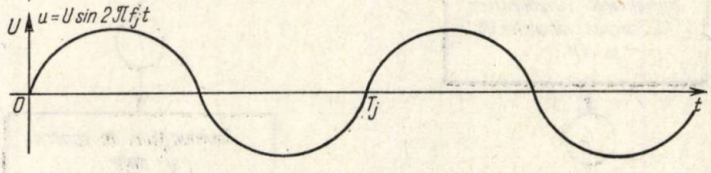


Fig. 6. — Semnalul modulator în amplitudine.

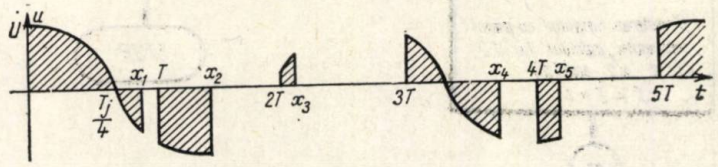
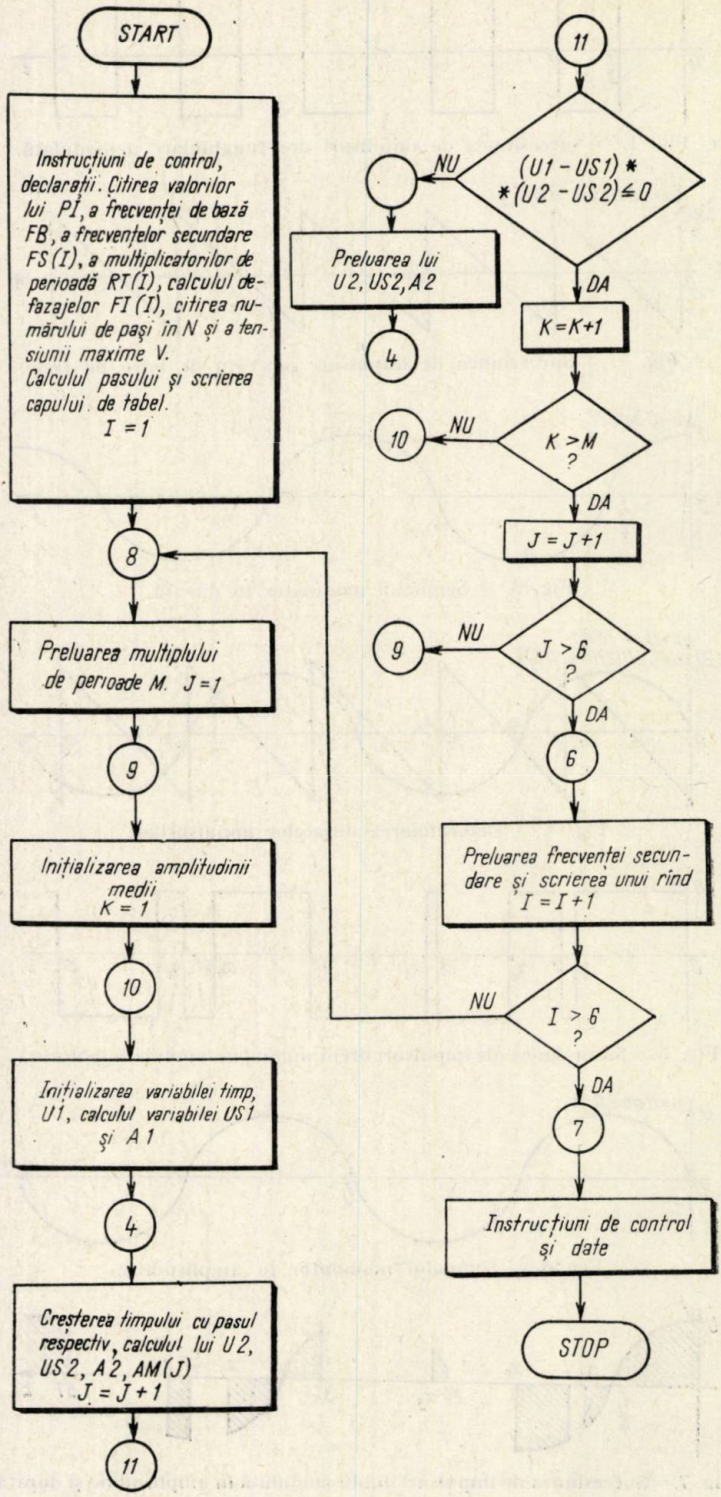


Fig. 7. — Succesiunea de impulsuri dublu modulată în amplitudine și durată.


START
Instrucțiuni de control, declarații. Citirea valorilor lui PI, a frecvenței de bază FB, a frecvențelor secundare FS(I), a multiplicatorilor de perioadă RT(I), calculul defazajelor FI(I), citirea numărului de pași în N și a tensiunii maxime V.
Calculul pasului și scrierea capului de tabel.
I = 1
8
Preluarea multiplului de perioade M. J = 1
9
Inițializarea amplitudinii medii
K = 1
10
Inițializarea variabilei timp, U1, calculul variabilei US1 și A1
4
Creșterea timpului cu pasul respectiv, calculul lui U2, US2, A2, AM(J)
J = J + 1
11
11
(U1 - US1) * * (U2 - US2) ≤ 0
NU
DA
Preluarea lui U2, US2, A2
4
K = K + 1
10
K > M ?
NU
DA
J = J + 1
9
J > 6 ?
NU
DA
6
Preluarea frecvenței secundare și scrierea unui rînd
I = I + 1
I > 6 ?
NU
DA
7
Instrucțiuni de control și date
STOP

Pe baza schemei logice s-a conceput următorul program-sursă:

```
// JOB CØ4Ø1JØ1 ARIA MEDIE A IMPULSURILOR
// OPTION LINK
// EXEC FORTRAN
   DOUBLE PRECIZION FI(6), FS(6), AM(6), FB, PI, V, T, U1,
  CU2, US1, US2, A1, A2, H
   INTEGER RT(6)
 1 FORMAT (F17. 15, F8.1, F3.1, I3, 6F7.1, 6I3)
 2 FORMAT ('FRECVENTA', 1ØX, 'Ø', 19X, 'PI/6', 15X, 'PI/4',
   C15X, 'PI/3', 15X, 'PI/2', 15X, 'PI')
 3 FORMAT (/ /, I9, 6 (E18.4))
   READ (1,1) PI, FB, V, N, (FS(I), I = 1,6), (RT(I), I = 1,6)
   FI(1) = Ø. Ø
   FI(2) = PI/6.Ø
   FI(3) = PI/4.Ø
   FI(4) = PI/3.Ø
   FI(5) = PI/2.Ø
   FI(6) = PI
   H = (1.Ø/N)/FB
   WRITE (3,2)
   DO 7 I = 1,6
   M = RT(I)
   DO 6 J = 1,6
   AM(J) = Ø.Ø
   DO 6 K = 1, M
   T = Ø,Ø
   U1 = — V
   US1 = DSIN ((2 * PI * FS(I) * (K — 1))/FB — 1ØØ * PI)
   A1 = DSIN((2 * PI * FS(I) * (K — 1))/FB + FI(J) — 1ØØ * PI)
 4 T = T + H
   U2 = (2 * FB * T — 1.Ø) * V
   US2 = DSIN (2 * PI * FS(I) * ((K — 1)/FB + T) — 1ØØ * PI)
   A2 = DSIN(2 * PI * FS(I) * ((K — 1)/FB + T) + FI(J) — 1ØØ * PI)
   AM(J) = AM(J) + (H * (A1 + A2) * FB)/(2 * M)
   IF ((U1 — US1) * (U2 — US2)) 6, 6, 5
 5 U1 = U2
   US1 = US2
   A1 = A2
   GO T O 4
 6 CONTINUE
   IFSAB = FS(I)
   WRITE (3,3) IFSAB, (AM(J), J = 1,6)
 7 CONTINUE
   STOP
   END
```

```
/*
// EXEC LNKEDT
// EXEC
    3.14159265358979316ØØØØ . Ø1 . 21ØØØ1ØØØ . Ø16ØØØ .
    . Ø4ØØØØ . Ø5ØØØØ . Ø75ØØØ . Ø8
    CØØØØ . Ø16ØØ1ØØØ4Ø16Ø32Ø02
/*
/&
```

Executînd programul-sursă s-au obţinut următoarele rezultate:

Executînd programul sursă s-au obţinut următoarele rezultate

f_j (KHz) \ φ_k	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π
1	0,2083	0,1804	0,1473	0,1041	−0,0000	−0,2083
16	0,2086	0,1803	0,1470	0,1037	−0,0006	−0,2086
40	0,2401	0,2070	0,1684	0,1184	−0,0018	−0,2401
50	0,2099	0,1808	0,1470	0,1032	−0,0020	−0,2099
75	0,2041	0,1753	0,1422	0,0995	−0,0030	−0,2041
80	0,2421	0,2077	0,1684	0,1177	−0,0038	−0,2420

Se observă că valorile obţinute pentru acelaşi φ_k sînt foarte apropiate, diferenţele fiind cauzate de pasul prea mare cu care s-a făcut integrarea numerică. Întrucît U şi I sînt constante iar pentru $\varphi_1 = 0$, $I_0 = 0{,}5\ kUI = kA_{jl}$, se observă că valorile continue $I_0 = kA_{jk} = kA_{jl} \cos \varphi_k$ obţinute pentru diferite defazaje, sînt proporţionale cu cosinusul unghiului de defazare φ_k.

În concluzie, pentru defazaje constante, componenta continuă nu depinde de frecvenţa comparabilă cu a bazei de timp, iar pentru frecvenţă constantă, componenta continuă este proporţională cu cosinusul unghiului de defazare, adică pentru amplitudini constante puterea este proporţională cu componenta continuă.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Felea, şi colab., *Circuite cu tranzistoare în industrie*, Bucureşti. Edit. tehnică, 1964.
2. T. Tănăsescu şi colab., *Circuite cu tranzistoare*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1962.
3. G. Cartianu *Modulaţia de frecvenţă*, Bucureşti, Edit. Academiei, 1958.
4. * * * *Transistor circuit design*, Texas instruments, 1963.
5. H. E. Rowe, *Signals and Noise in Comunication Systems*, D. Van Nostrand Company, Inc., Princenton, New Jersey, Toronto, New York, London.

SCHEMĂ DE MULTIPLICATOR ANALOGIC

DE

P. FRUNTEȘ

În lucrare se prezintă o clasificare a schemelor de multiplicatoare analogice, apoi se tratează multiplicatorul proiectat și realizat ca element anexă al calculatorului analogic MECAN-2, dîndu-se și unele rezultate experimentale.

1. INTRODUCERE

Cu calculatoarele analogice în care avem amplificatoare operaționale și potențiometri liniari, putem efectua numai operații liniare ca : însumare, integrare, diferențiere și multiplicare cu o constantă.

Cu aceste componente electronice ale calculatoarelor analogice se pot rezolva ecuații diferențiale liniare cu coeficienți constanți, care constituie un capitol important, deși relativ restrîns din domeniul ecuațiilor diferențiale.

Problemele practice care au apărut în diverse domenii aplicative au condus la necesitatea rezolvării de ecuații diferențiale liniare cu coeficienți variabili și de ecuații diferențiale neliniare.

Astfel s-a ajuns la construirea de elemente neliniare, drept componente ale calculatoarelor analogice.

Cu aceste elemente neliniare se pot forma produse, coeficienți variabili, extrageri de rădăcină, ridicări la putere etc.

Una din aceste componente este și multiplicatorul care are rolul de a calcula produsul a două variabile.

Multiplicatoarele analogice construite pînă în prezent nu au siguranța în funcționare, simplitatea, precizia și performanțele la frecvențe înalte, apropiate de cele ale elementelor liniare din calculatoarele analogice.

Multiplicatoarele electromecanice lucrează cu precizii de 0,1% numai la frecvențe joase, iar la frecvențe mai ridicate introduc defazări nedorite.

Multiplicatoarele electronice pot lucra cu bune performanțe la frecvențe înalte, însă pentru a se obține o precizie ridicată se pierde din simplitatea și siguranța în funcționare.

Realizarea constructivă a multiplicatorului care să satisfacă performanțele amplificatorului operațional și ale potențiometrului liniar, formează o preocupare permanentă a cercetătorilor și s-a obținut pînă în prezent o largă diversitate de scheme unele chiar foarte ingenioase.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 451—460, 1972

Multiplicatoarele electronice cele mai folosite în calculatoarele analogice sînt de tipurile :

1. Multiplicatoare cu divizarea timpului.
2. Multiplicatoare cuprinzînd generatoare de funcţii cu diode.
3. Multiplicatoare folosind o tensiune liniar-variabilă de frecvenţă fixă.

1. Multiplicatoare cu divizarea timpului. Acestea folosesc modulaţia în amplitudine şi în durată a unui tren de impulsuri dreptunghiulare. Valorile medii A ale formelor de undă menţionate în figura 1 sînt :

$$A = \frac{T_1}{T_1 + T_2} X = nT_1 X \text{ — pentru unda din fig. } 1a \qquad (1)$$

$$A = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} X = (2n\, T_1 - 1)\, X \text{ — pentru unda din fig. } 1b \qquad (2)$$

unde T_1, T_2 sînt lăţimile impulsurilor pozitive respectiv negative şi $n = \frac{1}{T_1 + T_2}$ este frecvenţa de repetiţie a impulsurilor.

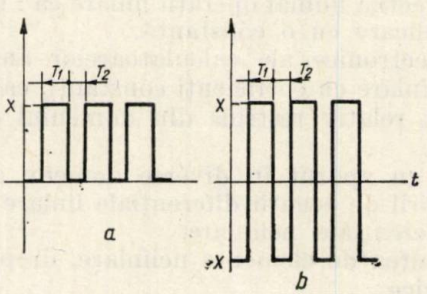


Fig. 1. — Impulsuri dreptunghiulare modulate în durată.

Prin relaţiile (1) şi (2) se realizează înmulţirea dintre o tensiune X şi o a doua tensiune Y care este proporţională cu factorii (nT_1) sau $(2nT_1 - 1)$, care determină modulaţia în durată a trenului de impulsuri dreptunghiulare considerat.

Acest tip de înmulţitor lucrează la frecvenţe de repetiţie a impulsurilor de la 1 la 300 KHz şi cu o precizie de 0,1 pînă la 0,01% la mijlocul scalei.

2. Multiplicatoare cuprinzînd generatoare de funcţii cu diode realizează relaţia :

$$XY = \frac{1}{100}\left[\left(\frac{X+Y}{2}\right)^2 - \left(\frac{X-Y}{2}\right)^2\right]. \qquad (3)$$

Generatoarele de funcţii folosite efectuează o ridicare la puterea a doua. Precizia înmulţirii va fi între 1% şi 0,05% la mijlocul scalei în funcţie de numărul circuitelor din elementele neliniare folosite.

Banda de frecvenţe a unui asemenea înmulţitor este de ordinul KHz-lor.

3. Multiplicatoare folosind o tensiune liniar-variabilă (în formă de triunghi) de frecvenţă fixă, asupra căreia se aplică tensiunile X şi Y, al căror produs se caută.

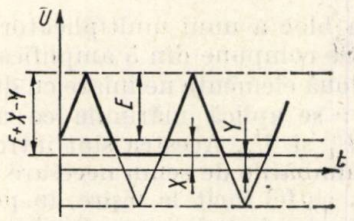


Fig. 2. — Tensiune liniar variabilă în formă de triunghi, polarizată cu tensiunea X şi tăiată de tensiunea Y.

Acestea sînt înmulţitoare cu scheme de generatoare de funcţii cu diode, care se bazează pe faptul că o tensiune liniar variabilă în formă de triunghi, polarizată cu tensiunea X şi tăiată de tensiunea Y (fig. 2) are o componentă continuă dată de relaţia :

$$U = \frac{2}{E} X\,Y. \tag{4}$$

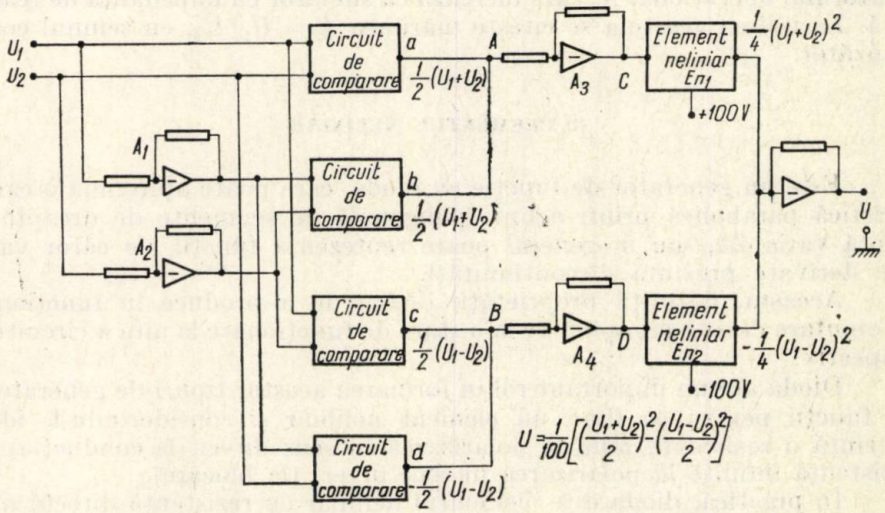


Fig. 3. — Schema bloc a înmulţitorului.

Acest tip de înmulţitor lucrează cu o precizie de 0,3% pînă la 1% la mijlocul scalei, pentru 1 KHz pînă la 2 KHz frecvenţă a tensiunii liniar variabilă.

În calculatoarele electronice se întîlnesc şi alte tipuri de scheme de înmulţitoare însă dintre toate, cele menţionate mai sus sînt cele mai frecvent întîlnite.

Din marea diversitate de scheme de multiplicatoare s-a ales una de tip 2, pentru a fi realizat ca element anexă la mașina analogică MECAN — 2.

2. MULTIPLICATOARE ANALOGICE CU GENERATOARE DE FUNCȚIE CU DIODE

În figura 3 se indică schema bloc a unui multiplicator analogic cu două elemente neliniare cu diode. Se compune din 5 amplificatoare operaționale, 4 circuite de comparare și două elemente neliniare cu diode.

Schema funcționează astfel: se aplică mărimile ce urmează a fi înmulțite în punctele indicate cu U_1 și U_2. Acestea sînt introduse în cele patru circuite de comparare, cu schimbările de semn necesare (prin amplificatoarele operaționale A_1 și A_2), astfel încît la ieșire, în punctele a, b, c, d, să existe mărimile corespunzătoare efectuării înmulțirilor în cele patru cadrane ale planului rectangular.

În punctele A va fi numai una din mărimile din a sau b de asemenea în B va fi numai una din mărimile din c sau d.

Aceste mărimi din A și B sînt trecute prin amplificatoarele operaționale A_3, respectiv A_4 cu rolul de transformatoare de impedanță și apoi aplicate elementelor neliniare $En1$ și $En2$ care efectuează o ridicare la puterea a doua.

Aceste elemente neliniare constituie impedanță de intrare a amplificatorului operațional A_5 care lucrează ca sumator cu impedanța de reacție fixă. La ieșirea acestuia se citește mărimea $U = U_1 \cdot U_2$, cu semnul corespunzător.

3. ELEMENTUL NELINIAR

Este un generator de funcție cu diode, care poate aproxima o caracteristică parabolică printr-o linie poligonală de segmente de dreaptă de pantă variabilă, sau în general poate reprezenta funcții ale căror valori sau derivate prezintă discontinuități.

Aceasta, datorită proprietății diodei de a produce în funcționare o comutare destul de rapidă de la o stare de funcționare la alta a circuitului respectiv.

Dioda are un important rol în formarea acestor tipuri de generatoare de funcții pentru că fiind un element neliniar și considerîndu-l ideal, prezintă o rezistență nulă la polarizarea în sens direct (la conducție) și o rezistență infinită la polarizarea în sens invers (la blocare).

În practică, dioda este elementul neliniar cu rezistență directă mică și rezistența inversă de valoare mare însă finită. Factorul de merit pentru diodele cu vid este de 10^5, pentru diodele semiconductoare cu germaniu de 10^3 și pentru diodele semiconductoare cu siliciu de o valoare intermediară.

În alcătuirea elementelor neliniare se folosesc, în general, diode semiconductoare cu siliciu, datorită factorului de merit de valoare destul de ridicată, a derivei de nul de valoare mică și a proprietății de a obține o trecere bruscă de pe un segment cu o anumită pantă pe segmentul imediat următor de altă pantă.

Aceste elemente neliniare pot constitui impedanţa de intrare sau de reacţie a unui amplificator de curent continuu formîndu-se astfel un amplificator operaţional cu coeficient de amplificare variabil.

Pentru schema din figura 4 se pot scrie următoarele relaţii :

$$\begin{aligned} I_1 &= f_1(U_1,\ U_0) \\ I_2 &= f_2(U,\ U_0) \\ I_1 &+ I_2 = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Dacă amplificarea căii directe este foarte mare, atunci putem considera că în punctul de însumare avem potenţialul zero ($U_0 = 0$) şi din relaţiile (5) rezultă ecuaţia :

$$f_1(U_1) + f_2(U) = 0. \tag{6}$$

Derivînd ecuaţia (6) în raport cu U_1 şi U_2, obţinem

$$\frac{\partial f_1}{\partial U_1}\,\mathrm{d}U_1 + \frac{\partial f_2}{\partial U}\,\mathrm{d}U = 0. \tag{7}$$

Folosind notaţiile

$$\frac{\partial f_1}{\partial U_1} = G_1\,;\quad \frac{\partial f_2}{\partial U_2} = G_2, \tag{8}$$

G_1, G_2 — sînt conductanţele diferenţiale ale circuitului de intrare şi ieşire. Ecuaţia (7) se poate scrie astfel :

$$\mathrm{d}U + \frac{G_1}{G_2}\,\mathrm{d}U_1 = 0. \tag{9}$$

Pentru că funcţia parabolică căutată este redată printr-o linie poligonală, atunci pe fiecare segment de dreaptă conductanţele respective sînt constante.

Pentru segmentul de dreaptă i, ecuaţia (9) devine :

$$\Delta U_i + \frac{G_{1i}}{G_{2i}}\,\Delta U_{1i} = 0, \tag{10}$$

unde

$$\Delta U_i = U_i - U_{i-1}\,;\quad \Delta U_{1i} = U_{1i} - U_{1.\,i-1},$$

U_i — tensiunea de la ieşirea amplificatorului operaţional pe segmentul i al liniei poligonale ;

U_{1i} — tensiunea de intrare corespunzătoare deschiderii sau închiderii circuitului i ;

G_{1i} — conductanța circuitului de intrare pe porțiunea i;
G_{2i} — conductanța circuitului de reacție pe porțiunea i;
$G_{1,i}$ — const., pentru $U_{1i} \leqslant U_1 \leqslant U_{1,i+1}$;
$G_{2,i}$ — const., pentru $U_i \leqslant U \leqslant U_{i+1}$.

În general, elementele neliniare sînt formate din n circuite cu diode, în care caz relația (10) devine:

$$U = -\sum_{i=1}^{n} \Delta\left(\frac{G_1}{G_2}\right)_i \Delta U_{1i}. \tag{11}$$

În care:

$$\Delta\left(\frac{G_1}{G_2}\right)_i = \frac{G_{1i}}{G_{2i}} - \frac{G_{1,i-1}}{G_{2,i-1}} = \frac{\Delta G_{1i} G_{2,i-1} - \Delta G_{2i} \cdot G_{1,i-1}}{G_{2,i-1}(G_{2,i-1} + \Delta G_{2,i})}, \tag{12}$$

unde ΔG_{1i} și ΔG_{2i} reprezintă variații ale conductanțelor elementelor neliniare ce formează impedanțe de intrare și reacție ale amplificatorului operațional din figura 4, cînd circuitul i intră în funcțiune (diodele respective fiind deschise) sau iese din funcțiune (diodele respective fiind blocate).

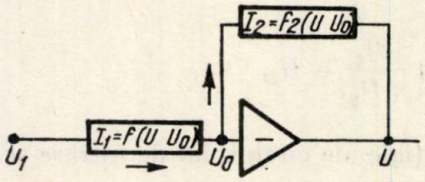


Fig. 4. — Amplificator operațional cu elemente neliniare la intrare și reacție.

Dacă numai impedanța de intrare este constituită din elemente neliniare iar impedanța de reacție din elemente liniare, obținem:

$$\begin{matrix} \Delta G_{2i} = 0 \\ G_{2i} = G_2 \end{matrix} \quad \text{și} \quad \Delta\left(\frac{G_1}{G_2}\right)_i = \frac{\Delta G_i}{G_2}. \tag{13}$$

De asemenea, dacă numai impedanța de reacție este constituită din elemente neliniare iar impedanța de intrare din elemente liniare, avem

$$\begin{matrix} \Delta G_{1i} = 0 \\ G_{1i} = G_1 \end{matrix} \text{ și } \Delta\left(\frac{G_1}{G_2}\right)_i = -\frac{\Delta G_{2i} G_1}{G_{2,i-1}(G_{2,i-1} + \Delta G_{2i})}, \tag{14}$$

Deci, cu elemente neliniare pasive introduse în schema amplificatorului din figura 4 putem realiza numai caracteristici monotone.

Din relația (11) rezultă că derivata funcției $U = f(U)$ exprimată prin ecuația (9) este negativă în condițiile din (13), deci funcția realizată este monoton crescătoare și pozitivă în condițiile (14) deci funcția realizată este monoton descrescătoare.

4. REALIZAREA PRACTICĂ

Pentru înmulţitorul analogic realizat ca element anexă al calculatorului analogic MECAN — 2 s-a adoptat o schemă de amplificator operaţional cu coeficient de amplificare variabil, ca cel din figura 4, care satisface condiţiile (13). Ceea ce înseamnă că elementele neliniare de la intrarea amplificatorului operaţional $A5$, prezintă o impedanţă echivalentă variabilă, funcţie de tensiunea de intrare.

Aceste elemente neliniare sînt formate din montarea în paralel a unui număr de circuite de forma:

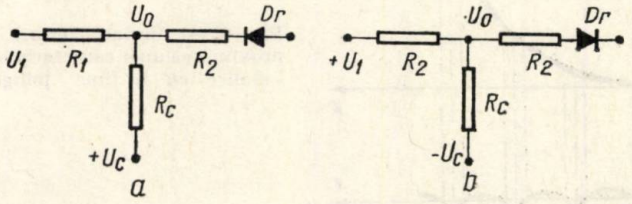


Fig. 5. — Circuite componente ale elementelor neliniare: (*a*) pentru U_1 tensiune negativă şi U_c tensiune pozitivă şi (*b*) pentru U_1 tensiune pozitivă şi U_c tensiune negativă.

în care: U_1 este tensiunea de intrare în elementul neliniar;
U_c — tensiunea de compensare;
D_r — dioda semiconductoare cu siliciu;
R_1, R_2 sînt rezistenţe din circuitele de calcul ale elementelor neliniare,
R_c este rezistenţa de compensare.

Diodele D_r sînt blocate de tensiunea U_c şi comutarea acestora are loc cînd tensiunea U_0 trece prin zero, de la valori pozitive spre negative (fig. 5*a*) şi de la valori negative la pozitive (fig. 5*b*).

Cu această schemă putem situa punctele de frîngere ale liniei poligonale ce aproximează caracteristica parabolică în mod convenabil în plan şi putem obţine creşteri constante ale pantei.

La o distanţare uniformă a punctelor de frîngere, aproximarea caracteristicii parabolice $U = x^2$ printr-o linie poligonală se face cu o eroare în % la mijlocul scalei dată de relaţia [1]

$$\varepsilon = \frac{100}{n^2}, \tag{15}$$

în care n este numărul segmentelor din linia poligonală obţinută, adică numărul circuitelor de forma celor din figurile 5*a* sau 5*b* montate în paralel.

În figura 6 se indică aproximarea caracteristicii parabolice cu o linie poligonală şi variaţia erorii de aproximare.

Pantele segmentelor liniare poligonale se iau astfel încît să obţinem egalitatea dintre valorile pozitive şi negative maxime ale erorii. Aceasta

s-a realizat dînd pantei fiecărui segment din linia poligonală valoarea medie a pantelor corespunzătoare după relaţia $dx = 2xdx$ punctelor extreme ale segmentului.

Elementele neliniare realizate sînt formate din cîte 15 circuite de felul celor din figura 5 montate în paralel.

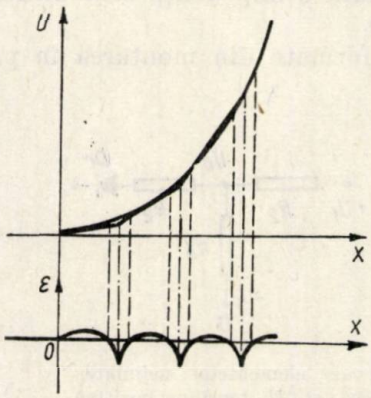


Fig. 6. — Variaţia erorii în aproximarea unei caracteristici parabolice cu o linie poligonală.

În acest caz după relaţia (15) se obţine o eroare maximă la mijlocul scalei a aproximării printr-o linie poligonală a caracteristicii parabolice de $\varepsilon = 0{,}445\%$.

Dar, prin introducerea amplificatoarelor operaţionale A_3 şi A_4 cu rolul de transformatoare de impedanţă între circuitele de comparare şi elementele neliniare, eroarea maximă la mijlocul scalei în cazul aproximării printr-o linie poligonală a caracteristicii parabolice se micşorează faţă de valoarea de mai sus, obţinîndu-se prin măsurători valoarea $\varepsilon = 0{,}25\%$ la mijlocul scalei.

În tabela T se dau „rezultatele înmulţirilor din cele patru cadrane" efectuate la acest tip de înmulţitor.

Citirile s-au efectuat cu un voltmetru numeric.

În figura 7 este redată „Diagrama înmulţirilor" efectuată cu aparatul Luxytrace cînd mărimea U_1 este menţionată constantă (şi variată în trepte) şi mărimea U_2 este variată continuu de la zero la valoarea maximă (printr-un integrator) pentru fiecare treaptă a mărimii U_1.

În figura 8 este reprezentată „Schema de principiu a multiplicatorului analogic" realizat cu elemente de construcţie indigenă (IPRS—Băneasa, de precizie 5% nesortate) deci nu a necesitat importarea de materiale speciale.

Pentru ridicarea preciziei de lucru a acestui multiplicator, au fost introduse în schemă amplificatoarele operaţionale A_3 şi A_4 şi s-a procedat la mărirea numărului de segmente ale liniei poligonale care aproximează parabola în zona centrală a domeniului de lucru. În felul acesta s-a realizat o precizie dublă faţă de schemele clasice.

S-a stabilit mărimea erorii înmulţirilor efectuate cu această schemă analogică la mijlocul scalei, prin măsurători, la valoarea de 0,25%.

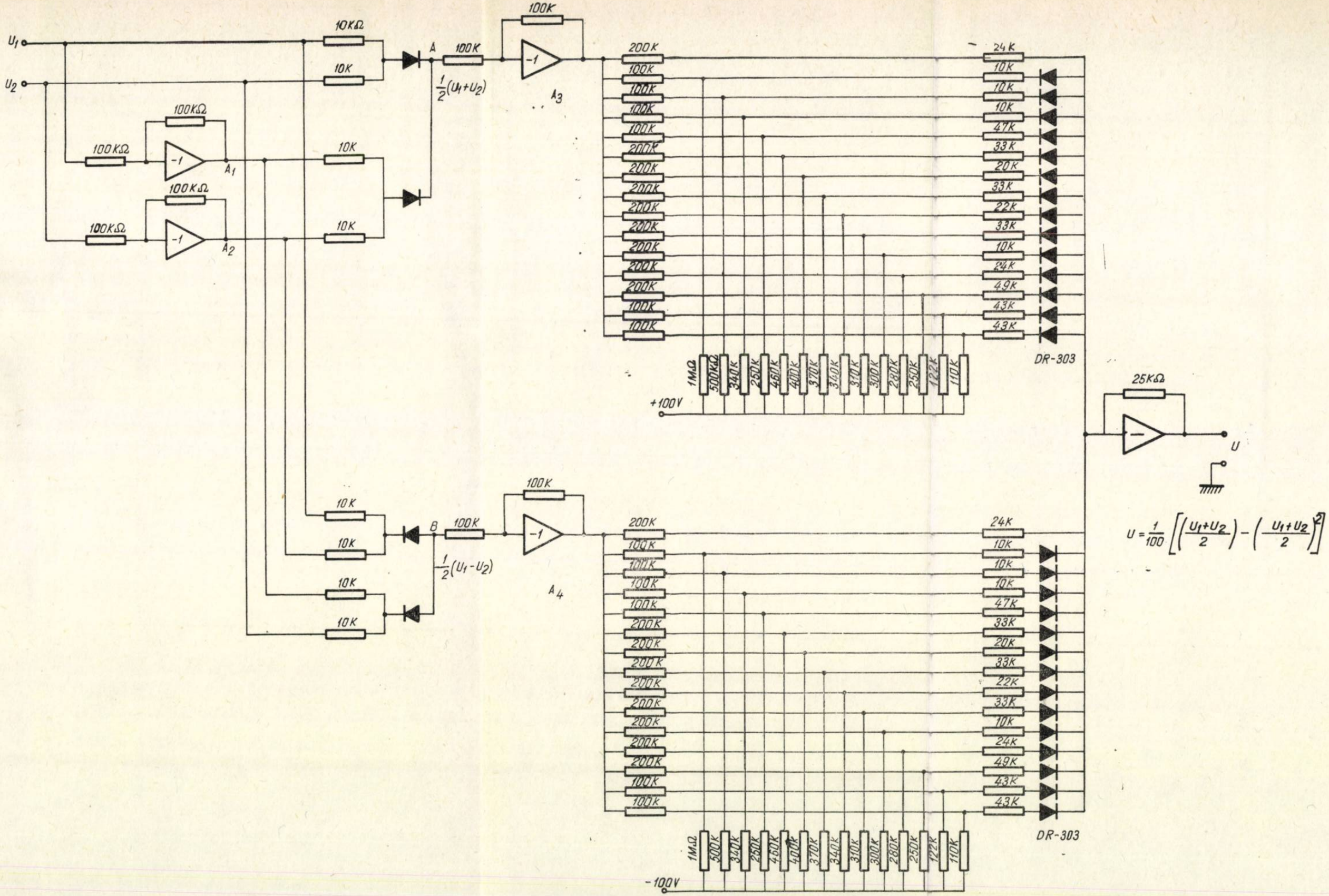


Fig. 8. — Schema de principiu a multiplicatorului analogic.

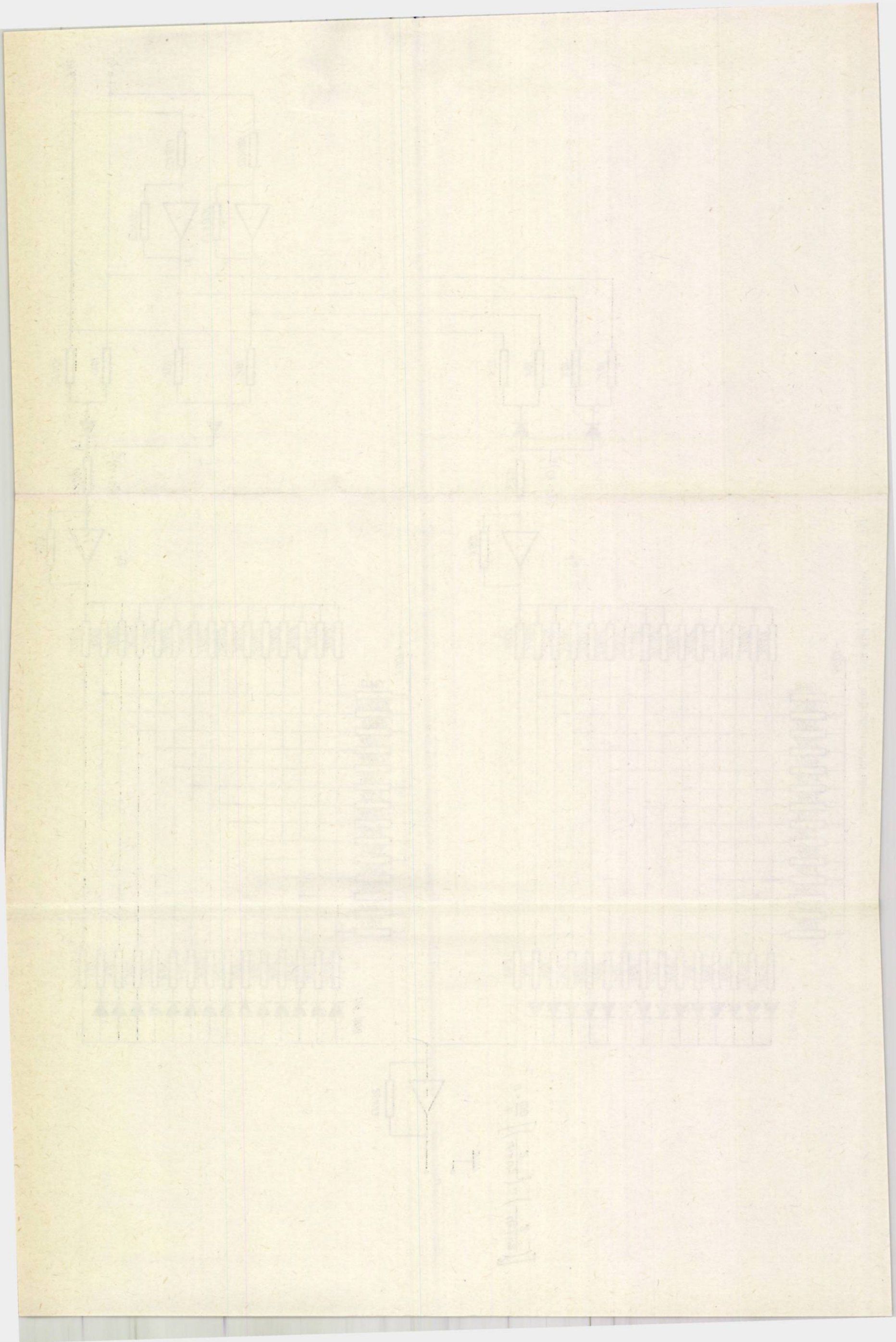


Tabela T

U_1	U_2	$U=(+U_1)\cdot(+U_2)$	$U=(+U_1)\cdot(+U_2)$	$U=(+U_1)\cdot(-U_2)$	$U=(-U_1)\cdot(-U_2)$
0	0	0	0	0	0
10	10	1,003	−1,003	−1,002	1,001
20	20	3,998	−3,984	−3,992	4,000
30	30	8,985	−8,974	−8,976	8,974
40	40	15,95	−16,03	−16,05	15,94
50	40	19,88	−19,99	−20,00	19,90
50	50	24,98	−25,16	−25,17	24,93
60	50	29,88	−30,02	−30,05	29,85
60	60	35,98	−36,09	−36,11	35,95
70	60	41,83	−41,98	−42,02	41,86
70	70	48,99	−49,17	−49,19	49,02
80	70	55,78	−56,01	−56,05	55,82
80	80	63,95	−64,14	−64,17	63,99
90	80	71,96	−71,98	−71,92	72,02
90	100	90,07	−89,78	−89,95	89,87
100	100	100,05	−100,10	−100,13	100,15

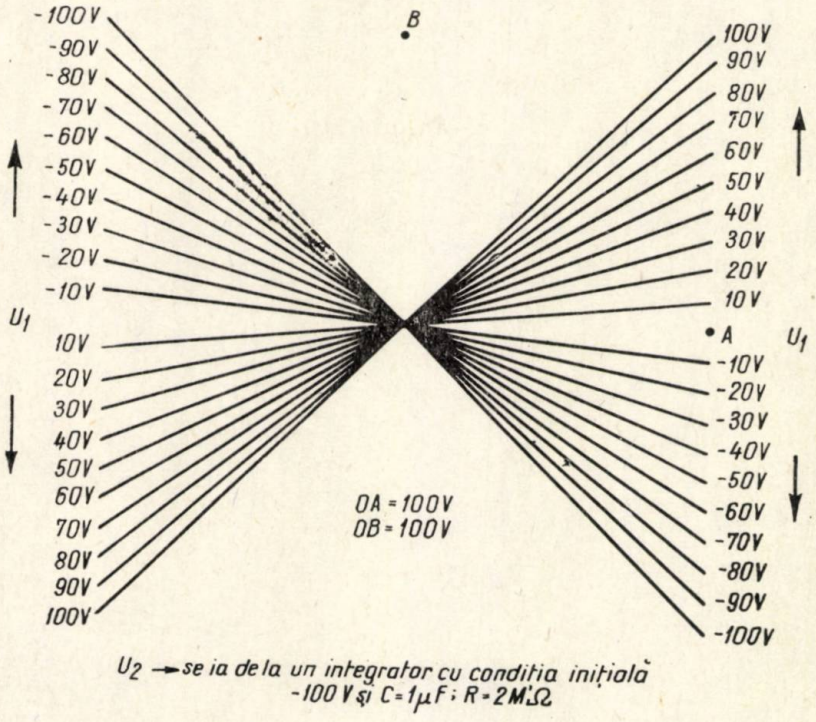


Fig. 7. — Diagrama înmulțirilor U_2 se ia de la un integrator cu condiția inițială -100 V și $C = 1$ F; $R = 2\text{M}\Omega$.

Domeniul de lucru al multiplicatorului este $\pm$ 100 V și s-a stabilit eroarea maximă la mijlocul scalei ca fiind punctul în jurul căruia frecvența înmulțirilor este cu mult mai mare decît la valoarea maximă.

BIBLIOGRAFIE

1. G. A. Korn, T. M. Korn, *Electronic analog and hybrid computer*, McGraw – Hill Book Company, New York.
2. Fifer Stanley, *Analogue computation*, McGraw-Hill Book Company – 1961.
3. B. Ia. Kogan, *Dispozitive electronice de modelare*, 1963.
4. M. Pelegriny, *Calculatoare analogice și numerice*, 1966.
5. A. Petrescu, *Elemente neliniare pentru calculatoarele analogice realizate cu diode Zener*, Automatica și Electronica, **XII**, *1*, (1968).
6. N. R. Scott, *Analog and digital computer technology*, New York, McGraw-Hill, 1960.

INSTALAŢIA PILOT DE VIZUALIZARE (Anagraf Dimo)

H. CRISTEA, D. HAIFLER, TH. MITACHE, T. MELINTE

621.311.161:518.4

Anagraful Dimo reprezintă o instalaţie periferică specializată, ataşată unui calculator de proces tip PSP-100. Este descrisă instalaţia — realizată în Institutul de energetică — care transferă conţinutul memoriei tampon a calculatorului în un convertor numeric — analogic, vizualizînd pe o consolă separată imaginea respectivă.
Sînt date în încheiere unele amănunte constructive precum şi concluziile obţinute în laborator şi prin instalarea la CET Craiova.

1. INTRODUCERE

Ca rezultat al cercetărilor efectuate în Institutul de energetică al Academiei R.S. România [1], [3], [4] pe baza invenţiei româneşti [2] (Titular MEE—ISPE), s-a conceput şi realizat „Instalaţia pilot de vizualizare" denumită „ANAGRAF DIMO", realizare la care şi-a dat concursul Institutul politehnic Bucureşti, Catedra de calculatoare electronice. Anagraful constituie de fapt un dispozitiv periferic specializat, ataşat unui calculator numeric de proces, construit sub forma unei instalaţii de laborator, cu posibilităţi de simulare a condiţiilor de cuplare la un calculator de proces, calculator prevăzut cu memorie tampon sub formă de registre binare. În scopul facilitării experimentării în laborator în condiţii similare cu cele de funcţionare ca dispozitiv periferic ataşat calculatorului de proces, instalaţia pilot de vizualizare a fost prevăzută cu un model simplificat al memoriei tampon.

Instalaţia pilot de vizualizare este compusă din două părţi principale (fig. 1):

A — ansamblul de tratare cifrică şi analogică a informaţiei;

B — ansamblul de afişare a imaginii nodale.

Schema bloc funcţională a instalaţiei de vizualizare cuprinde următoarele elemente (fig. 2):

— simulatorul memoriei tampon;
— circuitele de adaptare la memorie;
— registrele binare curente;

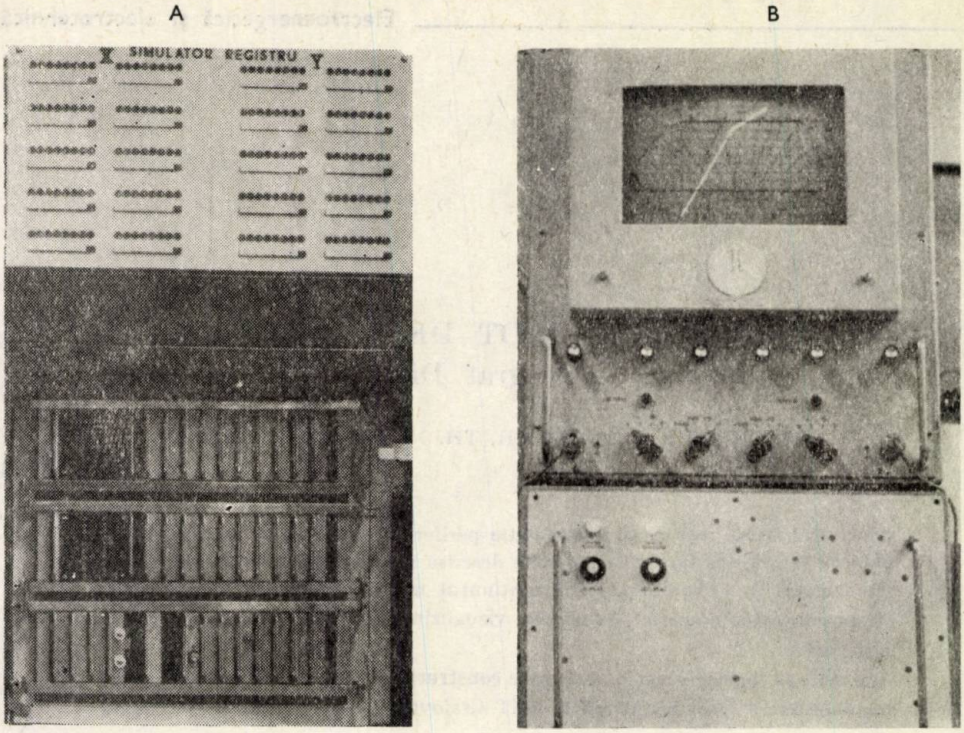


Fig. 1. — Vedere de ansamblu a instalației pilot de vizualizare.
A. — Ansamblul de tratare cifrică și analogică a informației.
B. — Ansamblul de afișare a imaginii nodale.

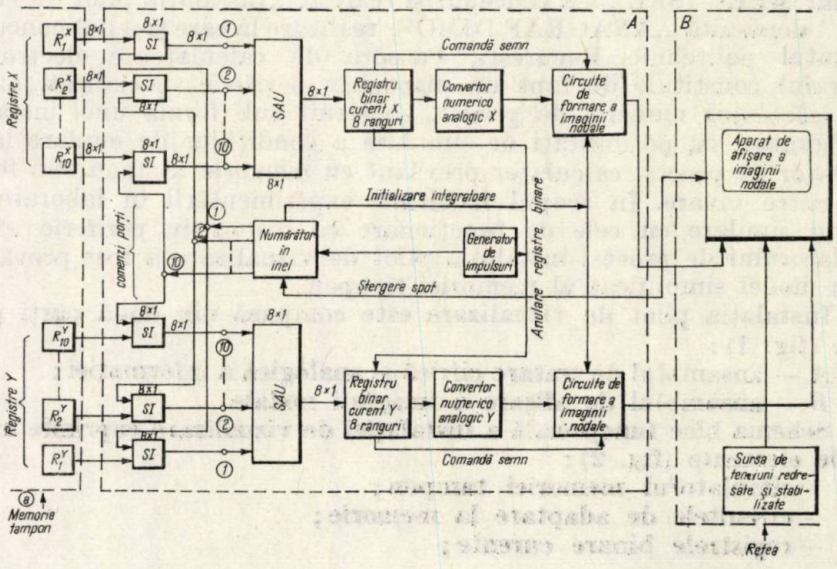


Fig. 2. — Schema funcțională a instalației pilot de vizualizare.

— convertorul numeric — analogic;
— circuitele funcționale de formare a imaginii nodale;
— circuitele de comandă și programare;
— surse de alimentare;
— aparatul de afișare a imaginii;
— blocul de alimentare al aparatului de afișare.

2. DESCRIEREA ELEMENTELOR COMPONENTE ALE ANAGRAFULUI

2.1. *Simulatorul memoriei tampon.* Memoria tampon e reprezentată în figura 2 prin registre X, registre Y și a fost modelată cu ajutorul elementelor de comutație statică. Nivelele impulsurilor de tensiune, care reproduc logica binară pozitivă sînt următoarele:

— pentru cifra „0" corespunde OV
— pentru cifra „1" corespunde +12 V.

Registrele binare cu lungime de 7 biți pentru valorile numerice ale coordonatelor ΔX, ΔY și un bit pentru semn sînt simulate printr-un comutator tip claviatură format din opt butoane cu autodeblocare individuală. Bitul de semn este marcat prin culoarea roșie a butonului corespunzător spre deosebire de culoarea albă a restului butoanelor.

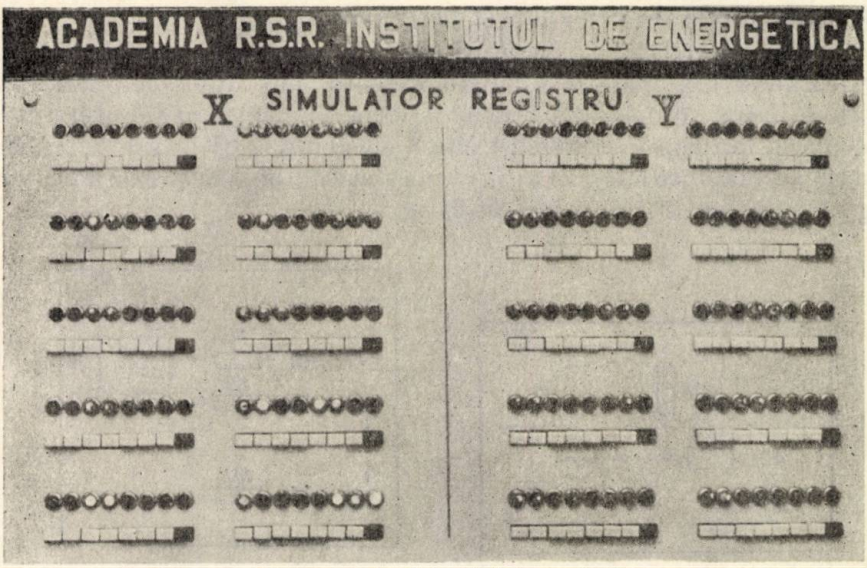


Fig. 3. — Vedere a simulatorului memoriei tampon.

Modelul memoriei tampon este asamblat pe o placă din material plastic pe care s-au montat comutatoarele (fig. 3) și becuri pentru semnalizare optică, indicînd deasemenea logica binară și anume:

— pentru cifra „0" becul este deconectat,
— pentru cifra „1" becul este conectat.

Simulatorul memoriei tampon este montat deasupra dulapului în care se găsește ansamblul de tratare cifrică și analogică a informației (fig. 1 *A*), fiind detașabil în caz de necesitate. Astfel, fiecare simulator de registru permite scrierea manuală, în cod binar natural a numerelor zecimale 0—127. În total, simulatorul memoriei tampon are 10 perechi de registre, pentru reprezentare în coordonate carteziene, a unui număr maxim de $n = 10$ fazori.

2.2. *Circuitele de adaptare la memoria tampon.* Circuitele de adaptare asigură transferul selectiv al conținutului registrelor memoriei tampon (de la calculator sau simulator) către registrele binare curente și au în componența lor două tipuri de elemente : elemente SI și elemente SAU (fig. 2).

Elementele „ȘI" (fig. 4) realizează adaptarea logicii pozitive a memoriei tampon la logica negativă a registrelor binare curente și execută la comandă, transferul paralel al tensiunilor corespunzătoare celor opt caractere binare ale valorilor coordonatelor stocate în registrele memoriei tampon, tensiuni care se cuplează permanent la intrarea acestora. Elementele „ȘI" au două mărimi de intrare (fig. 4) și anume :

— intrarea de semnal cuplată permanent, de la registrele memoriei tampon, cu nivelele de tensiune OV pentru cifra „0" și 12 V pentru cifra „1" ;

— intrarea de comandă cu nivelele de tensiune OV pentru cifra „O" și —24 V pentru cifra „1", intrare care constituie semnalul furnizat de către circuitele de comandă și programare.

Nivelele impulsurilor de ieșire pentru comanda circuitelor basculante bistabile din registrele binare curente sînt după cum urmează : OV pentru cifra „0" și —24 V pentru cifra „1". Pentru fiecare registru din memoria tampon s-au montat cîte 8 elemente, „ȘI", care îndeplinesc și funcția de adaptare a logicii pozitive a calculatorului de proces PSP—100 la logica negativă utilizată în instalație.

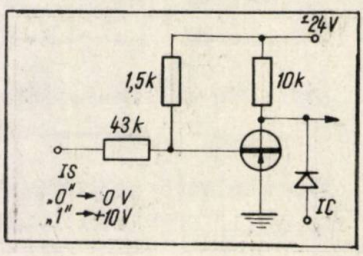


Fig. 4. — Schema de principiu a elementului „ȘI"

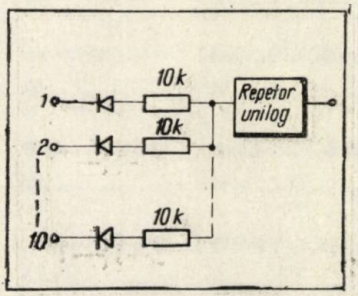


Fig. 5. — Schema de principiu a elementului „SAU".

Elementele „SAU" asigură selecția perechilor de valori a coordonatelor imaginii nodale. La fiecare fazor se montează o pereche de intrări de elemente SAU, elemente avînd evident fiecare cîte zece intrări și o ieșire (fig. 5).

2.3. *Registrele binare curente.* Registrele binare curente au rolul de stoca perechile de coordonate ΔX, ΔY ale fazorilor în mod temporar pentru perioada de timp τ în care se afișează fazorul. Registrele curente binare în număr de două (unul pe axa oX și altul pe axa oY) sînt construite fiecare din elemente NICI și reprezintă un ansamblu de opt circuite basculante bistabile (fig. 6).

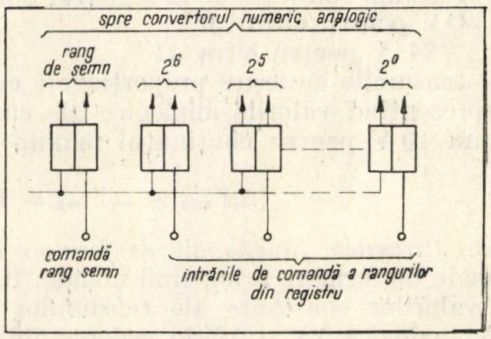


Fig. 6. — Schema funcțională a registrului de coordonate curente.

Circuitele basculante bistabile au o intrare de lucru unde se transferă simultan conținutul unui registru al memoriei tampon și o intrare de ștergere (anulare) a conținutului registrului, acesta fiind șters printr-un impuls aplicat de la circuitele de comandă și programare, după cercetarea și prelucrarea fiecărei perechi de registre din memoria tampon.

2.4. *Convertorul numeric — analogic.* Convertorul numeric-analogic este alcătuit dintr-un bloc de conversie binar-analogic și este utilizat pentru convertirea unui număr cu maximum 8 ranguri binare. Intrările blocului pentru conversie numerică-analogică se cuplează la circuitele basculante bistabile ale registrelor binare curente (fig. 7).

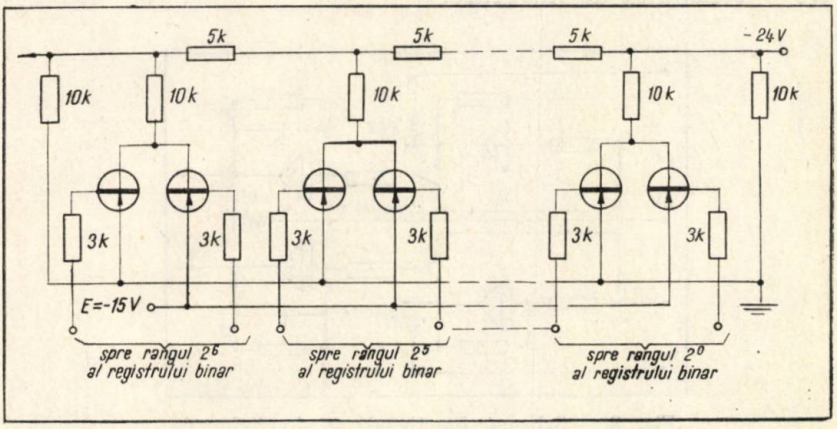


Fig. 7. — Schema de principiu a convertorului numeric — analogic.

Principiul de funcționare se bazează pe divizarea tensiunii etalon E_{et} de către o rețea de rezistențe comutabile, comandate de tranzistoare în stare de conducție sau de blocare.

Blocul de conversie numeric-analogic funcţionează în următoarele condiţii:

— tensiune de alimentare

$E_c = -24$ V — tensiune aplicată pe colector,

$E_{et} = -15$ V — tensiune etalon obţinută printr-un redresor stabilizat de mică putere

— tensiuni colectate de la registrul binar curent:

0 V pentru cifra „0"

−24 V pentru cifra „1"

— tensiunile de ieşire proporţionale cu componentele ΔX respectiv ΔY, reprezentînd valorile analogice ale coordonatelor fazorilor, sînt de maximum 10 V pentru conţinutul maxim al registrului.

$$(\overline{\Delta X}_{max} = \Delta Y_{max} = 10 \text{ V}).$$

2.5. *Circuitele funcţionale de formare a imaginii nodale.* Circuitele funcţionale de formare a imaginii nodale (fig. 8) au drept scop transformarea valorilor constante ale tensiunilor de la ieşirea convertoarelor numeric-analogice ΔX şi ΔY în vederea obţinerii tensiunilor de comandă a spotului tubului catodic $\overline{X}$ şi $\overline{Y}$. Aceste circuite funcţionează în regim dinamic, exprimat analitic prin următoarele expresii [3]:

$$\overline{X} = \frac{1}{RC}\int_0^{\tau} \overline{\Delta X}\, dt \tag{1}$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{RC}\int_0^{\tau} \Delta\overline{Y}\, dt \tag{2}$$

în care

τ — durata de integrare, aceeaşi pentru toate perechile de fazori;

RC — constanta de integrare.

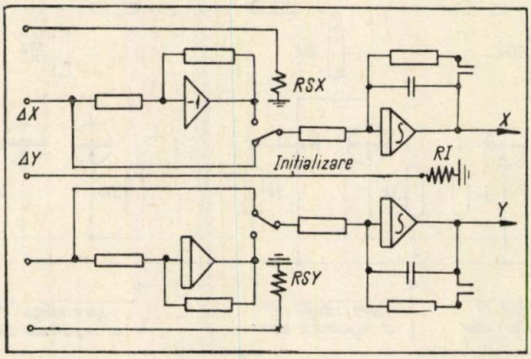


Fig. 8. — Schema funcţională a circuitelor de formare a imaginii.

Aceste expresii sînt modelate fizic cu ajutorul unor amplificatoare operaţionale funcţionînd ca integratoare cu condiţii iniţiale nule. Iniţializarea circuitelor de integrare se face cu relee polarizate acţionate după

fiecare ciclu de către circuitele de comandă și programare. Astfel, în cele din urmă, valorile coordonatelor curente ale fazorilor vor fi accesibile la ieșirea acestor circuite sub formă de tensiune liniar variabile în timp. Semnul coordonatelor se obține din circuitul basculant bistabil al registrului binar curent, afectat special pentru semn, care comandă, cu ajutorul unor relee speciale cu timp mic de comutație, intrarea în circuitele de integrare directă, pentru valori pozitive sau prin inversor pentru valori negative ale coordonatelor.

Amplificatoarele operaționale integratoare sînt prevăzute cu circuite pentru blocarea derivei și cu potențiometre ușor accesibile pentru reglajul manual.

2.6. *Circuitele de comandă și programare.* Aceste circuite au drept scop elaborarea de comenzi pentru editarea imaginii nodale cu un număr variabil de fazori (1—10) și într-o anumită ordine. Comenzile necesare sînt :

— impulsuri negative întîrziate pentru comanda elementelor „SI" din circuitele de adaptare ;

— impulsuri de ștergere a registrelor binare curente ;

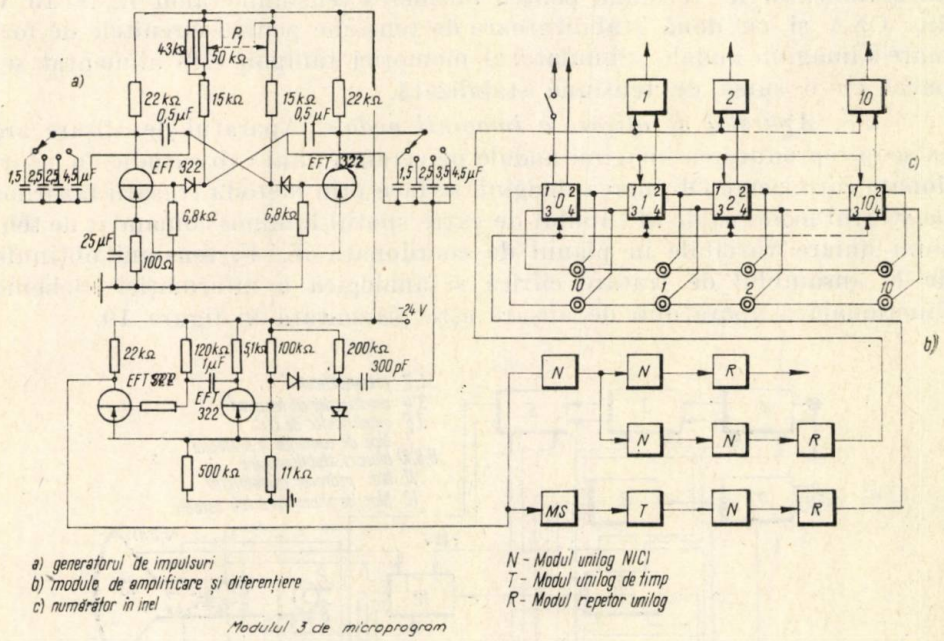


Fig. 9. — Schema de principiu a circuitelor de comandă și programare.

— impulsuri pentru inițializarea amplificatoarelor operaționale integratoare după fiecare ciclu ;

— impulsuri pentru anularea întoarcerii spotului aparatului de afișaj.

Modul de realizare a acestor comenzi este reprezentat în figura 9.

Un generator de impulsuri (fig. 9*a*, *b*) realizat ca un montaj basculant astabil, cu perioadă de timp variabilă în trepte și continuu (1/2—1/100 s), acționează un circuit basculant monostabil, care la rîndul său comandă un numărător în inel (fig. 9 *c*) cu număr variabil de celule (1—11), celule a căror ordine poate fi inversată cu ajutorul unui comutator (fig. 9*a*). Se menționează faptul că numărătorul este acționat de impulsuri pozitive, generatorul de impulsuri, livrînd atît impulsuri pozitive cît și negative. Impulsurile de comandă necesare acționării elementelor „SI" cu perioada de timp τ se obțin la ieșirea fiecărei celule a numărătorului, prin sincronizarea impulsului întîrziat cu impulsul obținut la ieșirea generatorului de impulsuri. Impulsul de ștergere a registrelor binare curente cu aceeași perioadă τ, se obține direct de la generator, fără a fi întîrziat. Impulsul pentru inițializarea amplificatoarelor operaționale integratoare cu perioada $T = n\tau$ se obține de la prima celulă a numărătorului în inel și comandă releul de inițializare. Impulsul pentru ștergerea întoarcerii spotului aparatului de afișaj cu aceeași perioadă T se obține direct de la ultima celulă a numărătorului în inel.

2.7. *Surse de alimentare.* Tensiunile necesare funcționării ansamblului de tratare cifrică și analogică a informației sînt furnizate de către o sursă UNILOG standard 24 V, 5 A. Instalația mai este prevăzută cu un stabilizator de tensiune pentru obținerea tensiunii etalon $E_{et} = 15$ V din CNA și cu două stabilizatoare de tensiune pentru circuitele de formare a imaginii nodale. Simulatorul memoriei tampon este alimentat separat cu o sursă de tensiune stabilizată.

2.8. *Aparatul de afișare a imaginii nodale.* Aparatul de afișare are ca scop reproducerea imaginii nodale pe ecranul unui tub catodic în coordonate carteziene. Obținerea imaginii se face prin metoda trasării fazorilor pe stratul iconoscopic al tubului de către spotul luminos comandat de tensiuni liniare variabile în planul de coordonate X, Y, tensiuni obținute de la ansamblul de tratare cifrică și analogică a informației. Schema funcțională a aparatului de afișare este prezentată în figura 10.

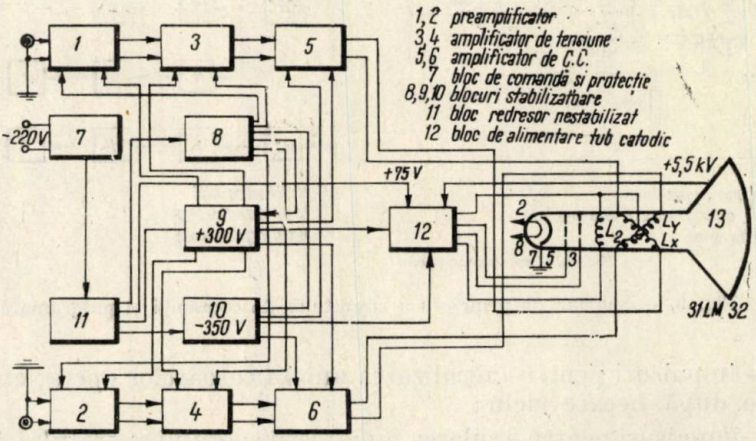
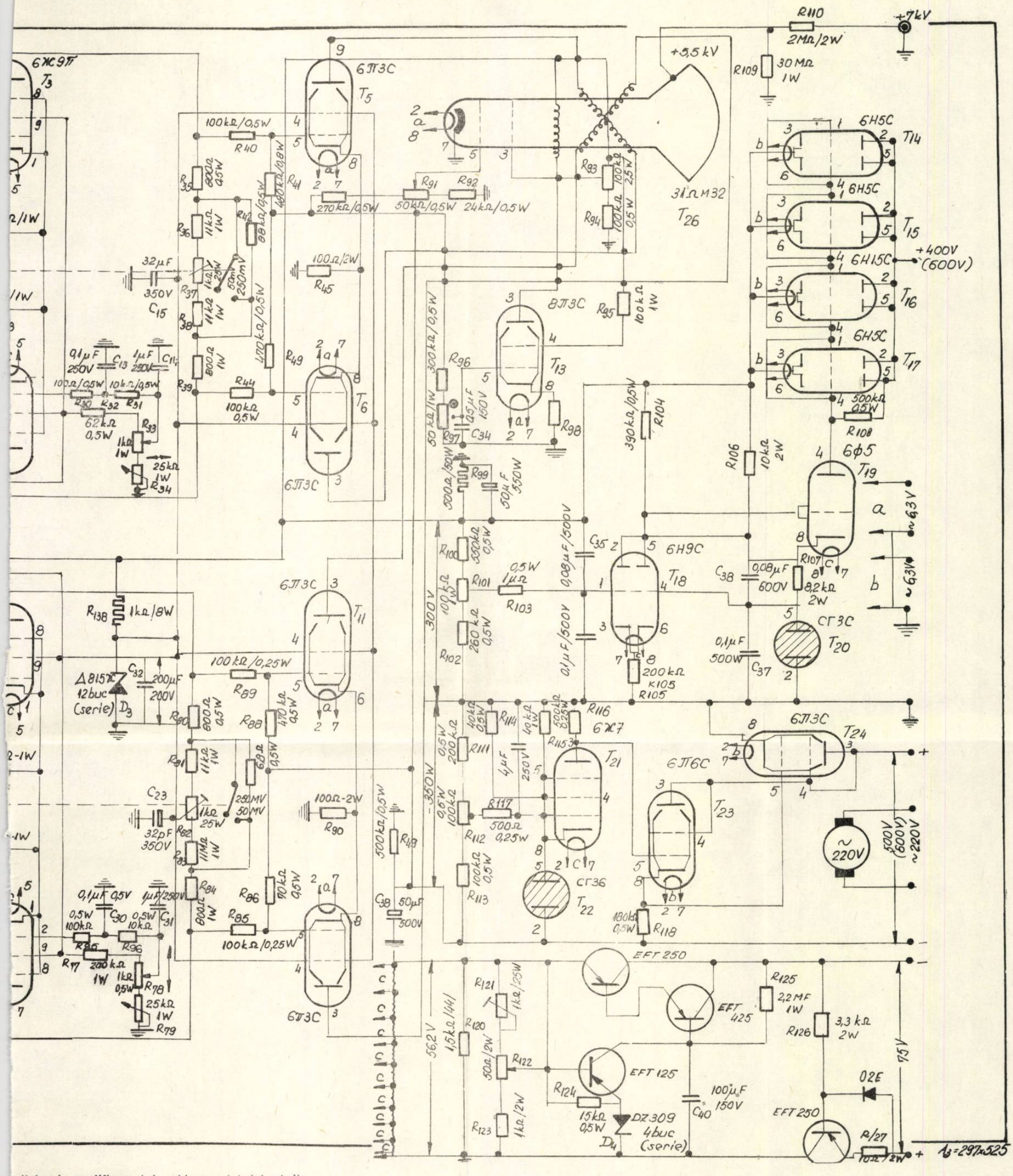


Fig. 10. — Schema funcțională a ansamblului de afișare.



cuitelor de amplificare şi de echipare a tubului catodic.

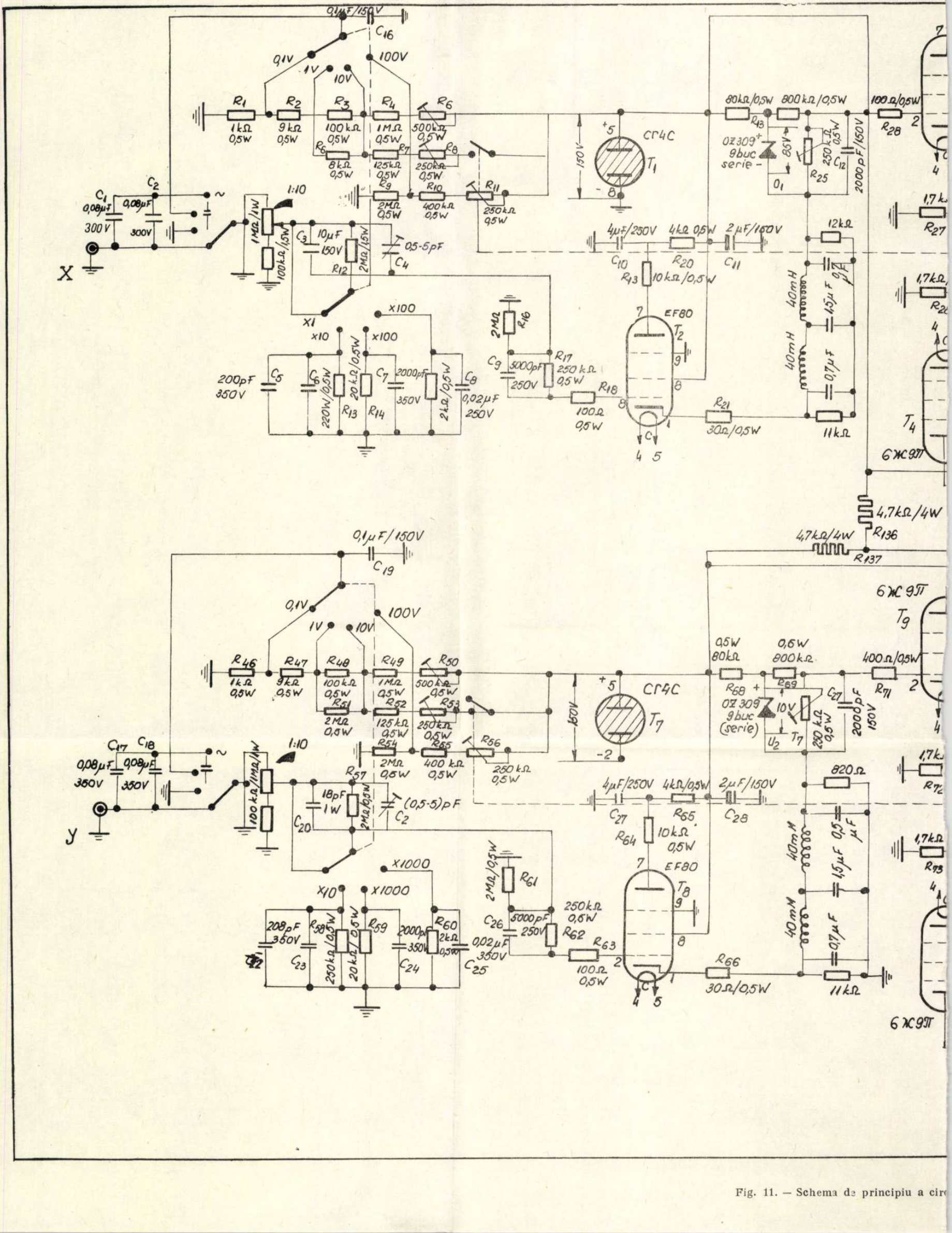


Fig. 11. — Schema de principiu a cir

Schema de principiu a circuitelor de amplificare pe cele două axe și de echipare a tubului catodic este dată în figura 11.

Lanțul de amplificare pe fiecare axă este compus dintr-un etaj repetor catodic pentru adaptarea impedanței de ieșire a circuitelor de formare a imaginii nodale la impedanța de intrare a etajelor de amplificare de tensiune. După repetorul catodic urmează un etaj defazor cu cuplaj catodic, care are drept scop amplificarea tensiunilor de semnal la valori necesare comenzii etajului de putere în contra timp, etaj care alimentează bobinele de deflexie.

Amplificatoarele fiind de curent continuu s-au prevăzut măsuri riguroase pentru anularea derivei acestora (redresarea și stabilizarea tensiunii de filament, stabilizarea tensiunilor anodice și de ecran ale tuburilor electronice etc.). Lanțurile de amplificare sînt prevăzute cu posibilitatea variației în trepte și reglare fină a amplificării.

2.9. *Blocul de alimentare a aparatului de afișaj.* Blocul de alimentare al aparatului de afișaj furnizează tensiunea înaltă nestabilizată pentru tubul catodic, și tensiunea stabilizată necesară alimentării tuburilor electronice din lanțurile de amplificare. Este prevăzut și un redresor stabilizat tranzistorizat pentru alimentarea filamentelor tuburilor electronice.

Tubul catodic utilizat pentru afișarea imaginii este un tub cu remanență mare a stratului iconoscopic. Remanența stratului iconoscopic al tubului catodic, impusă de principiul de funcționare al anagrafului, este necesară în primul rînd pentru asigurarea persistenței imaginii reprezentate pe ecran în ciclu cu perioada de timp T reglabilă în intervalul de $n(0{,}01 - 0{,}5)$ s ; n fiind numărul de fazori reprezentați în imagine. O altă facilitate oferită de remanență mare a stratului iconoscopic al tubului o constituie creearea posibilității redării pe ecran a imaginilor persistente obținute într-un număr de cicluri succesive, cicluri care pot reprezenta evoluția unui regim dinamic simulat sau real, curent analizate în urmărirea funcționării grupurilor din sistemul electroenergetic.

3. CONCLUZII PRIVIND CONSTRUCȚIA, FUNCȚIONAREA ȘI EXPLOATAREA INSTALAȚIEI PILOT DE VIZUALIZARE

Alegerea soluției constructive a fost influențată de termenele foarte scurte acordate pentru realizarea instalației. Etapa de proiectare a fost deci eliminată, trecîndu-se direct la realizarea subansamblelor funcționale, ansamble a căror experimentare s-a făcut pe parcurs.

Partea de tratare cifrică și analogică a informației a fost realizată constructiv cu module UNILOG. Acest fapt s-a răsfrînt în mod negativ asupra prețului de cost al instalației ridicîndu-l în mod arbitrar. Dulapul în care a fost montat acest ansamblu a fost netipizat, după un proiect propriu, avînd și el deci un preț de cost exagerat.

Reluarea construcției pe scară industrială a acestor aparate necesită efectuarea etapei de proiectare în care să se prevadă utilizarea elementelor la nivelul tehnicii actuale, eventual circuite integrate.

Concluziile ce se desprind din funcționarea instalației în condiții de laborator în perioada 20 decembrie 1969 — 15 mai 1970 au confirmat viabilitatea schemelor de principiu adoptate arătînd largile posibilități ale instalației. S-a observat că instalațiile industriale vor trebui să fie

mult mai puţin complexe decît instalaţia pilot, nefiind necesare nici simulatorul de memorie tampon nici o structură complexă a circuitelor de comandă. Numărul maxim de 10 fazori din care poate fi compusă imaginea nodală afişată de instalaţia pilot depăşeşte cu mult condiţiile impuse unei instalaţii industriale adaptate marilor grupuri din sistem sau camerelor de comandă din centralele electrice.

În luna mai 1970, instalaţia pilot de vizualizare a fost cuplată la calculatorul de proces PSP—100 ataşat grupului 8 de la CET Craiova. Funcţionarea instalaţiei în această perioadă a permis extragerea altor concluzii privind exploatarea ei în condiţii industriale printre care :

a) rezultatele obţinute prin cuplarea la calculator au confirmat ipotezele formulate şi verificate anterior în condiţii de laborator, obţinîndu-se volumul propus de informaţii, asupra comportării grupului de regim staţionar de funcţionare ;

b) instalaţia pilot de vizualizare şi-a dovedit largile posibilităţi de utilizare. Cuplarea la calculator impune condiţii riguroase asupra întocmirii de programe de calcul adecvate.

c) siguranţa în funcţionare a fost verificată în timp prin probe de funcţionare de lungă durată şi în condiţii exterioare dificile ale mediului ambiant (temperatură ridicată). Pentru o utilizare pe scară largă a instalaţiei se impune instruirea personalului de exploatare şi o simplificare constructivă a instalaţiei, reducîndu-se elementele de reglaj.

4. BIBLIOGRAFIE

1. Paul Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*. Edit. Academiei, Bucureşti, 1968.
2. Paul Dimo, Petre Dimo, *Instalaţie destinată analizei comportării sistemelor electroenergetice*. Brevet OSI nr. 50537 din 29 IV 1966.
3. H. Cristea, *Concepte figurative şi console periferice ataşate calculatoarelor pentru analiza automată a comportării sistemului electroenergetic*. Teză de doctorat. Academia R.S.România, 1969.
4. H. Cristea, *Posibilităţi de construire în ţară a dispozitivelor periferice*. A doua conferinţă a electricienilor. Bucureşti, 1968.
5. H. R. Luxemburg, R. L. Kuehn, *Display System Engineering* Mc Graw Hill Book, 1968.

POTENȚIALUL ELECTRIC AL FLĂCĂRILOR DE GAZE NATURALE ȘI CONTROLUL AUTOMAT AL ARDERII

DE

AL. DĂNESCU, I. IORDACHE, EL. DĂMĂCEANU

621.311.22

Se prezintă valorile forței electromotoare generată de flăcările de gaze naturale, precum și prelucrarea datelor experimentale obținute în diferite condiții de experimentare.

1. INTRODUCERE

Procesul de ionizare, care are loc în flacără, prezintă un interes deosebit din punctul de vedere al posibilităților de folosire a lui la realizarea controlului automat, al prezenței flăcării în instalațiile de ardere a gazelor naturale.

Procesul de ionizare conferă flăcării anumite proprietăți electrice, dintre care cea mai cunoscută este proprietatea de conductivitate electrică a flăcării, care în trecut se utiliza la controlul automat al arderii. Această metodă de control a arderii, prin intermediul conductivității electrice a flăcării, se arată în literatura de specialitate [1] că este insuficientă, deoarece, prin astfel de control, existența flăcării pe arzător poate fi simulată printr-o închidere oarecare a circuitului electric.

Cercetările recente [1] au arătat că metodele de control automat al existenței flăcării în instalațiile de ardere trebuie să utilizeze alte proprietăți electrice ale flăcării și anume proprietatea flăcărilor de a genera o forță electromotoare.

Principiul controlului automat al existenței flăcării, prin utilizarea potențialului electric al flăcării, poate fi prezentat simplificat prin schema din figura 1.

Cu ajutorul celor doi electrozi I și II, instalați unul în conturul flăcării și celălalt pe capul arzătorului, se culege un semnal electric pulsatoriu de același semn. Semnalul electric cules este înmagazinat în condensatorul C și apoi introdus într-un amplificator, unde este amplificat pînă la o valoare suficientă pentru a putea acționa releul electromagnetic R.

Superioritatea acestei metode de control automat a existenței flăcării în instalațiile de ardere, în comparație cu cea a conductivității electrice a flăcării, constă în aceea că flacăra îndeplinește nu numai funcția de con-

ductor electric prin care se închide circuitul, ci ea însăşi generează semnalul electric, care este utilizat în calitate de impuls de comandă a automatului. Astfel, la stingerea flăcării semnalul electric dispare o dată cu flacăra, ceea ce va face ca automatul să închidă admisia gazului în instalaţia de ardere.

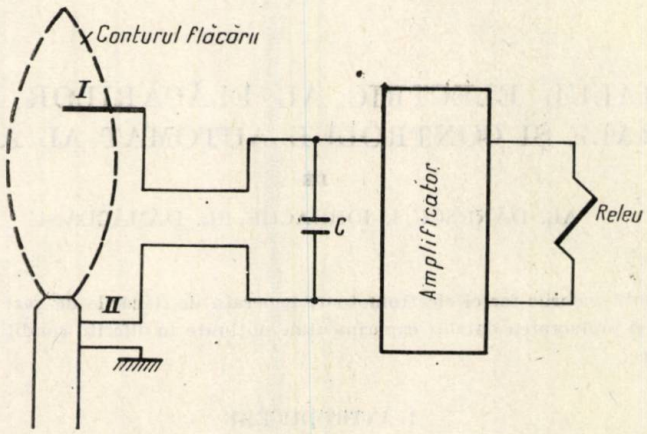


Fig. 1. — Schemă simplificată a instalaţiei pentru controlul automat al existenţei flăcării.

Pentru aplicarea practică a schemei de control automat al existenţei flăcării în instalaţiile de ardere, folosind potenţialul electric al flăcării, sînt necesare date referitoare la valorile forţei electromotoare generată de flacără, în funcţie de anumite caracteristici ale flăcării.

O instalaţie de control automat al arderii, bazată pe potenţialul electric al flăcării, a fost realizată în U.R.S.S., dar după cum se arată în [1] nu s-a publicat nimic în legătură cu caracteristicile constructive şi rezultatele în exploatare ale acestei instalaţii automate.

În ceea ce priveşte publicaţiile privind rezultatele cercetărilor referitoare la forţa electromotoare generată de flacără, trebuie arătat că acestea sînt aproape inexistente.

În cele ce urmează se vor prezenta rezultatele cercetărilor experimentale, efectuate de autori, privind determinarea forţei electromotoare generată de flăcările obţinute la arderea gazelor naturale.

2. DETERMINAREA FORŢEI ELECTROMOTOARE GENERATĂ DE FLACĂRĂ

Pentru determinarea forţei electromotoare generată de flacăra de gaze naturale, s-a utilizat o instalaţie experimentală, care schematizată se prezintă ca în figura 2.

Cei doi electrozi I şi II sînt confecţionaţi din acelaşi metal, unul din ei fiind introdus în flacără, iar celălalt legat direct la capul arzătorului. Legătura electrică între electrozii I şi II se realizează prin intermediul flăcării III. Forţa electromotoare generată de flacără s-a măsurat cu ajutorul voltmetrului electronic *V*.

În cazul de față, schematizat în figura 2, se formează două termocuple; o termocuplă formată de electrodul I și flacăra III, iar cea de-a doua formată de electrodul II cu flacăra III, avînd forțele electromotoare E_{I-III} și respectiv E_{II-III}.

Forța electromotoare generată de flacără, în acest caz, va fi dată de relația

$$E = E_{I-III} - E_{II-III}. \quad (1)$$

În cazul în care flacăra se desprinde de gura arzătorului forța electromotoare este nulă. Din această cauză, pentru flăcările suspendate (flăcări desprinse de gura arzătorului) s-a folosit o altă schemă de determinare a forței electromotoare generată de flacără, schemă prezentată în figura 3.

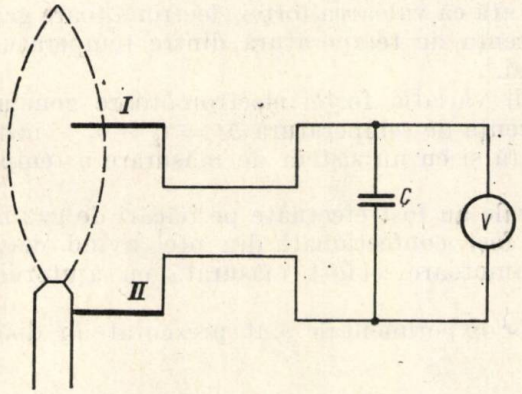


Fig. 2. — Schemă de măsură a forței electromotoare în cazul flăcărilor amorsate pe gura arzătorului.

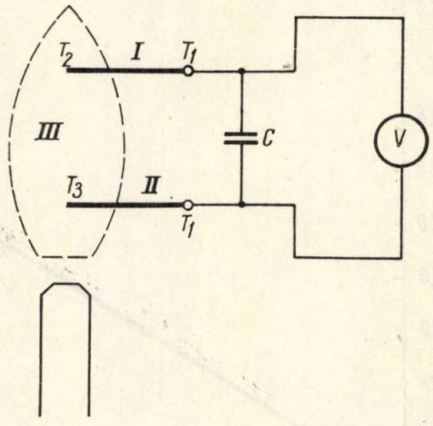


Fig. 3. — Schema de măsură a forței electromotoare în cazul flăcărilor suspendate.

În cazul schemei din figura 3, cei doi electrozi sînt introduși în flacără la nivele diferite, deci și la temperaturi diferite. Temperaturile capetelor libere ale celor doi electrozi vor fi t_2 și respectiv t_3. Cum temperaturile capetelor electrozilor, exterioare flăcării, sînt egale avînd valorile t_1, atunci,

conform [1], cele două forţe electromotoare E_{I-III} şi E_{II-III} vor fi date de relaţiile

$$\left.\begin{aligned} E_{I-III} &= (\alpha_1 - \alpha_2)(t_2 - t_1) \\ E_{II-III} &= (\alpha_1 - \alpha_2)(t_3 - t_1) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

în care

α_1 este un coeficient care depinde de caracteristicile flăcării, avînd dimensiunea mV/grad;

α_2 — coeficient care depinde de caracteristicile electrodului mV/grad.

În această situaţie, se poate scrie forţa electromotoare generată de flacără sub forma:

$$E = E_{I-III} - E_{II-III} = (\alpha_1 - \alpha_2)(t_2 - t_3). \quad (3)$$

Din relaţia (3) se constată că valoarea forţei electromotoare generată de flacără depinde de diferenţa de temperatură dintre temperaturile la care se află cei doi electrozi.

Pentru a putea stabili variaţia forţei electromotoare generată de flacără — în funcţie de diferenţa de temperatură $\Delta t = t_2 - t_3$ — instalaţia experimentală a fost echipată şi cu un sistem de măsurare a temperaturilor din flacără.

Încercările experimentale au fost efectuate pe flăcări de gaz metan.

Electrozii folosiţi au fost confecţionaţi din oţel avînd diametrul de 2 mm, iar forţa electromotoare a fost măsurată cu ajutorul unui voltmetru electronic.

Rezultatele încercărilor experimentale sînt prezentate în diagrama din figura 4.

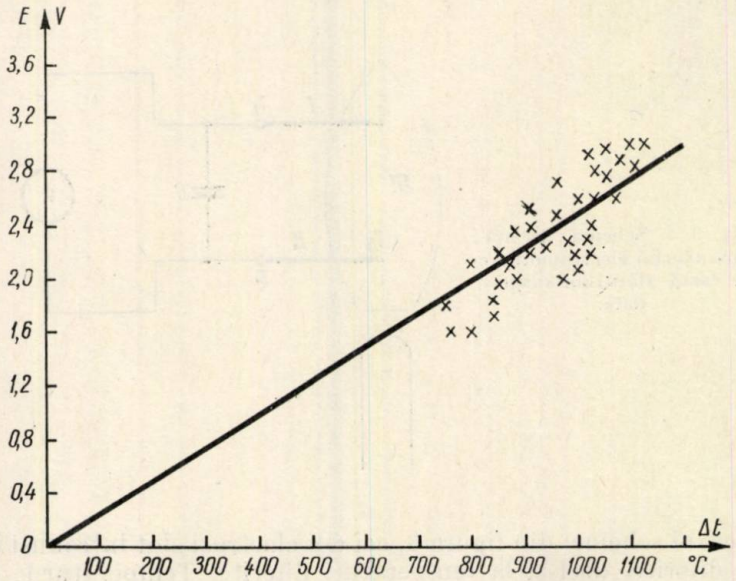


Fig. 4. — Variaţia forţei electromotoare în funcţie de diferenţa de temperatură Δt_i, la arderea gazului metan.

Din analiza diagramei din figura 4, se observă că variația forței electromotoare generată de flacără, în funcție de diferența de temperatură $\Delta t = t_2 - t_3$ este în concordanță cu relația (3), adică este de natură liniară.

Pentru a găsi panta acestei drepte, adică coeficientul $(\alpha_1 - \alpha_2)$, s-a folosit una din metodele statisticii matematice și anume metoda abaterii medii pătratice minime, care în cazul de față se prezintă sub forma :

$$\sum_{i=1}^{n} (E_{im} - E_{ic})^2 = \min, \tag{4}$$

în care

E_{im} este valoarea forței electromotoare generată de flacără măsurată, corespunzătoare diferenței de temperatură Δt_i ;

E_{ic} — valoarea forței electromotoare generată de flacără, calculată, corespunzătoare aceleeași diferențe de temperatură Δt_i.

Avînd în vedere variația lineară a forței electromotoare cu diferența de temperatură Δt_i, se poate scrie

$$E_{ic} = \alpha \Delta t_i \tag{5}$$

în care α este panta dreptei [mV/°C].

Înlocuind relația (5) în (4) se obține

$$\sum_{i=1}^{n} (E_{im} - \alpha \Delta t_i)^2 = \min. \tag{6}$$

Panta dreptei α se determină din condiția

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\sum_{i=1}^{n} (E_{im} - \alpha \Delta t_i)^2 \right] = 0, \tag{7}$$

care în final conduce la relația :

$$- \sum_{i=1}^{n} E_{im} \Delta t_i + \alpha \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i^2 = 0, \tag{8}$$

în care n este numărul punctelor (valorilor experimentale).

Din relația (8) se obține valoarea pantei dreptei

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} E_{im} \Delta t_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta t_i^2} \cdots \tag{9}$$

Utilizînd, în relația (9), datele experimentale prezentate în diagrama din figura 4, s-a obținut pentru α valoarea $\alpha = 2{,}54066$ mV/°C, astfel

că ecuația care dă variația forței electromotoare generată de flăcările de gaz metan în funcție de diferența de temperatură Δt_i, are forma

$$E = 2{,}54066\ \Delta t. \tag{10}$$

Pentru a determina eroarea cu care relația (10) este satisfăcută de datele experimentale s-a stabilit mai întîi eroarea standard, care conform [3] este dată de relația

$$q = \frac{\sum_{i=1}^{n} (E_{im} - E_{ic})^2}{n}. \tag{11}$$

Înlocuind valorile E_{im} determinate experimental și valorile E_{ic} calculate cu relația (10), se obține pentru abaterea standard valoarea $q = 0{,}0378$ V.

Abaterea procentuală se calculează cu relația

$$\varepsilon\% = \frac{100q}{E_{\text{med}}} \tag{12}$$

în care E_{med} este valoarea medie aritmetică a forței electromotoare, putînd fi calculată cu relația:

$$E_{\text{med}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} E_{im}}{n}. \tag{13}$$

Din datele experimentale s-a stabilit că valoarea medie a forței electromotoare generată de flăcările de gaz metan este $E_{\text{med}} = 2{,}32$ V. Cu aceste date a rezultat valoarea erorii procentuale $\varepsilon = 1{,}62\%$, fapt care arată că relația (10) conduce la valori ale forței electromotoare generată de flăcările gazelor naturale, în funcție de diferența de temperatură Δt_i, în deplină concordanță cu valorile obținute pe cale experimentală.

Pentru ca rezultatele obținute să aibă un caracter cît mai general, a fost prelucrat un număr mare de date experimentale, stabilite atît pentru flăcări cu preamestec, cît și pentru flăcări pur difuzive.

În literatura de specialitate [1], se prezintă rezultatele unor cercetări experimentale referitoare la forța electromotoare generată de flăcările obținute la arderea butanului, găsindu-se o valoare medie pentru $\alpha_1 - \alpha_2$, aproximativ egală cu 2,3 mV/°C. Trebuie arătat că această valoare de 2,3 mV/°C nu a fost determinată pe baza metodelor statisticei matematice, ci ea reprezintă o medie aritmetică a opt valori determinate experimental.

În ceea ce privește influența suprafeței de contact dintre electrod și flacără, asupra mărimii forței electromotoare generată de flacără, rezultatele cercetărilor experimentale prezentate în [1] au arătat că practic această influență este nesemnificativă, lucru ce poate fi observat și din diagrama din figura 5.

Astfel din diagrama din figura 5, se constată că la o creștere a suprafeței de contact dintre electrod și flacără de la 4 cm² la 28 cm², forța electromotoare generată de flacără crește de la 1,1 V la 1,2 V, ceea ce reprezintă o creștere foarte mică, în raport cu creșterea suprafeței de contact.

Tot în figura 5 este prezentată și instalația experimentală pentru studiul influenței suprafeței de contact asupra forței electromotoare.

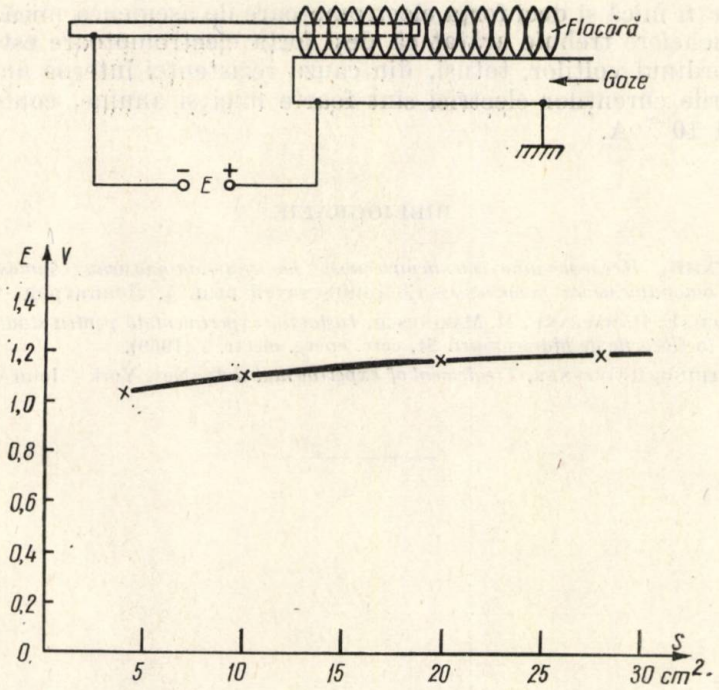


Fig. 5. — Variația forței electromotoare în funcție de suprafața de contact dintre electrod și flacără.

3. CONCLUZII

Cercetările experimentale privind forța electromotoare generată de flacără au scos în evidență influența diferenței de temperatură dintre temperaturile celor doi electrozi, valoarea forței electromotoare la arderea gazului metan fiind de ordinul a 2,5 V la o diferență de temperatură $\Delta t_i = 1000°C$.

Proprietatea flăcării de a produce o forță electromotoare poate fi utilizată pentru controlul automat al existenței flăcării în focarele instalațiilor de ardere, putîndu-se folosi o instalație a cărei schemă de funcționare este prezentată simplificat în figura 1.

În ceea ce privește electrozii, aceștia pot fi confecționați din oțel și introduși în flacără în același mod ca și în schemele folosite pentru determinarea forței electromotoare generată de flacără.

Pentru obținerea unei diferențe de temperatură între temperaturile celor doi electrozi, cît mai mare, ceea ce înseamnă producerea unei forțe electromotoare mari, conform [1], se poate imagina o instalație în care unul din electrozi să fie prevăzut cu un orificiu central și răcit cu aer comprimat. În acest caz, cei doi electrozi pot fi amplasați la același nivel în flacără. Această metodă este recomandabilă în special la flăcările suspendate, unde diferența de temperatură între temperaturile celor doi electrozi ar fi mică și deci forța electromotoare de asemenea mică.

În încheiere trebuie arătat că deși forța electromotoare este relativ mare, de ordinul volților, totuși, din cauza rezistenței interne mari a flăcării, valorile curenților electrici sînt foarte mici și anume, conform [1], de ordinul 10^{-7} A.

BIBLIOGRAFIE

1. С. И. Мухин, *Исследование электрического потенциала пламени. Автоматизация отопительных котельных.* Сборник статей вып. 4, Ленинград, 1965.

2. Al. Dănescu, E. Dămăceanu, M. Marinescu, *Instalație experimentală pentru studiul ionizării în flăcările de hidrocarburi.* St. cerc. energ. electr. *3* (1969).

3. A. G. Worthing, I. Geffner, *Treatement of experimental data.* New York—John Wiley 1965.

Procese electromagnetice și termice în părțile frontale ale turbogeneratoarelor de putere (Elektromagntitnie i teplovie proțessi v konțevih ceastah moșcinih turbogheneratorov), Kiev, Izd. „Naukova Dumka", 1971, 360 p.

Lucrarea recenzată se datorește unui grup de specialiști sovietici, aparținînd următoarelor foruri științifice: institutele de electrodinamică și de matematică ale Academiei de Științe a R. S. S. Ucrainene și compartimentului de cercetare al uzinelor „ELEKTROTIAJMAȘ".

Proiectarea rațională și creșterea siguranței în funcționare a turbogeneratoarelor de putere în regimuri susceptibile să producă anomalii în sistemele electroenergetice, cum sînt, de exemplu, regimul de subexcitație sau regimul de mers în asincron, impun rezolvarea unei probleme deosebit de complexe: determinarea stărilor electromagnetice și termice ale părților frontale ale turbogeneratoarelor.

Dată fiind caracteristica de bază a evoluției construcției de turbogeneratoare, și anume că la creșterea sensibilă a puterii, pentru o creștere limitată a dimensiunilor și a inducției, corespunde o creștere importantă a încărcării liniare, se impune asigurarea condițiilor nominale de funcționare din punct de vedere electric, termic și mecanic ale celor mai solicitate elemente ale părților frontale, adică ale zonelor care resimt cel mai puternic creșterea încărcării liniare.

Lucrarea de față, o veritabilă monografie, pune la dispoziția celor interesați un bogat material, în care sînt analizate și sintetizate cvasitotalitatea problemelor legate de solicitările zonei frontale, cuprinzînd și continuînd preocupările mai vechi ale cercetătorilor sovietici din acest domeniu[1]. Ea constituie rodul cercetărilor unui grup de specialiști din cadrul institutelor de electrodinamică și de matematică ale Academiei R.S.S. Ucrainene și uzinei „Electrotiajmaș". Sînt cuprinse rezultatele principale ale lucrărilor colectivelor de cercetători privind analiza teoretică, metodicele de calcul și determinările experimentale pentru diferite tipuri de turbogeneratoare construite atît în U.R.S.S., cît și în principalele țări producătoare de utilaj energetic greu.

Capitolul I, avînd ca autori pe I. Postnikov, L. Stanislavski, G. Șceastlivîi, V. Kîldișev și I. Ceremîșov, cuprinde o expunere a problemelor de bază și o trecere în revistă a soluțiilor constructive adoptate pentru zona frontală a turbogeneratoarelor. De asemenea se prezintă metodele de investigație a pierderilor și a încălzirilor din această zonă.

Capitolele II — IV, avînd ca autori pe I. Postnikov și G. Șceastlivîi, conțin soluțiile problemelor fundamentale care se pun în calculul inginerese de determinare al cîmpului electromagnetic și al pierderilor în detaliile masive și conductoare ale zonei de capăt și de asemenea în calculul cîmpului și al pierderilor în detaliille constructive esențiale.

[1] Vezi, de exemplu, *Vîsokoispolzovannie turbo- i ghidrogheneratorov s neposredstvennim ohlajdeniem*, Leningrad, 1971; *Issledovannie elektromagnitnîh polei, parametrov i poteri v moșcinîh elektriceskih mașinah*, Leningrad, 1966.

A. Berezovski, A. Kravcenko. şi L Nijnik, prezintă în capitolul V analiza metodelor matematice de calcul a cîmpului electromagnetic din zona frontală.

Capitolul VI, scris de G. Şceastlivîi, conţine soluţia problemelor puse de încălzirea elementelor zonei frontale ale turbogeneratorului, cum sînt placa de strîngere răcită gazos sau lichid, lagăre, scut etc.

În capitolul VII sînt prezentate rezultatele determinărilor experimentale efectuate de L. Stanislavski, G. Ezovit, G. Şceastlivîi, V. Kildişev şi I. Ceremişov la standurile industriale de încercări pentru turbogeneratoarele de 200, 300 şi 500 MW, ca şi pe modele fizice. Datele conţinute în acest capitol permit verificarea metodelor teoretice de calcul şi oportunitatea alegerii diferitelor soluţii constructive.

În capitolul VIII, G. Şceastlivîi prezintă exemple de calcul numeric pentru determinarea pierderilor şi a încălzirilor elementelor zonei frontale a unui turbogenerator de 300 MW, bazate pe metodele înfăţişate în capitolele anterioare.

Însoţită de un bogat material ilustrativ şi de o bibliografie conţinînd 265 de titluri din literatura de specialitate sovietică, americană, engleză, franceză şi germană, monografia prezentată poate constitui în primul rînd un ajutor preţios pentru specialiştii în construcţia de turbogeneratoare, răspunzînd numeroaselor probleme ridicate de proiectarea, fabricarea şi exploatarea maşinilor electrice de mare putere (turbo- şi hidrogeneratoare, compensatoare sincrone etc.), putînd fi utilizată, în general, de toţi cei interesaţi în studiul acţiunii cîmpurilor electromagnetice asupra corpurilor masive conductoare.

Ing. *Costică Saşa*

Utilizarea superioară a turbo- şi hidrogeneratoarelor cu răcire directă (Visokoispolzovannie turbo- i ghidrogheneratorov s neposredstvennîm ohlajdeniem), Leningrad, Izd. „Nauka", 1971, 264 p.

Lucrarea care urmează a fi prezentată constituie o culegere de materiale referitoare la probleme de mare actualitate în construcţia şi exploatarea maşinilor electrice de mare putere.

Cele 33 de comunicări şi articole, aparţinînd unor specialişti sovietici de reputaţie mondială în acest domeniu, se pot clasifica în mai multe subdomenii, fiecare dintre acestea abordînd aspectele fundamentale ale construcţiei şi ale exploatării turbo- şi hidrogeneratoarelor contemporane.

Subdomeniile amintite sînt:

1. Determinarea teoretică şi experimentală a cîmpurilor magnetice din marile maşini electrice, din care fac parte materiale ca:

— *Cîmpul electromagnetic în zona frontală a miezului statorului turbogeneratorului* aparţinînd unui colectiv condus de Ia. B. Danielevici. Se prezintă metodica de calcul a cîmpului de dispersie al înfăşurărilor statorice, prezentîndu-se totodată şi rezultatele investigaţiilor experimentale făcute pentru determinarea distribuţiei cîmpului în zona de capăt a miezului statoric;

— *Calculul curenţilor turbionari în elementele zonei frontale a turbogeneratorului* de I. Genender şi V. Klimovitki. Sînt prezentate fundamentele metodicii de calcul a curenţilor turbionari în placa de strîngere a miezului statoric cu ajutorul ecuaţiilor integrale;

— *Cîmpul magnetic, curenți turbionari și pierderi în zona frontală a turbogeneratorului TBM-300* de I. Genender și V. Klimoviţki. Sînt prezentate rezultatele determinărilor experimentale ale cîmpului magnetic și ale pierderilor în zona frontală a turbogeneratorului TBM-300 în regimurile de mers în gol și scurtcircuit;

— *Determinarea cîmpurilor magnetice și a încălzirilor în părțile frontale ale turbogeneratoarelor de 200 și 300 MW* de G. Ezovit și I. Ceremîșov. Se descrie metodica de cercetare și de determinare precum și tehnica de măsurare a cîmpului magnetic, a temperaturilor, a pierderilor specifice, a coeficienților de transmisie a căldurii și a curenților de circulație în părțile frontale. Sînt considerate tehnicile de măsurare cu sonde, variantele constructive ale sondelor de măsurare și caracteristicilor acestora. Se prezintă scheme tipice de distribuire a sondelor pe suprafața miezului pentru efectuarea măsurătorilor;

— *Cîmpul magnetic în jurul rotoric al turbogeneratorului* de I. Ceremîșov. În acest articol este dezbătută problema metodicii de calcul a distribuției cîmpului în jugul rotoric al unui turbogenerator bipolar cu considerarea saturației magnetice, metodică bazată pe rezolvarea ecuațiilor lui Maxwell. Ca exemplu, se consideră cazul unui turbogenerator de 500 MW;

— *Pierderile suplimentare în dinții și penele rotorului turbogeneratorului, considerînd armonicile superioare ale tensiunilor magnetomotoare ale înfășurării statorice* de I. Danielevici. Este prezentată metodica de calcul a pierderilor suplimentare în dantura rotorică, avînd pene din material amagnetic dispuse în crestături, datorate armonicilor superioare ale t.m.m. statorice. Se prezintă un exemplu de calcul;

— *Determinarea experimentală a cîmpului magnetic din întrefierul hidrogeneratorului* de E. Harlamov. Sînt luate în considerare problemele ridicate de metodica de calcul și de determinare experimentală a cîmpului magnetic în întrefierul hidrogeneratorului. Se prezintă rezultatele determinărilor experimentale pentru un hidrogenerator tip SVF-1500/130—88;

— *Perspectivele micșorării pierderilor suplimentare pe suprafețele polilor masivi ai mașinilor sincrone cu ajutorul ecranelor* de E. Kașarski. Se prezintă caracteristicile materialelor întrebuințate ca ecrane ale suprafețelor solicitate magnetic:

2. Influența saturației asupra parametrilor și funcționării mașinilor electrice, în care sînt cuprinse lucrările:

— *Influența saturației asupra caracteristicilor turbogeneratoarelor de putere cînd excitația este menținută constantă* de L. Smonin. Se analizează, luînd ca exemple turbogeneratoare de 300 și 1600 MW, influența saturației asupra caracteristicilor unghiulare și a parametrilor x_q și x_d la turbogeneratoarele de mare putere, cînd U = const și $i_{exc.}$ = const. Sînt prezente șapte metodici de calcul ale caracteristicilor unghiulare;

— *Influența saturației asupra funcționării mașinilor sincrone cu poli aparenți* de L. Lerner. Se descrie metodica de calcul a cîmpului magnetic în întrefierul mașinii cu poli aparenți, luînd în considerație saturația magnetică și geometria polului. Dințarea este considerată prin coeficienți echivalenți. Sînt prezentate curbele armonicilor a treia și a cincea ale cîmpului în cazul mersului în gol. Este făcută comparația cu rezultatele obținute experimental.

3. Determinarea cîmpurilor termice și sisteme de răcire, unde sînt cuprinse materialele:

— *Încălzirea miezului statorului răcit axial cu apă* de V. Anempodistov și V. Berezin. Se prezintă o variantă de utilizare a unui sistem axial de răcire a statorului și sînt înfățișate calcule analitice pentru determinarea încălzirii miezurilor obținute pe baza rezolvării ecuațiilor de transmisie a căldurii. Sînt prezentate rezultatele experimentale obținute pe machete, care compară siguranța în funcționare a diferitelor tipuri de izolație utilizate în construcția mașinilor electrice;

— *Cercetări privind un sistem de răcire gazos al miezului statorului turbogeneratorului efectuate pe machetă* de G. Juravlev și V. Obuhov. Sînt prezentate rezultatele cercetărilor experimentale efectuate pentru un sistem cu un singur șuvoi de gaz de răcire a miezului statorului, obținute pe o instalație dinamică;

— *Metodă de calcul a cîmpului termic în placa de strîngere a statorului turbogeneratorului* de V. Anempodistov și I. Smolici. Se prezintă o metodă de calcul bazată pe rezolvarea ecuației lui Laplace pentru condiții pe frontieră de tipul trei. Rezolvarea se face prin metoda lui Fourier. Este prezentat un exemplu numeric de calcul pentru cazul cînd pierderile radiale sînt distribuite după o lege liniară pe suprafața plăcii de strîngere.

4. Regimuri de scurtcircuit și forțe care acționează asupra elementelor mașinii, unde sînt cuprinse articolele :

— *Curenți la scurtcircuite nesimetrice ale generatorului sincron conectat la rețea prin transformator* de E. Kazovski și G. Rubisov. Se prezintă o metodă de calcul a curenților în cazul cîtorva scurtcircuite nesimetrice, bazată pe utilizare componentelor simetrice ;

— *Calculul componentei transversale a forțelor în capetele de bobină ale înfășurării statorice a turbogeneratorului* de A. Cisteakov. Este prezentată o metodă de analiză bazată pe utilizarea legii Biot-Savart-Laplace, cu ipotezele de calcul aferente. Metodica prezentată permite utilizarea calculatoarelor electronice ;

— *Metodică de cercetare a vibrațiilor statoarelor turbogeneratoarelor de putere* de L. Gavrilov ș.a. Această metodică este bazată pe utilizarea sondelor de vibrație de tip inductiv. Se indică modul în care trebuie să se facă protecția acestor sonde de influența cîmpurilor magnetice exterioare.

5. Creșterea siguranței în funcționare și utilizarea calculatoarelor electronice în determinarea unor regimuri de funcționare, unde sînt grupate lucrările :

— *Determinarea stabilității la funcționarea în paralel a hidrogeneratorului asincron capsulat* de E. Kaștelian ș.a. Sînt prezentate rezultatele obținute pe un model electrodinamic privind stabilitatea dinamică și statică în cazul unor perturbații de scurtă durată ;

— *Probleme de utilizare a calculatoarelor electronice privind ridicarea siguranței în funcționare a generatoarelor în condițiile de exploatare* de I. Boguslavski ș.a. Se arată că utilizarea calculatoarelor electronice în stațiile electrice permite rezolvarea unei serii de probleme legate de siguranța în funcționare a turbogeneratoarelor, precum și determinarea caracteristicilor acestora în diferite regimuri de funcționare.

6. Criogenia în construcția marilor mașini electrice, în care se înscrie un singur articol, și anume *Probleme ale proiectării de turbogeneratoare criogenice de mare putere* de V. Dombrovski ș.a. Ne sînt înfățișate problemele ridicate de construcția circuitului magnetic, calculele de determinare ale pierderilor, construcția bobinelor, izolația termică și modul de alegere al instalației de răcire.

Considerată din punctul de vedere al specialistului în mașini electrice, fie cercetător, proiectant sau utilizator, culegerea prezentată constituie un îndrumar și un ajutor prețios în munca acestuia. Lucrarea poate fi utilizată atît direct, prin formulele, datele experimentale și diagramele numerice care ne sînt prezentate, cît și folosind adresele bibliografice ce însoțesc fiecare material în parte.

Ing. *Costică Sașa*

H. DOBESCH, *Laplace-Transformation von Abtastfunktionen*, VEB-Verlag Technik, Berlin, 1970, 68 p. + 32 fig.

În mecanică, tehnica reglajului, transmisia informațiilor și, în economie, ecuațiile cu diferențe joacă un rol din ce în ce mai mare. În aceste domenii, unele funcții nu sînt continue, ci valorile lor sînt date discret la intervale regulate. Astfel expresia unei funcții de testare este de forma $f(nt) = H(o), f(T), f(2T), \ldots, f(kT)$. Unei funcții continue cu expresie analitică cunos-

cută îi poate corespunde o funcție de testare. De exemplu corespondentul funcției $f(t) = e^{-t}$ este funcția de testare $f(nT) = e^{-nT}$. Unei funcții de testare îi poate corespunde orice funcție continuă, cu condiția să respecte valorile discrete la intervale regulate ale variabilei.

În prima parte a lucrării se expun noțiunile teoretice introductive privind funcțiile de testare și ecuațiile liniare de diferențe cu coeficienți constanți.

În partea a doua se tratează transformările Laplace ale funcțiilor de testare. Se începe cu definiția transformării Laplace și cu proprietățile funcției-imagine și apoi se dezvoltă regulile de calcul ale transformării Laplace cu funcții de testare. Pentru aceasta se conservă toate regulile transformării Laplace ale funcțiilor continue și se găsesc corespondente pentru funcții de testare.

În partea a treia a lucrării sînt date unele aplicații ale transformatei Laplace la funcțiile de testare, cum sînt procesele oscilatorii, lanțurile de cvadripoli și procesele de comutație periodice din tehnica transmisiei informațiilor. Sînt date și unele exemple de calcule din economie.

Într-o anexă sînt date tabele de operații și corespondente precum și soluțiile problemelor puse în capitolele precedente.

Bibliografia este săracă, conținînd numai cinci titluri, deși în ultimii ani calculul cu transformate Laplace discrete a căpătat o largă răspîndire. Pe schemele electrice, tensiunile și curenții nu sînt marcați într-un sistem coerent, de exemplu al receptorului.

Autoul are meritul de a fi scris o lucrare care răspunde unor necesități reale de tehnică și economie. Modul de prezentare este deosebit de clar, ceea ce face ca lucrarea să fie parcursă în minimum de timp. Inginerii electricieni și economiști pot trage reale foloase din studiul broșurii.

Gh. Hortopan

C. PENESCU, G. IONESCU, M. TERTIȘCO și E. CEANGĂ, *Identificarea experimentală a proceselor automatizate*, Edit. tehnică, 1971, 374 p.

Lucrarea de față, apărută în colecția „Automatică, informatică, electronică, management" a Editurii tehnice, constituie o valoroasă monografie în domeniul identificării proceselor automatizate.

Autorii, pe baza unor bogate experiențe didactice, au ajuns la o prezentare unitară modernă a unui material vast și de largă aplicabilitate practică. Trebuie remarcat în mod deosebit includerea unor contribuții originale ale autorilor, precum sînt metodele de identificare cu semnale aleatoare, metodele statistice de identificare a proceselor staționare, metodele de identificare a proceselor neliniare folosind semnale deterministice de tipul treaptă periodicizată și metodele de identificare folosind modele instruibile.

Lucrarea urmărește în primul rînd sistematizarea aspectelor teoretice și sistematizarea metodelor practice de rezolvare a problemei identificării, stabilindu-se criterii și recomandări de utilizare a acestora.

De regulă, prin conceptul de identificare, care constituie punctul de plecare în sinteza oricărui sistem automat, se înțelege cunoașterea exactă sau aproximarea suficient de bună a caracteristicilor funcționale ale procesului exprimate prin relații de dependență între mărimile de intrare și ieșire ale acestuia, luînd în considerare diversele perturbații și limitări tehnologice. Deci sensul real al noțiunii de identificare este acela de a deduce modelul procesului prin pre-

lucrarea matematică simplă și eficientă a rezultatelor experimentale obținute în condiții care să asigure informații cît mai complete pentru caracterizarea procesului considerat. Soluțiile practice propuse pornesc de la analiza minuțioasă a fiecărui proces în parte, avînd în vedere considerente multiple, cum sînt scopul identificării, precizia dorită, informația apriorică de care se dispune, relațiile ce se pot stabili pe cale teoretică, posibilitățile de experimentare și de prelucrare a rezultatelor. De aceea în prezentarea fiecărei metode de identificare s-au evidențiat următoarele etape : 1) stabilirea programului optim de experimentare, 2) organizarea și efectuarea experimentului, 3) prelucrarea datelor experimentale și deducerea modelului matematic.

Materialul prezentat în lucrare este organizat în zece capitole, fiecare capitol cuprinzînd bibliografia aferentă.

În primul capitol se prezintă succint caracteristicile funcționale ale instalațiilor automatizate și conceptul de identificare.

Capitolul 2 abordează problemele legate de determinarea experimentală a caracteristicilor statice și dinamice ale instalațiilor automatizate, stabilindu-se o clasificare a metodelor experimentale de identificare. Se analizează metodele de identificare cu semnale de probă, metodele de identificare folosind mărimile din funcționarea normală și metodele de identificare cu modele ajustabile.

Capitolul 3 este rezervat prezentării principalelor aspecte legate de determinarea caracteristicilor dinamice folosind semnale de probă neperiodice. Se insistă asupra deducerii modelului matematic al procesului prin metoda comparației utilizînd atlase de funcții de timp normate, prin aproximarea modelelor cu funcții de transfer simplificate, prin aproximarea curbelor experimentale, prin metoda suprafeței sau prin expresii ale soluțiilor ecuațiilor diferențiale liniare cu coeficienți constanți. Metoda de identificare prin funcția-treaptă modificată se utilizează la identificarea proceselor neliniare, reușind să elimine influența perturbațiilor asupra datelor experimentale.

În capitolul 4 se evidențiază metodologia de experimentare, folosind semnale de probă periodice sinusoidale sau nesinusoidale.

Capitolul 5 scoate în relief necesitatea folosirii semnalelor de probă aleatoare pentru determinarea caracteristicilor dinamice ale proceselor automatizate asupra cărora acționează perturbații aleatoare măsurabile. Se prezintă posibilitățile de extindere ale metodelor bazate pe semnale aleatoare la identificarea proceselor multiple. Tot în acest capitol se expune principiul identificării cu semnale aleatoare a proceselor industriale cu circuit închis.

Capitolul 6 este rezervat prezentării detaliate a determinării caracteristicilor dinamice ale proceselor automatizate, folosind mărimile din funcționarea normală prin metoda de convoluție numerică, prin metoda momentelor funcțiilor de corelație și prin metoda funcțiilor de densitate spectrală.

Capitolul 7 prezintă posibilitățile determinării modelului matematic în regim staționar al procesului tehnologic, utilizînd date experimentale provenind din modificarea forțată a mărimilor de intrare și de ieșire ale instalației tehnologice (experimental factorial ortogonal la două sau la trei nivele, experimentul compozitiv și experimental rotabil).

Capitolul 8 tratează problema stabilirii modelului matematic al procesului tehnologic sub forma ecuației regresiei pe baza variațiilor aleatoare a mărimilor de intrare și de ieșire culese în cursul desfășurării normale a procesului, analizîndu-se în același timp influența perturbațiilor și a întîrzierii asupra preciziei.

Capitolul 9 analizează identificarea proceselor prin utilizarea modelelor ajustabile, realizate fie prin dezvoltarea caracteristicilor de frecvență după un sistem de funcții ortogonale, fie prin utilizarea funcțiilor de sensibilitate ale parametrilor, fie, în sfîrșit, prin folosirea unor date actualizate privind desfășurarea procesului automatizat.

Ultimul capitol prezintă algoritme pentru aproximații stohastice, determinarea caracteristicilor statice și dinamice utilizînd metoda aproximațiilor stohastice, precum și identificarea instalațiilor automatizate cu parametrii distribuiți, metode aplicabile pentru modele instruibile.

Materialul este bine sistematizat, scris într-un stil clar și ilustrat cu multe aplicații rezolvate. Desigur, fiecare capitol al lucrării ar putea fi mult dezvoltat, astfel încît să ajungă la un volum echivalent cu al întregii lucrări. De aceea se poate considera că este un merit deosebit al autorilor de a reține toate elementele semnificative ale problemei identificării proceselor automatizate într-un volum relativ limitat.

În concluzie, lucrarea de față se impune ca o lucrare de certă valoare. Trebuie subliniat faptul că monografia este printre primele lucrări de sinteză care tratează problemele de identificare a proceselor, fiind prima de acest gen în literatura de specialitate din țara noastră.

Lucrarea se adresează unui cerc larg de specialiști, fiind un studiu de nivel superior. Ea se recomandă cu cea mai mare căldură inginerilor automatiști care lucrează nemijlocit în domeniul teoriei și al aplicațiilor sistemelor automate, al aspectelor esențiale legate de identificarea proceselor.

M. Algiu și L. Lupaș

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES" SÉR.E ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGETIQUE, TOM. 16, NR. 3, 1971

C. I. MOCANU **621.3.001.621.3.018.44**

Cîmpul electromagnetic al unui conductor filiform parcurs de un curent sinusoidal, paralel cu semispațiul conductor

În lucrare se calculează intensitățile cîmpurilor electric și magnetic stabilite de un curent sinusoidal dintr-un fir paralel cu semispațiul conductor. Evitînd dezvoltarea în integrala Fourier, soluțiile sînt exprimate sub forma unor operatori de derivare și integrare care se aplică potențialului vector logaritmic de regim staționar. Se calculează repartiția densității de curent, puterile activă și reactivă interioară transmise semispațiului și forța magnetică care acționează asupra firului.

A. ȚUGULEA, R. MĂRCULESCU **621.3.017**

Parametrii tranzitorii ai unor bare conductoare plate

Utilizîndu-se teoria generală a parametrilor tranzitorii se determină acești parametri pentru sisteme de conductoare formate dintr-o bară centrală plată omogenă sau neomogenă, cu întoarcerea curentului prin benzi conductoare paralele cu bara centrală. Se dau aplicații numerice și reprezentări grafice ale parametrilor tranzitorii.

AL. TIMOTIN, AL. NICOLAE **621.313.322**

Influența ecranului conductor al statorului asupra fluxului axial ce pătrunde în dinți

Echivalînd ecranul statorului unui turbo-alternator cu o rețea de fire conductoare paralele, se determină distribuția cîmpului magnetic axial produs de ecran pe fața frontală a dinților precum și cea a cîmpului magnetic rezultant, cu ajutorul unei transformări conforme.

P. CRISTEA 513.83 : 621.311.161

Grafurile de transmisie pentru calculul imitantelor de transfer ale unei rețele electrice

Se prezintă o metodă de stabilire directă a grafului de transfer pentru determinarea sistematică a tuturor impedanțelor și a admitanțelor de transfer între laturile unei rețele electrice, astfel încît să fie necesar calculul independent al unui număr minim de imitanțe de transfer.

D. M. TIMUȘ, M. N. TIMUȘ 537.2 :537.2.001.57

Simularea electrostatică a unei surse generatoare de neutroni

Se stabilesc modele electrostatice sau electrocinetice pentru cîmpurile de neutroni produse de surse plane cum ar fi de exemplu, cele obținute de reacțiile D-D sau D-T.

Se dau expresiile integrale a potențialului electrostatic creat de o coroană circulară plană.

O. LUPAȘ 621.314.63 : 536.21

Impedanța termică tranzitorie a redresoarelor semiconductoare în condiții de impuls

Se calculează încălzirea joncțiunilor redresoare în condiții de impuls, luînd în considerare grosimea finită a zonei în care se degaje căldura și prezența discului de Mo. Plecînd de la expresie impedanței termice stabilite în ipoteza unei joncțiuni infinit subțiri într-un mediu omogen (siliciu), se stabilesc factorii de corecție ce țin seama de grosimea finită a zonei joncțiunii și de discul de Mo.

D. BUSUIOC 511

O metodă de programare liniară

Se prezintă o metodă simplex pentru programarea liniară. Metoda pornește cu o soluție realizabilă de bază și după un număr finit de pași iterativi se ajunge la soluția optimă sau se arată că o astfel de soluție nu există. Se dă algoritmul metodei și se fac exemplificări numerice. Ca denumire se propune numele de METODA SIMPLEX PARAMETRICĂ.

H. D. PÎRVĂNESCU 621.314. 63 : 536.21

Criterii de stabilitate pentru sisteme care conţin reactoare nucleare

Rezultatele obţinute de V. M. Popov în 1 şi 2 pot fi generalizate la cazul cînd regulatorul este influenţat de toate variabilele care intervin în descrierea reactorului şi, la rîndul său influenţează toate aceste variabile (sistemul II, I.2, I.3).

VL. RĂSVAN 62.501.32

Criterii freevenţiale de stabilitate absolută a sistemelor automate cu întîrziere şi mai multe neliniarităţi. Partea II: Aplicaţii

În prima parte a lucrării s-au prezentat cîteva propoziţii generale cu privire la stabilitatea absolută a sistemelor cu întîrziere.

În lucrarea de faţă se prezintă cîteva aplicaţii ale acestor propoziţii la problemele curente de stabilitate pentru sistemele cu întîrziere.

CORNELIA PANAITESCU 662.64/66

Studiul unor caracteristici fizico-chimice şi structurale ale concentratelor macerale din huilele Româneşti

Au fost determinate următoarele caracteristici analitice şi fizico-chimice, pentru cărbuni şi concentratele de macerale din huilele româneşti de diferite grade de carbonificare şi un cărbune brun bătrîn: caracteristicile chimico-tehnice şi compoziţia elementară conţinutul de hidroxil, factorii structurali $\frac{H}{C}$, $\frac{O}{C}$, $\frac{2R}{C}$ şi Fa şi indicele de umflare.

S-au stabilit curbele de desfăşurare ale proceselor de condensare — aromatizare pentru cărbuni şi macerale. Pe această cale s-a evidenţiat şi confirmat discordanţa între vîrsta geologică a cărbunilor din Valea Jiului şi gradul lor real de carbonificare.

N. PĂNOIU, C. CRĂCIUNEANU 662.93

ASUPRA FUNCȚIONĂRII FOCARULUI CICLON ORIZONTAL ÎN REGIM IZOTERMIC

Lucrarea conține rezultatele verificării experimentale a relațiilor pentru calcul a unor parametrii de funcționare a focarului ciclon orizontal izotermic, care au fost deduse teoretic în lucrarea [4].

Se observă o mare apropiere între rezultatele teoretice și cele experimentale.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 267—273, 1972

I. CARABOGDAN, ELENA DĂMĂCEANU 662.62

CONSIDERAȚII ASUPRA CARACTERISTICILOR ENERGETICE ALE ȘISTURILOR BITUMINOASE DIN BANAT

Se prezintă rezultatele unor ample cercetări efectuate în laboratoarele ICPET asupra caracteristicilor energetice ale șisturilor bituminoase din Banat. Prin determinarea acestor caracteristici și prin stabilirea relațiilor generale de calcul a vitezei de ardere, funcție de mărimea fracției granulometrice și condițiile mediului, se pune la îndemîna proiectanților o metodă și coeficienții de calcul necesari dimensionării optime a instalațiilor de cazane energetice destinate folosirii șisturilor bituminoase drept combustibil.

Pe baza rezultatelor cercetării se fac unele recomandații asupra modului în care trebuie stabilite și dimensionate instalațiile de măcinarea și arderea acestui combustibil.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2. p. 253—265, 1972

V. V. GHIA 662.99:662.825

CERCETĂRI PRIVIND EFECTELE NEUNIFORMITĂȚII REPARTIȚIEI AERULUI ÎN ELEMENTELE DE RECUPERATOR

Prin dezvoltări teoretice se deduc efectele energetice ale fenomenului de neuniformitate a repartiției debitelor de aer în elementele de recuperator, montate în paralel.

Se verifică experimental pe un preîncălzitor de aer din plăci, concluziile teoretice și se dau relații de calcul.

St. cerc. energ. electr, tom. 22, nr. 2, p. 275—287, 1972

N. DĂNILĂ, I. GRIGORIU 536.24 :621.039

METODA DE MODELARE A SISTEMELOR TERMOENERGETICE COMPLEXE

Sistemele termoenergetice complexe se modelează ca sisteme cibernetice cu legături complexe prin ecuațiile de funcționare deduse din analiza exergetică. Graful exergetic permite scrierea ecuațiilor matriciale bazate pe teoremele lui Kirchoff aplicate fluxurilor de exergie. Cu ajutorul lor se poate optimiza valorificarea resurselor energetice secundare care se comportă stohastic.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 291—299, 1972

N. STOICA

621.43.044: 621.434

O METODĂ DE PRELUCRARE A DATELOR DE BANC ÎN VEDEREA APRECIERII PERFORMANȚELOR MOTOARELOR CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE

În lucrare se prezintă o metodă de prelucrare a datelor de banc în vederea aprecierii performanțelor motoarelor cu aprindere prin scînteie la limita regimurilor normale de funcționare și în domeniul regimurilor anormale de funcționare.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2. p. 299—303, 1972

C. A. VASILESCU

621.43

COMBATEREA POLUĂRII PRODUSE DE MOTOARELE CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE PRIN INTERMEDIUL COMBUSTIBILULUI

Se examinează modul în care acționează combustibilul asupra genezei noxelor în motoarele cu aprindere prin scînteie, arătîndu-se rolul jucat de raportul dintre cantitatea de carbon și de hidrogen, structura hidrocarburilor și rezistența la detonație a benzinei. Se indică evoluția probabilă a cifrelor de calitate a benzinelor în viitorii 10 ani.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 305—313, 1972

M. BOIȚĂ

621.43: 621.436

TEORIA SONICITĂȚII APLICATĂ ÎN ANALIZA FUNCȚIONĂRII SISTEMULUI DE INJECȚIE AL MOTORULUI DIESEL

Pe baza teoriei sonicității se găsește schema sonică echivalentă a unui sistem de injecție al motorului Diesel. Aplicînd teoria circuitelor care conțin linii de întîrziere se determină legea de injecție ca o sumă de serii convergente. Pe această bază se pot explica oscilația acului injectorului, post-injecția, apariția golurilor.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 315—337, 1972

C. I. MOCANU

538.3: 621.3.013

SCHEMELE ECHIVALENTE PSL ALE CONDUCTOARELOR DREPTE DE SECȚIUNE OARECARE

În lucrare se stabilesc schemele echivalente fundamentale ale conductoarelor drepte avînd o formă oarecare a secțiunii transversale. Schemele conțin elemente inductive cu rezistențe și inductanțe constante : P cu elementele conectate în paralel, S în serie și L în lanț. Pe modelul acestor scheme se studiază efectul pelicular tranzitoriu și permanent pentru orice mod de variație în timp a tensiunii de excitație.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 339—353. 1972

I. FETIȚA 621.3.013.5

DETERMINAREA PRIN MODELARE A CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC AL UNUI CONDUCTOR CILINDRIC, DE SECȚIUNE TRANSVERSALĂ TRAPEZOIDALĂ, PLASAT ÎNTR-O CRESTĂTURĂ FEROMAGNETICĂ

În lucrare se prezintă modelarea potențialului vector magnetic **A** pentru regimul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de conductoare cilindrice, paralele, parcurse de curenți sinusoidali, în cazul mai general cînd conductibilitatea electrică σ și permeabilitatea magnetică μ sînt funcții de coordonatele x și y ale planului cîmpului magnetic plan-paralel.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 355—380, 1972

P. OPRIȘAN, S. COSTICĂ 621.313.001.5.

DETERMINAREA COMPONENTEI AXIALE A CÎMPULUI MAGNETIC ÎN ZONA FRONTALĂ A TURBOGENERATORULUI

Se determină repartiția cîmpului axial din zona frontală a turbogeneratorului pe înălțimea dinților din stator în lipsa ecranului de protecție. Se stabilește efectul întrefierului și componenta cîmpului axial asociată curenților tangențiali din capetele de bobine. Calculul se face separat, pentru fiecare armătură în parte, cîmpul rezultant stabilindu-se pe baza diagramei vectoriale a mașinii.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 381—397, 1972

E. DÎMBOIU, D. BIDIAN 621.313.39.014

STUDIUL NESIMETRIILOR CURENȚILOR LA MOTOARELE LINIARE CU CÎMP MOBIL LA MERSUL ÎN GOL IDEAL

În lucrare se face un studiu al nesimetriilor care apar la funcționarea în gol ideal a motoarelor liniare cu cîmp mobil, pe a căror statoare sînt dispuse înfășurări cu număr par și impar de poli (polii marginali fiind semibobinați). Se analizează dependența gradului de nesimetrie în funcție de numărul de poli și felul conexiunii înfășurării statorice.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 399—410, 1972

ED. NICOLAU 621.392.4

TIPURI DE DIPOLI ELECTRICI ELEMENTARI PASIVI FIZIC REALIZABILI

În lucrare se determină tipurile de dipoli electrici pasivi elementari realizabili. Se demonstrează că singurile tipuri de astfel de dipoli sînt cei clasici : rezistorul, inductanța și condensatorul ideal.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 423—431, 1972

V. A. MĂRIEȘ 621.317.43.001.57

METODA DE MĂSURARE A PUTERII PIERDUTE ÎN MIEZURILE DE FERITĂ, STUDIATĂ PRIN MODELARE MATEMATICĂ ȘI CU SISTEME ELECTRONICE DE PRELUCRARE A DATELOR

Se studiază prin modelare matematică și utilizînd sisteme electronice de prelucrare a datelor, problema măsurării puterii pierdute în ferite de către o succesiune de impulsuri dreptunghiulare modulate simultan în durată și amplitudine. Se conclude că puterea pierdută este proporțională cu componenta continuă a succesiunii de impulsuri dublu modulate

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 443—450, 1972

P. FRUNTEȘ

SCHEMĂ DE MULTIPLICATOR ANALOGIC

În lucrare se prezintă o clasificare a schemelor de multiplicatoare analogice, apoi se tratează multiplicatorul proiectat și realizat ca element anexă al calculatorului analogic MECAN—2, dîndu-se și unele rezultate experimentale.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 451—460, 1972

AL. DĂNESCU, I. IORDACHE, EL. DĂMĂCEANU 621.311.22

POTENȚIALUL ELECTRIC AL FLĂCĂRILOR DE GAZE NATURALE ȘI CONTROLUL AUTOMAT AL ARDERII

Se prezintă valorile forței electromotoare generată de flăcările de gaze naturale, precum și prelucrarea datelor experimentale obținute în diferite condiții de experimentare.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 471—478, 1972

SORA MANEA, N. LICIU, G. PANAITESCU 620.9

CONTRIBUTION AUX FONDEMENTS DE LA PRÉVISION DE LA CONSOMMATION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE À LONG TERME, EN ROUMANIE

On présente un mode d'utilisation de la méthode de corrélation pour la prévision de la consommation d'énergie électrique en Roumanie à long terme. Dans le même but, est utilisée aussi l'extrapolation de la fonction de temps, en montrant que la précision de la prévision suivant cette méthode peut être améliorée en considérant à des pondérations plus grandes des données des dernières années de la période de base.

St. cerc. energ. electr., tom. 22. nr. 2, p. 241—252, 1972

N. PĂNOIU, C. CRĂCIUNEANU 662.93

SUR LE FONCTIONNEMENT DU FOYER CYCLON ORIZONTAL DANS UN REGIME ISOTHERMIQUE

On présente les résultats expérimentaux des relations pour le calcul des caractéristiques de fonctionnement du foyer-cyclon isothermique, qui ont été établies d'une manière théorique dans l'article [4].

On remarque une grande proximité entre les résultats théoriques et expérimentaux.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 267—273, 1972

V. V. GHIA 662.99:662.825

ON THE UNEQUAL DISTRIBUTION OF AIR IN THE HEAT RECUPERATOR TUBES

With the aid of theoretical relations the author deduces the energetic effects of the inegal distribution of air in heat recuperator tubes. The theoretical conclusions are checked on the basis of experimental results obtained with an air preheater with independent furnace. Computing formulas are also obtained and practical recommendations are given.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 275—287, 1972

N. DĂNILĂ, I. GRIGORIU 536.24:621.039

MODELLIERMETHODE FÜR KOMPLEXE THERMOSYSTEME

Komplexe Thermosysteme werden als kybernetische Systeme mit Komplexverbindungen vermittels der aus der Thermoanalyse hervorgehenden Betriebsgleichungen, modelliert.

Der Exergie-Netzplan erlaubt das Auftragen der Matrixgleichungen, auf Grund der für den Energiefluß angewandten Kirchhoffschen Gesetze. Unter Zuhilfenahme dieser, ist eine optimale Verwertung der sekundären Energiequellen, die sich stochastisch verhalten, möglich.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 289—297, 1972

N. STOICA 621.43.044:621.434

UNE MÉTHODE D'INTERPRÉTATION DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES POUR LA DÉTERMINATION DES PERFORMANCES DES MOTEURS À ALLUMAGE PAR ÉTINCELLE

On présente une méthode d'interpréter les données expérimentales en vue de considérer les performances des moteurs à allumage par étincelle à la limite des régimes normaux et anormaux de fonctionnement.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 299—303, 1972

C. A. VASILESCU

621.43

LA DIMINUTION DE LA POLLUTION PRODUITE PAR LES MOTEURS À ALLUMAGE PAR ÉTINCELLE PAR L'INTERMÉDIAIRE DU COMBUSTIBLE

On étudie l'action du combustible sur la genèse des noxes dans les moteurs à allumage par étincelle, en montrant le rôle du rapport entre la quantité de carbone et d'hydrogène, la structure des hydrocarbures et la résistance à la détonation de l'essence. On présente l'évolution probable des chiffres de qualité de l'essence.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 305—313, 1972

M. BOIȚĂ

621.43:621.436

LA THÉORIE DE LA SONNICITÉ APPLIQUÉE AU FONCTIONNEMET DU SYSTÈME D'INJECTION DU MOTEUR DIESEL

On présente une méthode d'analyse du fonctionnement d'un système d'injection pour les moteurs Diesel conformément à la théorie de la sonnicité, ce qui permet la détermination « de la loi d'injection », de même que l'explication des phénomènes suivants : l'oscillation de l'arc, l'apparition des vides dans la conduite à haute pression, l'injection ultérieure. Par adaptation adéquate, on peut utiliser la méthode pour l'analyse et la détermination de la loi d'injection d'un système d'injection de chaque structure.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 315—337, 1972

C. I. MOCANU

538.3:621.3.013

THE EQUIVALENT PSC SCHEMES OF STRAIGHT CONDUCTORS OF ANY CROSS-SECTION

Straight conductors of any cross-section are characterized in a transient state with skin effect by three canonical schemes whose elements have constant resistances and inductances. The schemes which include parallel P, series S and chain C connected elements, are independent of the modes of current excitation. They may be used in the analysis of electrical networks which include elements with skin effect.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 339—353, 1972

I. FETIȚĂ

621.3.013.5

BESTIMMUNG DES ELEKTROMAGNETISCHEN FELDES DES IN EINEN FERROMAGNETISCHEN KERN ANGEORDNETEN ZYLINDRISCHTRAPEZOIDALEN LEITERS, DURCH MODELLIERUNG

In der Arbeit wird die Modellierung des magnetischen Potentials A, für den elektromagnetischen quasistationären Betrieb eines Systems zylindrischer paralleler Leiter geprüft die durchströmt sind von Sinusströmen im allgemeinsten Fall der magnetischen und elektrischen ebenen Anisotropie $/\mu = \mu\ (x, y);\ \sigma = \sigma\ (x, y)/$, wobei die Koordinaten eines laufenden Punktes der Feldebene x und y sind.

Man stellt verschiedene Fälle fest, um das Stromfeld des in einen ferromagnetischen Kern angeordneten zylindrischen Leiters trapezoidalen Querschnittes auf einem RC-Modell zu studieren.

Für diesen Fall wird das Modell sowie einige experimentellen Ergebnisse dargestellt, welche mit den bei der Projektierung der elektrischen Maschinen laufend berücksichtigten Werten verglichen werden.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 355—380, 1972

P. OPRIȘAN, S. COSTICĂ

313.001.5

DIE BESTIMMUNG DER AXIALKOMPONENTE DES MAGNETISCHEN STIRNFELDES EINES TURBOGENERATORS

Es wird die Verteilung der axialen Komponente des Stirnfeldes eines Turbogenerators, entlang der Ständerzähne, in Abwesenheit einer Abschirmung ermittelt. Es werden der Einfluß des Luftspalts und die den tangentialen Strömen der Wickelköpfe zugeordnete axiale Feldkomponente bestimmt. Die Berechnungen werden getrennt für jede Wicklung ausgefüllt und das Gesamtfeld auf Grund des Zeigerdiagramms ermittelt.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 381—397, 1972

E. DÎMBOIU, D. BIDIAN

621.313.39.014

L'ÉTUDE DES ASYMÉTRIES DES COURANTS AUX MOTEURS LINÉAIRES À CHAMP MOBILE EN MARCHE À VIDE IDÉAL

Dans ce travail on étudie les asymétries apparaissant au fonctionnement en marche à vide idéal des moteurs linéaires à champ mobile sur les stators desquels il y a des enroulements avec un nombre pair et impair de pôles, les pôles marginaux étant demi-bobinés. On analyse la dépendance du grade d'asymétrie en fonction du nombre de pôles et du type de connexion de l'enroulement du stator.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 399—410, 1972

Х. КРИСТЯ

621.316.11

МЕТОД РАСЧЕТА РЕЖИМА МОНОТОННО СХОДЯЩЕЙСЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

Для одной комбинации данных узловых величин сети исследуется метод расчета режима электрической сети, при котором в узлах нагрузок квадрат модуля напряжения вычисляется на каждом шаге итерации с аппроксимацией линеаризации нагрузки в сети. Таким образом, все решения могут принимать монотонный вид вариации. При гипотезе натурального экспоненциальлного вида вариации решения в процессе итерационного вычисления режима можно определить член коррекции этих решений на каждом шаге, что приводит к быстрому стремлению решения к режимным величинам.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 411—422, 1972

ED. NICOLAU

621.392.4

PASSIVE ELEMENTARY ELECTRIC DIPOLES—REALIZABLE TYPES

By elementary electric dipole we understand a dipole for which

$$u = (aD)^n\, i \quad \text{or} \quad i = (bD)^n\, u$$

where $D = \mathrm{d}/\mathrm{d}t$ and n is an integer — the order of the dipole. It is shown that the only realizable passive elementary electric dipoles, are the three well known : the inductor, the resistor and the capacitor.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 423—431, 1972

E. DIATCU, D. DOBRESCU CZ 621.3

LES PROGRAMMES AUTOMATIQUES D'ANALYSE ET DE CALCUL DE LA FIABILITÉ DES SYSTÈMES COMPLEXES

Dans l'ouvrage on présente quelque méthodes élaborées par les auteurs pour le calcul de la fiabilité des systèmes complexes, ainsi que les programmes automatiques de calcul sur le calculateur électronique universel selon ces méthodes.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 433—441, 1972

V. A. MĂRIEȘ 621.317.382.016.24

TECHNIQUE FOR MEASURING POWER LOSSES IN FERRITE CORES STUDIED BY MATHEMATICAL MODELLING AND WITH DATA PROCESSING ELECTRONIC SYSTEMS

This paper is a study on the measuring power losses in ferrite cores of a rectangular pulse train with simultaneous duration and amplitude modulation. The method used involves mathematical modelling and data processing electronic systems. Finally, the conclusion is that the power losses are proportional with the d.c. component of the pulse train.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 443—450, 1972

P. FRUNTEȘ

SCHÉMA DE MULTIPLICATEUR ANALOGIQUE

On présente une méthode des schémas de multiplicateurs analogiques, ainsi que le multiplicateur projeté et réalisé comme élément annexé au calculateur analogique MECAN 2, en donnant quelques résultats expérimentaux.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 451—460, 1972

AL. DĂNESCU, I. IORDACHE, EL. DĂMĂCEANU 621.311.22

LE POTENTIEL ÉLECTRIQUE DES FLAMMES DE GAZ NATUREL ET LE CONTRÔLE AUTOMATE DE LA COMBUSTION

On présente les volumes de la force électromotrice générée par les flammes de gaz naturel, de même que l'interprétation des données obtenues en différentes conditions d'expérimentation.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 2, p. 471—478, 1972

621.311.161:518.4

H. CRISTEA, D. HAIFLER TH. MITACHE, T. MELINTE

INSTALAŢIA PILOT DE VIZUALIZARE (ANAGRAF DIMO)

Anagraful Dimo reprezintă o instalaţie periferică specializată, ataşată unui calculator de proces tip PSP—100. Este descrisă instalaţia — realizată în Institutul de energetică — care transferă conţinutul memoriei tampon a calculatorului în un convertor numeric — analogic, vizualizînd pe o consolă separată imaginea respectivă.

Sînt date în încheiere unele amănunte constructive precum şi concluziile obţinute în laborator şi prin instalarea la CET Craiova.

St. cerc. energ. electr., tom 22, nr. 2, p. 461—470, 1972

621.311.161:518.4

H. CRISTEA, D. HAIFLER, TH. MITACHE, T. MELINTE

INSTALLATION PILOTE POUR LA VISUALISATION DES CONCEPTS FIGURATIFS

L'anagraphe Dimo est une installation périphérique spécialisée, atachée à un calculateur PSP—100.

Cette installation — réalisée à l'Institut d'Energétique a pour but le transfert du contenu d'une mémoire tampon dans un convertisseur numérique — analogique en le représentant sur une console équipée avec un écran cathodique.

Sont donnés quelques détails constructifs et les conclusions résultées sur le travail de l'installation montée dans le laboratoire de l'Institut et à la thermocentrale de Craiova.

St. cerc. energ. electr., tom 22, nr. 2, p. 461—470, 1972

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. *Structura lucrării*

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. *Forma lucrării*

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2.000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare: desenele pe calc și tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a legendelor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri în limba română, și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. V. GHIA, **Recirculația gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza nodală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Aplicații industriale ale lagărelor cu aer**, 1968, 238 p., 16,50 lei.

D. F. LĂZĂROIU, **Mașini electrice cu inerție redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoși**, 1969, 268 p., 22 lei.

CONSTANTIN ȘORA, **Introducere în studiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18,50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi**, 1969, 288 p., 24 lei.

LUCIAN Z. DUMITRESCU, **Cercetări în tuburile de șoc**, 1969, 306 p., 21 lei.

I. S. GHEORGHIU și AL. FRANSUA, **Tratat de mașini electrice**, vol. II, **Transformatoare**, 1970, 462 p., 30 lei.

LUIGI DOBRESCU, **Fenomene de suprafață la metale și aliaje**, 1970, 442 p., 29 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

M. GR. NĂSTASE, **Bazele defectoscopiei radiologice**, 1970, 258 p., 14 lei.

I. P. Informația c. 1199

43 821

Lei 40.—

F 1736

04

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 491—796, Bucureşti 1972

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. G. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. D. GRECOV;
Dr. ing. A. MORARU;
Prof. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Dr. doc. V. PIMSNER;
Dr. doc. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar științific de redacție*.

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții. Revistele se pot procura (direct sau prin poștă) și prin *Punctul de desfacere* din cadrul Editurii Academiei.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la „Întreprinderea Rompresfilatelia", Căsuța poștală 2001, București, România sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

Adresa Editurii: BUCUREȘTI, STR. GUTENBERG 3 BIS, SECTORUL 6

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 22, nr. 3 1972

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

SUMAR

Pag.

Economie energetică

SORA MANEA, N. LICIU, Puncte de vedere privind prognozarea consumului casnic de energie electrică în perspectivă depărtată. 493
V. I. NITU, A. GHERASI, N. SEMEDREA, Fiabilitatea centralelor nucleare-electrice. Probleme specifice şi metode de calcul. 505

Termoenergetică şi termotehnică

V. GHIA, A. PĂLTÎNEA, Cercetări privind reducerea consumului specific de căldură la cuptoarele de forje 531
N. DĂNILĂ, E. LICSANDRU-ISBĂŞESCU, J. NAIU-ADAMEŞTEANU, Calculul hidrodinamic al circuitului primar al centralei nucleare-electrice tip PWR . . . 545
C. HAIDUC, T. IONIŢĂ, Cercetări de analiză a eficacităţii reactoarelor nucleare avansate cu combustibil vitroceramic moderate cu apă grea 559
C. A. VASILESCU, Calculul efectului supraalimentării asupra performanţelor motorului Diesel 571
N. STOICA, Contribuţii la studiul procesului de curgere a gazelor de sub pragul de turbulenţă. 591
D. ABĂITĂNCEI, Contribuţii la calculul umplerii motoarelor în patru timpi cu considerarea fenomenelor dinamice din colectorul de admisiune. 605

Electroenergetică şi electrotehnică

H. GAVRILĂ, Studiul păturilor şi tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. Cîmpul electromagnetic local. 623

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 491 — 796, 1972

C. APETREI, M. DOGARU, Caracteristicile mașinii sincrone cu poli înecați la funcționarea în asincron 639
I. ȚOPA, Arbore electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare 661
C. I. MOCANU, I. DOGARU, Caracteristicile electrice ale generatoarelor MHD de curent continuu cu gaze ionizate, în regim staționar. 673
GH. IACOBESCU, I. IORDĂNESCU, Procese de comutație la bornele întreruptoarelor la eliminarea scurtcircuitelor din rețelele cu neutrul legat la pământ prin inductanță 705
M. NEMEȘ, Metodă de analiză și calcul a supratensiunilor datorite comutației la linii electrice de înaltă tensiune cu elemente terminale de tip transformator 723
M. PREDA, I. BREAZU, O nouă metodă de obținere a ecuațiilor de stare pentru circuite cu elemente în exces. 735

Sisteme automate în energetică

CRISTOFOR VASILIU, Noi structuri pentru sinteza impedanțelor 751
L. LUPAȘ, Sisteme suboptimale liniare pentru problema optimală liniar-pătratică . . . 761
J. MARCOVICI, Circuite cu comutație periodică în regim permanent 777

Recenzii 789

Material documentar 793

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

PUNCTE DE VEDERE PRIVIND PROGNOZAREA CONSUMULUI CASNIC DE ENERGIE ELECTRICĂ ÎN PERSPECTIVĂ DEPĂRTATĂ

SORA MANEA și N. LICIU

620.9

Se prezintă o cale de stabilire a prognozei consumului casnic de energie electrică pentru situația în care, după o perioadă trecută cînd folosirea acestei forme de energie în procesele termice casnice era neglijabilă, se estimează că poate urma o creștere a ponderii sale în aceste utilizări ca o consecință a avantajelor pe care le oferă energia electrică.

În cadrul prognozării necesarului de energie electrică la scară națională pentru perioada de lungă perspectivă, un loc aparte revine efectuării prognozei consumului pentru utilizări casinice. Acest loc este determinat de cel puțin trei considerente :

— consumul casnic de energie electrică este în legătură directă și strînsă cu nivelul de trai al populației, astfel încît analiza evoluției acestui consum permite obținerea unor prețioase informații privind gradul de confort atins în locuințe, existența premiselor dezvoltării social-culturale viitoare ;

— consumul casnic de energie electrică are, după consumul ramurii industrie, ponderea cea mai mare în consumul total de energie electrică ;

— acest consum se dezvoltă cu ritmuri mai înalte decît celelalte categorii de consum, astfel că ponderea sa în consumul total de energie electrică este în continuă creștere în toate țările, inclusiv în cele în care aceasta a înregistrat deja o valoare ridicată. Astfel, în perioada 1955—1969, ponderea consumului casnic în consumul total de energie electrică al țării a crescut în S.U.A. de la 21,7 la 25,8%, iar în Regatul Unit de la 24,9 la 35,2%. În România, această pondere a avut o valoare de 8,6% în 1970 față de 5,5% în 1955, dar, datorită faptului că în țara noastră în această perioadă consumul total de energie electrică a crescut foarte rapid, schimbarea relativ mică a ponderi se reflectă într-o creștere a consumului casnic de energie electrică de aproape 12 ori, adică de la 195 mil. kWh în 1955 la 2 239 mil. kWh în 1970.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 493—504, București, 1972

Desigur, mărimea ponderii consumului casnic în consumul total de energie electrică şi dinamica acestei ponderi sînt influenţate în mare măsură de structura resurselor energetice de care dispune ţara respectivă, de preţurile aparatelor electrocasnice şi al energiei electrice.

Din punctul de vedere al utilizării finale a energiei de către populaţie se pot distinge consumuri pentru iluminat, recepţii radio şi televiziune, încălzirea locuinţelor, producerea apei calde menajere, prepararea hranei, obţinerea frigului, spălatul, uscatul şi călcatul rufelor, aspirarea prafului, diferite motoare în apartamente (ventilatoare, maşini de cusut etc.), forţă motrică comună în blocuri (hidrofor, ascensoare, crematorii etc.) ş.a. Dar dacă pentru o serie de folosinţe, ca, de pildă, iluminatul, recepţia programelor de radio şi televiziune, energia electrică prezintă avantaje care nu pot fi obţinute prin utilizarea nici unei alte forme de energie, determinînd folosirea ei practic exclusivă, pentru folosinţele în care energia finală necesară este căldura, pot fi utilizaţi, pe lîngă energie electrică, şi diferiţi combustibili (solizi, lichizi sau gazoşi).

Întrucît însă necesarul de energie pentru încălzit, gătit şi obţinerea apei calde reprezintă aproximativ 80% din consumul total de energie al gospodăriilor casnice, posibilitatea folosirii în aceste scopuri a mai multor forme şi purtători de energie, printre care şi energia electrică, introduce o anumită imprecizie în prognoza consumului casnic de energie electrică. Această imprecizie este cu atît mai mare, cu cît în ţara respectivă, în perioada de bază folosită pentru fundamentarea prognozei, utilizarea energiei electrice pentru încălzit, gătit şi prepararea apei calde a fost aproape inexistentă, aşa cum este şi cazul României.

Pornind de la această remarcă, ne propunem a da un mod de abordare a efectuării prognozei consumului casnic de energie electrică al R. S. România pe o perioadă lungă, de exemplu pînă la nivelul anului 2000, cînd este de presupus că energia electrică, datorită avantajelor pe care le prezintă în utilizare, va fi folosită şi în ţara noastră în procesele termice din gospodăriile casnice.

Prognoza consumului casnic de energie electrică poate fi făcută utilizînd metode analitice sau globale împreună cu o analiză aprofundată a tendinţelor de evoluţie din acest domeniu.

În cadrul metodelor analitice, prognoza consumului casnic de energie electrică rezultă din însumarea consumurilor stabilite pentru fiecare utilizare pe baza gradului de răspîndire al folosinţei respective şi a evoluţiei consumului său specific, ţinînd seama de eventualele schimbări ale acestuia datorită progresului tehnic din domeniul construcţiei de aparate electrocasnice. Folosirea metodei analitice pentru prognozarea evoluţiei consumului casnic de energie electrică în România în etapa actuală întîmpină dificultăţi, datorită inexistenţei sau impreciziei informaţiilor necesare.

Din aceste motive considerăm mai indicată folosirea metodelor globale pentru prognozarea consumului casnic de energie electrică pe o perspectivă îndepărtată. Dintre aceste metode enumerăm :

— folosirea ritmului mediu anual de creştere al consumului casnic de energie electrică ;

— stabilirea evoluţiei ponderii consumului casnic în consumul total de energie electrică ;

— extrapolarea evoluției consumului casnic de energie electrică total sau pe locuitor, constatată pentru perioada trecută;

— stabilirea de corelații între consumul casnic de energie electrică și diferiți indicatori ai nivelului de trai.

Primele două căi presupun să se aprecieze în perspectivă ritmul mediu anual de creștere al consumului casnic de energie electrică și ponderea acestuia în consumul total de energie electrică pe baza evoluției din trecut și ținînd seama de informațiile deduse din analiza realizărilor și a prognozelor altor țări. Valorile de prognoză astfel determinate pot fi considerate ca evaluări aproximative, care trebuie să fie comparate și cu rezultatele altor metode globale mai precise. În acest scop pot fi folosite celelalte două căi amintite.

În cele ce urmează ne vom opri asupra unor aspecte privind extrapolarea directă a evoluției consumului casnic de energie electrică total și pe locuitor, aspecte care, în general, sînt valabile și pentru metoda corelațiilor.

Pentru extrapolarea evoluției consumului casnic total de energie electrică din perioada trecută în scopul prognozei, este necesar a stabili în prealabil caracterul acestei evoluții pe o perioadă de timp corespunzătoare. O analiză a factorilor care influențează dezvoltarea considerată arată că la început, cînd gradul de electrificare al gospodăriilor casnice este scăzut și nivelul de dotare cu diverse aparate electrice este mic, consumul de energie electrică pentru utilizări casnice are o creștere rapidă, după care un punct de inflexiune marchează încetinirea ritmului dezvoltării, datorită, în cazul țării noastre, apropierii de stadiul electrificării tuturor gospodăriilor casnice și de un nivel ridicat de răspîndire a aparatelor electrocasnice cunoscute în momentul respectiv. După atingerea gradului de saturație la aceste aparate, consumul crește numai datorită apariției, pe de o parte, de noi gospodării ca urmare a creșterii populației și, pe de altă parte, de noi utilizări casnice ale energiei electrice. Se poate deci considera că are loc o dezvoltare rapidă urmată de o creștere lentă, fără însă a se plafona. Această tendință se observă deja în evoluția consumului casnic de energie electrică al țărilor în care actualmente acest consum are o valoare ridicată atît ca pondere în consumul total de energie electrică, cît și ca realizări pe gospodărie sau pe locuitor [1]).

Pe această bază, pentru descrierea evoluției consumului casnic de energie electrică al R.S. România în perspectivă depărtată a fost utilizată o funcție logistic-logaritmică de forma [1]

$$Y = \frac{A \cdot \log (t + a)}{1 + b \cdot 10^{-\alpha t}}, \tag{1}$$

unde mărimile A și a se evaluează apriori (conform indicațiilor expuse în [1]), iar constantele b și α se determină din ecuațiile normale deduse după logaritmarea relației

$$Z = b \cdot 10^{-\alpha t}, \tag{2}$$

[1]) Această tendință rezultă, de exemplu, din examinarea figurii 5 a lucrării [5], în care se prezintă evoluția consumului casnic de energie electrică pe gospodărie în S.U.A. pentru perioada 1930—2000.

Z avînd expresia

$$Z = \frac{A \log (t + a)}{Y} - 1. \tag{3}$$

Pentru a caracteriza consumul casnic de energie electrică, ca indicator specific se obișnuiește să se folosească consumul pe gospodărie, indicator folosit și pentru prognoze.

Este cunoscut faptul că gradul de siguranță al unei prognoze este cu atît mai ridicat, cu cît informațiile din perioada de bază reflectă mai bine fenomenul analizat. Din acest punct de vedere, în cazul României considerăm mai concludentă folosirea consumului casnic de energie electrică pe locuitor, întrucît acesta este un indicator mai precis decît consumul pe gospodărie. În plus, pentru consumul casnic de energie electrică pe locuitor stau la dispoziție date statistice pe o perioadă trecută mai lungă.

Pentru descrierea evoluției consumului casnic de energie electrică pe locuitor a fost folosită tot relația (1), cu observația că acest consum, ajuns aproape de nivelul de saturație (pentru aparatele cunoscute în momentul respectiv), crește numai datorită apariției de noi utilizări casnice ale energiei electrice, spre deosebire de consumul casnic total, care crește și datorită sporirii numărului de gospodării. În relația (1) s-a ținut seama de această constatare prin micșorarea termenului a pentru ca funcția să se apropie de logistică.

Așa cum s-a arătat, în prognozarea consumului casnic de energie electrică în R. S. România pentru perspectivă depărtată trebuie ținut seama de faptul că actualmente utilizările cu consum mare de energie electrică aproape lipsesc, dar, luînd în considerare tendințele din alte țări, aceste folosințe pot căpăta în viitor o oarecare răspîndire în țara noastră. Datorită faptului că pentru aceste utilizări energia electrică intră în concurență cu alți purtători de energie, alegerea unui anumit purtător fiind în funcție de gradul de economicitate și de confort pe care îl oferă fiecare dintre aceștia (în ipoteza că alte motive de ordin constructiv sau de raționalizare a unor consumuri nu impun o anumită soluție), se introduce o nesiguranță în prognoza pe termen lung a consumului casnic de energie electrică. De aceea considerăm că pentru o astfel de prognoză pot fi date două categorii de valori: una care rezultă din continuarea tendințelor manifestate în perioada trecută la noi în țară, respectiv de extindere a gradului de electrificare al gospodăriilor casnice, de înzestrare a acestora cu principalele aparate electrice și chiar de utilizare la o scară redusă a energiei electrice pentru încălzit, gătit, prepararea apei calde, și o altă categorie de valori care să ia în considerare pentru viitor o mai mare răspîndire a utilizărilor termice ale energiei electrice în gospodăriile casnice. Se poate admite că aceste valori reprezintă limitele minimă și maximă între care, cu o mare probabilitate, se va situa în viitor consumul casnic de energie electrică în România. Variantele-limită menționate pot fi obținute prin alegerea corespunzătoare a termenului A din relația (1), care reprezintă dublul ordonatei punctului de inflexiune.

Analizînd figura 1, în care este prezentată pentru mai multe țări evoluția din perioada trecută a consumului casnic de energie electrică pe abonat, rezultă că pentru S.U.A. aproximativ în 1958 și pentru Elveția în jurul anului 1959 se remarcă un punct de inflexiune. În acei ani, con-

sumul casnic de energie electrică pe locuitor reprezenta circa 900 kWh şi respectiv, 800 kWh. Se observă în acelaşi timp că, la momentele indicate, în aceste ţări gradul de răspîndire pentru principalele aparate electro-

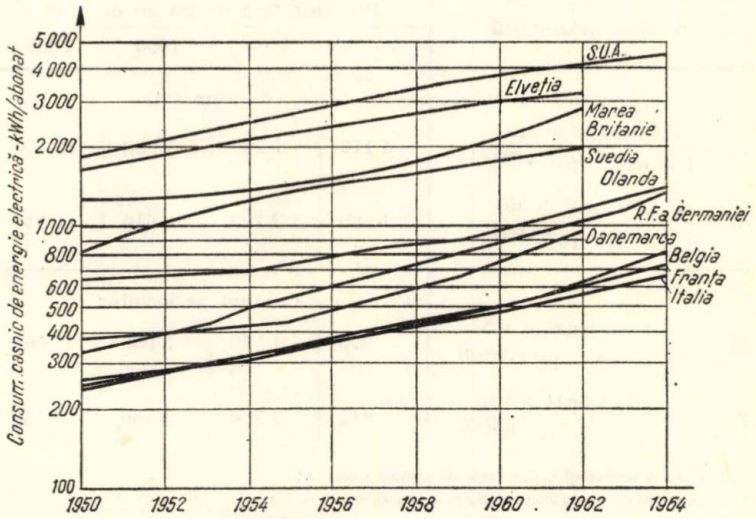


Fig. 1. — Evoluţia în funcţie de timp a consumului casnic de energie electrică pe abonat în diverse ţări.

casnice era relativ mare, inclusiv cel ce se referă la gătit şi la prepararea apei calde (anexa 1). Pe această bază, în curba care descrie evoluţia consumului casnic de energie electrică pe locuitor, în România, pentru perpectiva depărtată, cu luarea în considerare a folosirii energiei electrice pentru încălzit, gătit şi prepararea apei calde, s-a admis $A = 1\,400$ şi $A = 1\,600$, adică 700 şi, respectiv, 800 kWh pe locuitor [2]). Corepunzător acestor valori s-a admis pentru curba care descrie consumul total $A = 32\,000$, respectiv $A = 37\,000$ mil kWh. Relaţiile obţinute după calculul constantelor pe baza datelor din perioada 1955 —1970 şi valorile obţinute prin extrapolarea lor pînă la nivelul anului 2 000 (în procente faţă de un an de bază) sînt cuprinse în tabela 1.

În varianta care ţine seama de continuarea tendinţelor constatate în România pentru perioada trecută, ordonata punctului de inflexiune s-a apreciat ţinînd seama că acesta poate apărea după ce a fost atins un grad de dotare cu aparatele folosite actualmente de aproximativ 50% [2]. Analizînd din acest punct de vedere gradele de răspîndire ale diferitelor aparate electrocasnice (anexa 1), se observă că, de exemplu, Belgia aproximativ în 1965, iar Franţa şi Italia aproximativ în 1966—1968 erau în situaţia de mai sus, avînd răspîndite în acelaşi timp într-o proporţie redusă gătitul şi încălzitul apei pe cale electrică. Din anexa 2 se poate remarca faptul că în anii respectivi aceste ţări au înregistrat un consum casnic de energie electrică pe locuitor de aproximativ 300 kWh, valoare care reprezintă triplul consumului realizat în România în 1970.

[2]) După cum se observă, aceste valori sînt ceva mai mici decît cele menţionate, ţinînd în vedere că în S.U.A. se consumă o cantitate relativ importantă de energie electrică pentru iluminatul decorativ.

Tabela 1

Aprecierea evoluției consumului casnic de energie electrică total și pe locuitor, cu luarea în considerare a extinderii utilizărilor mari consumatoare de energie electrică

Relația matematică	Procente față de un an de bază			
	1975	1980	1990	2000
	Consum total			
$E_c = \frac{37\,000 \log (t + 30)}{1 + 619{,}2 \cdot 10^{-0{,}068t}}$	1 110	2 280	7 220	12 750
$E_c = \frac{32\,000 \log (t + 30)}{1 + 532{,}7 \cdot 10^{-0{,}068t}}$	1 080	2 190	6 610	11 340
	Consum pe locuitor			
$W_c = \frac{1\,600 \log (t + 10)}{1 + 332{,}7 \cdot 10^{-0{,}06067t}}$	925	1 770	5 050	9 060
$W_c = \frac{1\,400 \log (t + 10)}{1 + 290{,}9 \cdot 10^{-0{,}0607t}}$	912	1 730	4 750	8 180

E_c reprezintă consumul casnic total de energie electrică;
W_c – consumul casnic de energie electrică pe locuitor.

În consecință, s-a admis că punctul de inflexiune al curbei care continuă evoluția din trecut pentru consumul casnic de energie electrică pe locuitor ar putea fi, considerînd două variante, la 250 sau 350 kWh, respectiv $A = 500$ sau $A = 700$ kWh, ceea ce ar corespunde unor valori ale constantei A pentru consumul total de 11 000, respectiv 16 000 mil. kWh. Relațiile matematice obținute și valorile rezultate din extrapolarea lor sînt cuprinse în tabela 2, iar figura 2 arată modul în care curbele calculate descriu evoluția din perioada trecută(anii 1955—1970).

Tabela 2

Aprecierea evoluției consumului casnic de energie electrică total și pe locuitor pe baza extrapolării tendințelor din trecut

Relația matematică	Procente față de un an de bază			
	1975	1980	1990	2000
	Consum total			
$E_c = \frac{16\,000 \log (t + 30)}{1 + 270{,}2 \cdot 10^{-0{,}0691t}}$	1 037	1 955	4 550	6 280
$E_c = \frac{11\,000 \log (t + 30)}{1 + 193 \cdot 10^{-0{,}0705t}}$	998	1 780	3 550	4 470
	Consum pe locuitor			
$W_c = \frac{700 \log (t + 10)}{1 + 147{,}9 \cdot 10^{-0{,}0621t}}$	875	1 545	3 340	4 650
$W_c = \frac{500 \log (t + 10)}{1 + 107{,}2 \cdot 10^{-0{,}0634t}}$	846	1 420	2 690	3 450

Pentru anii 1975 și 1980, rezultate apropiate cu cele obținute în tabela 2 se constată și din extrapolarea parabolei cubice [3]) (tabela 3), extrapolare care poate fi considerată justificată în ipoteza continuării tendințelor din trecut.

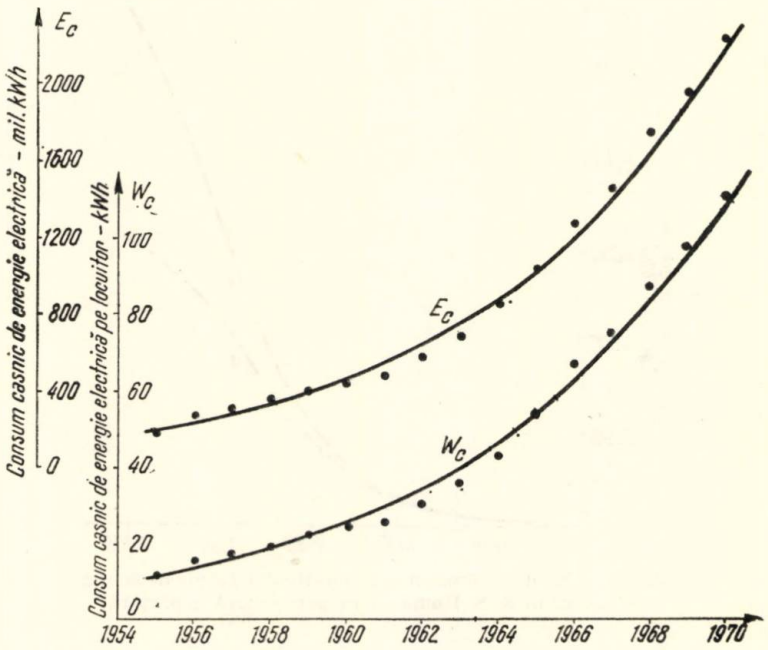


Fig. 2. — Evoluția consumului casnic de energie electrică total și pe locuitor în R. S. România în perioada 1955—1970.

Tabela 3

Evoluția consumului casnic de energie electrică total și pe locuitor pe baza extrapolării funcției polinom

Relația matematică	Procente față de un an de bază	
	1975	1980
$E_c = 62{,}19 - 2{,}95\ t + 0{,}0652\ t^3$	1 007	1 734
$W_c = 12{,}72 - 0{,}25\ t + 0{,}0132\ t^3$	883	1 508

În figurile 3 și 4 sînt reprezentate evoluțiile consumului casnic de energie electrică total și pe locuitor înscrise în tabelele 1 și 2, și anume curbele *a* descriu evoluția care admite o răspîndire mai largă a utilizărilor

[3]) Se poate considera că actualul grad încă scăzut de electrificare al gospodăriilor casnice din țara noastră și înzestrarea redusă a acestora cu aparate electrice permit o creștere rapidă, fără apariția unei inflexiuni, a consumului casnic de energie electrică în anii imediat următori. Acest considerent poate justifica aproximarea consumului din următorii zece ani printr-un polinom.

mari consumatoare de energie electrică în gospodăriile casnice (variantele minime), iar curbele *b* ilustrează ipoteza continuării tendinţelor din trecut (variantele maxime).

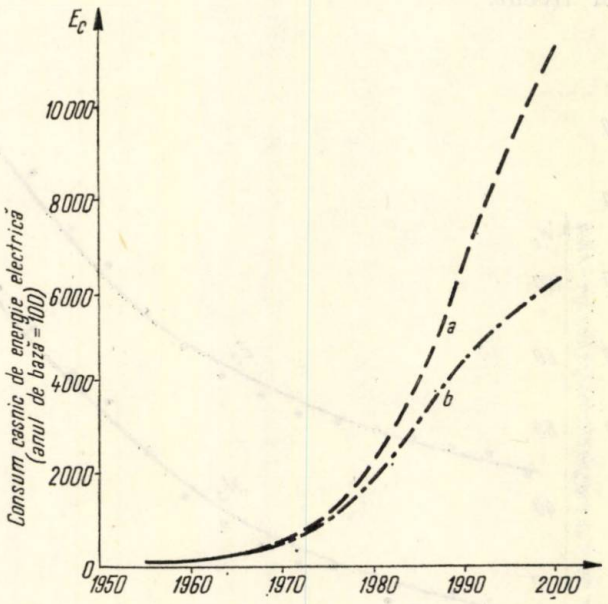


Fig. 3. — Evoluţia probabilă a consumului casnic de energie electrică în R. S. România în perspectivă depărtată.

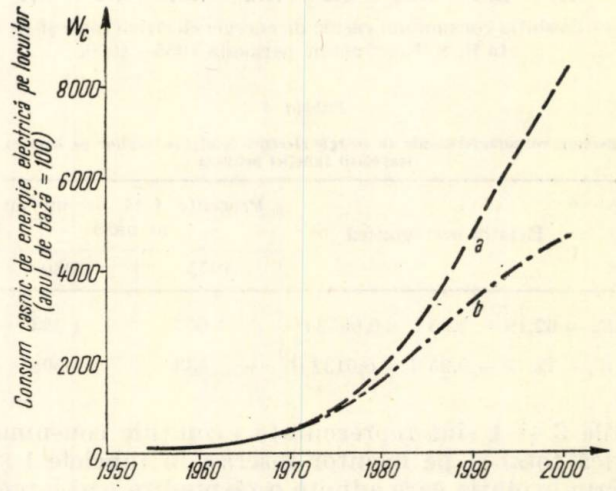


Fig. 4. — Evoluţia probabilă a consumului casnic de energie electrică pe locuitor în R.S. România în perspectivă depărtată.

Diferenţa dintre rezultatele prognozării înscrise în tabelele 1 şi 2 şi în figurile 3 şi 4 poate fi considerată că reprezintă variaţia posibilă a consumului pentru utilizările termice ale energiei electrice. Această va-

riație posibilă pare destul de mare și poate să surprindă dacă avem în vedere că actualmente, așa cum reiese din tabela 4 [3], la noi în țară energia electrică, față de alți purtători de energie, nu este economică pentru aceste utilizări.

Tabela 4

Economicitatea relativă a diferiți purtători de energie pentru încălzit, prepararea hranei și a apei calde

Agent energetic	Cheltuieli anuale % (pentru un apartament)		
	încălzit	preparare a	
		hranei	apei calde
Lemne de foc	100	100	100
Cărbuni	68	70	67
Apă caldă (termoficare)	50	—	—
Hidrocarburi gazoase	34*) 30**)	39	37
Hidrocarburi lichide	81*) 46**)	85	84
Energie electrică	134	141	150

*) Instalații individuale.
**) Instalații centralizate.

O reducere viitoare în țara noastră a tarifelor energiei electrice destinată utilizărilor casnice poate contribui însă substanțial ca aceasta să fie utilizată într-o mai mare măsură decît în prezent pentru încălzit, gătit și prepararea apei calde.

Din figurile 3 și 4 se mai observă că, în timp ce la curba care continuă evoluția din trecut fenomenul de saturație este destul de evident, pentru curba care admite răspîndirea încălzitului electric al locuințelor casnice, a obținerii apei calde pe cale electrică și a preparării hranei cu energie electrică fenomenul de saturație are loc într-o perioadă mult mai îndepărtată. Acest fapt arată că în ipoteza evoluției admise aici, întrucît consumurile specifice de energie electrică pentru încălzit, prepararea apei calde și gătit sînt ridicate[4]), chiar în anul 2000 numărul gospodăriilor care vor utiliza energia electrică în procesele termice casnice nu va fi prea mare, el putînd reprezenta din totalul gospodăriilor 10—15% pentru încălzitul locuinței, 15—20% pentru prepararea apei calde și 30—35% pentru gătit electric.

[4]) Consumurile specifice de energie electrică pe gospodărie și pe an reprezintă pentru încălzit aproximativ 16 000 kWh, pentru prepararea apei calde 3 000 kWh, iar pentru gătit 1 000 kWh[5].

ANEXA 1

Gradul de înzestrare al gospodăriilor casnice cu diverse aparate electrice în unele ţări europene în perioada 1955–1966

(număr de aparate la 100 de abonaţi)

Ţara	Instalaţii de alimentare cu apă caldă			Bucătării electrice			Maşini de spălat rufe			Frigidere			Televizoare		
	1955	1960	1966	1955	1960	1966	1955	1960	1966	1955	1960	1966	1955	1960	1966
Austria	7,1	12,9	23,8	16,7	24,8	32,4	2,4	11,2	23,4	4,9	15,3	44,6	0,2	9,3	37,1
Belgia	1,6	4,0	8,5	5,0	8,3	11,0	54,0	63,4	67,0	16,0	23,6	42,6	2,5	25,0	51,1
Elveţia	45,0	54,0	53,4	49,0	61,0	67,0	7,0	19,6[1])	27,8	14,0	23,0	80,0	0,3	6,0[1])	41,7
Finlanda	...	...	....	11,2	...	50,0	17,4	...	52,0	6,5	...	57,0	2,3[2])	...	59,0
Franţa	5,8	10,7	16,1	4,2	4,7	5,6	10,9	25,6	43,0	10,5	27,3	63,0	2,3	16,8	52,0
R. F. a Germaniei	6,0[3])	11,0	22,0	28,0[3])	40,0	55,0	11,0	29,0	55,0	13,4[3])	41,0	76,0	0,75	31,0	61,0
Italia	4,0	7,3	16,0	7,4 [3])	7,0	5,1	0,9	3,3[1])	32,5	2,3	11,8	48,1	1,4	13,1[1])	45,8
Olanda	9,7	10,2	17,4	10,7	10,6	12,4	29,2	42,0[1])	78,0	5,0	12,0	47,0	2,5	19,0[1])	66,0
R. P. Polonă	...	0,4[4])	...	...	3,6[4])	...	...	52,0[4])	56,0	...	3,7[4])	15,0	...	20,7[4])	35,0
Suedia	...	...	...	34,0	54,0	80,0	...	...	36,0	35,0	65,0	94,0	...	40,6	74,0
R. P. Ungară	...	...	2,4	...	5,2[5])	5,6	...	34,2[5])	48,0	...	4,6[5])	16,2	...	21,8[5])	40,0
S.U.A.	16,3	18,9	23,4[6])	28,2	35,6	42,0[6])	84,1	95,4	81,4[6])	94,1	98,0	99,5[6])	76,1	89,4	97,8

Sursa [8] – [10]

[1]) 1959.
[2]) 1957.
[3]) 1956.
[4]) 1961.
[5]) 1963.
[6]) 1965.

ANEXA 2

Evoluția consumului casnic de energie electrică pe locuitor în perioada 1955 – 1969

(kWh)

	1955	1960	1965	1969
R. S. România	11	24	54	111[1])
R. S. Cehoslovacă	...	103	164	216[2])
R. D. Germană	...	281[3])	300	402
R. P. Polonă	50[4])	66	82	117
R. P. Ungară	33[5])	61[6])	98	156
R. S. F. Jugoslavia	36[5])	69	142	259
Austria	136	244	390	540
Belgia	102	164	303	...
Elveția	643	890	997	...
Finlanda	96	194[7])	265	376 [2])
Franța	105	164	257	341 [2])
R. F. a Germaniei	118	229	420	616
Italia	63	104	217	331
Olanda	165	243	408	602
Portugalia	27	52	81	110
Regatul Unit	393	641	1048	1 304
Suedia	...	623[3])	739	1 089[2])
S.U.A.	759	1 011[6])	1312	1 691[2])

Sursa datelor pentru calcule [8] – [12]

[1]) 1970.

[2]) 1968.

[3]) 1963.

[4]) 1957.

[5]) 1956.

[6]) 1961.

[7]) 1962.

★

Se poate considera că evaluările obținute ținînd seama de extrapolarea tendințelor actuale din România au o probabilitate mare de realizare, întrucît electrificarea gospodăriilor casnice și răspîndirea folosințelor actuale ale energiei electrice se vor produce aproape sigur în viitor; totodată, evaluările care conțin un consum casnic care poate fi acoperit și cu alți purtători de energie decît energia electrică vor avea un grad de siguranță mai redus. În consecință, considerăm justificat a aprecia că valorile consumului casnic de energie electrică, care probabil vor fi înregistrate în perioada viitoare în România, se vor afla în intervalul delimitat de cele două tipuri de curbe menționate.

Trebuie subliniat că odată cu deținerea unor informații mai precise privind punctul de inflexiune al curbei care descrie evoluția consumului casnic de energie electrică în România în perspectivă se vor putea determina valori de prognoză cu o probabilitate mai mare de realizare față de cele obținute pe baza datelor cunoscute în prezent.

BIBLIOGRAFIE

1. Cs. Nagy, V. Caracudovici, *Beitrag zur mathematischen Modelierung des Wachstums, im Gebiet der Energiebedarfsprognose.* Rev. Roum. sci. techn., série Electrotechnique et énérgetique, **15**, *1*, 152—156 (1970).
2. * * * *Metoda statistică de previziune a consumului de obiecte de uz casnic de folosință îndelungată.* Revista de statistică, **15**, *2*, 92—95 (1966).
3. M. Bercovici,, G. Panaitescu, M. Grăniceanu, E. Costin, V. Caracudovici, *Domestic Electric Power Consumption in Romania.* C.M.E., București 1971, raport 1.2—219.
4. V. Caracudovici. Cs. Nagy, *Evoluția consumului de energie în gospodăriile casnice.* St. cerc. energ. electr., **14** *2*, 273—282 (1964).
5. L. L. Göttler, *Prognose der Haushaltstromverbrauchs in der Bundesrepublik Deutschland,* Praktische Energiekunde, **14**, *6*, 105—115 (1966).
6. O. Papagheorghe, D. Miron, *Influența costului energiei electrice și a investițiilor în dezvoltarea instalațiilor casnice.* Energetica, **18**, *6* (1966).
7. M. Weiss, *Considerații privind introducerea încălzitului electric al locuințelor în R. S. România.* Comunicare, sesiunea ICPET, București, mai, 1971.
8. * * * *Entwicklung des Elektrizitätsverbrauches im Haushalt in europäischen Ländern,* Archiv für Energiewirtschaft **16**, *23*, 933—940 (1962).
9. * * * *Der Verbrauch elektrischer Energie im Haushaltungen in einigen Ländern.* Archiv für Energiewirtschaft, **18**, *1*, 1—4 (1965).
10. * * * *Evolution des applications domestiques de l'électricité dans les pays de l'UNIPEDE.* L'Economie Electrique, **42**, *55*, 79—85 (1968).
11. Nations Unies, *Bulletin anuel des statistiques de l'énergie électrique pour l'Europe,* New York, 1970.
12. * * * *Anuarul statistic al R.S. România,* 1971.

FIABILITATEA CENTRALELOR NUCLEARE-ELECTRICE. PROBLEME SPECIFICE ŞI METODE DE CALCUL

V. NITU, A. GHERASI, M. SEMEDREA

621.311.25.001:621.039

Fiabilitatea centralelor nuclearoelectrice este analizată din două puncte de vedere care au ca scop determinarea disponibilităţii capacităţilor de producţie şi a siguranţei mediului biologic şi a echipamentului. Metodele de calcul utilizate pînă în prezent în centralele termoelectrice clasice, bazate pe folosirea lanţurilor Markov, completate şi adaptate la specificul nuclear, permit rezolvarea celor mai importante probleme de siguranţă şi în domeniul centralelor nuclearoelectrice.

În cadrul concepţiei generale de proiectare şi exploatare a centralelor nucleare electrice de criteriul fiabilităţii are prioritate asupra tuturor celorlate criterii care stau la baza alegerii soluţiilor. Această orientare este impusă de o serie de considerente de natură socială şi economică de primă importanţă.

În primul rînd se are în vedere faptul că unele avarii pot avea consecinţe grave asupra mediului biologic prin contaminarea zonei înconjurătoare cu elemente radioactive şi prin expunerea personalului operativ la radiaţii peste limitele admise. Sînt de asemenea foarte importante efectele pe care defectarea instalaţiilor nucleare le au asupra preţului de cost, din cauza costului ridicat al reparaţiilor necesare. Efecte importante asupra eficienţii economice a exploatării sînt produse şi la disponibilitatea capacităţilor instalate.

Diagramele de variaţie a cheltuielilor pentru producerea energiei electrice, în funcţie de numărul de ore de utilizare anuală a puterii instalate, din figura 1, ilustrează această situaţie [1]. Se remarcă de asemenea

faptul că la centralele nucleare dependenţă preţului de cost de disponibilitatea puterii instalate este mai accentuată comparativ cu centralele termoelectrice convenţionale.

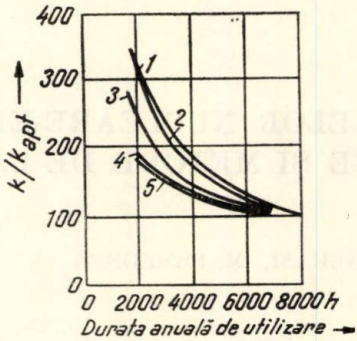


Fig. 1. — Durata anuală de utilizare.

Faţă de cele de mai sus, devine evident nu numai caracterul prioritar al fiabilităţii în cadrul concepţiei generale, ci şi faptul că abordarea acestui domeniu necesită utilizarea unor metode şi colaborarea unor specialităţi diferite.

I. ASPECTE GENERALE ŞI PROBLEME SPECIFICE ALE FIABILITĂŢII CNE

1. *Principii generale.* Este cunoscut faptul că o dată cu dezvoltarea unor domenii ale ştiinţei şi tehnicii, de mare responsabilitate socială şi economică şi cu un înalt nivel de complexitate ca : fizica şi tehnica nucleară, cercetările spaţiale, telecomunicaţiile, aeronautica, energetica etc., au apărut preocupări sistematice pentru exprimarea cantitativă a siguranţei în funcţionare a sistemelor tehnice. Cercetările întreprinse în această direcţie cu metode analitice de calcul şi prin mijloace experimentale au dovedit utilitatea analizelor de siguranţă şi necesitatea dezvoltării lor la nivelul celorlalte specialităţi care colaborează la realizarea obiectivelor respective. Faţă de succesele obţinute, se poate afirma că în prezent fiabilitatea este constituită ca specialitate distinctă, beneficiind de un sistem propriu de cercetare bazat pe metode şi procedee specifice cu o teorie unitară şi chiar cu o bază experimentală semnificativă.

Ca şi în alte domenii de mare complexitate şi în energetica nucleară, analizele de fiabilitate au cunoscut o dezvoltare remarcabilă, la care îşi aduc contribuţia specialiştii celor mai cunoscute centre de cercetări şi instituţii de specialitate. În ţara noastră studiile de fiabilitate în centralele nucleare electrice beneficiază de o bază teoretică solidă obţinută prin cercetări sistematice efectuate în domeniul energeticii în general şi cu aplicaţii în special la schemele electrice sau la sistemul energetic [2], [3], [4], [6]. Lucrările elaborate în ultimul timp, au ca scop dezvoltarea unor metode de studiu adaptate la condiţiile centralelor nucleare, utilizînd metodele elaborate pentru centralele termoelectrice clasice şi pentru sistemele electrice.

Studiile de fiabilitate în centralele nucleare au în vedere în primul rînd factorii care influenţează siguranţa şi anume : siguranţa schemelor, calitatea componentelor, testarea profilactică, calitatea reparaţiilor şi gradul de pregătire a personalului. De aceşti factori va trebui să se ţină seamă atît în faza de concepţie şi proiectare cît şi în exploatarea centralelor, iar contribuţia fiecăruia la realizarea unui anumit nivel de siguranţă se va stabili în funcţie de posibilităţile tehnice existente şi de implicaţiile economice. Se are în vedere faptul că datorită condiţiilor specifice fiecărui caz concret, posibilităţile de influenţare simultană a tuturor factorilor sînt limitate, anumite caracteristici fiind date fixe ale problemei. Prin calcule se poate stabili contribuţia pe care fiecare factor disponibil trebuie să o aducă astfel încît să se obţină nivelul de siguranţă dorit.

2. *Structura analizelor de fiabilitate specifice centralelor nucleare.* Analizele de fiabilitate din centralele nuclearoelectrice cuprind o serie de domenii de studiu deosebite atît din punct de vedere al obiectivelor urmărite, cît şi al metodelor de calcul utilizate (fig. 2). Se deosebesc în principiu două direcţii principale de cercetare şi anume *disponibilitatea* capacităţilor de producţie instalate şi *securitatea nucleară.*

În cadrul studiilor de disponibilitate se au în vedere defecţiunile care afectează producţia de energie electrică. În acest scop se calculează indicatorii funcţionali ai blocului, care caracterizează disponibilitatea, pe baza unor scheme care includ toate echipamentele tehnologice de bază.

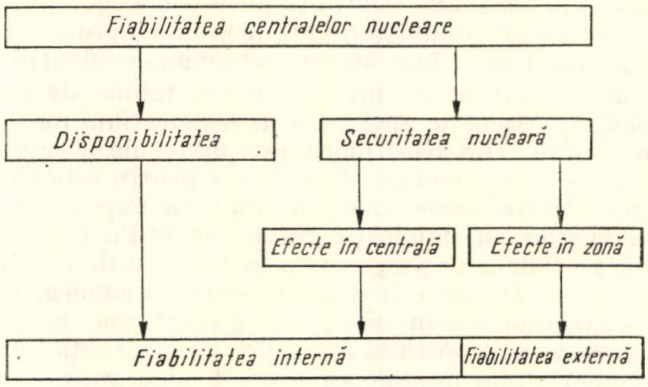


Fig. — Structura fiabilităţii CNE.

Pentru analiza securităţii nucleare în schemele echivalente se introduc pe lîngă echipamentele de bază şi sistemele auxiliare care au rolul să intervină la apariţia unei defecţiuni în scopul limitării consecinţelor. Dacă sistemele auxiliare refuză să acţioneze în cazul cînd sînt solicitate atunci se creiază condiţii pentru apariţia unor avarii care pot să aibă efecte asupra personalului sau a zonei din jurul centralei. Studierea probabilităţii producerii unor defecţiuni cu astfel de consecinţe şi a măsurilor posibile de prevenire, face obiectul securităţii nucleare ; alături de calculele de fiabilitate sînt antrenate aici şi alte specialităţi ca : fizica reactorului, protecţia contra radiaţiilor, radiochimia etc.

În literatura de specialitate se obişnuieşte să se grupeze analizele de fiabilitate pe baza localizării efectelor defecţiunilor şi se menţionează *fiabilitatea internă a CNE* care cuprinde calculele de disponibilitate şi analizele de securitate nucleară limitate la fenomenele din centrală şi *fiabilitatea externă* care conţine studiile privind efectele asupra zonei din jurul centralei. În cadrul fiabilităţii externe se studiază, pe baza rezultatelor calculelor de securitate nucleară, efectele funcţionării centralei în regim normal şi de avarie asupra mediului înconjurător.

Este necesar să se sublinieze că toate analizele de fiabilitate bazate pe calcule probabilistice aparţin domeniului *fiabilităţii previzionale.* Aceste analize teoretice sînt completate în mod necesar de studiile care au loc la centralele nucleare în funcţiune sau pe reactori de cercetare şi care formează o specialitate denumită adesea *fiabilitatea experimentală.*

3. *Aspectele economice ale fiabilităţii.* Noţiunea de siguranţă în funcţionare are un foarte pronunţat caracter economic şi de multe ori stabilirea soluţiilor optime se face pe baza determinării eficienţei maxime a investiţiilor suplimentare destinate creşterii gradului de siguranţă.

Precizăm că această cale este utilizată în multe cazuri, dar nu totdeauna, datorită faptului că uneori măsurile care rezultă ca oportune din calcule nu numai că nu necesită investiţii suplimentare dar realizează şi economii faţă de soluţia de referinţă. Este cazul în special cu analizele de disponibilitate care foarte des conduc la criterii convergente cu criteriul reducerii preţului de cost şi al volumului de investiţii. În toate celelalte cazuri şi în special în domeniul securităţii nucleare, alegerea soluţiei optime din punct de vedere al fiabilităţii rămîne în esenţă o problemă de eficienţă economică. chiar dacă acest fapt nu este totdeauna evident de la început.

Este cunoscut faptul că într-un sistem tehnic de complexitatea centralelor nucleare, riscul de apariţie a unor defecţiuni nu este niciodată nul, cel puţin teoretic. Din acest motiv este de regulă necesar să se stabilească nivelul pînă la care trebuie să se insiste pentru ridicarea siguranţei în funcţionare. Pentru unele cazuri limitate ca număr este evident că datorită consecinţelor cu implicaţii grave de ordin economic şi social pe care avariile posibile le-ar putea avea, toate măsurile tehnic realizabile sînt justificate chiar fără un calcul de eficienţă economică. În rest, adică în majoritatea cazurilor nivelul de siguranţă cerut unei instalaţii trebuie să rezulte din comparaţia costului măsurilor de siguranţă cu echivalentul economic al consecinţelor posibile ale lipsei de siguranţă.

Analizînd posibilităţile de efectuare a unor calcule de eficienţă, semnificative în domeniul centralelor nucleare, se evidenţiază însă, unele circumstanţe cu caracter restrictiv. Se remarcă faptul că atunci cînd se echivalează economic efectele lipsei de securitate sau a *insecurităţii restante* pentru domeniul fiabilităţii externe şi al consecinţelor expunerii personalului, se întîmplă dificultăţi importante datorită implicaţiilor de natură socială şi etică.

Pentru stabilirea nivelului de siguranţă, se determină prin una din metodele cunoscute, costul suplimentar necesar atingerii unui anumit nivel de fiabilitate stabilit. Această operaţiune nu comportă dificultăţi de principiu şi pentru orientare se pot indica metodele aplicate la calculele de fiabilitate în energetică şi anume : metoda cheltuielilor anuale de

calcul sau metoda cheltuielilor totale actualizate [6]. Valorile obținute exprimate în lei/an reprezintă sporul cheltuielilor anuale ocazionate de măsurile suplimentare de siguranță.

În cazul sistemelor energetice, calculele efectuate au arătat că, în condițiile țării noastre, limita economică a asigurării energiei cerute de consumatori este de 99,99 = 99,999% [6]. Pentru centralele nucleare calculele de eficiență economică trebuie să aibă ca obiectiv nu numai stabilirea nivelului optim de asigurare, ci și determinarea căilor de maximă eficiență care pot conduce la realizarea acestui nivel.

4. *Structura CNE și regimul de funcționare.* Comparația între centralele termoelectrice convenționale și centralele nucleare din punctul de vedere al analizelor de fiabilitate evidențiază o serie de deosebiri care țin de structura instalațiilor și de regimurile de funcționare.

În primul rînd se remarcă *diferențele de structură* care provin din existența unui sistem nuclear de producere al aburului complet diferit de cazanele de abur. În marea majoritate a cazurilor acest sistem este complet separat de restul centralei formînd un circuit închis aflat în legătură cu turbina prin generatoarele de abur. Centralele de acest fel folosesc reactori răciți cu gaz (GCR, AGR, GCHWR, HTGR) apă obișnuită (PWR) sau apă-grea (PHWR) și se caracterizează în general printr-o securitate nucleară asigurată în condiții mai ușoare. Acesta este unul din motivele pentru care s-au dezvoltat cel mai mult reprezentînd în prezent marea majoritate a centralelor în funcțiune. În ultimul timp s-au realizat și progrese importante în domeniul reactorilor fierbători, care produc abur direct sau cu ajutorul unor separatori exteriori, și care se află în legătură directă cu turbina.

Comparînd condițiile în care lucrează diversele componente în centralele nucleare și clasice rezultă în primul rînd două aspecte specifice centralelor nucleare și care reprezintă dificultăți suplimentare. Din cauza cîmpului de radiații nucleare, materialele sînt supuse unei uzuri mai rapide și deci au durate de funcționare în general mai reduse decît în mod obișnuit. De asemenea accesul în zonele iradiate este sau imposibil în timpul funcționării sau limitat ceea ce afectează regimul de reparații și modifică modul de abordare a problemelor de disponibilitate și de securitate nucleară.

O dificultate suplimentară existentă în centralele nucleare este determinată de utilizarea aburului saturat. Din această cauză turbinele sînt expuse unor defecțiuni mai frecvente pe partea de joasă presiune și există un pericol mai mare de ambalare ca urmare a dimensiunilor pieselor în mișcare și a volumului spațiilor cu abur. Tot din acest motiv și vibrațiile sînt mult mai periculoase la turbinele nucleare, deoarece se creează ușor excentricități și nesimetrii în distribuția umidității aburului.

Analizînd regimurile de funcționare rezultă însă și o serie de condiții care în centralele nucleare sînt mai ușoare decît în cele clasice și anume : temperaturile și presiunile mai scăzute și mediul ambiant mai curat, în special lipsit de praf de cărbune care are o contribuție importantă la apariția multor defecțiuni.

5. *Performanțele realizate.* Cercetările sistematice efectuate pînă în prezent, asupra reactorilor cu diferite destinații și în special la centralele nucleare au demonstrat definitiv că energetica nucleară prezintă un grad

de siguranță în funcționare comparabil cu cel al centralelor clasice sau chiar mai ridicat în unele cazuri. Această constatare este unul dintre principalele argumente pentru dezvoltarea la scară industrială a producerii de energie electrică din surse nucleare, tendință care potrivit programelor de perspectivă ale majorității țărilor, urmează să se accentueze în viitor.

Disponibilitatea realizată la centralele nucleare în funcțiune este suficient de bună și în unele cazuri depășește valorile înregistrate de centralele clasice. O statistică întocmită în 1970 [7] arată că la centralele cu puteri de pînă la 285 MWe, factorul de utilizare a puterii instalate a fost cuprins între 50 și 70% la reactorii cu apă ușoară care au opriri pentru reîncărcare de pînă la 20 zile. Pentru centralele de același tip cu puteri pînă la 615 MWe disponibilitatea a fost în primul an de 34—59% ajungînd în al doilea an la 83%. Este remarcabil faptul că unele centrale GCR, cu reactori de tip, Magnox au înregistrat disponibilități de pînă la 93%. Pentru centralele în construcție, avînd puteri cuprinse între 600 și 1300 MWe și care în cea mai mare parte sînt de tip PWR și BWR se prevede realizarea unor disponibilități a puterii instalate de 70—80% în condițiile funcționării în regim de reglare și cu limitări săptămînale din considerente de consum. În aceste condiții disponibilitatea producției urmează să atingă 80—90% ceea ce presupune o fiabilitate ridicată a echipamentelor utilizate.

În legătură cu securitatea nucleară a centralelor în funcțiune se poate afirma că au fost obținute rezultate încurajatoare. Pentru regimurile normale de funcționare, gradul de nocivitate al CNE s-a dovedit a fi în mod sensibil inferior centralelor clasice utilizînd cărbune sau păcura cu procente ridicate de sulf. În unele zone intens populate și cu o poluare ridicată a atmosferei, utilizarea centralelor nucleare a reieșit ca singura soluție posibilă de creștere a producției de energie.

În ceea ce privește pericolul unor regimuri de avarie, experiența de pînă acum a arătat că în majoritatea cazurilor funcționarea a fost mai bună decît așteptările. Nu s-au înregistrat cazuri de contaminare periculoasă a zonelor și nici iradieri grave pentru personalul din centrală. Totuși pentru reducerea la valori minime a probabilității unor avarii catastrofale, se iau o serie de măsuri preventive de containerizare și de protecție contra radiațiilor. Aceasta a condus la reducerea zonelor de excludere și la apropierea de centrele de consum, punînd centralele nucleare într-o situație comparabilă cu cele clasice și din acest punct de vedere.

II. CALCULUL DISPONIBILITĂȚII

1. *Metoda generală de calcul.* Bazele metodei de calcul a indicatorilor funcționali, care caracterizează performanțele operative ale unui bloc energetic, au fost descrise în lucrările [2], [3] și permit obținerea unor rezultate suficient de precise.

Evoluția în timpul perioadei de observație a unei componente,este caracterizată printr-o succesiune de stări de funcționare la diverse nivele de putere și de opriri (fig. 3).

Această comportare poate fi reprezentată matematic printr-un model probabilistic de tip Markov [3].

O metodă des utilizată, mai ales în schemele electrice, constă în împărţirea instalaţiei în grupe de defectare şi în determinarea pentru fiecare grupă a unor indicatori de siguranţă echivalenţi λ_e şi μ_e pe baza cărora calculul se continuă cu relaţiile de mai sus.

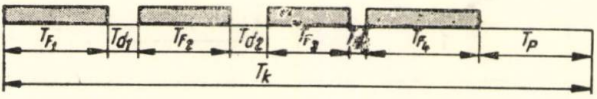


Fig. 3. — Funcţionarea în perioada de observaţie T_k a unui element.

În acest scop se construieşte un graf al stărilor posibile şi pe această bază se scrie matricea q. Rezolvînd sistemul de ecuaţii se determină $M(T_F)$ şi $M(Td)$ pentru grupa studiată. În tabela 1 se indică graful şi matricea aferentă pentru şase combinaţii mai des întîlnite. Relaţiile care se obţin de exemplu pentru grupele de defectare cu elemente în serie sînt

$$[\lambda_e]_S = \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i ;$$

$$[\mu_e]_S = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\mu_i}}.$$

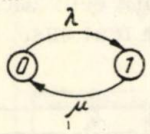
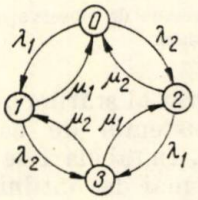
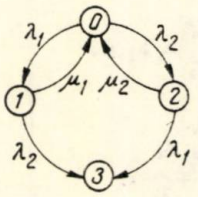
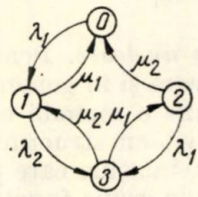
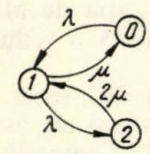
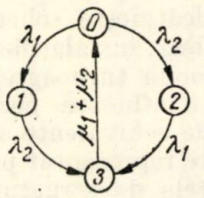
2. *Aplicarea metodei la centralele nucleare.* Pentru rezolvarea unor probleme specifice ale centralelor nucleare şi în general a părţii termomecanice a blocurilor energetice se propune o metodă care constă în utilizarea unui sistem de lucru mai potrivit cu structura acestor instalaţii. Din ansamblul blocului se selectează instalaţiile care pot influenţa disponibilitatea şi se împart într-un număr de grupe funcţionale. Grupa funcţională conţine toate instalaţiile şi echipamentele care asigură în mod independent o anumită funcţie. De exemplu, pompele de alimentare cu toate instalaţiile anexe formează grupa „apa de alimentare". Orice reducere de capacitate a unei grupe determină o reducere corespunzătoare a puterii ansamblului.

Reprezentînd blocul ca o structură de grupe funcţionale legate în serie sau în paralel după influenţa pe care o au asupra disponibilităţii, se obţine o schemă echivalentă sugestivă şi comodă pentru calcule.

Pentru exemplificare, schemei de principiu din figura 4, i se ataşează schemele echivalente corespunzătoare (fig. 5).

Pentru ansamblul blocului se alcătuieşte schema echivalentă din figura 5 *a* care cuprinde : reactorul nuclear, instalaţiile circuitului primar, grupa pompelor de alimentare, cele două turboagregate cu instalaţiile aferente, instalaţiile de automatizare şi influenţa personalului operativ. În figura 5 *b*, *c*, şi *d* sînt date schemele echivalente ale instalaţiilor blocului. Reactorul cu apă sub presiune este reprezentat prin trei grupe funcţionale : vasul de presiune şi elementele de structură ale reactorului,

Tabela 1

1 element		$\begin{array}{\|c\|c\|}\hline -\lambda & \mu \\ \hline \lambda & -\mu \\ \hline \end{array}$
Două elemente în paralel		$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline -(\lambda_1+\lambda_2) & \mu_1 & \mu_2 & 0 \\ \hline \lambda_1 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 & \mu_2 \\ \hline \lambda_2 & 0 & -(\mu_2+\lambda_1) & \mu_1 \\ \hline 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & -(\mu_1+\mu_2) \\ \hline \end{array}$
Două elemente în paralel în ipoteza stării absorbante		$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline -(\lambda_1+\lambda_2) & \mu_1 & \mu_2 & \\ \hline \lambda_1 & -(\lambda_2+\mu_1) & 0 & \\ \hline \lambda_2 & 0 & -(\lambda_1+\mu_2) & \\ \hline 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & \\ \hline \end{array}$
Cuplu de două elemente cu rezervă pasivă		$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline -\lambda_1 & \mu_1 & \mu_2 & 0 \\ \hline \lambda_1 & -(\lambda_2+\mu_1) & 0 & \mu_2 \\ \hline 0 & 0 & -(\lambda_1+\mu_2) & \mu_1 \\ \hline 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & -(\mu_1+\mu_2) \\ \hline \end{array}$
Cuplu de două elemente identice cu rezervă pasivă		$\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline -\lambda & \mu & 0 \\ \hline \lambda & -(\lambda+\mu) & 2\mu \\ \hline 0 & \lambda & -2\mu \\ \hline \end{array}$
Două elemente în paralel, cu timp de așteptare		$\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline -(\lambda_1+\lambda_2) & 0 & 0 & \mu_1+\mu_2 \\ \hline \lambda_1 & -\lambda_2 & 0 & 0 \\ \hline \lambda_2 & 0 & -\lambda_1 & 0 \\ \hline 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & -(\mu_1+\mu_2) \\ \hline \end{array}$

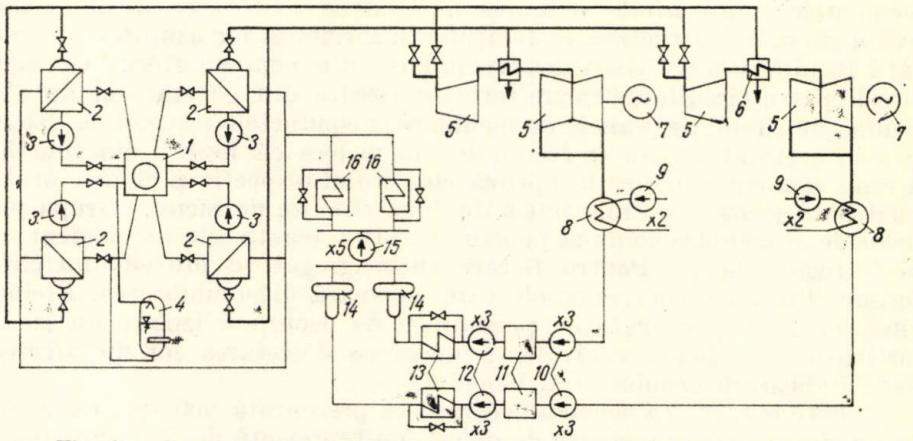
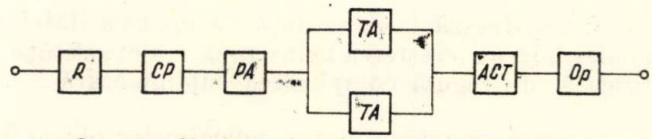
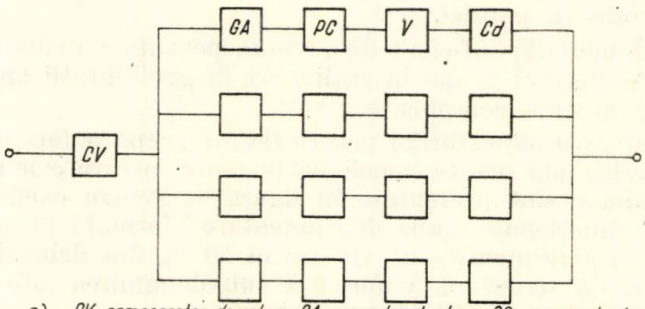


Fig. 4. — Schema de principiu a unui bloc cu un reactor PWR și două turbine.



a) R – reactor; CP – circuit primar; PA – pompă apă alimentare;
TA – turbo generator; ACT – automatizare și control termotehnic
Op – operator.

b) VP – vas de presiune; EC – elemente combustibile; BC – bare de control



c) CV – compensator de volum; GA – generator de abur; PC – pompe de circulație
V – vane; Cd – conducte.

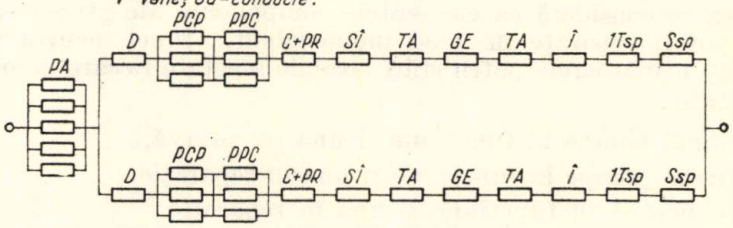


Fig. 5. — Schema echivalentă de siguranță a blocului.

elementele combustibile și barele de control. Pentru circuitul primar, avînd în vedere structura instalațiilor și influența lor asupra disponibilității rezultă schema echivalentă compusă din compensatorul de volum și cele patru circuite de răcire formate fiecare din generatorul de abur, pompa de circulație, vanele de închidere și conductele respective. Calculul pentru acest ansamblu se face avînd în vedere că ieșirea din funcțiune a unui element conduce la oprirea circuitului respectiv și că reactorul nu poate funcționa — cu mai puțin de două circuite de răcire. Grupa pompelor de alimentare comună pentru ambele agregate este un element serie al întregii scheme. Pentru fiecare turboagregat se prevede un circuit format din toate componentele care afectează disponibilitatea. Preîncălzitoarele fiind prevăzute cu posibilități de ocolire și izolare nu au fost introduse în schema echivalentă deoarece defectarea lor nu afectează decît indicatorii economici ai blocului.

Este evident că schema echivalentă prezentată mai sus, ca și toate schemele cu care se lucrează de obicei, nu reprezintă decît o aproximație, a situației reale, mai complicată și în general greu de precizat în toate amănuntele.

Practica demonstrează însă, că față de precizia datelor disponibile (λ și μ) și mai ales față de creșterea neînsemnată a exactității rezultatelor, nu este justificată, de regulă complicarea suplimentară a schemei și a calculelor.

Pe baza schemei echivalente și a indicatorilor obișnuiți la fiecare grupă se determină indicatorii blocului. Pentru schema din figura 4 avem :

$$[K_{P1}]\,b = [K_{P1}]_{R} \cdot [K_{P1}]_{CP} \cdot [K_{P1}]_{PA} \cdot [K_{P1}]_{TA}.$$

Calculul disponibilității producției se face după aceeași relație cu precizarea că disponibilitatea părții clasice va ține seamă de funcționarea cu două turbine în paralel.

Această metodă, suficient de precisă, permite o evidențiere ușoară a contribuției fiecărei grupe la realizarea disponibilității ansamblului și nu comportă calcule complicate.

Determinarea indicatorilor pentru fiecare grupă se face după metoda generală descrisă mai sus. Schemele echivalente pentru cele mai utilizate grupe funcționale sînt prezentate în figura 6. Pentru exemplificare s-a ales o grupă funcțională, „apa de alimentare" formată în acest caz din trei electropompe dimensionate fiecare la 50 % din debitul nominal al blocului. Această structură, cunoscută sub denumirea „două din trei" (2/3) este foarte des utilizată în centrale.

Dacă se consideră că elementele componente ale grupei se pot defecta și pot fi reparate în mod independent, atunci pentru structura dată există următoarele patru stări posibile afectate fiecare de o anumită probabilitate :

0 : două pompe în funcțiune și una în rezervă,

1 : două pompe în funcțiune și una în reparație,

2 : o pompă în funcțiune și una în reparație,

3 : toate pompele în reparație.

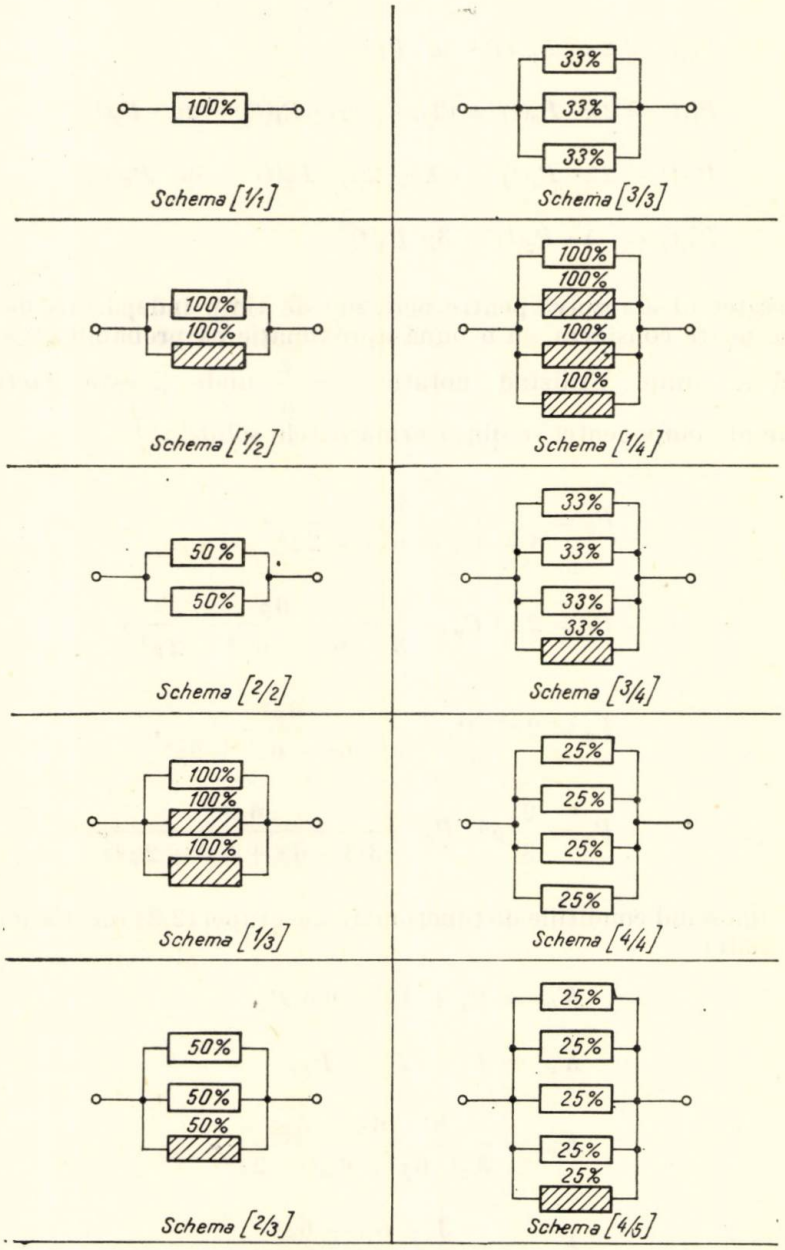


Fig. 6. — Structuri de grupe funcționale.

Pe baza metodei de calcul menţionate mai sus se obţine următorul sistem de ecuaţii diferenţiale :

$$P_0'(t) = 2\lambda \cdot P_0(t) + \mu \cdot P_1(t),$$

$$P_1'(t) = 2\lambda \cdot P_0(t) = (2\lambda + \mu) \cdot P_1(t) + 2\mu \cdot P_2(t),$$

$$P_2'(t) = 2\lambda \cdot P_1(t) = [\lambda + 2\mu) \cdot P_2(t) + 3\mu \cdot P_3(t),$$

$$P_3'(t) = \lambda \cdot P_2(t) = 3\mu P_3(t).$$

Sistemul se rezolvă pentru perioade de timp îndepărtate de origină, cînd se poate considera, cu o bună aproximaţie că probabilităţile nu mai depind de timp. Utilizînd notaţia $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ unde ρ este factorul de calitate al componentei se obţin următoarele soluţii :

$$P_0 = \frac{3}{3 + 6\rho + 6\rho^2 + 2\rho^3},$$

$$P_1 = 2\rho \cdot P_0 = \frac{6\rho}{3 + 6\rho + 6\rho^2 + 2\rho^3},$$

$$P_2 = 2\rho^2 \cdot P_0 = \frac{6\rho^2}{3 + 6\rho + 6\rho^2 + 2\rho^3},$$

$$P_3 = \frac{2}{3}\rho^3 \cdot P_0 = \frac{6\rho^3}{3(3 + 6\rho + 6\rho^2 + 2\rho^3)}.$$

Cunoscînd condiţiile de funcţionare ale grupei (2/3) rezultă indicatorii funcţionali :

$$K_{PI} = P_0 + P_1 + 0{,}5\, P_2,$$

$$K_F = P_0 + P_1 + P_2,$$

$$K_{PI} = \frac{3 + 6\rho + 3\rho^2}{3 + 6\rho + 6\rho^2 + 2\rho^3},$$

$$K_F = \frac{3 + 6\rho + 6\rho^2}{3 + 6\rho + 6\rho^2 + 2\rho^3}.$$

Utilizînd aceeaşi metodă, se pot calcula indicatorii funcţionali şi pentru alte structuri care se întîlnesc în centrale (tabelul 2).

Tabela 2

Relaţii pentru calculul indicatorilor K_{PI} şi K_F

Nr.	Schema grupei funcţionale	Nr. componentelor în funcţiune	Nr. componentelor în rezervă	Factorul de utilizare a capacităţii instalate K_{PI}	Factorul de disponibilitate a producţiei K_F
1	1/1	1	—	$\frac{1}{1+\rho}$	$\frac{1}{1+\rho}$
2	1/2	1	1	$\frac{2+2\rho}{2+2\rho+\rho^2}$	$\frac{2+2\rho}{2+2\rho+\rho^2}$
3	2/2	2	—	$\frac{1}{1+\rho}$	$\frac{1+2\rho}{1+2\rho+\rho^2}$
4	1/3	1	2	$\frac{6+6\rho+3\rho^2}{6+6\rho+3\rho^2+\rho^3}$	$\frac{6+6\rho+3\rho^2}{6+6\rho+3\rho^2+\rho^3}$
5	2/3	2	1	$\frac{3+6\rho+3\rho^2}{3+6\rho+6\rho^2+2\rho^3}$	$\frac{3+6\rho+6\rho^2}{3+6\rho+6\rho^2+2\rho^3}$
6	3/3	3	—	$\frac{1}{1+\rho}$	$\frac{1+3\rho+3\rho^2}{1+3\rho+3\rho^2+\rho^3}$
7	1/4	1	3	$\frac{24+24\rho+12\rho^2+4\rho^3}{24+24\rho+12\rho^2+4\rho^3+\rho^4}$	$\frac{24+24\rho+12\rho^2+4\rho^3}{24+24\rho+12\rho^2+4\rho^3+\rho^4}$
8	3/4	3	1	$\frac{4+12\rho+12\rho^2+4\rho^3}{4+12\rho+18\rho^2+12\rho^3+3\rho^4}$	$\frac{4+12\rho+18\rho^2+12\rho^3}{4+12\rho+18\rho^2+12\rho^3+3\rho^4}$
9	4/4	4	—	$\frac{1}{1+\rho}$	$\frac{1+4\rho+6\rho^2+4\rho^3}{1+4\rho+6\rho^2+4\rho^3+\rho^2}$
10	4/5	4	1	$\frac{5+20\rho+30\rho^2+20\rho^3+5\rho^4}{5+20\rho+40\rho^2+40\rho^3+20\rho^4+4\rho^5}$	$\frac{5+20\rho+40\rho^2+40\rho^3+20\rho^4}{5+20\rho+40\rho^2+40\rho^3+20\rho^4+4\rho^5}$

În afară de acestea, se mai pot prezenta structuri cu condiţii de funcţionare particulare. De exemplu, în cazul utilizării unui transformator de bloc format din trei unităţi monofazate în funcţiune şi o unitate de rezervă, condiţiile de funcţionare diferă de cele ale grupei 3/4. În acest caz indicatorii funcţionali sînt daţi de relaţia

$$K_{P1} = K_F = P_0 + P_1,$$

P_0 = probabilitatea ca trei unităţi să fie în funcţiune şi una în rezervă,
P_1 = probabilitatea ca trei unităţi să fie în funcţiune şi una în reparaţie.
Pe baza acestor condiţii rezultă:

$$K_{P1} = K_F = \frac{4 + 4\rho}{4 + 4\rho + 3\rho^2}$$

3. *Calculul disponibilităţii circuitului primar.* O situaţie specială care nu poate fi rezolvată numai pe baza metodei de calcul indicate apare în cazul echipamentelor din circuitul primar. Din cauza faptului că echipamentele din această zonă nu sînt accesibile pentru reparaţii în timpul funcţionării reactorului, evoluţia în timp a sistemului este caracterizată printr-o succesiune de cicluri de funcţionare şi de opriri pentru reparaţii ca în figura 7.

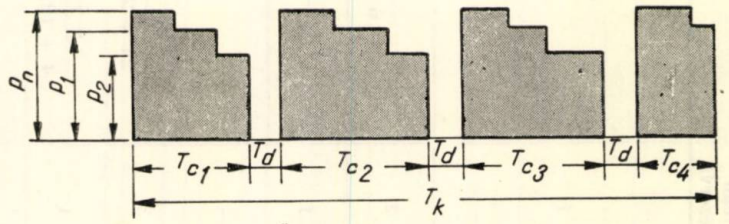


Fig. 7. — Diagrama de funcţionare a circuitului primar.

Acest regim de funcţionare, presupune că după apariţia unei defecţiuni, capacitatea circuitului primar se reduce numai cu puterea corespunzătoare agregatului defect. Oprirea centralei se produce, în acest caz, numai după scăderea capacităţii circuitului sub valoarea minimă admisă (P_2) iar durata perioadei de reparare este constantă.

Există şi regimuri de funcţionare în care, la orice defecţiune în circuitul primar, se opreşte reactorul pentru reparaţii după care funcţionarea se reia la puterea nominală. În această situaţie diagrama de funcţionare este cea din figura 8.

Cele două exemple prezentate reprezintă, situaţii limită, iar pentru majoritatea cazurilor care se întîlnesc în practică funcţionarea circuitului primar are loc pe baza unor condiţii mai complicate. Astfel, există defecţiuni care deşi nu produc o reducere de capacitate importantă, necesită

totuşi oprirea imediată a centralei pentru reparaţii. Pentru unele echipamente poate fi creiată prin măsuri constructive speciale, posibilitatea ca unele defecţiuni să fie remediate în timpul funcţionării reactorului.

Rezolvarea problemei pentru cazul concret al circuitului primar, se face utilizînd metoda generală de calcul indicată la începutul acestui paragraf. Pe baza condiţiilor de funcţionare concrete se stabilesc toate

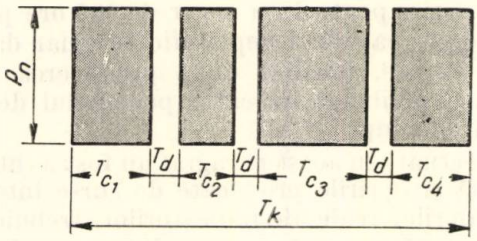


Fig. 8. — Diagrama de funcţionare a CNE.

stările posibile, se alcătuieşte matricea q şi sistemul de ecuaţii aferent. Rezolvarea acestui sistem se obţine aplicînd transformata Laplace şi ţinînd seamă de condiţiile iniţiale. Dacă se are în vedere că o serie de stări au un caracter absolut, pentru un ciclu Tc, se obţin mediile perioadelor de funcţionare la o anumită putere. Această soluţionare este posibilă, deoarece în cazul dat

$$M(T_F)_i = \int_0^\infty P_i(t) \cdot \mathrm{d}t .$$

Determinarea în continuare a indicatorilor funcţionali pentru circuitul primar nu mai întîmpină nici-o dificultate.

Singurul indicator, care nu rezultă direct prin metodele expuse este numărul mediu de opriri. În cazul schemelor formate din mai multe elemente în serie un rezultat suficient de precis se obţine făcînd suma opririlor fiecărui element şi aplicînd o corecţie în funcţie de timpul real de funcţionare al instalaţiei

$$M(\nu)_b = (K_F)_b \sum_{i=1}^{n} M(\nu)_i .$$

Pentru grupele funcţionale avînd mai multe elemente în paralel o soluţie practică, dar mai puţin precisă se obţine prin determinarea unor intensităţi de defectare şi de reparare echivalente (λ_e şi μ_e) şi aplicarea formulei

$$M(\nu) = \frac{\lambda_e \cdot \mu_e}{\lambda_e + \mu_e} \cdot T_K .$$

Se menţionează că metoda generală de calcul indicată în [4] conduce la obţinerea unor valori exacte pentru toţi indicatorii funcţionali inclusiv pentru numărul mediu de opriri.

În legătură cu determinarea numărului de opriri este cazul să se precizeze, că rezultatele obţinute cuprind toate opririle neplanificate.

În calculele efectuate pînă acum s-a considerat că pentru centralele nucleare electrice se prevede în general o singură oprire planificată, pe an, care durează 600—700 ore. Cu ocazia acestei opriri se efectuează revizia generală a echipamentelor şi înlocuirea elementelor combustibile epuizate. Pentru centralele avînd reactori prevăzuţi cu maşini de încărcare continuă sub sarcină această oprire poate dura în jur de 400 ore pe an. Restul opririlor au fost considerate ca opriri neplanificate chiar dacă se produc sub forma unor opriri forţate, imediat după producerea defecţiunilor, sau sînt provcate în mod deliberat de către personalul de exploatare după o anumită perioadă de timp.

În calculele efectuate în acest paragraf au fost avute în vedere numai reducerile de sarcină şi opririle provocate de surse interne ale centralei. Pentru obţinerea valorilor reale ale indicatorilor, trebuie să se ţină seamă şi de reducerile de sarcină care pot să apară din partea dispecerului.

4. *Căile de îmbunătăţire a fiabilităţii.* Posibilităţile de influenţare a factorilor care determină disponibilitatea şi în general fiabilitatea sistemelor au fost menţionate la punctul I.1, şi sînt valorificate ţinînd seamă de particularităţile fiecărui caz concret.

Calitatea componenţelor, reprezentată în calcule de intensitatea de defectare, λ poate fi asigurată printr-o serie de măsuri dintre care cele mai importante sînt : alegerea corectă a echipamentelor şi materialelor în funcţie de condiţiile concrete de funcţionare şi încercarea temeinică a instalaţiilor, în timpul perioadei de punere în funcţiune şi rodare.

În privinţa măsurilor care pot fi luate de producătorul echipamentelor este cazul să se menţioneze că mijloacele moderne de verificare şi de control nedestructiv permit obţinerea unor performanţe ridicate şi mai ales foarte bine cunoscute.

Fiabilitatea schemelor, şi în general a structurilor instalaţiilor reprezintă domeniul în care se poate acţiona cu multă eficienţă în faza de proiectare pentru obţinerea indicatorilor prescrişi ansamblului respectiv. Principalele măsuri care pot fi luate în acest scop sînt următoarele :

— reducerea numărului de componente care afectează fiabilitatea;

— introducerea unui anumit grad de rezervare.

Pentru a limita la maximum numărul componentelor care intervin în fiabilitatea schemelor se utilizează legături suplimentare pentru ocolire şi legături transversale astfel încît defectarea componentelor respective să nu afecteze disponibilitatea sau să minimalizeze reducerile de capacitate.

Metoda utilizării elementelor redondante, are o mare răspîndire atît prin menţinerea permanentă în funcţiune a unor capacităţi suplimentare cît şi prin prevederea unor rezerve care intră în funcţiune la apariţia unei indisponibilităţi în schema principală.

Calitatea reparaţiilor intervine în calculele de fiabilitate prin intensitatea de reparare, μ, sau prin durata medie a perioadelor de reparare, $M(Td)$. Creşterea siguranţei în funcţionare a diverselor instalaţii necesită reducerea pe toate căile a timpului cînd echipamentele sînt indisponibile.

În același timp trebuie să se asigure calitatea lucrărilor de reparare astfel încît restabilirea calității echipamentelor să fie cît mai completă.

Eficacitatea practică a acestei metode de ridicare a fiabilității este evidentă în special în cazul disponibilității. Pentru situațiile specifice centralelor nucleare se pot obține rezultate foarte bune prin optimizarea regimului de reparații în zona inaccesibilă a reactorului și a circuitului primar. În acest scop se pot întreprinde următoarele :

— stabilirea prin calcul a ritmului optim de scoatere în reparație a echipamentelor ;

— înlocuirea preventivă a componentelor cu fiabilitate redusă și care pot determina indisponibilități importante ale întregului ansamblu.

III. ANALIZA SECURITĂȚII NUCLEARE

Din punctul de vedere al participării la procesul de producție, componentele centralelor nucleare se împart în două categorii ; echipamente care participă direct la producția energiei electrice și instalații auxiliare care au rolul protejării centralei contra apariției unor defecțiuni cu consecințe grave. Aceste instalații trebuie să se găsească permanent în stare de funcționare astfel încît să asigure un nivel ridicat al securității nucleare. Cele mai importante sisteme auxiliare din centralele nucleare sînt : instalațiile de răcire de avarie ale reactorului, sistemele de protecție automată, alimentările de rezervă ale serviciilor proprii și stațiile de reducere-răcire.

1. *Obiectul analizelor de securitate.* O avarie gravă, cu consecințe asupra personalului și zonei înconjurătoare și cu efecte economice importante nu poate să aibă loc decît în următoarele două cazuri :

— la apariția unei defecțiuni în instalația tehnologică din categoria celor teoretic posibile dar care avînd o probabilitate mică de producere, nu a fost luată în considerație și deci nu sînt prevăzute sisteme auxiliare corespunzătoare ;

— dacă se produce o defecțiune în instalația tehnologică, în momentul în care sistemul auxiliar destinat să protejeze centrala contra acestui tip de defecțiuni este indisponibil.

Studiul securității centralelor nucleare se face plecînd de la un anumit risc considerat ca acceptabil. Pe această bază se stabilesc defecțiunile care trebuie să fie luate în considerație în calcule și pentru care trebuie să se prevadă sisteme auxiliare de protecție și se determină fiabilitatea acestora astfel încît pe ansamblu să nu se depășească probabilitatea de producere a avariilor grave, acceptată.

2. *Determinarea riscului admisibil.* Stabilirea riscului admisibil comportă o serie de dificultăți de principiu, determinate în special de faptul că pentru aceasta este necesar să se considere un număr de date statistice ce depășesc complet domeniul fiabilității centralelor și în special al sistemelor tehnice. Trebuie să se aibă în vedere riscurile existente în regiunea amplasamentului provenite din condițiile naturale și nivelul de civilizație. Față de aceste date se poate aprecia nivelul pînă la care este

rezonabil să se ridice securitatea nucleară a centralelor, de către autorităţi care au competenţe ce depăşesc cu mult pe cele ale proiectantului centralei.

Dacă riscul admisibil a fost stabilit, atunci se procedează în felul următor. Se stabilesc pe baza unei analize funcţionale şi a detaliilor de construcţie toate avariile cu consecinţe grave şi se determină pentru fiecare frecvenţă probabilă de apariţie şi valoarea medie a consecinţelor. Produsul acestor doi indicatori pentru fiecare tip de avarie permite compararea cantitativă a pericolului real.

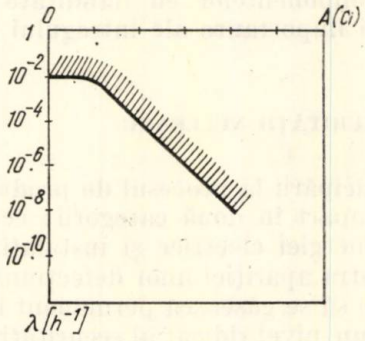


Fig. 9. — Diagrama pentru determinarea riscului admisibil.

Se reprezintă pe o diagramă ca în figura 9, toate avariile luate în consideraţie. Dacă pe baza ratei însecurităţii restante s-a trasat limita domeniului de risc admisibil, atunci pentru fiecare avarie se poate preciza : dacă este necesar să se prevadă sisteme auxiliare de protecţie şi care este nivelul de siguranţă necesar pentru acestea astfel încît pe ansamblu, avaria respectivă să nu se situeze în afara domeniului admisbil.

3. *Calculul fiabilităţii sistemelor auxiliare.* Se studiază funcţionarea într-o perioadă de timp $O-T$ cuprinsă între două testări succesive, a sistemului auxiliar şi se caută probabilitatea coincidenţei între defectarea instalaţiei tehnologice de bază şi a sistemului auxiliar.

Această probabilitate este dată de relaţia :

$$p_e(t) = [1 - e^{-\lambda(T-t)}] \cdot q_r(t),$$

unde

λ este intensitatea de defectare a instalaţiilor tehnologice de bază,

$q_r(t)$ — probabilitatea ca sistemul auxiliar să se găsească în stare de refuz.

Valoarea medie a acestei probabilităţi în intervalul de testare este :

$$P_e(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \lambda e^{-\lambda(T-t)} \cdot Tdr \cdot (t) \cdot dt.$$

unde

$$T_{dr} = \int_0^t q_r(t)\, dt\,.$$

Deci intensitatea producerii unei avarii grave este dată de relația:

$$\lambda_\varepsilon = P_\varepsilon(T)\,\lambda.$$

În calculele de fiabilitate se definește un factor de securitate al instalației și anume

$$K = \frac{T}{\int_0^T e^{-\lambda(T-t)} T_{dr}(t)\,dt}; \quad \text{sau} \quad K = \frac{\lambda}{\lambda_\varepsilon}.$$

Avînd în vedere că $\lambda T \ll 1$ și că:

$$\int_0^T T_{dr}(t)\,dt = \int_0^T q_r(t)\cdot dt = M(T_{dr}),$$

rezultă:

$$K = \frac{T}{M(T\,dr)}.$$

Pe baza acestei relații se poate afirma cu o bună aproximație că securitatea nucleară a instalațiilor tehnologice de bază depinde în primul rînd de fiabilitatea sistemelor auxiliare prevăzute pentru protecție.

4. *Regimurile de testare.* După cum rezultă din relațiile stabilite pentru siguranța ansamblului, încercarea periodică a stării de bună funcționare a sistemelor auxiliare, cu regim de lucru „în așteptare" este decisivă pentru determinarea siguranței ansamblului, fiind singurul mijloc eficace de descoperire a eventualelor stări de refuz.

Prin calculele de fiabilitate se caută să se determine pentru fiecare caz dat un ritm optim de testare. În aceste calcule se are în vedere că la testare s-au descoperit și au fost înlăturate toate defecțiunile care dau stări de refuz și că probabilitatea de defectare a instalației în timpul testării este complet neglijabilă.

Din punctul de vedere al posibilităților de testare, sistemele auxiliare se împart în două categorii care necesită rezolvări distincte.

În primul rînd se au în vedere sistemele disponibile în timpul testării, adică sistemele a căror funcție de asigurare nu încetează în perioada cînd sînt încercate. Pentru acest caz evoluția în timp a siguranței sistemului este indicată în figura 10.

Valoarea medie a siguranței față de refuzurile de acționare pentru pentru perioada dintre două teste este dată de relația:

$$p_r = \frac{k}{T}\int_0^T (1 - e^{-\lambda_r \cdot T})\,dt \simeq 1 - \frac{\lambda_r \cdot T}{2}.$$

Dacă se cunoaște valoarea intensității de defectare, λ_r a componentelor sistemului auxiliar atunci se poate determina intervalul de testare necesar

$$T = \frac{2q_r}{\lambda_r}.$$

De exemplu, pentru un sistem care are $\lambda_r = 2 \cdot 10^{-5} \cdot h^{-1}$ şi pentru care se cere ca probabilitatea medie de refuz să nu depăşească valoarea de 0,01, rezultă că sînt necesare testări la intervale de 1000 h.

Uneori problema apare sub altă formă. Se cunosc T şi λ_r pentru o anumită schemă şi se cere să se determine noul interval de testare pentru o altă schemă astfel încît performanţele sistemului să rămînă aceleaşi. În acest caz noul interval de testare T, se determină din relaţia

$$\frac{1}{T}\int_0^T q_r(t)\,dt = \frac{1}{T_1}\int_0^T q_{r_1}(t)\,dt.$$

Aplicînd această relaţie la trecerea de la o schemă de coincidenţă 2/3 la o schemă 2/2, situaţie care apare în cazul unei defectări nerezolvate a unui aparat, se obţine

$$T_1 = \lambda_r T^2.$$

De exemplu, dacă pentru $\lambda_r = 10^{-5} \cdot h^{-1}$ sistemul 2/3 era încercat la interval de 1000 h, în cazul defectării unui aparat, pentru a menţine nivelul de siguranţă dat sînt necesare testări la intervale de 10 h.

Cazul sistemelor care nu sînt disponibile în timpul testării este ilustrat în figura 11.

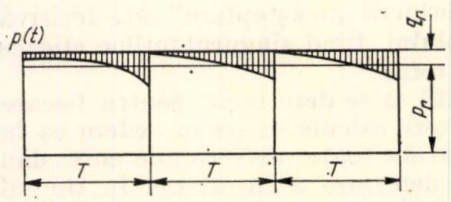


Fig. 10. — Perioadele de testare ale unui sistem disponibil.

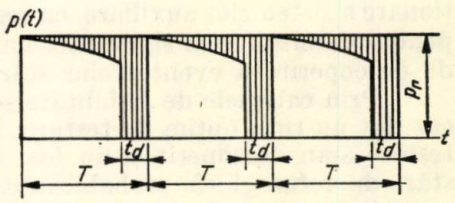


Fig. 11. — Perioadele de testare ale unui sistem indisponibil.

În acest caz durata unei încercări t_d nu poate fi modificată şi este necesar ca să se stabilească perioada de testare T, astfel încît siguranţa sistemului faţă de refuz să fie maximă

$$p_r(t) = \frac{1}{T}\int_0^T e^{-\lambda_r t}\,dt.$$

$$\frac{dp_r(t)}{dt} = 0.$$

Deoarece sînt îndeplinite condiţiile: $\lambda_r T \ll 1$ şi $\frac{1}{\lambda_r} \gg t_d$ se obţine intervalul optim de testare căutat:

$$T_{\text{optim}} = \sqrt{\frac{2t_d}{\lambda_r}}.$$

La un sistem de protecție caracterizat prin $\lambda_r = 10^{-5}\text{h}^{-1}$ și $t_d = 10$ min rezultă o perioadă de testare optimă de 182,5 h. Pentru aceste valori se obține o probabilitate medie de bună funcționare față de refuz de 0,999.

5. *Sistemele de protecție autonomă.* Dintre instalațiile auxiliare care intervin în stabilirea nivelului de siguranță a centralelor nucleare, sistemele de protecție sînt cele mai răspîndite. Ceea ce caracterizează aceste sisteme este utilizarea pe scară largă a schemelor de coincidență atît pe partea de măsură cît și pentru comanda opririi. Schemele de coincidență sau de asigurare, utilizate și pentru alte sisteme auxiliare prezintă cîteva particularități care vor fi prezentate în continuare.

Majoritatea schemelor utilizate sînt de tipul m/n; toate stările care se pot forma sînt exprimate prin următoarea dezvoltare:

$$(p+q)^n = p^n + C_n^1 \cdot p^{n-1} \cdot q + \ldots + C_n^m p^{n-m} \cdot q^m + \ldots + C_n^{n-1} \cdot p \cdot q^{n-1} + q^n.$$

Fiecare din termenii acestei relații exprimă probabilitatea de a avea $n = m$ elemente în stare de funcționare și m elemente defecte. Dacă pentru o schemă dată este suficient ca să fie în bună stare $k = n - m$ elemente pentru ca schema să acționeze, atunci siguranța față de refuzul de acționare este dată de suma probabilităților stărilor care au cel puțin m elemente în funcțiune

$$p_r(m/n) = \sum_{k=0}^{k=n-m} C_n^k (1 - p_r)^k \cdot p_r^{n-k}.$$

Pentru a calcula siguranța unei scheme față de acționarea falsă, se observă că este suficient să acționeze fals m elemente ca schema să se defecteze. În acest caz $p_f(m/n)$ este dată de suma probabilităților stărilor care au cel puțin $n = m + 1$ elemente în stare de funcționare.
Rezultă:

$$p_f(m/n) = \sum_{j=0}^{j=m=1} C_n^j (1 - p_f)^j \cdot p_f^{n-j}.$$

Pe baza relațiilor stabilite mai sus s-au studiat cîteva din structurile tipice, cu utilizare frecventă în sistemele de protecție automată. În tabela 3 sînt prezentate schemele realizate în ambele variante posibile din punctul de vedere al acționării. În scopul efectuării unor analize comparative s-au determinat relațiile pentru calculul indicatorilor. $F_f(m/n)$ și $F_r(m/n)$ la toate combinațiile realizate utilizînd pînă la șase aparate primare (tabela 4). Prin F_f și F_r s-au notat disponibilitățile față de cele două tipuri de defecțiuni.

Utilizarea relațiilor stabilite pentru p_f și p_r este posibilă deoarece

$$F_f = 1 - [k_d]_f \qquad \text{și} \qquad [k_d]_f = \frac{[T_d]_f}{T}$$

unde:

$$[T_d]_f = \int_0^\infty q_f(t)\, \mathrm{d}t.$$

TABELA 3

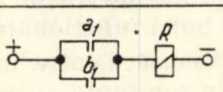
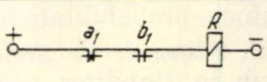
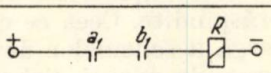
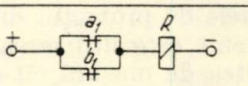
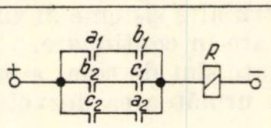
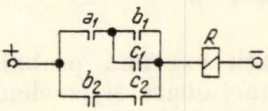
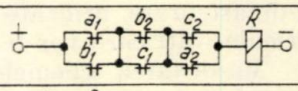
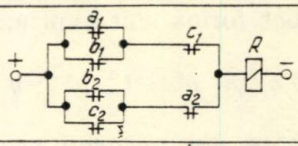
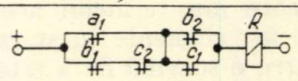
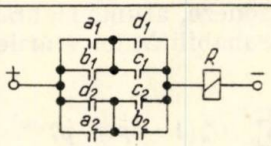
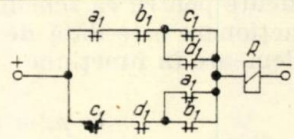
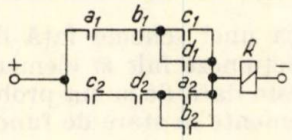
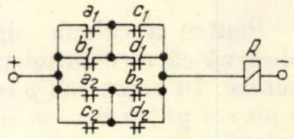
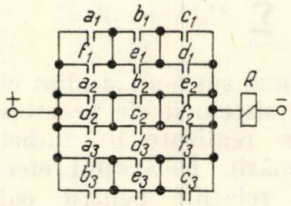
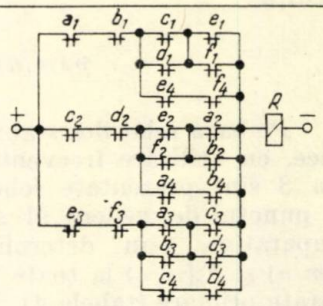
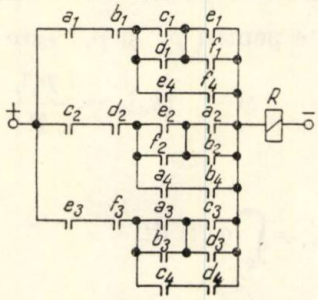
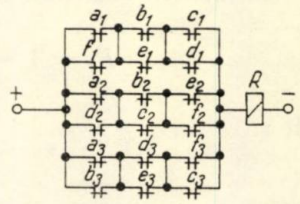
Nr. crt.	Varianta	Scheme care acționează la puterea sub tensiune	Scheme care acționează la scoaterea de sub tensiune
1	Schema 1/2		
2	Schema 2/2		
3	Schema 2/3	 	  
4	Schema 2/4		
5	Schema 3/4		
6	Schema 3/6		
7	Schema 4/6		

Tabela 4

	Simbol m/m	Număr combinaţi $C_n^m = \frac{n!}{n!(n-m)!}$	Număr de aparate	Număr de contacte	Siguranţa faţă de acţionarea falsă $F_f[m/n]$	Siguranţa faţă de refuzul de acţionare $F_r[m/n]$
1	1/1	—	1	1	F_f	F_r
2	1/2	2	2	2	F_f^2	$2F_r - F_r^2$
3	2/2	1	2	2	$2F_f - F_f^2$	F_r^2
4	1/3	3	3	3	F_f^3	$3F_r - 3F_r^2 + F_r^3$
5	2/3	3	3	6	$3F_f^2 - 2F_f^3$	$3F_r^2 - 2F_r^3$
6	3/3	1	3	3	$3F_f - 3F_f^2 + F_f^3$	F_r^3
7	1/4	4	4	4	F_f^4	$4F_r - 6F_r^2 + 4F_r^3 - F_r^4$
8	2/4	6	4	8	$4F_f^3 - 3F_f^4$	$6F_r^2 - 8F_r^3 + 3F_r^4$
9	3/4	4	4	8	$6F_f^2 - 8F_f^3 + 3F_f^4$	$4F_r^3 - 3F_r^4$
10	4/4	1	4	4	$4F_f - 6F_f^2 + 4F_f^3 - F_f^4$	F_r^4
11	1/5	5	5	5	F_f^5	$5F_r - 10F_r^2 + 10F_r^3 - 5F_r^4 + F_r^5$
12	2/5	10	5	12	$5F_f^4 - 4F_f^5$	$10F_r^2 - 20F_r^3 + 15F_r^4 - 4F_r^5$
13	3/5	10	5	15	$10F_f^3 - 15F_f^4 + 6F_f^5$	$10F_r^3 - 15F_r^4 + 6F_r^5$
14	4/5	5	5	12	$10F_f^2 - 20F_f^3 + 15F_f^4 - 4F_f^5$	$5F_r^4 - 4F_r^6$
15	5/5	1	5	5	$5F_f - 10F_f^2 + 10F_f^3 - 5F_f^4 + F_f^5$	F_r^5
16	1/6	6	6	6	F_f^6	$6F_r - 15F_r^2 + 20F_r^3 - 15F_r^4 + 6F_r^5 - F_r^6$
17	2/6	15	6	16	$6F_f^5 - 5F_f^6$	$15F_r^2 - 40F_r^3 + 45F_r^4 - 24F_r^5 + 5F_r^6$
18	3/6	20	6	18	$15F_f^4 - 24F_f^5 + 10F_f^6$	$20F_r^3 - 45F_r^4 + 36F_r^5 - 10F_r^6$
19	4/6	15	6	24	$20F_f^3 - 45F_f^4 + 36F_f^5 - 10F_f^6$	$15F_r^4 - 24F_r^5 + 10F_r^6$
20	5/6	6	6	16	$15F_f^2 - 40F_f^3 + 45F_f^4 - 24F_f^5 + 5F_f^6$	$6F_r^5 - 5F_r^6$
21	6/6	1	6	6	$6F_f - 15F_f^2 + 20F_f^3 - 15F_f^4 + 6F_f^5 - F_f^6$	F_r^6

Aceleaşi relaţii sînt valabile şi pentru F_r.

Pentru o parte din scheme s-au calculat valorile indicatorilor $F_f(m/n)$ şi $F_r(m/n)$ în funcţie de indicatorii respectivi ai componenţelor considerate identice (tabela 4) şi s-au trasat diagramele corespunzătoare figurii 12.

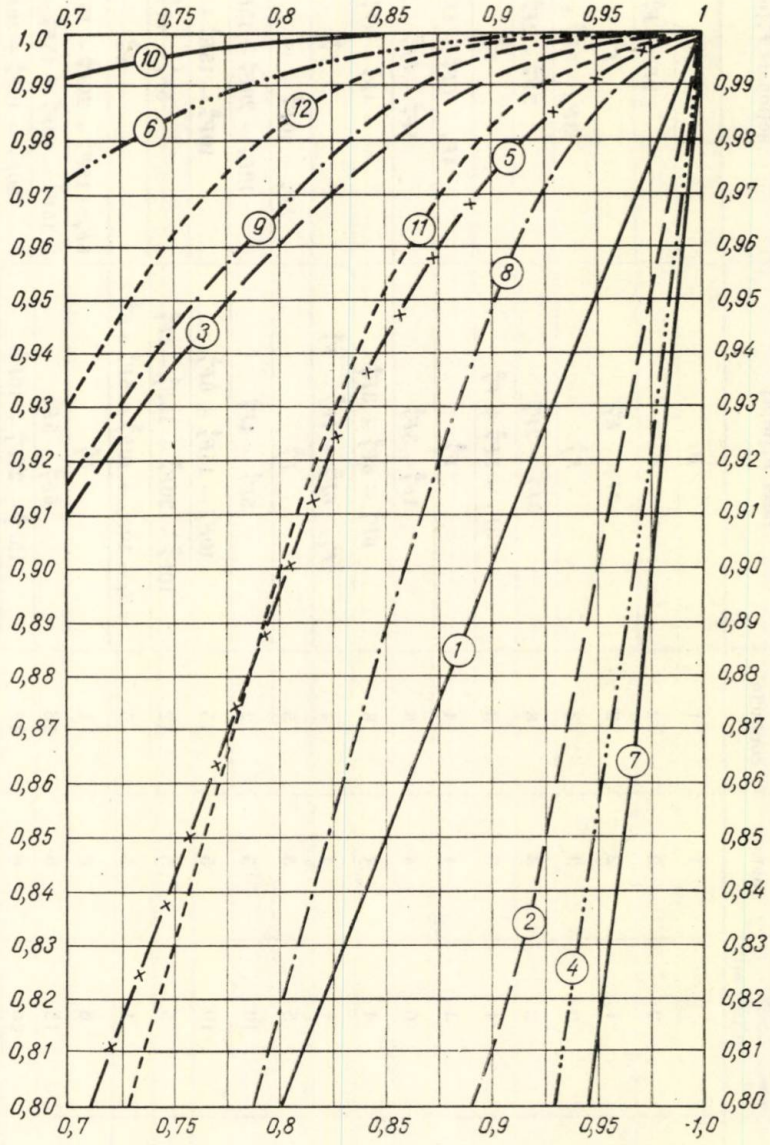


Fig. 12. — Diagramele $F[m/n] = f[F(1/1)]$

1. $F(1/1)$
2. $F_f[1/1] = F_r[2/2[$
3. $F_f[2/2] = F_r[1/2]$
4. $F_f[1/3] = F_r[3/3]$
5. $F_f[2/3] = F_r[2/3]$
6. $F_f]3/3] = F_r[1/3[$
7. $F_f[1/4] = F_r[4/4]$
8. $F_f[2/4] = F_r[3/4]$
9. $F_f[3/4] = F_r[2/4]$
10. $F_f[4/4[= F_r[1/4]$
11. $F_f[3/6] = F_f[4,6]$
12. $F_f[4/6] = F_r[3/6]$

Se menționează că tabela 4 poate fi folosită pentru un număr dublu de scheme utilizînd o relație de corespondență, care este evidentă la citirea formulelor de calcul

$$F_f(m/n) = F_r(K + 1/n) \qquad \text{unde } K = n = m.$$

Analiza rezultatelor obținute evidențiază faptul că avantajele unei scheme față de alta depind de valorile indicatorilor elementelor componente. În cazurile în care indicatorii λ ai elementelor studiate nu sînt cunoscuți cu o precizie suficientă, se poate analiza fiabilitatea, parametrizînd acești indicatori și verificînd comportarea schemei pe diagrame de genul celei din figura 12.

IV. CONCLUZII

Parcurgerea, în această lucrare, a principalelor probleme specifice și a metodelor pentru calculul fiabilității centralelor nucleare electrice prilejuiește evidențierea unor concluzii cu caracter general privind domeniul studiat.

În primul rînd se remarcă faptul că în prezent se dispune de o bază suficientă pentru abordarea în fond atît a calculelor de disponibilitate cît și a celor pentru securitatea nucleară. Problema datelor necesare pentru efectuarea calculelor, care la centralele nucleare comportă unele particularități, determină o anumită evoluție a metodelor de calcul pentru adaptarea analizelor la baza informațională existentă.

În ceea ce privește căile de îmbunătățire a performanțelor instalațiilor studiate, se observă că pe lîngă optimizarea schemelor și ridicarea calității componentelor, o importanță deosebită mai ales sub aspectul eficienței economice, o au : optimizarea reparațiilor — în cazul disponibilității — și testarea periodică — în cazul securității nucleare.

Aplicînd în cazurile concrete ale centralelor nucleare metodele de analiză bazate pe calcule de fiabilitate se pot pune în evidență o serie de aspecte care nu pot fi precizate în mod intuitiv. În primul rînd se subliniază importanța echipamentelor din circuitul primar pentru stabilirea indicatorilor funcționali ai blocului. Faptul că aceste echipamente nu sînt accesibile pentru reparații decît cu reactorul oprit conduce la concluzia că adoptarea de scheme cu elemente redondante în acest caz nu este eficientă. De asemenea este pusă în evidență necesitatea de a reduce numărul de circuite de răcire care pe lîngă avantajul unor costuri mai mici are și avantajul unei disponibilități mai mari.

O altă concluzie care se impune este aceea că prevederea de elemente de rezervă sau supradimensionarea unor grupe, pe partea clasică nu conduce la îmbunătățiri substanțiale ale indicatorilor funcționali decît în foarte puține cazuri. Se impun în schimb ca mult mai eficace măsurile de ridicare a disponibilității pe baza optimizării regimului de reparații prin înlocuirea preventivă a componentelor cu frecvențe mai ridicate de defectare și alte măsuri care rezultă în analizele de fiabilitate.

Pe baza realizărilor obținute pînă în prezent există condiții ca în viitor analizele de fiabilitate la centralele nucleare să se dezvolte în sensul aprofundării problemelor tratate și a îmbogățirii metodelor de cercetare.

Un progres substanţial poate fi obţinut pe calea perfecţionării regimurilor de reparaţii şi de testare. Pentru securitatea nucleară este de asemenea important să se efectueze cercetări în scopul stabilirii nivelului de asigurare optim şi a riscului restant acceptabil în condiţiile amplasamentelor, din ţara noastră.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Viitorul rol al centralelor nucleare electrice.* Rev. Electrical Review, *24*, iunie (1969).
2. V. Nitu, H. Albert, N. Brădescu, *Metode statisto-probabilistice utilizate în energetică.* Ed. tehnică, Bucureşti, 1968.
3. V. I. Nitu, Gh. Oprişan, M. Stein, C. Trifu, A. M. Petrescu, *Metode de calcul a siguranţei în funcţionarea blocurilor energetice de mare putere.* Rev. Energetica, *8*, aug. (1970).
4. V. I. Nitu, Gh. Oprişan, A. M. Petrescu, *Calculul fiabilităţii instalaţiilor energetice utilizînd lanţurile Markov cu timp discret.* Buletinul ISPE, *3* (1970).
5. M. A. Schultz, *Reliability of reactor safety systems.* Rev. Power Engineering, ian. (1970).
6. I. V. Nitu, *Influenţa siguranţei în alimentarea cu energie electrică şi căldura asupra calculelor economice în domeniul energetic.* Rev. Energetica, *9*, septembrie (1970).
7. M. Khan, M. Ristic, *Operating experience*, Rev. Nuclear Engineering, iunie (1970).
8. G. V. Drujinin, *Siguranţa în funcţionare a sistemelor*, Bucureşti, Ed. tehnică, 1968.
9. N. A. Sişonok, *Reşenie zadaci nadiojnosti i ekspluatatii na universalnîh ENVM*, Moskva, Ed. Radio, 1967.

CERCETĂRI PRIVIND REDUCEREA CONSUMULUI SPECIFIC DE CĂLDURĂ LA CUPTOARELE DE FORJE

V. GHIA şi A. PĂLTÎNEA

621.365.6:662.99

Se preconizează metoda de calcul a micşorării procentuale a consumului specific de căldură prin preîncălzirea aerului de ardere şi prin micşorarea excesului de aer pentru ardere la cuptoarele de încălzire. Pentru confirmarea concluziilor teoretice se dau rezultatele experimentale obţinute prin îmbunătăţirea performanţelor instalaţiei de ardere la un cuptor de forjă pentru încălzit lingouri.

1. GENERALITĂŢI

Mărirea economicităţii cuptoarelor de forjă este o problemă de mare importanţă, care implică rezolvarea a numeroase şi variate aspecte, ca:

— reducerea consumului de combustibil;

— micşorarea duratei procesului tehnologic, respectiv mărirea productivităţii;

— îmbunătăţirea tehnologiei încălzirii;

— reducerea pierderilor prin ţunder;

— îmbunătăţirea concepţiei, construcţiei şi exploatării cuptoarelor etc. Multe dintre aceste aspecte sînt legate între ele, condiţionîndu-se reciproc, astfel încît aplicarea unei anumite îmbunătăţiri poate conduce la efecte multiple [1]. De exemplu, înlocuirea instalaţiei de ardere cu un sistem îmbunătăţit poate determina micşorarea excesului de aer pentru ardere, creşterea radiaţiei flăcării şi scurtarea flăcării. Datorită primelor două efecte, intensificîndu-se transmiterea de căldură de la gazele de ardere la şarjă, se micşorează durata procesului tehnologic, se reduc pierderile prin ţunder şi de obicei se micşorează consumul specific de combustibil. Dacă prin scurtarea flăcării aceasta nu mai atinge şarja, se îmbunătăţeşte şi tehnologia încălzirii oţelului.

Uneori aceste efecte favorabile sînt amplificate, deoarece, atunci cînd flacăra este relativ lungă, se plasează paravane înaintea şarjei pentru a nu o degrada, ceea ce micşorează sensibil transferul util de căldură.

De aceea în prima parte a lucrării se vor deduce relaţii termodinamice pentru calculul micşorării consumului specific de căldură datorită

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 531 — 544, Bucureşti, 1972

îmbunătățirii performanțelor instalației de ardere la încălzirea în flux continuu și ciclic. De asemenea se clarifică cauzele indensificării schimbului util de căldură de la gazele de ardere la sarjă, datorită perfecționării instalației de ardere a cuptoarelor de forjă.

Pentru confirmarea concluziilor teoretice se prezintă apoi rezultatele experimentale obținute pe un cuptor de forjă pentru încălzit lingouri.

2. CONSUMUL SPECIFIC DE CĂLDURĂ

Ne vom referi mai întîi la încălzirea în flux continuu.

Consumul de căldură pentru încălzirea unității de produs tehnologic are valori diferite, funcție de caracteristicile funcționale și constructive ale cuptorului.

Pentru funcționarea cu aer rece, consumul de combustibil gazos este

$$B = \frac{Q_u + Q_p}{P_{ci} + \alpha V_0 i_a - V_{g0} i_e - (\alpha_e - 1) V_0 i'_e} \text{ Nm}^3/\text{h}, \qquad (1)$$

unde

Q_u reprezintă căldura utilă cedată produsului tehnologic (kcal/h),
Q_p — căldura pierdută din cuptor în mediul ambiant [1]) (kcal/h),
P_{ci} — puterea calorică inferioară a combustibilului (kcal/Nm³),
V_{g0} — cantitatea teoretică de gaze rezultate din ardere (Nm³/Nm³),
V_0 — cantitatea teoretică de aer pentru ardere (Nm³/Nm³),
α_e — coeficientul excesului de aer la evacuarea din cuptor,
α — coeficientul excesului de aer la care arde combustibilul,
i_e, i'_e — entalpiile gazelor de ardere și aerului la temperatura de evacuare din cuptor t_e (kcal/Nm³),
i_a — entalpia aerului la temperatura ambiantă t_a (kcal/Nm³).

Căldura utilă se poate exprima sub forma

$$Q_u = Gc \cdot \Delta t, \qquad (2)$$

unde G este productivitatea cuptorului (kg/h), c căldura specifică medie a pieselor încălzite (kcal/kg°C) și Δt diferența dintre temperaturile finală și inițială a pieselor încălzite (°C).

Ținînd seama de (1) și (2), consumul specific de căldură este

$$c_s = \frac{BP_{ci}}{G} = \frac{c\,\Delta t\,P_{ci}(1 + \psi)}{P_{ci} + \alpha V_0 i_a - V_{g0} i_e - (\alpha_e - 1) V_0 i'_e} \text{ kcal/kg}, \qquad (3)$$

unde $\psi = \frac{Q_p}{Q_u}$.

[1]) Eventual prin elementele de răcire dacă există

Admitem că la funcționarea cu aer preîncălzit căldura utilă crește la valoarea Q_{up}, iar productivitatea cuptorului se mărește la G_p, astfel că rezultă consumul specific de căldură

$$c_{sp} = \frac{c\,\Delta t\,P_{ci}(1+\psi)}{P_{ci} + \alpha_p V_0 i_p - V_{g0} i_e - (\alpha_{pe} - 1)\,V_0 i'_e}, \tag{4}$$

unde se poate considera $\frac{Q_p}{Q_u} \cong \frac{Q_p^p}{Q_{up}} = \psi$.

Semnificația noilor notații ce apar este următoarea:

Q_p^p — căldura pierdută din cuptor în mediul ambiant la funcționarea cu aer preîncălzit (kcal/h);

i_p — entalpia aerului preîncălzit (kcal/Nm³);

α_p — coeficientul excesului de aer la care arde combustibilul cu aer preîncălzit;

α_{pe} — coeficientul excesului de aer la evacuarea din cuptor la funcționarea uc aer preîncălzit.

Calculul micșorării procentuale a consumului specific de combustibil Δc_{sp} se va face în următoarele ipoteze:

— temperatura gazelor de ardere evacuate din cuptor t_e are aceeași valoare la funcționarea cu aer rece și cu aer preîncălzit, fără să varieze în timp;

— nu se aspiră aer fals în cuptor, adică $\alpha = \alpha_e$ și $\alpha_p = \alpha_{pe}$;

— cuptorul se găsește la funcționarea de regim.

Deoarece $i_p > i_a$ și $\alpha_e > \alpha_p$, rezultă că $c_{sp} < c_s$, astfel că

$$\Delta c_{sp} = \frac{c_s - c_{sp}}{c_s}\,100 = \frac{\alpha_p V_0 i_p - \alpha V_0 i_a + (\alpha - \alpha_p)\,V_0 i'_e}{P_{ci} + \alpha_p V_0 i_p - V_{g0} i_e - (\alpha_p - 1)\,V_0 i'_e}\,100. \tag{5}$$

În consecință, pentru un combustibil dat, reducerea consumului specific de căldură este cu atîta mai mare, cu cît au valori mai ridicate temperaturile t_p și t_e, precum și diferența $\Delta\alpha_p = \alpha - \alpha_p$.

Chiar în situația dezavantajoasă cînd se funcționează cu aer rece, se poate obține o importantă reducere a consumului specific c_s dacă se perfecționează arzătoarele cuptorului, permițînd arderea combustibilului la coeficientul excesului de aer $\alpha' < \alpha$. Într-o asemenea situație, admițînd că nu se aspiră aer fals în cuptor, consumul specific de căldură are valoarea

$$c'_s = \frac{c\,\Delta t\,P_{ci}(1+\psi)}{P_{ci} + \alpha' V_0 i_a - V_{g0} i_e - (\alpha' - 1)\,V_0 i'_e}. \tag{6}$$

Neglijînd entalpia aerului la temperatura ambiantă și ținînd seama de relațiile (1) și, respectiv, (6), micșorarea procentuală a consumului specific de căldură este

$$\Delta c_s = \frac{c_s - c'_s}{c_s}\,100 = \frac{(\alpha - \alpha')\,V_0 i'_e}{P_{ci} - V_{g0} i_e - (\alpha' - 1)\,V_0 i_e}\,100. \tag{7}$$

Rezultă că pentru un combustibil dat factorii principali care determină valoarea mărimii Δc_s sînt $\Delta\alpha = \alpha - \alpha'$, α și t_e. În figura 1 s-au trasat curbele $\Delta c_s = f(\Delta\alpha)$ pentru diferite valori α și t_e în cazul cînd în cuptor

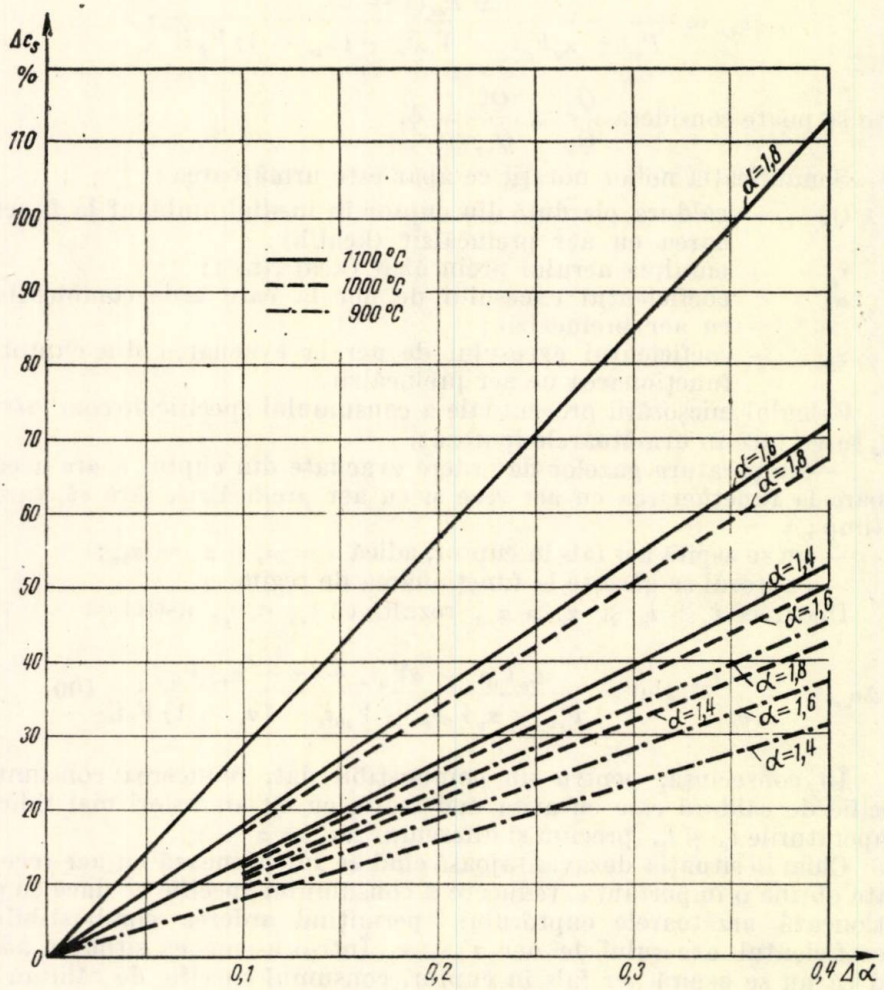


Fig. 1. — Dependența mărimii Δc_s de parametrii $\Delta\alpha$, α și t_e.

se arde gaz natural cu $P_{ci} = 8\,400$ kcal/Nm³, $V_{g0} = 10{,}5$ Nm³/Nm³ și $V_0 = 9{,}5$ Nm³/Nm³.

Se poate constata că mărimea Δc_s are pentru aceeași diferență $\Delta\alpha$ o valoare cu atît mai ridicată, cu cît t_e și α sînt mai mari iar, pentru aceleași valori t_e și α se micșorează odată cu scăderea diferenței $\Delta\alpha$.

În cazul cînd procesul tehnologic este ciclic, încălzirea șarjei alcătuite din piese metalice nemișcate pe vatra cuptorului se realizează în regim tranzitoriu. Pentru calculele practice, durata procesului tehnologic

se poate împărți în n intervale de timp scurte, $\Delta\tau_1$, $\Delta\tau_2$, ..., $\Delta\tau_i$, ..., pentru care să se poată considera constantă temperatura t_c, astfel că $\tau_p = \sum_1^n \Delta\tau_i$. Întrucît de cele mai multe ori se poate lua $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2 = \ldots$ $\ldots \Delta\tau_i = \Delta\tau$, va rezulta $\tau = n\Delta\tau$.

Situîndu-ne în cazul funcționării cu aer rece și în ipotezele menționate anterior, consumurile de combustibil pentru intervalele $\Delta\tau$ sînt

$$B_1 = \frac{Q_{u1} + Q_{p1}}{P_{ci} - V_{g0} i_{e1} - (\alpha_1 - 1) V_0 i'_{e1}},$$

$$B_2 = \frac{Q_{u2} + Q_{p2}}{P_{ci} - V_{g0} i_{e2} - (\alpha_2 - 1) V_0 i'_{e2}}, \qquad (8)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$B_i = \frac{Q_{ui} + Q_{pi}}{P_{ci} - V_{g0} i_{ei} - (\alpha_i - 1) V_0 i'_{ei}},$$

unde

$Q_{u1}, Q_{u2}, \ldots Q_{ui}$ reprezintă căldurile utile cedate procesului tehnologic pentru intervalele de timp $\Delta\tau$ (kcal),

$Q_{p1}, Q_{p2}, \ldots Q_{pi}$ — sumele dintre cantitățile de căldură care se acumulează în pereții zidăriei cuptorului și care se pierd în mediul ambiant pentru intervalele de timp $\Delta\tau$ (kcal),

$i_{e1}, i_{e2}, \ldots, i_{ei}$ și $i'_{e1}, i'_{e2}, \ldots, i'_{ei}$ — entalpiile gazelor de ardere și aerului la temperaturile de evacuare $t_{e1}, t_{e2}, \ldots, t_{ei}$, corespunzătoare intervalelor de timp $\Delta\tau$ (kcal/Nm³).

Consumul de combustibil pe ciclul cu durata τ este $S = \sum_1^n B_i$, iar consumul specific de căldură are valoarea $C_s = P_{ci} SM^{-1}$, unde M este masa șarjei care se încălzește parcurgînd ciclul tehnologic.

La funcționarea cu aer rece, dar cu o instalație de ardere îmbunătățită care permite micșorarea coeficientului excesului de aer α la valoarea α', datorită intensificării căldurii transmise șarjei se mărește căldura utilă. Dacă mărirea cădurii utile nu crește viteza de încălzire a materialului șarjei peste valoarea admisibilă, durata ciclului tehnologic se scurtează de la τ_p pînă la τ'_p, astfel că este îndeplinită condiția

$$S_u = \sum_1^n Q_{ui} = \sum_1^{n'} Q'_{ui} = Mc\,\Delta t. \qquad (9)$$

S-a admis că durata ciclului tehnologic este împărțită în $n' < n$ intervale $\Delta\tau' = \Delta\tau$, deoarece $Q_{ui} < Q'_{ui}$. Consumul de combustibil pentru durata τ' a ciclului tehnologic este

$$S' = B'_1 + B'_2 + \ldots S_i = \sum_1^{n'} B'_i, \qquad (9')$$

unde $B'_1, B'_2, \ldots, B'_i$ sînt consumurile de combustibil pentru intervalele de timp respective $\Delta\tau$, în varianta cu instalație de ardere îmbunătățită.

Consumul specific de căldură $C'_s = P_{ci} S' M^{-1}$ are o valoare mai mică decît consumul specific C_s.

S-a admis că masa șarjei M nu se schimbă în cele două variante care se compară. Micșorarea consumului specific de căldură în această situație are valoarea

$$\Delta C_s = \frac{C_s - C'_s}{C_s} 100 = \frac{S - S'}{S} 100. \tag{10}$$

În cele ce urmează se vor face o serie de precizări referitoare la cauzele creșterii căldurii utile datorită scăderii excesului de aer pentru ardere.

Căldura utilă cedată produsului tehnologic într-un cuptor de încălzire cu funcționare continuă la care predomină transmiterea căldurii prin radiație se poate calcula [2] din relația

$$Q_u = \sigma_v H_r \sqrt{(T_f^4 - T_{mf}^4)(T_e^4 - T_{mi}^4)}\, 10^{-8} \quad \text{(kcal/h)}, \tag{11}$$

unde

$$\sigma_v = 4{,}96 \varepsilon_g \varepsilon_m = \frac{\omega(1 - \varepsilon_g) + 1}{\omega(1 - \varepsilon_g)(\varepsilon_m + \varepsilon_g - \varepsilon_m \varepsilon_g) + \varepsilon_g} \quad \text{și} \quad \omega = \frac{H_r}{H_z}.$$

ε_g reprezintă coeficientul de emisie al gazelor de ardere,
ε_m — coeficientul de emisie al suprafeței șarjei,
T_f, T_e — temperaturile gazelor de ardere la intrarea în spațiul de lucru și la evacuarea din cuptor (K),
T_{mf}, T_{mi} — temperaturile finală și inițială (la introducerea în cuptor) ale suprafeței șarjei (K),
H_r — suprafața efectivă a pieselor metalice care compun șarja și primesc căldură prin radiație (m^2),
H_z — suprafața zidăriei spațiului de lucru care cedează șarjei căldură prin radiație (m^2).

Scăderea excesului de aer pentru ardere prin perfecționarea sistemului de ardere determină creșterea căldurii Q_u, deoarece se măresc coeficientul σ_v și temperatura T_f. Creșterea coeficientului σ_v este urmarea măririi coeficientului ε_g, care, în cazul flăcărilor fără particole de funingine în suspensie, se datorează creșterii conținutului de bioxid de carbon și vapori de apă din produsele arderii.

În general se manifestă cu o pondere mărită efectul creșterii temperaturii T_f, care intervine în formula (11) la puterea a patra. Căldura Q_u se poate mări sensibil și prin creșterea suprafeței H_r. Astfel, prin amplasarea adecvată a arzătoarelor, piesele metalice ce se încălzesc se pot așeza uneori judicios, permițînd mărirea suprafeței H_r.

Deși creșterea mărimii ω datorită creșterii lui H_r antrenează scăderea coeficientului σ_v, în majoritatea cazurilor aceasta are asupra căldurii Q_u un efect sensibil mai mic ca variația suprafeței H_r. Această

concluzie rezultă și din figura 2, care mai evidențiază și alte aspecte caracteristice. Astfel se constată că :

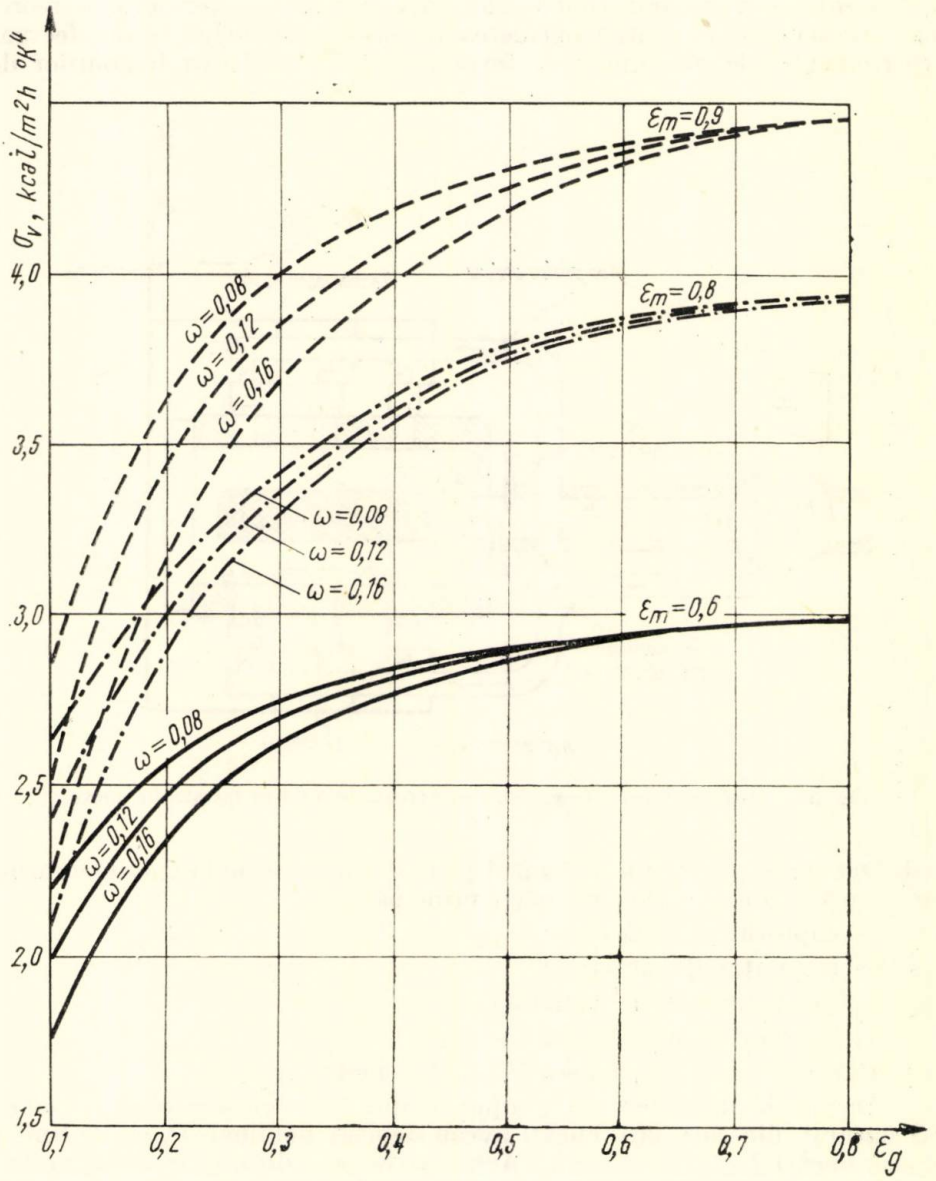


Fig. 2. — Variația coeficientului σ_v în funcție de ε_g pentru diferite valori ale parametrului ω.

— scăderea coeficientului σ_v cu creșterea raportului ω este cu atît mai mare, cu cît au valori mai mici ε_g și ε_m ;

— influența asupra lui σ_v datorită variației raportului ω devine neglijabilă cînd $\varepsilon_g > 0{,}6$.

3. CERCETĂRI EXPERIMENTALE

Pentru confirmarea concluziilor care rezultă din dezvoltările teoretice prezentate şi pentru obţinerea de date cantitative, s-au efectuat experimentări pe un cuptor de forjă folosit la încălzirea lingourilor de

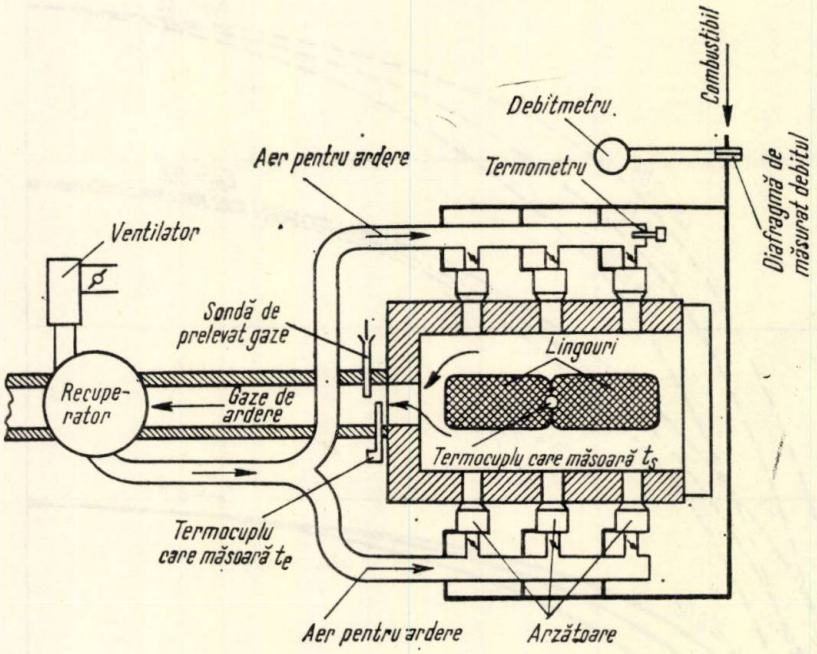


Fig. 3. — Reprezentarea schematică a cuptorului de forjă cu instalaţiile anexe.

oţel. Din figura 3 rezultă agregatul pe care s-au efectuat experimentările, care constă din următoarele părţi principale :

— cuptorul propriu-zis ;
— instalaţia de ardere ;
— recuperatorul de căldură ;
— aparatajul de măsură.

Cuptorul era tip „cameră" cu vatră mobilă.

Instalaţia de ardere se compunea din 12 arzătoare funcţionînd cu gaz natural, din care şase bucăţi aveau debitul nominal $D_n = 50$ Nm³/h şi şase bucăţi $D_n = 25$ Nm³/h. Arzătoarele erau dispuse în două rînduri la nivele diferite pe pereţii laterali ai cuptorului. Ambrazurile arzătoarelor erau dispuse simetric în raport cu şarja care se încălzea, iar gazele de ardere se evacuau prin patru canale de fum, aşezate în zonele de colţ ale cuptorului.

Recuperatorul de căldură era defect, astfel că se putea considera practic că nu preîncălzea aerul folosit la ardere.

Pentru efectuarea măsurărilor s-au folosit următoarele aparate mai importante :

— manometru diferențial și contor de gaze pentru măsurat debitul, respectiv consumul de combustibil gazos ;

— termocuplu Pt—Pt.Rh. pentru măsurat temperatura medie din spațiul de lucru t_s ;

— termocuplu Pt—Pt.Rh. pentru măsurat temperatura gazelor de ardere evacuate din cuptor t_e ;

— termometre cu mercur pentru măsurat temperatura aerului de ardere, a combustibilului gazos și a mediului ambiant ;

— aparat ORSAT pentru determinarea compoziției gazelor de ardere evacuate din cuptor, care preleva probele prin sonde răcite cu apă ;

— analizor electric pentru determinat continuu conținutul de CO_2 și CO din gazele de ardere evacuate ;

— pirometru cu radiație totală pentru măsurat temperatura suprafeței lingoului ;

— manometru în formă de tub U pentru determinat rezistența aerodinamică a arzătoarelor.

Măsurătorile s-au efectuat pentru două cicluri de funcționare[2]). În primul ciclu s-au folosit vechile arzătoare ale cuptorului, care la debitul nominal dădeau o flacără cu lungimea $l = 2$ m și diametrul maxim $d = 0{,}4$ m. În al doilea ciclu s-au folosit arzătoare cu caracteristici îmbunătățite în raport cu necesitățile. Astfel lungimea flăcării s-a micșorat la $l = 0{,}9$ m, iar diametrul maxim al flăcării s-a mărit la $d = 0{,}6$ m. De aceea s-a obținut încălzirea mai uniformă a lingourilor, care erau scădate practic de produsele arderii complete a combustibilului la un exces de aer micșorat față de primul ciclu. Efectele menționate s-au obținut prin intensificarea procesului de amestecare între combustibil și aerul de ardere ca urmare a schimbării geometriei inițiale a arzătorului. În acest caz, arzătorul avea două trasee de aer : primul în care aerul era vehiculat în special datorită depresiunii create prin destinderea combustibilului dintr-o diuză multiplă de la presiuni de 1 000—700 kgf/m² și al doilea traseu care conducea aerul către gura arzătorului.

Astfel, în zona centrală a arzătorului se realizează amestecul dintre combustibil și o parte din aerul de ardere, iar în gura arzătorului și zona inițială a ambrazurii se completa amestecarea cu restul de aer necesar arderii. Rezistența aerodinamică a arzătoarelor nu a depășit 20 kgf/m².

În ambele cicluri s-au încălzit de la temperatura ambiantă pînă la temperatura de circa 1 200 °C două lingouri cu secțiunea octogonală de latură 400 mm și lungimea circa 1 800 mm, care aveau împreună masa de 24 t. Mai întîi se vor prezenta rezultatele pentru primul ciclu de funcționare.

Din figura 4 rezultă variația în timp a temperaturilor medii a gazelor de ardere, măsurate la evacuarea din cuptor t_e și în spațiul de lucru t_s.

Această diagramă evidențiază că :

— cea mai mare parte din căldura conținută în gazele de ardere era absorbită de zidăria cuptorului ;

[2]) La experimentări au colaborat ing. I. Vuza, ing. I. Negulescu și teh. P. Cristescu.

— pe măsura trecerii timpului, căldura cedată zidăriei și lingourilor se micșora, temperaturile t_e și t_s tinzînd să se uniformizeze;

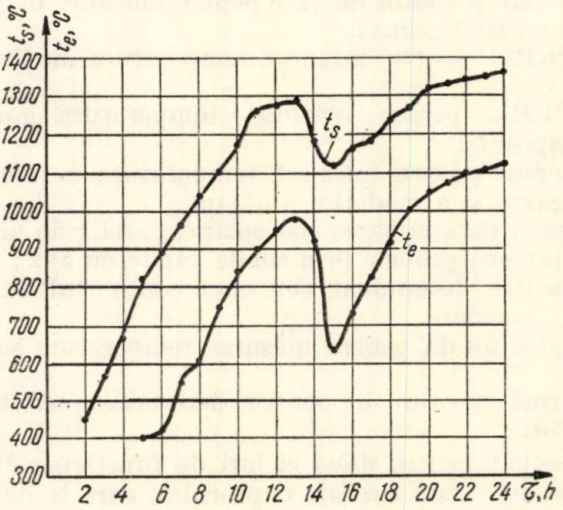


Fig. 4. — Variația cu timpul τ a temperaturilor t_e și t_s pentru primul ciclu de funcționare.

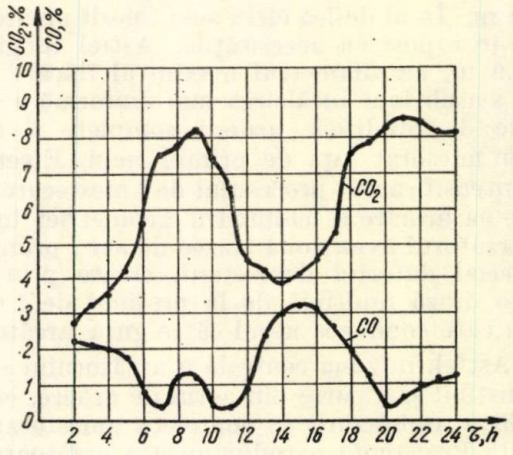


Fig. 5. — Variația cu timpul τ a conținuturilor procentuale CO_2 și CO pentru primul ciclu de funcționare.

— scăderea accentuată a temperaturilor t_s și t_e după circa 15 ore de funcționare se datorează micșorării bruște a consumului de combustibil prin scoaterea din funcțiune a trei arzătoare.

Ținînd seama de relația (9), se poate obține $S_u = \sum_1^n Q_{ui}$, iar din figura 4 se poate calcula

$$S_{up} = \sum_1^n (Q_{ui} + Q_{pi}) = \sum_1^n [P_{ci} + \alpha_{ei} V_0 i_{pi} - V_{g0} i_{ei} - (\alpha_{ei} - 1) V_0 i'_{ei}] B_i . \quad (12)$$

Rezultă că S_u reprezintă abia $\Delta S = 7{,}5\%$ din S_{up}. În consecință se poate aprecia că, încălzirea cuptorului efectuîndu-se la temperatura ambiantă, cea mai mare parte din căldura cedată în spațiul de lucru de gazele de ardere este absorbită de zidăria cuptorului.

În figura 5 s-a precizat variația în timp a conținutului de CO_2 și CO din gazele de ardere evacuate. Constatăm prezența oxidului de carbon la toate regimurile de funcționare, deși excesul de aer pentru ardere era mare. Această situație era explicabilă dacă avem în vedere că flacăra arzătoarelor, fiind prea lungă, era împiedicată să se dezvolte de prezența lingourilor, care la începutul ciclului erau reci, iar arzătoarele erau reglate necorespunzător.

Consumul specific de căldură se poate calcula din relația

$$C_s = P_{ci} M^{-1} \sum_1^n B_i = \frac{8\,939 \times 8\,400}{24\,000} = 3130 \text{ kcal/kg};$$

deoarece $M = 24\,000$ kg, consumul total de combustibil $\sum_1^n B_i = 8\,939$ Nm^3/ciclu și s-a luat $P_{ci} = 8\,400$ kcal/Nm^3.

În aceste condiții durata ciclului de încălzire a fost $\tau = 24$ de ore.

La al doileea ciclu de funcționare, la care s-a îmbunătățit caracteristicile instalației de ardere în sensul celor prezentate anterior, s-a obținut reducerea duratei ciclului de încălzire la $\tau'_p = 14{,}5$ ore, micșorîndu-se consumul specific de combustibil și îmbunătățindu-se tehnologia încălzirii. În figura 6 se prezintă variația în timp a conținutului procentual de CO_2 și CO din gazele de ardere evacuate din cuptor.

Se constată că pînă cînd temperatura suprafeței metalului nu atinge temperatura de circa 900 °C, deși în procente mici, gazele de ardere conțin încă oxid de carbon. Aceasta arată că este încă necesară micșorarea în continuare a lungimii flăcării. De asemenea amplasarea canalelor de fum este necorespunzătoare pentru a asigura produselor arderii un traseu suficient de lung pentru realizarea arderii complete la toate regimurile de funcționare.

În figura 7 se prezintă variația temperaturilor t_c și t_s funcție de timp, care prezintă o aliură de variație ca la primul ciclu. Minimul care apare după circa 5 ore de funcționare se datorează micșorării bruște a consumului de combustibil manevrat de fochist. Remarcăm că și în acest caz căldura utilă S_u reprezintă doar $\Delta S = 11{,}5\%$ din $S'_{up} = \sum_1^n (Q'_{ui} + Q'_{pi})$, adică cea mai mare parte din căldura gazelor de ardere se înmagazinează în zidăria pereților, datorită funcționării ciclice a procesului.

Creșterea mărimii ΔS de la 7,5 la 11,5% față de primul ciclu de funcționare, care indică o utilizare sensibil îmbunătățită a căldurii disponibile în gazele de ardere, apare în special datorită scurtării ciclului de încălzire.

Consumul specific de căldură pentru acest caz se obține din relația

$$C'_s = P_{ci} M^{-1} \sum_1^{n'} B'_i = \frac{5\,878 \times 8\,400}{24\,000} = 2\,060 \text{ kcal/kg},$$

deoarece $\sum_1^{n'} B'_i = 5878 \dfrac{\text{kcal}}{\text{kg}}$.

Micşorarea consumului specific de căldură de la 3 130 la 2 060 kcal/kg este consecinţa intensificării schimbului de căldură util de la gazele de ardere la produsul tehnologic.

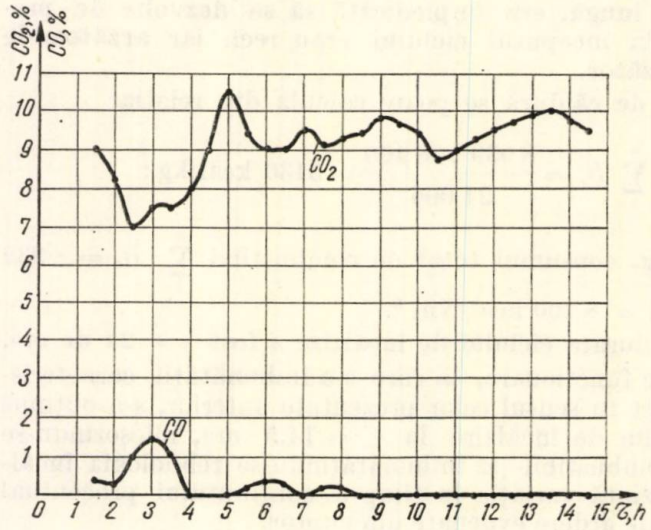


Fig. 6. — Dependenţa mărimilor CO_2 şi CO de timpul τ pentru al doilea ciclu de funcţionare.

Intensificarea transmiterii căldurii utile se datoreşte :

— creşterii suprafeţii efective H_r a lingourilor, care primesc căldură prin radiaţie datorită unei aşezări judicioase pe vatra cuptorului ;

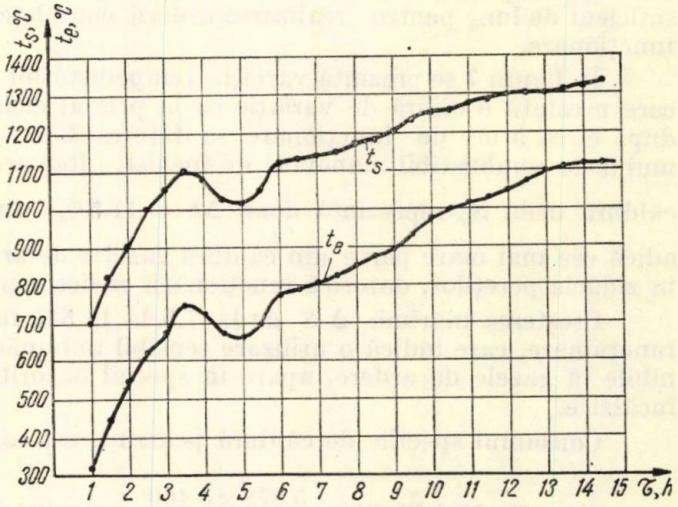


Fig. 7. — Dependenţa temperaturilor t_e şi t_s de timpul τ pentru al doilea ciclu de funcţionare.

— măririi temperaturii flăcării datorită micşorării excesului de aer pentru ardere ;

— creşterii coeficientului σ_v ca urmare a măririi coeficientului de emisie al flăcării tot datorită micşorării excesului de aer pentru ardere.

Astfel, în primul ciclu de funcţionare, $H_r = 10{,}4$ m^2, $\omega = 0{,}115$, $\varepsilon_g = 0{,}275$ şi $\sigma_v = 3{,}59$ kcal/m^{2}h°K^4 pentru valoarea medie a compoziţiei gazelor de ardere din spaţiul de lucru corespunzătoare la $\alpha_m = 1{,}58$. Pentru al doilea ciclu de funcţionare $H'_r = 11{,}2$ m^2, $\omega' = 0{,}124$, $\varepsilon'_g = 0{,}338$ şi $\sigma'_v = 3{,}76$ kcal/m^2 °K^{4}h pentru valoarea medie a compoziţiei gazelor de ardere din spaţiul de lucru, corespunzătoare la $\alpha'_m = 1{,}25$.

Din relaţia de calcul (11) remarcăm că la variaţii relativ mici ale temperaturii gazelor de ardere, datorită variaţiei excesului de aer la care se desfăşoară arderea, se produc variaţii mari în valoarea căldurii utile cedate produsului tehnologic. De exemplu, pentru $T_f = 1673$°K, $T'_f = 1573$°K, $T_e = T'_e = 1393$°K, $T_{mf} = 1373$°K, $T_{mi} = 300$°K şi valorile celorlalte mărimi ce intervin în (11) care au fost prezentate anterior, rezultă $Q_u = 1\,694 \times 10^3$ kcal/h şi $Q'_u = 1145 \times 10^3$ kcal/h. De aceea considerăm drept cauză principală a măririi productivităţii cuptorului creşterea temperaturii flăcării datorită micşorării excesului de aer la care arde combustibilul.

Ţinînd seama de valorile consumurilor specifice de căldură C_s şi C'_s, din relaţia (10) se obţine micşorarea procentuală a consumului specific de căldură:

$$\Delta C_s = \frac{3\,130 - 2060}{3\,130}\,100 = 34{,}2\%,$$

iar micşorarea procentuală a duratei procesului tehnologic este

$$\Delta \tau_p = \frac{\tau_p - \tau'_p}{\tau_p}\,100 = \frac{24 - 14{,}5}{24}\,100 = 39{,}6\%.$$

4. CONCLUZII

Instalaţia de ardere a cuptoarelor de forjă trebuie să asigure desfăşurarea optimă a procesului tehnologic cu un consum de combustibil cît mai mic şi cu o productivitate cît mai mare. De aceea pentru efecte tehnologice comparabile se adoptă drept criteriu de comparaţie consumul specific de căldură şi durata procesului tehnologic.

Pentru funcţionarea în flux tehnologic continuu, formulele (5) şi (7) permit calculul micşorării consumului specific de căldură între arderea cu aer preîncălzit şi arderea cu aer rece, respectiv între arderea cu aer rece la exces de aer micşorat şi arderea cu aer rece la exces de aer mărit. Se evidenţiază astfel că pot rezulta importante economii de combustibil, chiar fără să se funcţioneze cu aer preîncălzit, dacă prin perfecţionarea instalaţiei de ardere se poate micşora excesul de aer pentru ardere. După cum rezultă din formula (11), în acest caz se poate obţine o importantă intensificare a transferului de căldură util de la gazele de ardere la produsul tehnologic.

Formula (10) permite calculul micşorării consumului specific de căldură cînd procesul de încălzire al şarjei este ciclic, adică se desfăşoară în regim tranzitoriu. Experimentările efectuate pe un cuptor de forjă

pentru încălzit ciclic lingouri de oţel la care s-au îmbunătăţit performanţele instalaţiei de ardere au confirmat experimental concluziile obţinute din dezvoltări teoretice. Astfel, micşorîndu-se valoarea medie a excesului de aer pentru ardere cu circa 33%, scurtîndu-se lungimea flăcării la jumătate şi mărindu-se sensibil diametrul flăcării, a fost posibil să se reducă consumul specific de căldură cu 34,2%, iar durata procesului tehnologic cu 39,6%.

BIBLIOGRAFIE

1. V. V. Ghia, *Récupérateurs et regénerateurs de chaleur*. Eyrolles, Paris, 1970.
2. A. V. Kavaderov, A. I. Vascenco, *Teplovaia rabota plamenîh pecei*. Metallurghizdat, Moskva, 1956.

CALCULUL HIDRODINAMIC AL CIRCUITULUI PRIMAR AL CENTRALEI NUCLEARE-ELECTRICE TIP PWR

N. DĂNILĂ, E. LICSANDRU-ISBĂŞESCU şi J. NAIU-ADAMEŞTEANU

621.039.534

În lucrare se prezintă un model matematic de calcul al pierderilor de presiune ale agentului termic din circuitul primar al unei centrale nucleare electrice de tip PWR.

Se analizează din acest punct de vedere cele trei părţi componente esenţiale ale circuitului primar reactorul nuclear, generatorul de abur şi conductele de circulaţie a agentului primar: între reactorul nuclear şi generatorul de abur. Se stabileşte o ecuaţie generală a pierderilor de presiune în circuitul primar.

La calculul căderilor de presiune ale apei ca agent de răcire al reactorului nuclear energetic cu apă sub presiune, de mare importanţă este stabilirea corectă a formulei căderii de presiune la curgerea prin casetele cu bare de combustibil care compun zona activă a reactorului.

Canalul de curgere a apei în reactor este format din spaţiul cuprins între barele fasciculului şi învelişul casetei, forma sa fiind în funcţie de geometria zonei active şi de distanţarea dintre bare.

La stabilirea formulei trebuie să se ţină seama de diferenţa de viscozitate a agentului dintre zona stratului-limită adiacent suprafeţelor de încălzire a barelor şi zona centrală a secţiunii de curgere, diferenţă care apare datorită fluxului de căldură care se degajează de pe suprafaţa de încălzire a barelor.

Se iau de asemenea în consideraţie pierderile de presiuni locale cauzate de intrarea şi de ieşirea din canale.

Se poate folosi, cu rezultate suficient de apropiate de realitate, pentru un fluid incompresibil (cazul apei) formula propusă de Kutateladze şi Borişanski [3]:

$$\Delta p = \lambda_0 \gamma \frac{w^2}{2g} \frac{l}{d_h} \left(\frac{\mu_p}{\mu_0} \right)^n + \Sigma \Delta p_{loc} \text{ [bar]}, \qquad (1)$$

unde λ_0 este coeficientul de rezistenţă hidraulică liniară în cazul curgerii izoterme,

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 545—558, Bucureşti, 1972

γ — greutatea specifică a fluidului în secţiunea dată, N/m^3,
w — viteza medie a fluidului în secţiune, m/s,
g — acceleraţia gravitaţională, m/s^2,
l — lungimea canalului, m,
d_h — diametrul hidraulic al canalului, m,
μ_p — viscozitatea dinamică a agentului termic la temperatura peretelui, Ns/m^2,
μ_0 — viscozitatea dinamică a agentului termic la temperatura agentului la intrarea în canal, Ns/m^2,
n — exponent în funcţie de natura agentului şi a curgerii,
$\Sigma\Delta p_{loc}$ — suma pierderilor locale de presiune.

Literatura de specialitate recomandă pentru condiţii similare curgerii agentului termic în reactor $n = 0{,}14$.

Pentru calculul diametrului echivalent (hidraulic) se poate folosi formula propusă în literatura de specialitate de W. Eifler şi R. Nijsing, care studiază o reţea triunghiulară cu o secţiune de curgere caracteristică (fig. 1):

$$d_h = d\left[\frac{2\sqrt{3}}{\pi}p^2 - 1\right] \text{[m]}, \tag{2}$$

unde

$$p = \frac{s}{d}.$$

Pentru aceeaşi formă de canal de curgere, considerîndu-se că schimbul de masă dintre canalele elementare reciproce ale elementelor de combustibil este neglijabil, se poate folosi formula de determinare a diametrului hidraulic:

$$d_h = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{\pi}s^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{s}{\varphi}\right)^2} \text{[m]}, \tag{3}$$

unde $\varphi = \dfrac{s}{d_{ext.}}$.

Problema stabilirii diametrului hidraulic rămîne încă deschisă studiului, deoarece extinderea formulelor valabile pentru un canal elementar la întreaga casetă nu este satisfăcătoare fără a se ţine seama de repartiţia neuniformă a cîmpului de viteze în diferite puncte ale secţiunii casetei, în special în zonele situate în apropierea mantalei.

În scopul încercării de a se uniformiza în oarecare măsură viteza fluidului în secţiunea de curgere, cercetătorii Subotin, Uşakov şi Gabrianovici au studiat rezistenţa hidraulică la curgerea longitudinală a unui fluid în fascicule de bare cu simulatoare periferice (fig. 2).

În prezenta lucrare se va folosi pentru determinarea diametrului hidraulic formula clasică

$$d_h = \frac{4F}{U} \text{[m]}, \tag{4}$$

unde F este aria secţiunii de curgere, m^2, şi U lungimea perimetrului udat, m.

Pentru determinarea coeficientului rezistenţei hidraulice λ este necesară determinarea regimului curgerii cu ajutorul criteriului Reynolds :

$$\mathrm{Re} = \frac{w \cdot d_h}{\nu}, \tag{5}$$

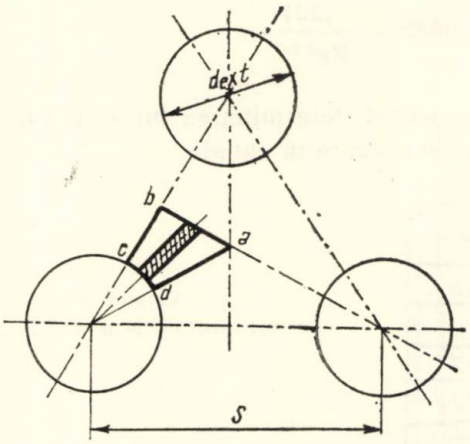


Fig. 1. — Reţea triunghiulară cu secţiune de curgere constantă.

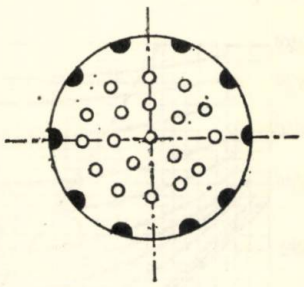


Fig. 2. — Fascicul de bare cu simulatoare periferice.

unde ν este viscozitatea cinematică a agentului de răcire la temperatura medie în secţiunea de curgere, m^2/s.

Pentru un Re suficient de mare, λ nu mai depinde de Re şi se poate exprima cu relaţia lui Nikuradse :

$$\lambda = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2 \lg \frac{r}{\Delta}\right)^2}, \tag{6}$$

unde $r = \frac{d_h}{2}$ [m], iar Δ este rugozitatea echivalentă a canalului, m. Pentru canale noi se poate considera $\Delta = 1 \cdot 10^{-4}$m.

Pierderile de presiune pe lungimea unui canal (conductă) de secţiune transversală constantă (pierderi prin frecare) se calculează cu formula [2] Darcy — Weisbach :

$$\Delta p_{fr} = \lambda \frac{l}{d_h} \cdot \frac{w^2}{2g} \cdot \gamma \text{ [bar]}. \tag{7}$$

Pentru secţiunea circulară de curgere (conductele circuitului primar) avem $d_h = d_i$.

În cazul suprafeţei rugoase a peretelui, curgerea are loc cu ruperea stratului-limită, astfel încît coeficientul de rezistenţă începe să depindă nu numai de Re, ci şi de rugozitatea relativă $\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{d_h}$, care este o relaţie între înălţimea asperităţii şi diametrul canalului.

Pentru regimul turbulent, denumit şi pătratic, în domeniul $10^5 < \text{Re} < 10^8$ se poate folosi pentru λ din formula Darcy — Weisbach relaţia

$$\lambda = 0{,}0032 + \frac{0{,}221}{\text{Re}^{0{,}237}}. \tag{8}$$

În figura 3 se dau curbele pentru determinarea lui λ în funcţie de Re şi $\bar{\Delta}$ pentru diferite regimuri de curgere în canale.

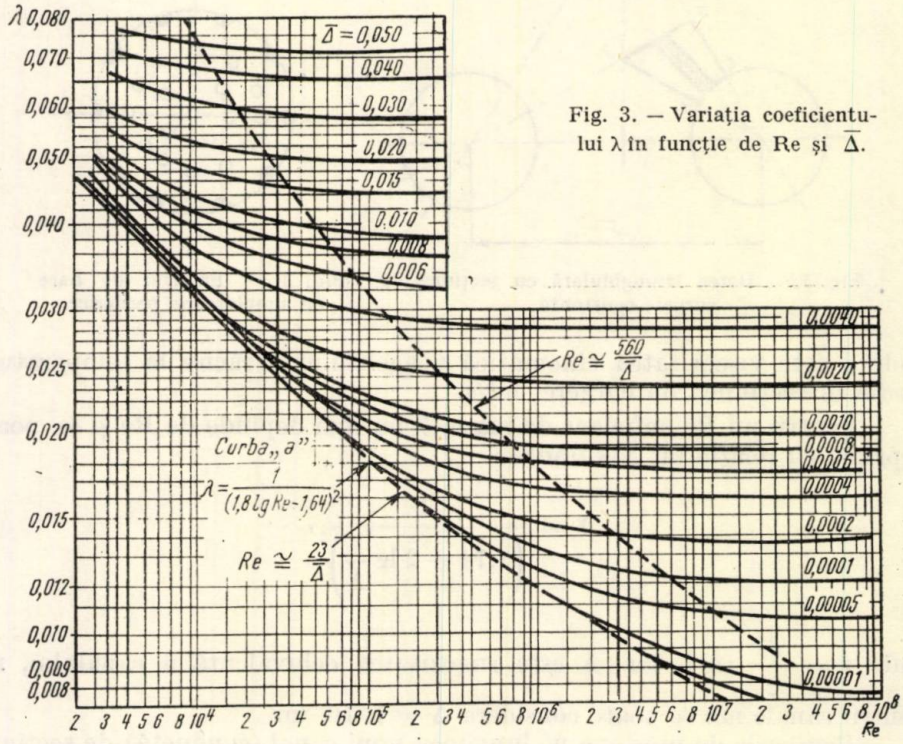


Fig. 3. — Variaţia coeficientului λ în funcţie de Re şi $\bar{\Delta}$.

Consideraţiile prezentate pînă aici se referă la pierderile de presiune liniare prin canale şi conducte.

Se mai pot include aici, fiind necesare în continuare, pierderile de presiune la curgerea lichidului prin canale de secţiune inelară, exprimate cu o relaţie de forma

$$\Delta p_{in} = \lambda_{in} \frac{l}{d_h} \frac{w^2}{2g} \gamma \text{ [bar]}, \tag{9}$$

unde

λ_{in} este coeficientul de rezistenţă hidraulică la trecerea fluidului prin canalul de secţiune inelară, l lungimea canalului de secţiune inelară, m,

$$\lambda_{in} = \lambda_{ci} \cdot k, \tag{10}$$

λ_{ci} fiind coeficientul de rezistenţă hidraulică la trecerea fluidului prin secţiunea circulară, putîndu-se determina [2] pentru toate canalele de secţiune circulară pentru rugozitate uniformă în regim turbulent cu formula Prandtl — Nikuradse :

$$\lambda_{ci} = \frac{1}{2\lg\left(\frac{3{,}7}{\bar{\Delta}}\right)^2}, \tag{11}$$

unde

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{d_h}.$$

Conform notaţiilor din figura 4, avem

$$d_h = \frac{4\left(\frac{\pi D_e^2}{4} - \frac{\pi D_i^2}{4}\right)}{\pi D_i} = \frac{D_e^2 - D_i^2}{D_i} \text{ [m]}, \tag{12}$$

$$\Delta = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

k este un coeficient $\left[k = f\left(\frac{D_i}{D_e}\right)\right]$, care se determină cu ajutorul graficului din figura 5.

Pierderile locale de presiune care intervin în circuitul primar vor fi tratate în cadrul modelului matematic de calcul al pierderilor de presiune prezentat în continuare.

Pentru elaborarea unui model matematic de calcul al pierderilor de presiune în circuitul primar al unei centrale nucleare-electrice cu reactor energetic de tip PWR, se studiază o buclă de circulaţie formată din reactorul nuclear, generatorul de abur, pompa de circulaţie şi vanele principale de închidere, toate legate prin sistemul de conducte al circuitului primar.

Se consideră firul cald al circuitului primar traseul parcurs de agentul de răcire de la reactorul nuclear la generatorul de abur şi firul rece traseul de la generatorul de abur la reactor.

Reactorul nuclear este un reactor tip VVER — Novo-Voronej, construit dintr-un vas cilindric vertical cu fundul eliptic.

Intrarea şi ieşirea agentului termic se fac în partea superioară a vasului prin două rînduri de racorduri la conductele circuitului primar. Prin rîndul inferior de racorduri, apa de pe firul rece pătrunde în reactor şi este dirijată în jos printr-un canal inelar format de mantaua care

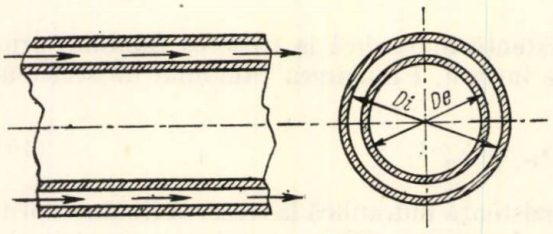


Fig. 4. — Canal de secţiune inelară.

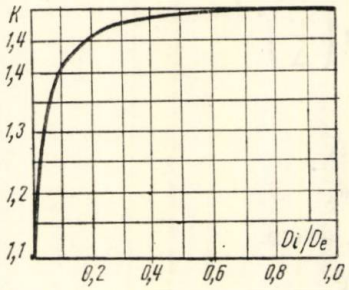


Fig. 5.— Variaţia coeficientului k în funcţie de raportul D_i/D_e.

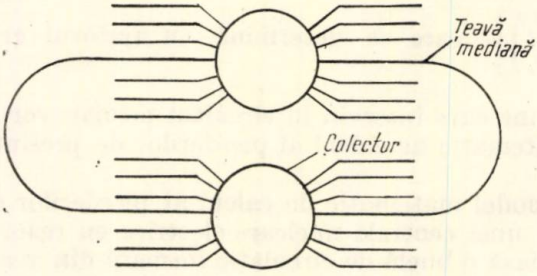


Fig. 7. — Schemă pentru calculul generatorului de abur.

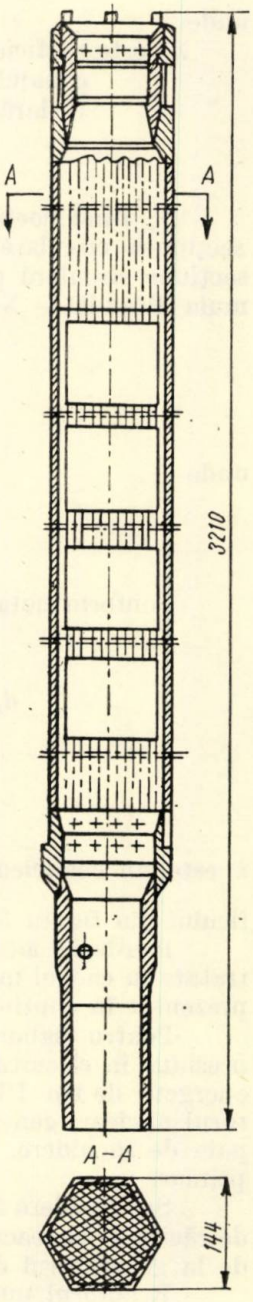


Fig. 6. — Casetă hexagonală cu elemente de combustibil. ⟶

înconjură zona activă şi corpul reactorului. Ajuns la baza zonei active, agentul termic se ridică, străbate zona activă, ridicîndu-şi temperatura, şi iese prin rîndul superior de racorduri în conductele firului cald spre generatorul de abur.

Zona activă este compusă din casete hexagonale, dispuse în triunghi. Casetele (fig. 6) conţin elementele de combustibil.

Generatorul de abur, reprezentat schematic în figura 7, este un vaporizator cu ţevi în formă de U grupate în două fascicule orizontale fixate în două colectoare verticale, cu admisia şi evacuarea apei din circuitul primar la partea de jos.Conductele principale din circuitul primar leagă reactorul nuclear, generatorul de abur şi pompa de circulaţie.

Configuraţia circuitului primar este prezentată schematic în figura 8.

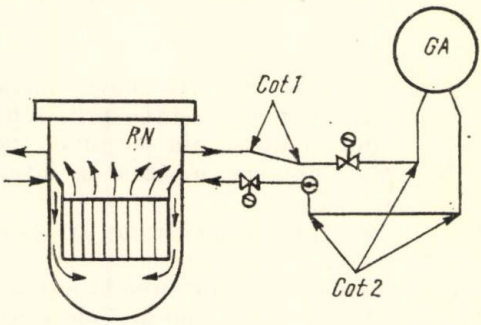


Fig. 8. — Schemă pentru calculul circuitului primar.

Vanele principale de închidere sînt instalate pe conductele circuitului primar şi au rolul de a deconecta circuitul de răcire al reactorului nuclear.

Pompa principală de circulaţie este o pompă verticală de tip centrifugal.

Pierderea totală de presiune în circuitul primar al centralei studiate (pe o buclă de circulaţie) se compune din pierderi de presiune în reactorul nuclear, în conductele şi armăturile circuitului primar şi în generatorul de abur :

$$\Delta p_t = \Delta p_r + \Delta p_{c.a} + \Delta p_{g.a} \text{ [bar]}. \tag{13}$$

Pierderile de presiune în reactorul nuclear se pot grupa în cele două categorii evidenţiate de formula (1), scrisă mai general astfel :

$$\Delta p_r = \Sigma \Delta p_{fr} + \Sigma \Delta p_{loc} \quad \text{[bar]}, \tag{14}$$

unde $\Sigma \Delta p_{fr}$ reprezintă suma pierderilor de presiune prin frecare şi se compune aici din rezistenţa de frecare la trecerea agentului termic prin zona activă şi rezistenţa de frecare la parcurgerea canalului de secţiune inelară format din mantaua care mărgineşte zona activă şi corpul reactorului :

$$\Sigma \Delta p_{fr} = \Delta p_{fr.z.a} + \Delta p_{in} \quad \text{[bar]}, \tag{15}$$

$$\Delta p_{fr.z.a} = \lambda_{fr} \cdot \frac{l_{z.a}}{d_h} \cdot \frac{w_{z.a}^2}{2g} \gamma_{z.a} \left(\frac{\mu_p}{\mu_0} \right)^{0,14} \text{ [bar]}, \tag{16}$$

unde factorii au semnificaţiile date în relaţia (1):

$$\Delta p_{se.in} = \lambda_{in} \cdot \frac{l_{in}}{d_{in}} \cdot \frac{w_{in}^2}{2g} \gamma_1 \text{ [bar]}, \tag{17}$$

factorii avînd semnificaţii similare celor din relaţia (9).

Pierderile locale de presiune se compun ca în relaţia

$$\Sigma \Delta p_{loc.} = \Delta p_{in.r} + \Delta p_{int.} + \Delta p_{in.z.a} + \Delta p_{ies.z.a} + \Delta p_{in.c.d} \text{ [bar]}, \tag{18}$$

unde

$\Delta p_{in.r}$ este pierderea de presiune la intrarea agentului termic în reactor,
Δp_{int} — pierderea de presiune prin schimbarea direcţiei curentului de fluid la ieşirea din secţiunea inelară şi intrarea în zona activă,
$\Delta p_{in.z.a}$ — pierderea de presiune la intrare a agentului termic în zona activă,
$\Delta p_{ies.z.a}$ — pierderea de presiune la ieşirea agentului termic din zona activă
$\Delta p_{in.cd}$ — pierderea de presiune la ieşirea agentului termic din reactor şi intrarea lui în conductele circuitului primar;

$$\Delta p_{in.r} = \xi_1 \frac{w_{cd}^2}{2g} \cdot \gamma_1 \text{ [bar]}, \tag{19}$$

unde ξ_1 este coeficientul local de rezistenţă hidraulică la ieşirea curentului de fluid din conducta circuitului primar (respectiv intrarea în incinta reactorului).

Pentru cazul distribuţiei uniforme a vitezei la ieşirea din conductă se poate considera $\xi_1 = 1{,}0$, [2]:

$$\Delta p_{int.} = \xi_2 \frac{w_{in}^2}{2g} \gamma_1 \text{ [bar]}, \tag{20}$$

unde ξ_2 este coeficientul local de rezistenţă hidraulică corespunzător unghiului făcut de direcţia de curgere a fluidului în canalul inelar şi direcţia de curgere prin zona activă.

Fiind vorba de o deviere a curentului de fluid la 180°, se găseşte [2] valoarea $\xi_2 = 0{,}2$:

$$\Delta p_{in.z.a} = \xi_3 \frac{w_{in}^2}{2g} \gamma_1 \text{ [bar]}, \tag{21}$$

unde ξ_3 este coeficientul local de rezistenţă hidraulică corespunzător condiţiilor de curgere la intrarea fluidului în spaţiul dintre ţevi (elemente de combustibil) în zona activă. Din literatură [2], $\xi_3 = 1{,}5$.

$$\Delta p_{ies.z.a} = \xi_4 \frac{w_{z.a}^2}{2g} \cdot \gamma_2 \text{ [bar]}, \tag{22}$$

unde ξ_4 este coeficientul local de rezistență hidraulică la ieșirea fluidului din zona activă. Din literatură [2], $\xi_4=1{,}0$:

$$\Delta p_{in.cd} = \xi_5 \frac{w_{z.a}^2}{2g} \gamma_2 \text{ [bar]}, \tag{23}$$

unde ξ_5 este coeficientul local de rezistență hidraulică la ieșirea fluidului din reactor și la intrarea în conductele circuitului primar.

Pentru intrarea unui curent de fluid într-o conductă, prezentată în figura 9 *a,b* (în cazul de față este valabilă fig. 9 *b*), ξ_5 se determină din graficul din figura 10 :

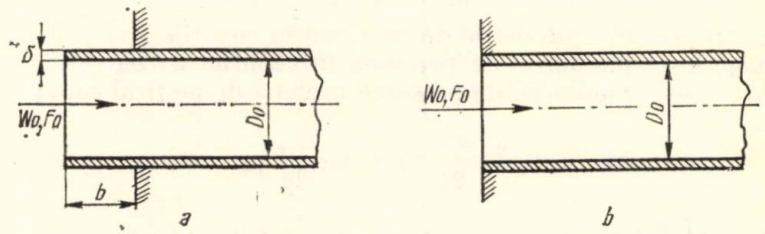


Fig. 9. — Intrarea fluidului în conducte

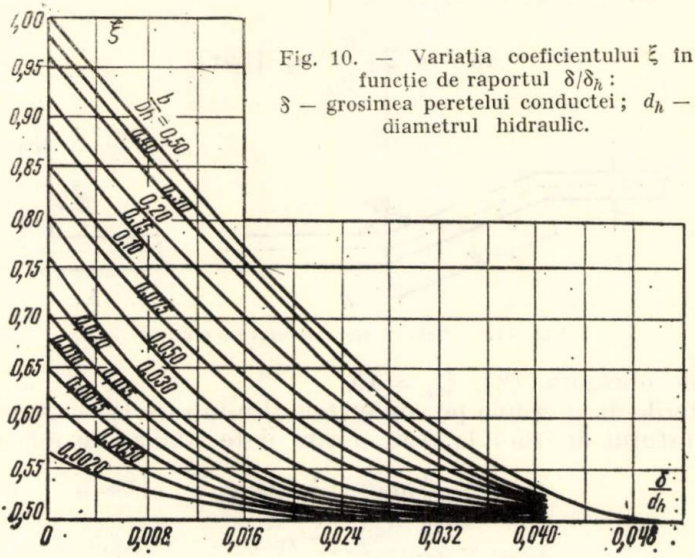


Fig. 10. — Variația coeficientului ξ în funcție de raportul δ/δ_h :
δ — grosimea peretelui conductei; d_h — diametrul hidraulic.

$\xi_5 = f\left(\frac{b}{d_h}, \frac{\delta}{d_h}\right)$; δ = grosimea peretelui conductei.

Aici $\xi_5 = 0{,}5$.

Pierderile de presiune în conducte însumează pierderile pe cele două fire de circulație.

Pierderile de presiune pe firul cald în sensul de circulație al curentului de fluid de la reactor la generatorul de abur se scriu ca o sumă între pierderea de presiune liniară și pierderile de presiune locale.

Se afectează notaţia I pentru firul cald :

$$\Delta P_{cdI} = \Delta p_{frI} + \Sigma \Delta p_{locI} \text{ [bar]}, \tag{24}$$

$$\Delta p_{frI} = \lambda_{frI} \frac{\Sigma l_I}{d_{cd}} \cdot \frac{w_{cd}^2}{2g} \gamma_2 \text{ [bar]}, \tag{25}$$

unde λ_{frI} este coeficientul de pierdere de presiune prin frecare,
Σl_I — suma lungimilor tronsoanelor de conductă pe firul cald, m;
w_{cd} — viteza fluidului în conducte, m/s.
λ_{frI} se calculează cu formula (8)

$$\Sigma \Delta p_{locI} = \Delta p_{co1I} + \Delta p_{co2I} + \Delta p_{vI} \text{ [bar]}, \tag{26}$$

unde Δp_{co1I} reprezintă pierderile de presiune în coturile 1 (fig. 9),
Δp_{co2I} — pierderile de presiune în coturile 2 (fig. 9),
Δp_{vI} — pierderile de presiune în vana de pe firul cald;

$$\Delta p_{co1I} = \xi_{1I} \frac{w_{cd}^2}{2g} \gamma_2 + \xi_{2I} \frac{w_{cd}^2}{2g} \gamma_2 \text{ [bar]}, \tag{27}$$

în care $\xi_{1_I} = f\left(\frac{a}{D}\right)$ (fig. 11 *a*) se obţine din tabele. Aici ξ_{1I}, = 0,16. Pentru un cot la 90° (fig. 11 *b*), $\xi_{2_I} = 1{,}1$:

$$\Delta p_{vI} = \xi_{3I} \frac{w_{cd}^2}{2g} \gamma_2 \text{ [bar]}.$$

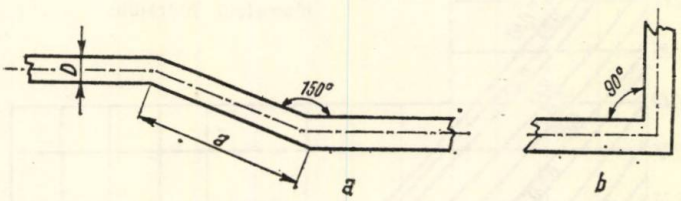


Fig. 11. — Coturi ale traseului de curgere.

Pentru vane obişnuite [2], $\xi_{3I} = 1{,}0$.

Pierderile de presiune pe conductele firului rece la curgerea fluidului de la generatorul de abur la reactor sînt date similar de relaţiile

$$\Delta p_{cdII} = \Delta p_{frII} + \Sigma \Delta p_{locII} \quad \text{[bar]}, \tag{28}$$

$$\Delta p_{frII} = \lambda_{frII} \frac{w_{cd}^2}{2g} \cdot \frac{\Sigma l_{II}}{d_{cd}} \cdot \gamma_1 \quad \text{[bar]} \tag{29}$$

$$(\lambda_{frII} = \lambda_{frI}),$$

$$\Sigma \Delta p_{lcc} = \Delta p_{co2II} + \Delta p_{vII} \quad \text{[bar]}, \tag{30}$$

$$\Delta p_{co2II} = n \cdot \xi_{2II} \frac{w_{cd}^2}{2g} \cdot \gamma_1 \quad \text{[bar]} \tag{31}$$

$$(\xi_{2II} = \xi_{2I}),$$

unde n este numărul de coturi cu aceleaşi caracteristici :

$$\Delta p_{vanăII} = \xi_{3II} \frac{w_{cd}^2}{2g} \gamma_1 \quad [\text{bar}] \tag{32}$$

$$(\xi_{3II} = \xi_{3I}).$$

Însumînd, obţinem pierderea de presiune pe conductele circuitului primar :

$$\Delta p_{c.a.} = \Delta p_{cdI} + \Delta p_{cdII} \ [\text{bar}]. \tag{33}$$

Pierderile de presiune în generatorul de abur se exprimă ca o sumă a pierderilor de presiune liniare, prin frecare în ţevile generatorului de abur, $\Delta p_{fr.t}$ şi pierderile de presiune locale, $\Sigma\Delta p_{loc.g.a.}$;

$$\Delta p_{g.a} = \Delta p_{fr.t.} + \Sigma\Delta p_{loc.g.a.} \ [\text{bar}], \tag{34}$$

$$\Delta p_{fr.t.} = \lambda_{fr.t.} \frac{l_{med.t}}{d_t} \cdot \frac{w_t^2}{2g} \gamma_t \ [\text{bar}] \tag{35}$$

$\lambda_{fr.t.}$ se calculează cu relaţia (8)
$l_{med.t.}$ = lungimea medie a fasciculului de ţevi, m
d_t = diametrul interior al ţevii, m

$$\Sigma\Delta p_{loc.g.a.} = \Delta p_{i.col.} + \Delta p_{i.t.} + \Delta p_{cot} + \Delta p_{e.t.} + \Delta p_{e.col.} \ [\text{bar}] \tag{36}$$

$\Delta p_{i.col.}$ = pierderea locală de presiune la intrarea în colector,

$$\Delta p_{i.col.} = \xi_{1g.a} \frac{w_{cd}^2}{2g} \gamma_2 \ [\text{bar}], \tag{37}$$

$$\xi_{1g.a} = \left(1 - \frac{S_{cd}}{S_{col.}}\right)^2, \tag{38}$$

unde
$S_{cd.}$ este aria secţiunii transversale a conductei din care vine fluidul, m^2,
$S_{col.}$ — aria secţiunii colectorului, m^2,
$\Delta p_{i.t.}$ — pierderea locală de presiune la intrarea fluidului în ţevile generatorului de abur,

$$\Delta p_{i.t.} = \xi_{2ga} \cdot \frac{w_t^2}{2g} \cdot \gamma_2 \ [\text{bar}]. \tag{39}$$

Din literatură [2], $\xi_{2ga} = 1{,}0$,

Δp_{cot} este pierderea locală de presiune în cotul în U al fasciculului de ţevi ;

$$\Delta p_{cot} = \xi_{cot} \frac{w_t^2}{2g} \cdot \gamma_t \ [\text{bar}]. \tag{40}$$

Pentru un cot în U, [2], $\xi_{cot} = 0{,}2$,

$\Delta p_{e.t.}$ este pierderea de presiune locală, la ieșirea fluidului din țevile generatorului de abur:

$$\Delta p_{e.t.} = \xi_{3ga} \cdot \frac{w_t^2}{2g} \cdot \gamma_1 \text{ [bar]}. \tag{41}$$

Din literatură [2] $\xi_{3ga} = 1{,}9$,

$\Delta p_{e.col}$ este pierderea locală de presiune la ieșirea fluidului din colector;

$$\Delta p_{e.col.} = \xi_{4ga} \cdot \frac{w_{cd}^2}{2g} \gamma_1 \text{ [bar]}, \tag{42}$$

ξ_{4ga} se determină cu relația (38).

În final, relația (13) dă pierderea totală de presiune într-o buclă de circulație a circuitului primar.

Detaliind termenii relației (13), obținem relația

$$\begin{aligned}
\Delta p_t = {} & \left\{\frac{w_{z.a}^2}{2g}\left[\lambda_{fr}\frac{l_{za}}{d_h}\gamma_{za}\left(\frac{\mu_p}{\mu_0}\right)^{0{,}14} + \xi_4\gamma_2\right] + \frac{w_{in}^2}{2g}(\xi_3\,\gamma_1)\right\} + && A\\
& + \left\{\frac{w_{za}^2}{2g}(\xi_5\,\gamma_2) + \frac{w_{in}^2}{2g}\left[\gamma_1\left(\lambda_{in}\frac{l_{in}}{d_{in}} + \xi_2\right)\right] + \frac{w_{cd}^2}{2g}(\gamma_1\,\xi_1)\right\} + && B\\
& + \left\{\frac{w_{cd}^2}{2g}\left[\gamma_2\left(\lambda_{frI}\frac{\Sigma_{II}}{d_{cd}}\,\xi_{1I} + \xi_{2I} + \xi_{3I}\right)\right]\right\} + && C\\
& + \left\{\frac{w_{cd}^2}{2g}\left[\gamma_1\left(\lambda_{frII}\frac{\Sigma_{III}}{d_{cd}} + 2\,\xi_{2II} + \xi_{3II}\right)\right]\right\} + && D\\
& + \left\{\frac{w_t^2}{2g}\left[\gamma_t\left(\lambda_{fr.t.}\frac{l_{med.t}}{d_t} + \xi_{cot}\right) + \xi_{2ga} + \gamma_2 + \xi_{3ga}\,\gamma_1\right]\right\} + && E\\
& + \left\{\frac{w_{cd}^2}{2g}\left[\xi_{1ga}\gamma_2 + \xi_{4ga}\,\gamma_1\right]\right\} \text{ [bar]} && F
\end{aligned} \tag{43}$$

Notînd de la A la F termenii cuprinși între acolade, specificăm:

$\Delta p_r = A + B$ = pierderile de presiune în reactorul nuclear,

$\Delta p_{c.a.} = C + D$ = pierderile de presiune în conducte și armături,

$\Delta p_{g.a} = E + F$ = pierderile de presiune în generatorul de abur.

Puterea necesară a pompei de circulație de pe bucla respectivă a circuitului primar va fi

$$P_p = \frac{Q\Delta p_t}{\eta_p} \text{ [kW]}, \tag{44}$$

unde Q este debitul volumetric de fluid vehiculat pe pompă, m³/s, și η_p randamentul pompei.

Luîndu-se ca variantă de bază circuitul primar al centralei cu reactor VVER, s-a executat un program în limbaj FORTRAN-IV, după care cu ajutorul calculatorului s-au calculat 120 000 de variante (care se vor prelucra într-o lucrare viitoare). Timpul de lucru pe calculator a fost de aproximativ o oră (fără timpul de tipărire).

Datele introduse în calcul (în paranteză datele variantei de bază) sînt

$w_{za} = 2; 3{,}5; 4; 6; 8; 10; 12; 14;$ (3,5) m/s

$w_{cd} = 8; 9; 10, 11; 12; 44;$ (9) m/s $\xi_{1ga} = 0{,}309$

$w_{in} = 8; 10; 11; 12; 14;$ (11) m/s $\xi_{2ga} = 1{,}0$

$w_t = 3{,}4; 4; 5; 6; 7;$ (3,4) m/s $\xi_{3ga} = 1{,}9$

$l_{za} = 2; 2{,}5; 3; 3{,}5; 4;$ (2,5) m $\xi_{4ga} = 0{,}309$

$l_{in} = 7{,}8; 8; 8{,}5; 9; 9{,}5;$ (8) m $\xi_{col.} = 0{,}2$

$\Sigma l_{\mathrm{I}} = 7{,}9$ m $\lambda_{fr\mathrm{I}} = 0{,}0068$

$\Sigma l_{\mathrm{II}} = 12{,}5$ m $\lambda_{fr\mathrm{II}} = 0{,}0068$

$l_{med.t.} = 10{,}2$ m $\lambda_{in} = 0{,}0966$

$d_h = 0{,}008; 0{,}010; 0{,}012; 0{,}014$ (0,010) m $\lambda_{fr.t.} = 0{,}0132$

$d_{in} = 0{,}37$ m $\mu_p = 9{,}15 \cdot 10^{-6}$ Ns/m^2

$d_{cd} = 0{,}5$ m $\mu_0 = 10{,}45 \cdot 10^{-6}$ Ns/m^2

$d_t = 0{,}018$ m $\gamma_{z.a} = 714{,}15$ N/m^3

$\lambda_{fr} = 0{,}038$ $\gamma_1 = 769{,}5$ N/m^3

$\xi_1 = 1{,}0$ $\gamma_2 = 709{,}7$ N/m^3

$\xi_2 = 2{,}0$ $\gamma_t = 741{,}15$ N/m^3

$\xi_3 = 1{,}5$

$\xi_4 = 1{,}0$

$\xi_5 = 0{,}5$

$\xi_{1\mathrm{II}} = 0{,}16$

$\xi_{2\mathrm{I}} = \xi_{2\mathrm{II}} = 1{,}1$

$\xi_{3\mathrm{I}} = \xi_{3\mathrm{II}} = 1{,}0$

CONCLUZII

1. Metoda de calcul expusă în lucrare permite calculul hidrodinamic al circuitului primar al centralei nucleare-electrice de tip PWR cu o precizie destul de mare.

2. Prin prelucrarea datelor obţinute cu ajutorul calculatorului se pot studia foarte multe variante în funcţie de particularităţile constructive ale elementelor componente ale circuitului primar şi de viteza de circulaţie a agentului primar.

Corelînd toţi factorii variabili, se poate determina situaţia optimă care corespunde consumului minim de energie necesară pentru vehicularea agentului primar.

3. Modelul de calcul se poate extinde şi la alte tipuri de centrale nucleare-electrice, cu modificările necesare în funcţie de natura agentului de lucru şi cu particularităţile constructive ale circuitului primar.

BIBLIOGRAFIE

1. P. A. Andreev, D. I. Gremilov, E. D. Fedorovici, *Teploobmennîe apparati iadernîh energeticeskih ustanovok*, Leningrad, Sudostroienie, 1969.
2. I. E. Idelcic, *Spravocinik po ghidravliceskim soprotivleniam*, Moskva, Gosenergoizdat, 1960.
3. S. S. Kutateladze, V. M. Borişanski, *Spravocinik po teploperedaci*, Moskva, Gosenergizdat, 1958.
4. * * * *Ghidravliceskie soprotivlenia v stalinîh trubah*, Izv. Vsesoiuznogo *Teplotehniceskogo Instituta*, *10* (1948).
5. * * * *Atomnaia tehnika za rubejom*, *4*, 3 — 9 (1970).
6. D. Eydoux, *Hydraulique générale et apliquée*, Paris, Dunod, 1921.
7. S. Glasstone, A. Sesonske, *Nuclear Reactor Engineering*, Princeton — New Jersey —Toronto — Londra, Van Nostrand Co., Inc., 1967.

CERCETĂRI DE ANALIZĂ A EFICACITĂŢII REACTOARELOR NUCLEARE AVANSATE CU COMBUSTIBIL VITROCERAMIC MODERATE CU APĂ GREA

C. HAIDUC şi T. IONIŢĂ

Elaborarea şi experimentarea în ţară a elementelor de combustibil vitroceramice deschide posibilităţi de realizare a unui nou tip de reactor nuclear cu UO_2 natural.

În cadrul sectorului de echipamente nucleare energetice ICPET a fost analizat un reactor nuclear energetic pe care l-am numit simbolic AHWGCR (Advansed Heawy Water Gas Cooled Reactor), reactor avansat moderat cu D_2O şi răcit cu CO_2, şi utilizînd combustibil vitroceramic.

Reactorul este cu tuburi de presiune în care se introduc elementele de combustibil vitroceramice cu UO_2 natural sau UO_2 îmbogăţit. Tuburile de presiune sînt amplasate în tuburile calandriei cu moderator D_2O. Întreaga zonă activă este inclusă într-un vas de presiune din beton pretensionat sau din oţel.

Ţinînd seama de caracteristicile elementelor de combustibil vitroceramic la reactorul nuclear energetic AHWGCR cu o putere unitară de 500 MW(e) şi UO_2 natural, pot fi obţinuţi parametri foarte convenabili.

Dintre particularităţile principale ale reactoarelor AHWGCR cu combustibil vitroceramic se pot menţiona: temperatura agentului de răcire este ridicată, deşi se utilizează UO_2 natural, ceea ce condiţionează obţinerea în ciclu termic a unor parametri supraînalţi şi a supraîncălzirii intermediare a aburului. Se pot utiliza în acest caz turboagregate de tip clasic, obţinîndu-se randamente nete de 41% faţă de 28—31% la reactoarele PWR şi PHWR.

Avînd în vedere particularităţile reactorului AHWGCR, necesarul specific de D_2O este dintre cele mai reduse faţă de alte tipuri de reactoare moderate cu D_2O.

Gradul de ardere al combustibilului real, exprimat în MW(e) zile/t UO_2nat, este de 3,1 ori mai mare la reactoarele AHWGCR cu combustibil vitroceramic faţă de reactoarele PWR şi de 1,26 ori mai mare decît la reactoarele PHWR. În mod analog, consumul de combustibil nuclear se găseşte în proporţii analoge inverse.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 559—569, Bucureşti, 1972

Utilizarea ciclurilor termodinamice cu abur supraîncălzit la reactoarele AHWGCR permite amplasarea acestor CNE în locuri fără surse mari de apă de răcire.

Pentru analiza eficacității reactoarelor nucleare avansate a fost elaborat un model matematic bazat pe utilizarea criteriului general termic-economic al cheltuielilor specifice de calcul Z_e^*, care ține seama de investițiile în toate elementele CNE și în ciclul de combustibil nuclear.

Cheltuielile specifice de calcul actualizate se exprimă sub forma

$$Z_{ej}^* = Z_{cj}^* + \frac{p_e + p_a}{\tau_j^{\mathrm{CNE}}} i_j e^{p_e t_{\mathrm{con}}} + \frac{(\sum E)_j^{\mathrm{CNE}}}{\tau_j^{\mathrm{CNE}} P_{ej}^{\mathrm{CNE}}} + \frac{p_e i_{cj}^{\mathrm{CNE}}}{\tau_j}, \tag{1}$$

unde

Z_{cj}^* reprezintă componenta combustibilului sub formă actualizată din Z_{ej}^* lei/kWh,

p_e, p_a — coeficienții de eficacitatea investițiilor și de amortizare

τ_j^{CNE} — numărul de ore de funcționare anuală a CNE la putere nominală, h/an,

i_j^{CNE} — investițiile specifice în CNE, lei /kW,

$i_{cj}^{*\mathrm{CNE}}$ — investițiile specifice actualizate în întreprinderile ciclului de combustibil, lei/kW,

$(\sum E)_j^{\mathrm{CNE}}$ — suma cheltuielilor anuale de exploatare la CNE, lei/an,

P_{ej}^{CNE} — puterea electrică a CNE,

J — varianta de reactor luată în considerație.

În cadrul modelului în calitate de indici auxiliari se utilizează prețul de cost al energiei electrice C_{ej} și consumul de combustibil nuclear la CNE.

Prețul de cost al energiei electrice la CNE se exprimă astfel:

$$C_{ej} = \frac{\sum_{i=1}^{5} C_{ij} + \sum_{i=7}^{9} C_{ij} - C_{10j}}{24 b_j \eta_{nj}^{\mathrm{CNE}}} + \frac{p_a}{\tau_j^{\mathrm{CNE}}} i_j^{\mathrm{CNE}} + \frac{(\sum E)_j^{\mathrm{CNE}}}{\tau_j P_{ej}^{\mathrm{CNE}}}, \tag{2}$$

unde

$C_{1j}-C_{10j}$ reprezintă cheltuielile specifice cu combustibilul nuclear în diferite elemente ale ciclului de combustibil de la extracția minereului de uraniu pînă la depozitarea uraniului și plutoniului obținut din elementele de combustibil iradiate, lei/kg U,

η_{nj}^{CNE} — randamentul net al CNE,

b_j — reprezintă gradul de ardere al combustibilului nuclear, MW zile/t U.

Avînd în vedere faptul că componența exploatării din C_{ej} este practic o constantă, putem să notăm

$$x_j C_{ej} = \frac{(\sum E)_j^{\mathrm{CNE}}}{\tau_j P_{ej}^{\mathrm{CNE}}}, \tag{3}$$

unde x_j reprezintă cota cheltuielilor de exploatare din prețul de cost al energiei electrice.

În acest caz, prețul de cost al energiei electrice la CNE poate fi exprimat astfel:

$$C_{ej} = \frac{1}{1 - x_j}\left[\frac{\sum_{i=1}^{5} C_{ij} + \sum_{i=7}^{9} C_{ij} - C_{10j}}{24\, b_j\, \eta_{nj}} + \frac{p_a}{\tau_j^{\mathrm{CNE}}}\, i_j^{\mathrm{CNE}}\right]. \tag{4}$$

Dacă se ține seama de ecuațiile (1) și (3) mărimea Z_{ej}^* este dată de ecuația

$$Z_{ej}^* = Z_{cj}^* + \frac{p_e + p_a}{\tau_j}\, i_j^{\mathrm{CNE}}\, e^{p_e t_{\mathrm{con}}} + x_j C_{ej} + \frac{p_e}{\tau_j^{\mathrm{CNE}}}\, i_{cj}^{\mathrm{CNE}}. \tag{5}$$

Aici componenta combustibilului din Z_{ej}^* este

$$Z_{cj}^* = C_{cj} + p_e(F_{r1j}^* + F_{r2j}^*) + \frac{p_e}{\tau_j^{\mathrm{CNE}}}\, i_{cj}^*, \tag{6}$$

unde componenta combustibilului din C_{ej} este

$$C_{cj} = \frac{\sum_{i=1}^{5} C_{ij} + \sum_{i=7}^{9} C_{ij} - C_{10j}}{24\, b_j\, \eta_{nj}^{\mathrm{CNE}}}. \tag{7}$$

Mărimea C_{cj} constituie în sine un important criteriu de analiză a perfecțiunii utilizării combustibilului nuclear în CNE și în ciclul de combustibil nuclear aferent.

Fondurile de rulment actualizate F_{r1}, F_{r2} se exprimă pornind de la diagramele $C_i = f(t_i)$ pentru ciclurile respective de combustibil:

$$F_{r1}^* = \frac{1}{24\, b_j\, \eta_{nj}^{\mathrm{CNE}}}\left[C_{1j} t_{2j}\, e^{p_e \sum_{i=2}^{5} t_{ij}} + \left(\sum_{i=1}^{2} C_{ij}\right) t_{3j}\, e^{p_e \sum_{i=3}^{5} t_{ij}} + \right.$$

$$+\left(\sum_{i=1}^{3} C_{ij}\right) t_{4j}\, e^{p_e \sum_{i=4}^{5} t_{ij}} + \left(C_{10j} - \sum_{i=8}^{9} C_{ij}\right) t_{8j}\, e^{p_e \sum_{i=6}^{8} t_{ij}} +$$

$$\left. +(C_{10j} - C_{9j})\, t_{9j}\, e^{-p_e \sum_{i=6}^{9} t_{ij}} + C_{10j} t_{10j}\, e^{-p_e \sum_{i=6}^{10} t_{ij}}\right], \tag{8}$$

$$F_{r2}^{*}=\frac{1}{48\,b_j\,\eta_{nj}^{\mathrm{CNE}}}\Bigg[C_{1j}\,t_{1j}\,e^{p_e\sum_{i=1}^{5}t_{ij}}+C_{2j}\,t_{2j}\,e^{p_e\sum_{i=2}^{5}t_{ij}}+$$

$$+C_{3j}\,t_{3j}\,e^{p_e\sum_{i=3}^{5}t_{ij}}+C_{4j}\,t_{4j}\,e^{p_e\sum_{i=4}^{5}t_{ij}}+C_{5j}\,t_{5j}\,e^{p_e t_{5j}}+$$

$$+\Bigg(\sum_{i=1}^{5}C_{ij}+\sum_{i=7}^{9}C_{ij}-C_{10j}\Bigg)t_{6j}\,e^{-p t_{6j}}+C_{7j}\,t_{7j}\,e^{-p_e\sum_{i=6}^{8}t_{ij}}+$$

$$+C_{8j}\,t_{8j}\,e^{-p_e\sum_{i=6}^{7}t_{ij}}+C_{9j}\,t_{9j}\,e^{-p_e\sum_{i=6}^{9}t_{ij}}+C_{10j}\,t_{10j}\,e^{-p_e\sum_{i=6}^{8}t_{ij}}\Bigg]. \qquad (9)$$

Investițiile specifice actualizate în ciclul de combustibil se exprimă

$$i_{cj}^{*}=\sum i_{ij}\,e^{p_e(t_{ij}+\Delta t_{ij})}, \qquad (10)$$

unde

t_{ij} reprezintă perioadele de timp în care se efectuează cheltuielile specifice C_{ij},

I_{ij} — investițiile specifice în diferitele elemente ale ciclului de combustibil,

Δt_{ij} — intervalele de timp dintre momentul punerii în funcțiune și momentul terminării construcției întreprinderilor respective din cadrul ciclului de combustibil nuclear.

Pe baza modelului matematic a fost elaborat programul de calcul pe calculatorul IBM—360—30 al modelului care cuprinde atît elementele CNE, cît și ale ciclurilor de combustibil aferente. Programul de calcul este dat în figura 1.

Analiza efectuată a cuprins trei CNE cu reactoare de tipurile AHWGCR cu combustibil vitroceramic, PWR și PHWR, echipate cu cîte două reactoare de 500 MW(e) fiecare. Rezultatele analizei sînt prezentate în tabela alăturată.

Rezultatele analizei eficacității CNE la puteri unitare de 1000 MW echipate cu reactori de tipurile PHWR, PWR și AHWGCR

Parametrul	Dimensiunea	Tipul reactorului		
		PHWR	PWR	AHWGCR
1	2	3	4	5
P_e	MW(e)	2×500	2×500	2×500
i^{CNE}	lei/kW	5250	4800	5800
Z_e	lei/kWh	0,1972	0,2221	0,1789
C_e	lei/kWh	0,0571	0,0780	0,0473
C_c	lei/kWh	0,0234	0,0446	0,0159
U	tUO_2nat/an	115,3	285	91,8

Din aceste rezultate rezultă evident faptul că cheltuielile specifice de calcul la producerea de energie electrică Z_e^{*} au valoarea minimă în cazul

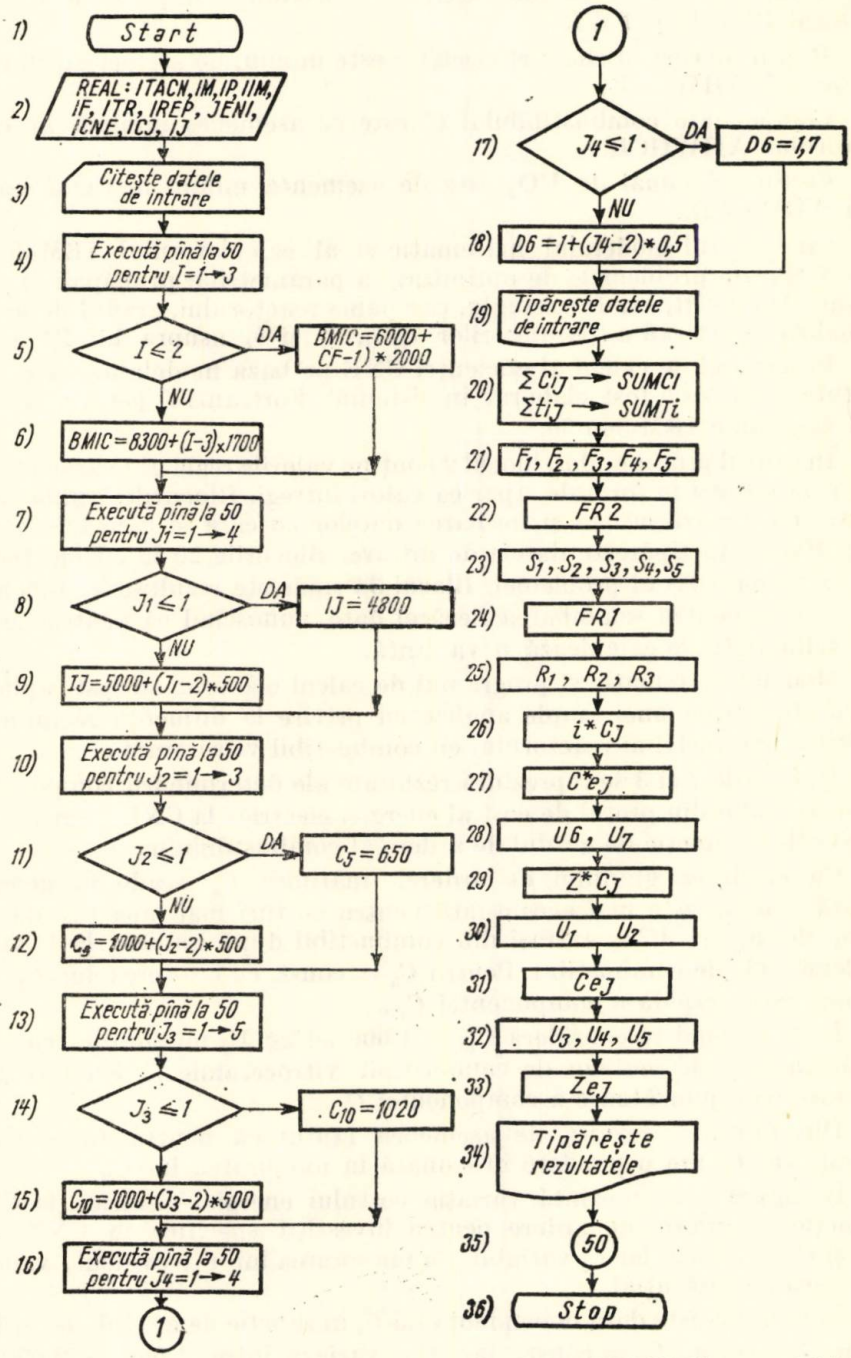


Fig. 1. — Schema logică de calcul pe calculatorul IBM-360-30 a modelului matematic de analiză a eficacității CNE.

reactorului AHWGCR cu combustibil vitroceramic, după care urmează reactorul PHWR și PWR.

Prețul de cost al energiei electrice este minim, de asemenea, în cazul reactorului AHWGCR.

Componenta combustibilului C_c este de asemenea minimă în cazul reactorului AHWGCR.

Consumul anual de UO_2 este de asemenea minim în cazul reactorului AHWGCR.

Cu ajutorul modelului matematic și al calculatorului IBM-360-30 au fost tratate problemele de optimizare a parametrilor principali ai reactorului AHWGCR, ca, de exemplu, campania reactorului, gradul de ardere și analiza complexă a parametrilor c_i, t_i, i_i și b_i asupra lui Z_e^* și C_e.

Programul de calcul al eficienței CNE pe baza modelului matematic prezentat mai sus a fost elaborat în sistemul Fortran-IV pentru calculatorul electronic IBM-360-30.

În cadrul programului, blocul 2 conține valorile reale ale parametrilor, care, prin notații în formule, apar ca valori întregi. Blocurile 3 pînă la 18 inclusiv efectuează citirea și formarea datelor cu care se lucrează în program. Blocul 19 tipărește datele de intrare. Blocurile 20 la 33 efectuează calculul propriu zis al problemei. Blocul 34 tipărește rezultatele. Blocul 35 reia calculul pentru schimbarea fiecărei date, cunoscînd că pentru fiecare dată schimbată se calculează o variantă.

Modelul matematic și programul de calcul elaborat au fost aplicate pentru efectuarea unei ample analize cu privire la influența reciprocă a diferiților parametri ai reactorului cu combustibil vitroceramic.

În figurile 2 și 3 se reprezintă rezultate ale determinării componentei combustibilului din prețul de cost al energiei electrice la CNE cu reactoare AHWGCR în funcție de gradul de ardere al combustibilului.

Cu creșterea gradului de ardere, mărimea C_c scade în general. Această scădere este mai accentuată pentru costuri mai mici C_{10} ale izotopilor de p_u^{239} și U^{235}, extrași din combustibil după iradiere la 1 kg U din elementele de combustibil. Pentru C_5 = const, cu creșterea lui C_{10} are loc micșorarea rapidă a componentei C_c.

În cazul cînd se consideră C_{10} = 1 000 lei/kg U, micșorarea costului de fabricație a elementelor de combustibil vitroceramic C_5 conduce la o micșorare corespunzătoare a componentei C_c.

Din figura 3 rezultă de asemenea faptul că pentru C_{10} = const influența lui C_5 are o pondere însemnată în micșorarea lui C_c.

În figura 4 se prezintă variația costului energiei electrice la CNE în funcție de gradul de ardere pentru investiții specifice în CNE i_j = const și C_{10} = const, iar C_5 variabil. Cu micșorarea lui C_5, evident, valorile lui C_e scad substanțial.

În figura 5 este dată dependența lui C_e în funcție de gradul de ardere pentru i_i = const, C_5 = const, iar C_{10} variază între 1 000 și 2 000 de lei/kg U. Cu cît valoarea lui C_{10} este mai ridicată, cu atît prețul de cost al energiei electrice produse scade.

În figura 6 sînt prezentate rezultatele analoge pentru C_e în cazul cînd mărimile C_5 și C_{10} se menţin constante şi variază investiţiile specifice în CNE. Influenţa lui i_j asupra lui C_e este mai mică decît influenţa lui

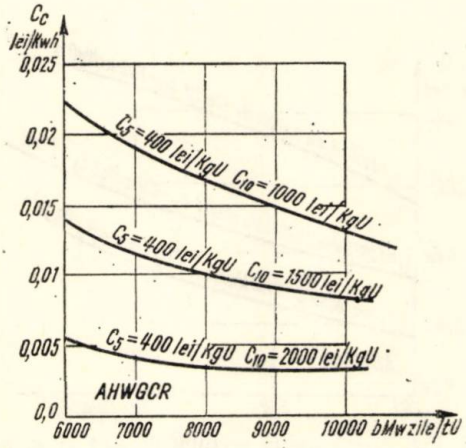


Fig. 2. — Variaţia componentei combustibilului din preţul de cost al energiei electrice la CNE cu reactoare AHWGCR în funcţie de gradul de ardere al combustibilului pentru $C_5=400$ de lei/kg U şi $1\,000<C_{10}<2\,000$ de lei/kg U.

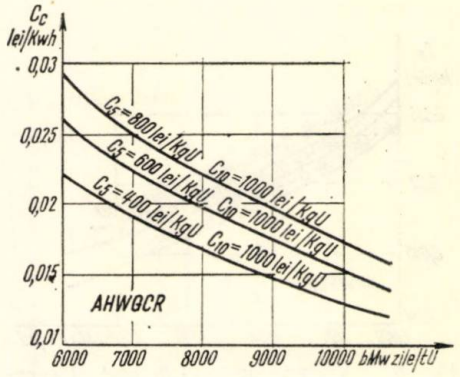


Fig. 3. — Variaţia componentei combustibilului din preţul de cost al energiei electrice la CNE cu reactoare AHWGCR în funcţie de gradul de ardere al combustibilului pentru $400<C_5<800$ de lei/kg U şi $C_{10}=1\,000$ de lei/kg U.

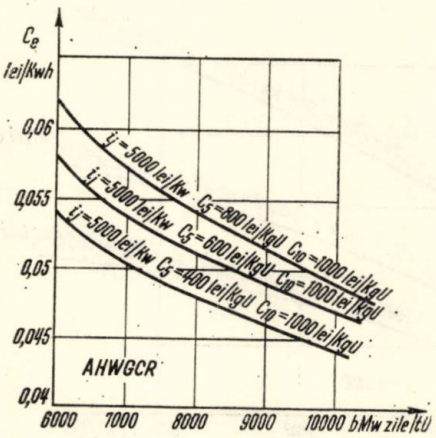


Fig. 4. — Variaţia preţului de cost al energiei electrice în funcţie de gradul de ardere la CNE cu reactoare AHWGCR pentru $400<C_5<800$ de lei/kg U, $C_{10}=1\,000$ lei/kg U şi $i_j = 5\,000$ de lei/kW.

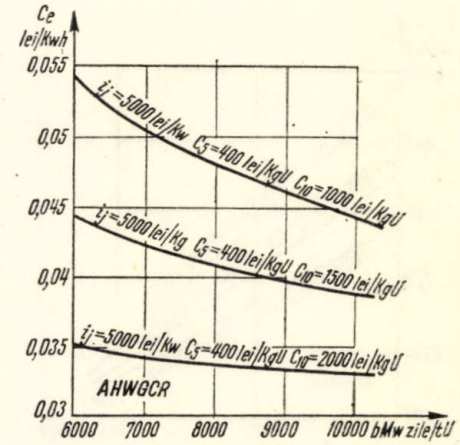


Fig. 5. — Variaţia preţului de cost al energiei electrice în funcţie de gradul de ardere al combustibilului la CNE cu reactoare AHWGCR pentru $C_5 = 400$ de lei/kg U, $1\,000 < C_{10} < 2\,000$ de lei/kg U şi $i_j=5\,000$ de lei/kW.

C_5 şi C_{10}. Dependenţa dintre C_e şi C_5 pentru valori i_j, C_{10} şi campanii ale reactorilor constante este dată în figura 7.

Din aceste rezultate reiese influenţa mare şi diferită a gradului de ardere asupra lui C_e pentru diferite valori C_5.

Influența mărimii C_{10} asupra lui C_e este reprezentată în figura 8 pentru mărimi i_j și C_5 constante. Această dependență are caracter liniar, iar panta dreptelor depinde de valoarea lui b.

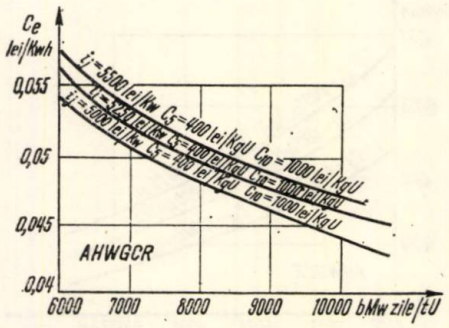


Fig. 6. — Variația prețului de cost al energiei electrice în funcție de gradul de ardere al combustibilului la CNE cu reactoare AHWGCR pentru $C_5 = 400$ de lei/kg U, $C_{10} = 1\,000$ de lei/kg U și $5\,000 < i_j < 5\,500$ de lei/kg U.

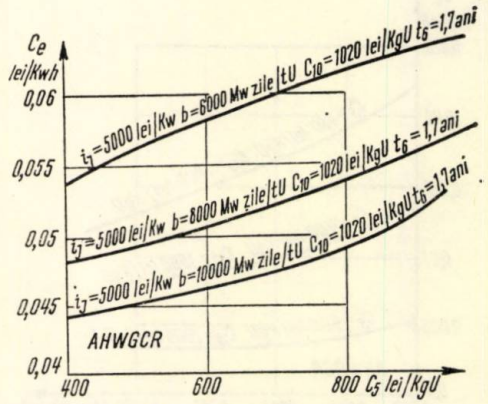


Fig. 7. — Variația prețului de cost al energiei electrice în funcție de C_5 la CNE cu reactoare AHWGCR pentru $i_j = 5\,000$ de lei/kW, $6\,000 < b < 10\,000$ MW zile/t U, $C_{10} = 1\,020$ de lei/kg U și $t_6 = 1{,}7$ ani.

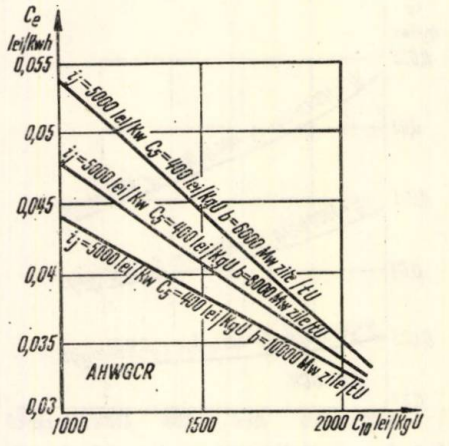


Fig. 8. — Variația prețului de cost al energiei electrice în funcție de C_{10} la CNE cu reactoare AHWGCR pentru $i_j = 5\,000$ lei /kW, $C_5 = 400$ de lei/kg U și $6\,000 < b < 10\,000$ MW zile/t U și $C_{10} = 1\,020$ de lei/kg U.

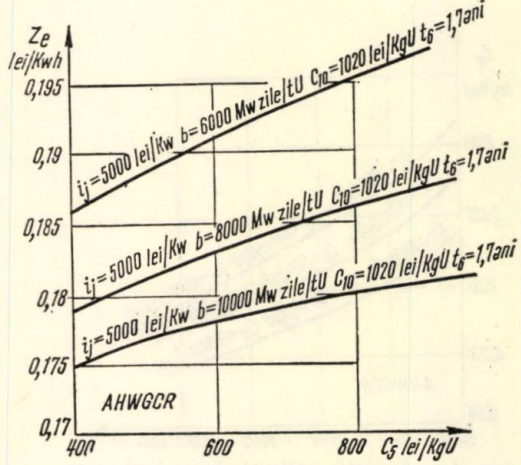


Fig. 9. — Variația cheltuielilor specifice de calcul în funcție de C_5 la CNE cu reactoare AHWGCR pentru $i_j = 5\,000$ de lei/kW, $C_{10} = 1\,020$ de lei/kg U și $6\,000 < b < 10\,000$ MW zile/t U și $t_6 = 1{,}7$ ani.

Cheltuielile specifice de calcul la producerea de energie electrică la CNE cu reactoare AHWGCR în funcție de costul fabricației elementelor de combustibil vitroceramic C_5 sint date în figura 9.

Analiza a fost efectuată pentru valori ale mărimilor i_j, C_{10}, t_6 şi grade de ardere diferite. Din aceste rezultate se remarcă marea influenţă a gradului de ardere asupra lui Z_e.

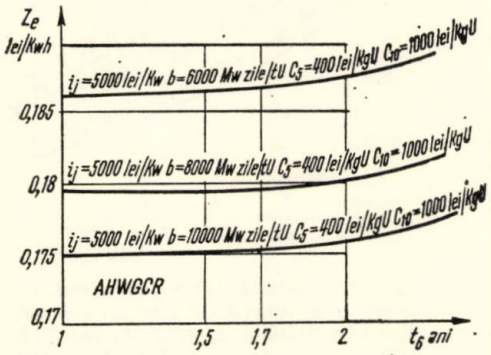


Fig. 10. — Variaţia cheltuielilor specifice de calcul în funcţie de t_6 la CNE cu reactoare AHWGCR pentru $i_j = 5\,000$ de lei/kg U, $C_{10} = 1\,000$ de lei/kg U şi $6\,000 < b < 10\,000$ de lei/t U.

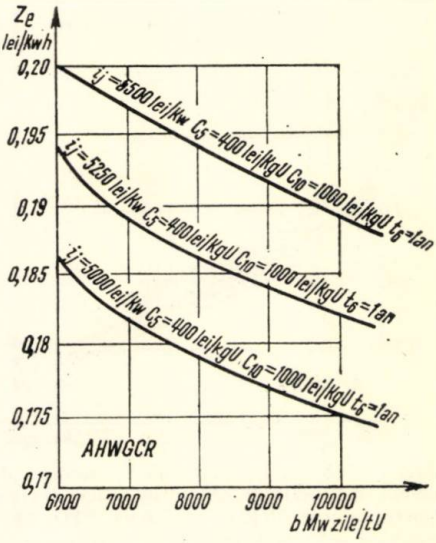


Fig. 11. — Variaţia cheltuielilor specifice de calcul în funcţie de gradul de ardere al combustibilului la CNE cu reactoare AHWGCR pentru $t_6 = 1$ an, $C_{10} = 1\,000$ de lei/kg U, $C_5 = 400$ de lei/kg U şi $5\,000 < i_j < 5\,500$ de lei/kW.

În figura 10 se dă variaţia cheltuielilor specifice de calcul în funcţie de campania reactorului t_6 în cazul cînd se menţin constante mărimile i_j, C_5 şi C_{10} şi se variază gradul de ardere al combustibilului. Curbele sînt foarte aplatisate şi au valori minime pentru campanii scurte. Deci, cu cît combustibilul este „ars" mai repede în reactor, cu atît mărimea Z_e are valori mai scăzute. Se observă de asemenea faptul că variaţia campaniei reactorului în limite largi nu influenţează mult pe Z_e şi există deci posibilitatea în cazul acestui reactor de a adapta campania în funcţie de rezultatele obţinute la determinarea campaniei în urma calculului fizic al reactorului.

În figura 11 se dau rezultatele determinării variaţiei lui Z_e în funcţie de gradul de ardere pentru valori ale investiţiilor specifice în CNE constante. Curbele sînt foarte înclinate şi reflectă o mare influenţă a gradului de ardere asupra lui Z_e. Această dependenţă este dată în figura 12 pentru $i_j = 5\,000$ lei/kW şi $1 < t_6 < 2$ ani. În acest caz, curbele sînt mai dese, ceea ce denotă o influenţă mică a campaniei reactorului asupra lui Z_e.

Influenţa mărimii C_5 asupra lui Z_e este dată în figura 13. Această influenţă este destul de însemnată şi demonstrează posibilităţile mari de micşorare a lui Z_e prin simplificarea tehnologiei de fabricaţie a elementelor de combustibil vitroceramice. Aceeaşi dependenţă este dată în figura 14 pentru cazul cînd se variază costul plutoniului şi al uraniului obţinut prin

reprelucrarea chimică a combustibilului iradiat, C_{10}. Influența lui C_{10} asupra lui Z_e este invers proporțională.

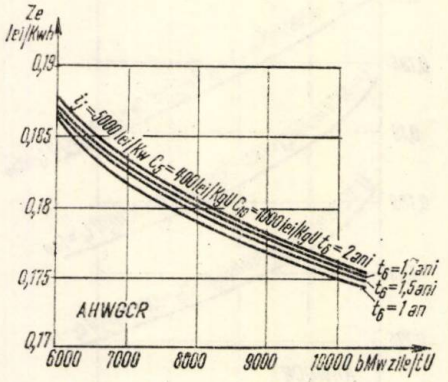


Fig. 12. — Variația cheltuielilor specifice de calcul în funcție de gradul de ardere al combustibilului la CNE cu reactoare AHWGCR pentru i_j = 5 000 de lei/kW, C_5 = 400 de lei/kg U, C_{10} = 1 000 de lei/kg U și 1 < t_6 < 2 ani.

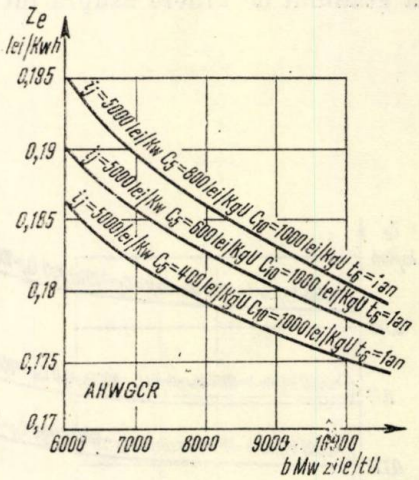


Fig. 13. — Variația cheltuielilor specificice de calcul în funcție de gradul de ardere al combustibilului la CNE cu reactoare AHWGCR pentru i_j = 5 000 de lei/kW, C_{10} = 1 000 de lei/kg U, 400 < C_5 < 800 lei/kg U și t_6 = 1 an.

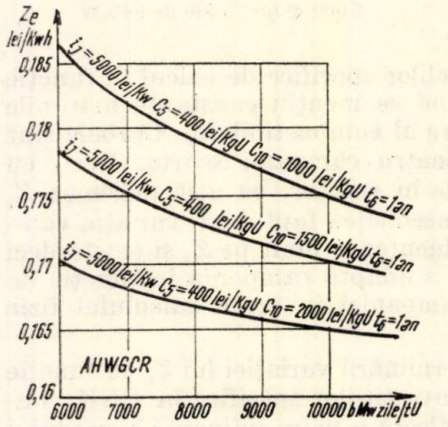


Fig. 14. — Variația cheltuielilor specifice de calcul în funcție de gradul de ardere al combustibilului la CNE cu reactoare AHWGCR pentru i_j = 5 000 de lei/ kW, C_5 = 400 lei/kg U, 1 000 < C_{10} < 2 000 de lei/kg U și t_6 = 1 an.

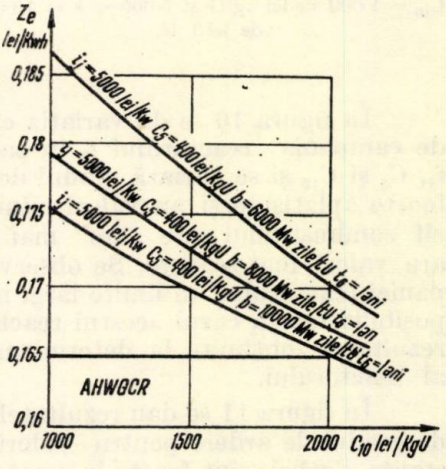


Fig. 15. — Variația cheltuielilor specifice de calcul în funcție de C_{10} la CNE cu reactoare AHWGCR pentru i_j = 5 000 de lei/kg U, C_5 = 400 de lei/kg U, 6 000 < b < 10 000 MW zile/t U și t_6 = 1 an.

În figura 15 se prezintă influența gradului de ardere al combustibilului vitroceramic și a mărimii C_{10} asupra lui Z_e. Dependența dintre Z_e și C_{10} este liniară.

CONCLUZII

1. Analiza eficacității reactoarelor avansate moderate cu apă grea, răcite cu gaz și utilizînd combustibili vitroceramici, precum și a ciclurilor de combustibil respective, efectuată, în cadrul prezentei lucrări, a permis să se pună în evidență faptul că aceste reactoare sînt, în general, mai economice decît reactoarele PHWR și PWR. Ciclurile de combustibil nuclear al reactoarelor AHWGCR sînt, în general, mai economice decît a celorlalte două tipuri de reactoare menționate.

2. Analiza parametrică efectuată prin intermediul calculatorului IBM-360-30 a permis să se stabilească influențele complexe ale diferiților parametri, i_j, C_5, C_{10} și b, asupra indicilor tehnici-economici C_c, C_e și Z_e ai reactorului AHWGCR. În particular, parametrii principali care influențează economicitatea acestui reactor sînt b, C_{10}, i_j și C_5. Campania reactorului influențează mai puțin economicitatea reactorului.

3. Ținînd seama de rezultatele obținute în cadrul lucrării, se poate trage concluzia că trebuie dezvoltate, alături de cercetările pe alte tipuri de reactoare nucleare, cercetările asupra comportării elementelor de combustibil vitroceramic în condiții de reactor nuclear energetic, precum și cercetările asupra zonelor active ale unor astfel de reactoare nucleare energetice.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Haiduc, A. Szmuk, *Modelul matematic de analiza eficacității utilizării combustibilului în diferite tipuri de reactori nucleari energetici și cicluri de combustibil.* Academia R.S.R. — Inst. de energetică, Memoriu, 1967.

2. J. Fonteray, R. Martin, C. Ringot, R. Roche, *Etudes sur les piles à eau lourde refroidies par gaz carbonique.* Agence Internationale de l'énergie Atomique. Colloque sur les Réacteurs de Puissance à eau Lourde. Vienne, 11—15 sept. (1967).

CALCULUL EFECTULUI SUPRAALIMENTĂRII ASUPRA PERFORMANȚELOR MOTORULUI DIESEL

CĂLIN ADRIAN VASILESCU

621.436

Se prezintă o analiză efectuată prin intermediul unui model de calcul al ciclului indicat a influenței pe care o are raportul de comprimare ε, presiunea de supraalimentare p_s, coeficientul excesului de aer α, durata arderii θ_a, avansul la degajarea căldurii (echivalent avansului la injecție) θ_i, forma caracteristicii de degajare a căldurii (considerată triunghiulară), asupra parametrilor: presiune medie indicată p_i, presiune maximă p_{max}, unghi la care se realizează valoarea maximă a presiunii θ_1, viteză maximă de creștere a presiunii $\dot{p}$, temperatură medie a gazelor T_m, randament indicat η_i. Se examinează cum vor varia acești parametri în cazul în care presiunea de supraalimentare crește (la 4 și la 6 bari) în ipoteza limitării presiunii maxime în cilindru la $p_{max\,lim} = 150$ bar.

1. Într-o lucrare anterioară [1] autorul a prezentat o metodă pentru examinarea influenței unor parametri asupra performanțelor motoarelor diesel, metodă care conduce la calcularea presiunii fluidului din cilindru, deci a ciclului indicat.

Dacă se notează

$$\frac{dU}{d\theta} = \varphi_1(T)\frac{dT}{d\theta} \quad \text{— variația energiei interne,}$$

$$\frac{dQ_c}{d\theta} = A \quad \text{— căldura dezvoltată prin ardere,}$$

$$\frac{dQ_d}{d\theta} = \varphi_2(T)\frac{dT}{d\theta} \quad \text{— căldura mascată în procesul de disociere,}$$

$$\frac{dQ_r}{d\theta} = \varphi_3(T) \quad \text{— căldura evacuată prin răcire,}$$

$$\frac{dL}{d\theta} = \varphi_4(T) \quad \text{— lucrul mecanic schimbat,}$$

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 571—589, 1972

bilanțul energiei devine

$$\varphi_1(T)\frac{dT}{d\theta} = A - \varphi_2(T)\frac{dT}{d\theta} - \varphi_3(T) - \varphi_4(T)$$

și variația temperaturii se poate determina

$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{A - \varphi_3(T) - \varphi_4(T)}{\varphi_1(T) + \varphi_2(T)}$$

iar presiunea rezultă, din aplicarea ecuației de stare a gazelor perfecte.

S-a procedat la analiza pe această cale a corelației dintre presiunea de supraalimentare p_s și următorii parametri: raportul volumetric de comprimare ε, coeficientul excesului de aer α, avansul la degajarea căldurii în procesul de ardere θ_i durata procesului de ardere θ_a. Parametrii arătați au variat după cum urmează

$p_s = 1.....6$ bar,

$\varepsilon = 10; 14; 16,$

$\alpha = 1{,}1; 1{,}4; 1{,}8; 2{,}2,$

$\theta_i = -15; -5; 0; +5$°RAC,

$\theta_a = 40; 70; 100; 130$ °RAC.

S-a admis cunoscută caracteristica de degajare a căldurii; s-au ales trei forme de triunghiu, prima avînd vîrful la o cincime de la începutul degajării căldurii ($B = 5$), a doua variantă cu vîrful la mijloc ($B = 2$) și a treia variantă cu vîrful la patru cincimi de la începutul degajării căldurii ($B = 1{,}25$).

S-a menținut constantă temperatura de admisiune $T_s = 330$ °K. Calculele efectuate în aceste condiții reprezintă mai mult de 3 000 variante.

Față de lucrări analoge cunoscute în literatură [2], [3], [4], în articolul de față se examinează implicațiile și posibilitățile creșterii presiunii de supraalimentare pînă la limitele care se întrevăd pentru următorii 10—15 ani [5].

Din motive de spațiu, exemplificările s-au raportat la valori ale presiunii de supraalimentare uzuale azi $p_s = 2{,}5$ bar și care vor fi folosite în viitorul apropiat $p_s = 4$ bar.

2. Necesitatea limitării presiunii maxime a gazelor din cilindru rezultă din dificultatea de a stăpîni solicitările mecanice din organele principale ale motorului, solicitări care cresc mult la presiuni de supraalimentare mari.

Limitarea presiunii maxime determină în primul rînd o reducere a raportului volumetric de comprimare ε o dată cu creșterea presiunii de supraalimentare p_s; în figura 1 se arată corelația $p_s - \varepsilon$ care asigură ca la sfîrșitul evoluției de comprimare să nu se depășească anumite valori limită maxime ale presiunii $p_{\max\,lim}$. Spre exemplu, limitîndu-se presiunea maximă la $p_{\max\,lim} = 150$ bar, presiunea de supraalimentare de $p_s = 2{,}5$ bar nu duce la o condiție particulară pentru raportul volumetric

de comprimare, în timp ce pentru $p_s = 4$ bar se obține un raport volumetric de comprimare limită $\varepsilon_{lim} = 14{,}6$. Din examinarea acestei diagrame apare evidentă necesitatea reducerii raportului volumetric de comprimare o dată cu mărirea presiunii de supraalimentare; de sigur că în acest caz va trebui să se asigure pornirea motorului la rece.

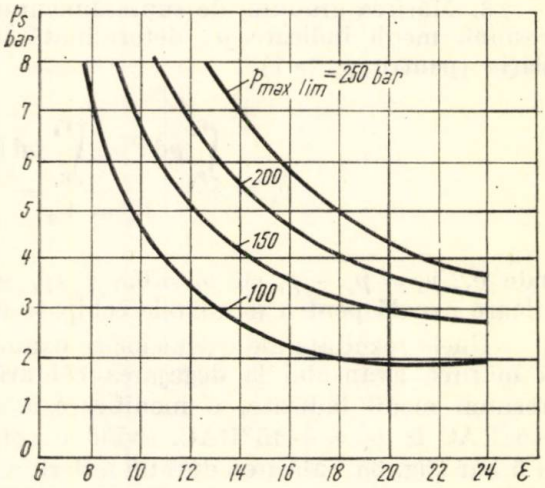


Fig. 1. — Dependența dintre presiunea de supraalimentare p_s și raportul volumetric de comprimare ε pentru diferite valori ale presiunii maxime limită în cilindru $p_{max\ lim}$ ca parametru (valori determinate pentru sfîrșitul comprimării).

Limitarea presiunii maxime afectează în al doilea rînd caracteristica de degajare a căldurii. Astfel în figura 2 se indică, pentru un caz particular, cantitatea de căldură care trebuie dată pe litru de cilindree în scopul atingerii, pînă în punctul mort interior, a valorii limită a presiunii maxime ($p_{max\ lim} = 150$ bar). Se observă ușor că mărirea presiunii de supraali-

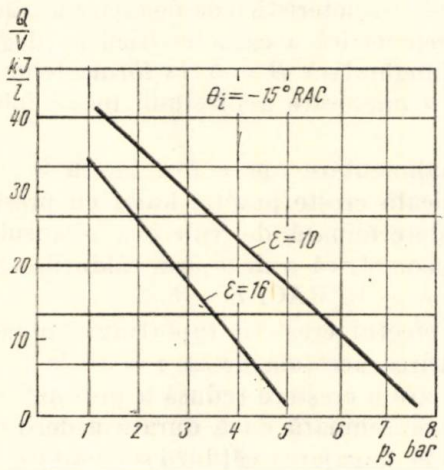


Fig. 2. — Căldura pe litru de cilindre $\frac{Q}{V}$ necesară pentru ca să se obțină în punctul mort interior presiunea $p_{max\ lim} = 150$ bar, în funcție de presiunea de supraalimentare p_s, raportul volumetric de comprimare ε ca parametru; clădura de ardere începe să se degaje la $\theta_i = -15°$RAC.

mentare p_s și a raportului volumetric de comprimare ε reduc această cantitate de căldură, ceea ce corespunde în anumite situații și unei modificări a caracteristicii de degajare a căldurii.

Modificarea caracteristicii de degajare a căldurii, în sensul deplasării unei cantităţi de combustibil din ce în ce mai mari pentru a arde pe evoluţia de destindere, afectează şi unii parametri funcţionali ai motorului.

Ţinînd seama de posibilităţile tehnicei actuale, în continuare presiunea maximă va fi limitată la valoarea $p_{max\,lim} = 150$ bar.

3. Mărirea gradului de supraalimentare influenţează direct valoarea presiunii medii indicate p_i, determinată în cadrul calculelor făcute cu relaţia (pentru $p_s > 1$)

$$p_i = \frac{\int_{V_1}^{V_2} p\,dV + \int_{V_1}^{V_1} p\,dV}{V_1 - V_2} + 0{,}2\,p_s$$

unde $0{,}2\,p_s = p_s - p_t$ cu $p_t = 0{,}8\,p_s$ (p_t — presiunea din faţa turbinei), valoare uzuală pentru motoarele echipate cu grup turbocompresor.

Unele rezultate ale calculelor se examinează în figura 3. Se observă că mărirea avansului la degajarea căldurii θ_i are drept efect mărirea presiunii medii indicate, o modificare a acestui parametru de la $\theta_i = +5°$RAC la $\theta_i = -15°$RAC, avînd drept efect mărirea presiunii medii cu 5 bar (fig. 3*a*). Mărirea duratei arderii are drept urmare reducerea presiunii medii indicate; astfel la un avans la degajarea căldurii de $\theta_i = -5°$RAC pentru o durată a arderii de $\theta_a = 70°$RAC ($B = 5$) şi presiunea de supraalimentare $p_s = 4$ bar, se obţine $p_i = 31{,}5$ bar, iar la o durată a arderii de $\theta_a = 130°$RAC ($B = 5$), numai $p_i = 24{,}2$ bar. La durate prea reduse ale arderii, nu este posibil să se mărească avansul la degajarea căldurii(deoarece se depăşeşte presiunea maximă limită admisă) iar forma curbelor arată modificări evidente ale caracteristicii de degajare a căldurii. O importanţă mare are şi forma geometrică a caracteristicii de degajare a căldurii, trecerea de la forma triunghiulară $B = 5$ la forma triunghiulară extremă $B = 1{,}25$ ducînd la o micşorare a presiunii medii indicate de circa 5—7 bari.

Influenţa presiunii de supraalimentare apare din figura 3*b*, unde se observă că presiunea medie indicată creşte practic liniar cu presiunea de supraalimentare, panta fiind determinată de valoarea avansului la degajarea căldurii θ_i şi de forma geometrică a degajării căldurii, combinaţia cea mai avantajoasă fiind $\theta_i = -15°$RAC, $B = 5$.

Figurile $3c_1$ şi $3c_2$ compară efectul creşterii raportului volumetric de comprimare. Se observă că mărirea acestuia de la $\varepsilon = 10$ la $\varepsilon = 16$, pentru $p_s = 2{,}5$ bar, are drept urmare o creştere redusă a presiunii medii indicate; această creştere devine neînsemnată dacă durata arderii creşte ($\theta_a = 130°$RAC) sau dacă avansul la dagajarea căldurii se măreşte.

În tabela 1, se examinează efectul variaţiei coeficientului excesului de aer asupra presiunii medii indicate; se observă că mărirea coeficientului excesului de aer are ca efect scăderi importante ale presiunii medii indicate.

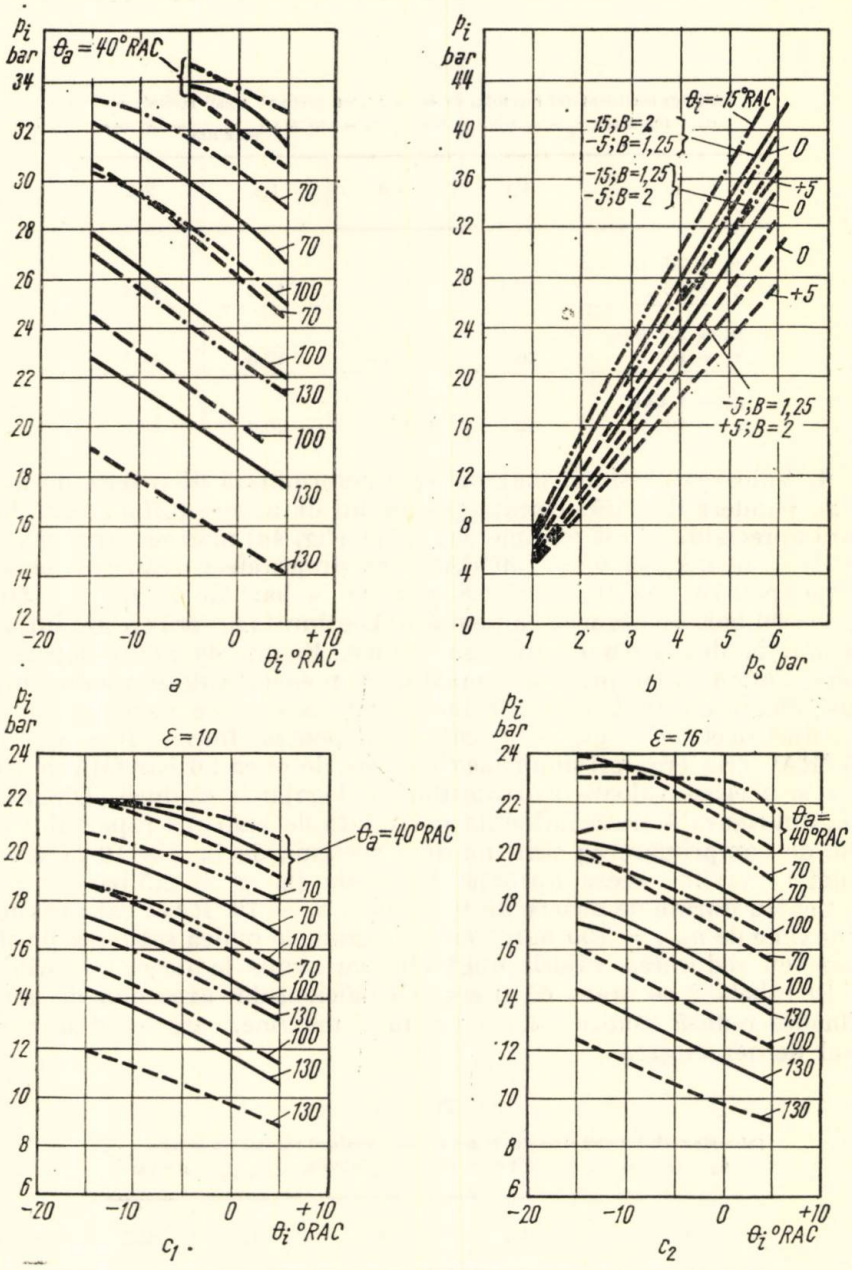


Fig. 3. — Influența supraalimentării asupra presiunii medii indicate p_i

$\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330°K$; $p_{max\ lim} = 150$ bar ;

$-\cdot- B = 5$; ——— $B = 2$; $- - - B = 1{,}25$;

a — dependența presiunii indicate p_i de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru ; $p_s = 4$ bar ; $\varepsilon = 10$;

b — dependența presiunii indicate p_i de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru ; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100°RAC$;

c_1, c_2 — dependența presiunii indicate p_i de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru ; $p_s = 2{,}5$ bar.

Tabela 1

Influența coeficientului excesului de aer α asupra presiunii medii indicate p_i
$\theta_a = 100°RAC$; $\theta_i = -5°RAC$; $B = 5$; $T_s = 330\ °K$; $p_{max\ lim} = 150$ bar

α	1,1	1,4	1,8	2,2
$p_s = 2,5$ bar $\varepsilon = 16$	27,8	22,8	18,2	15,4
$p_s = 2,5$ bar $\varepsilon = 10$	26,1	21,3	17,3	14,5
$p_s = 4$ bar $\varepsilon = 10$	42,0	34,6	28,0	23,5

4. Valoarea presiunii maxime este determinată de o serie de factori care au pondere diferită. Durata procesului de ardere influențează într-o măsură apreciabilă acest parametru; astfel (fig. 4*a*) mărirea duratei arderii de la $\theta_a = 40°RAC$ la $\theta_a = 130°RAC$ are drept efect scăderea presiunii maxime (pentru $\varepsilon = 10$, $\alpha = 1,8$ și $p_s = 4$ bar) de la $p_{max} = 150$ bar la $p_{max} = 90$ bar. Se observă că pe măsură ce durata arderii crește, influența avansului la degajarea căldurii se reduce. Figura 4*b* arată dependența aproape liniară între presiunea maximă și presiunea de supraalimentare; aceeași diagramă evidențiază influența pe care o are forma geometrică a caracteristicei de degajare a căldurii: pentru forma $B = 5$ și $\theta_i = -15\ °RAC$ creșterea presiunii maxime este de circa 20 bar față de forma $B = 2$ și aceeași valoare a avansului la degajarea căldurii. Diagramele c_1 și c_2 din figura 4 arată influența exercitată de valoarea raportului volumetric de comprimare ε; prin mărirea acestuia de la $\varepsilon = 10$ la $\varepsilon = 16$, presiunile maxime cresc aproape la dublu (la $p_s = 2,5$ bar), atingîndu-se pentru durate de ardere de $\theta_a = 40$ și $\theta_a = 70\ °RAC$, valoarea presiunii maxime de $p_{max} = 150$ bar. Toate diagramele indică scăderea presiunii maxime cu reducerea valorii unghiului de avans la degajarea căldurii.

În tabela 2 se arată că mărirea coeficientului excesului de aer are o influență redusă asupra valorii presiunii maxime, care scade ușor dacă excesul de aer crește.

Tabela 2

Influența coeficientului excesului de aer α asupra presiunii maxime din cilindru p_{max}
$\theta_a = 100°RAC$; $\theta_i = -5°RAC$; $B = 5$; $T_s = 330°K$; $p_{max\ lim} = 150$ bar

α	1,1	1,4	1,8	2,2
$p_s = 2,5$ bar $\varepsilon = 16$	117	112	110	109
$p_s = 2,5$ bar $\varepsilon = 10$	77	74	65	61
$p_s = 4$ bar $\varepsilon = 10$	123	112	104	97

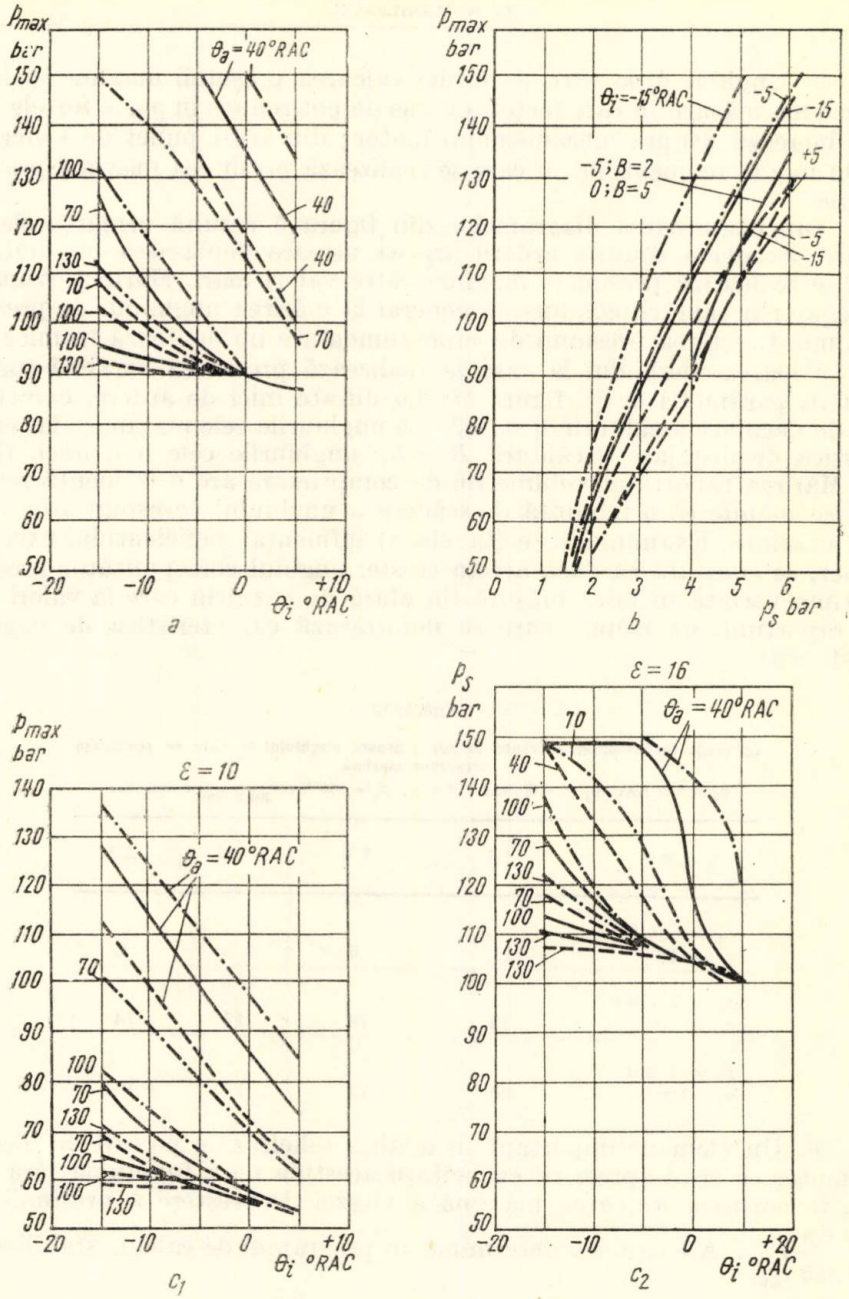


Fig. 4. — Influența supraalimentării asupra presiunii maxime p_{max};
$\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330°K$; $P_{max\,lim} = 150$ bar;
$-\cdot- B = 5$; ——— $B = 2$; $- - - B = 1{,}25$;

a — dependența presiunii maxime p_{max} de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

b — dependența presiunii maxime p_{max} de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100°RAC$;

c_1, c_2 — dependența presiunii maxime p_{max} de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar.

5. Unghiul θ_1 la care se obţine valoarea presiunii maxime, permite aprecierea măsurii în care forţele de inerţie pot reduce în parte forţele mari care lucrează asupra mecanismului motor; din acest punct de vedere un unghi mic al momentului în care se realizează presiunea maximă prezintă interes.

Din examinarea diagramelor din figura 5 rezultă următoarele elemente. Scăderea duratei arderii are ca urmare deplasarea unghiului la care se realizează presiunea maximă către valori mari. Mărirea avansului la degajarea căldurii conduce în general la mărirea unghiului de presiune maximă. Creşterea presiunii de supraalimentare influenţează în mică măsură valoarea unghiului la care se realizează presiunea maximă (pentru anumiţi parametri daţi), figura 5*b*. La durate mici de ardere, caracteristica de degajare a căldurii $B = 1{,}25$ dă unghiurile cele mai mari, iar caracteristica de degajare a căldurii $B = 5$, unghiurile cele mai mici, figura $5c_1$. Mărirea raportului volumetric de comprimare are o influenţă redusă, însă se manifestă o tendinţă de scădere a unghiului corespunzător presiunii maxime. Examinîndu-se (tabela 3) influenţa coeficientului excesului de aer, se constată că dacă acesta creşte, unghiul corespunzător presiunii maxime variază în mică măsură (în afară de cazul în care la valori mari ale raportului de comprimare se deformează caracteristica de degajare a căldurii).

Tabela 3

Influenţa coeficientului excesului de aer α asupra unghiului la care se realizează presiunea maximă

$\theta_a = 100°\text{RAC}$; $\theta_i = -5°\text{RAC}$; $B = 5$; $T_s = 330°\text{K}$; $p_{\max\ lim} = 150$ bar

α	1,1	1,4	1,8	2,2
$p_s = 2{,}5$ bar $\varepsilon = 16$	11	6	5	3
$p_s = 2{,}5$ bar $\varepsilon = 10$	20	19	17	14
$p_s = 4$ bar $\varepsilon = 10$	20	19	17	15

6. Un element important în analiza solicitărilor pe care le încearcă un motor ca şi al aprecierii capacităţii acestuia de a funcţiona fără mers dur, îl constitue valoarea maximă a vitezei de creştere a presiunii $\dot{p} = \left(\frac{dp}{d\theta}\right)_{max}$. Aceasta s-a determinat în programul de calcul, stabilindu-se valoarea cea mai mare a lui $\dot{p}$, pentru care $\frac{d\dot{p}}{d\theta} = 0$.

Se constată (fig. 6*a*) că micşorarea duratei arderii θ_a duce la creşterea termenului $\dot{p}$; astfel la $p_s = 4$ bar şi $\theta_i = -5°\text{RAC}$, reducerea duratei arderii de la $\theta_a = 100°\text{RAC}$ la $\theta_a = 40°\text{RAC}$ conduce la valori de $\dot{p}_{100} = 1$ şi respectiv $\dot{p}_{40} = 8{,}2 \frac{\text{bar}}{°\text{RAC}}$. Presiunea de supraalimentare

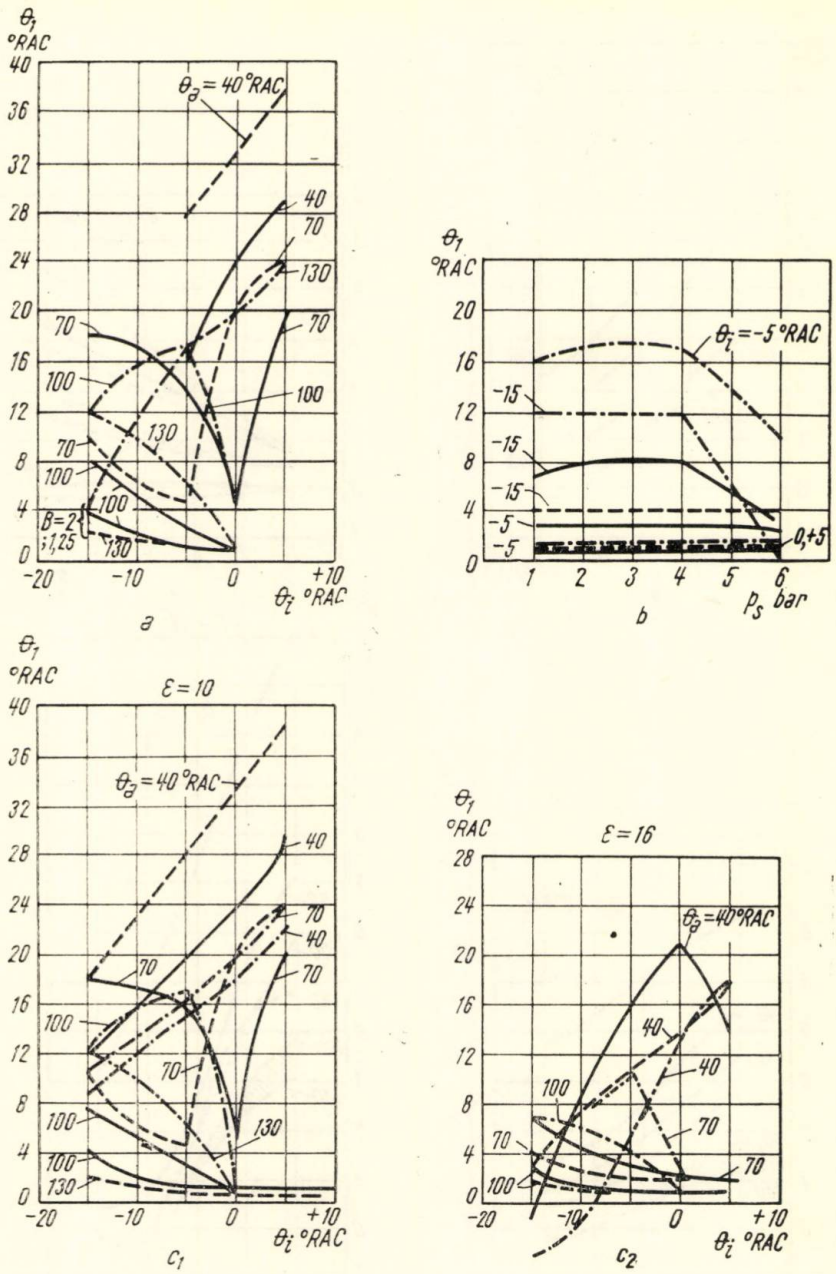


Fig. 5. — Influența supraalimentării asupra unghiului θ_1 la care se realizează presiunea maximă;

$\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330°K$; $p_{max\ lim} = 150$ bar;

$-\cdot-B = 5$; ——— $B = 2$; — — — $B = 1{,}25$;

a — dependența unghiului θ_1 de avansul la degajarea căldurii θ_i durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

b — dependența unghiului θ_1 de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100°RAC$;

c_1, c_2 — dependența unghiului θ_1 de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar.

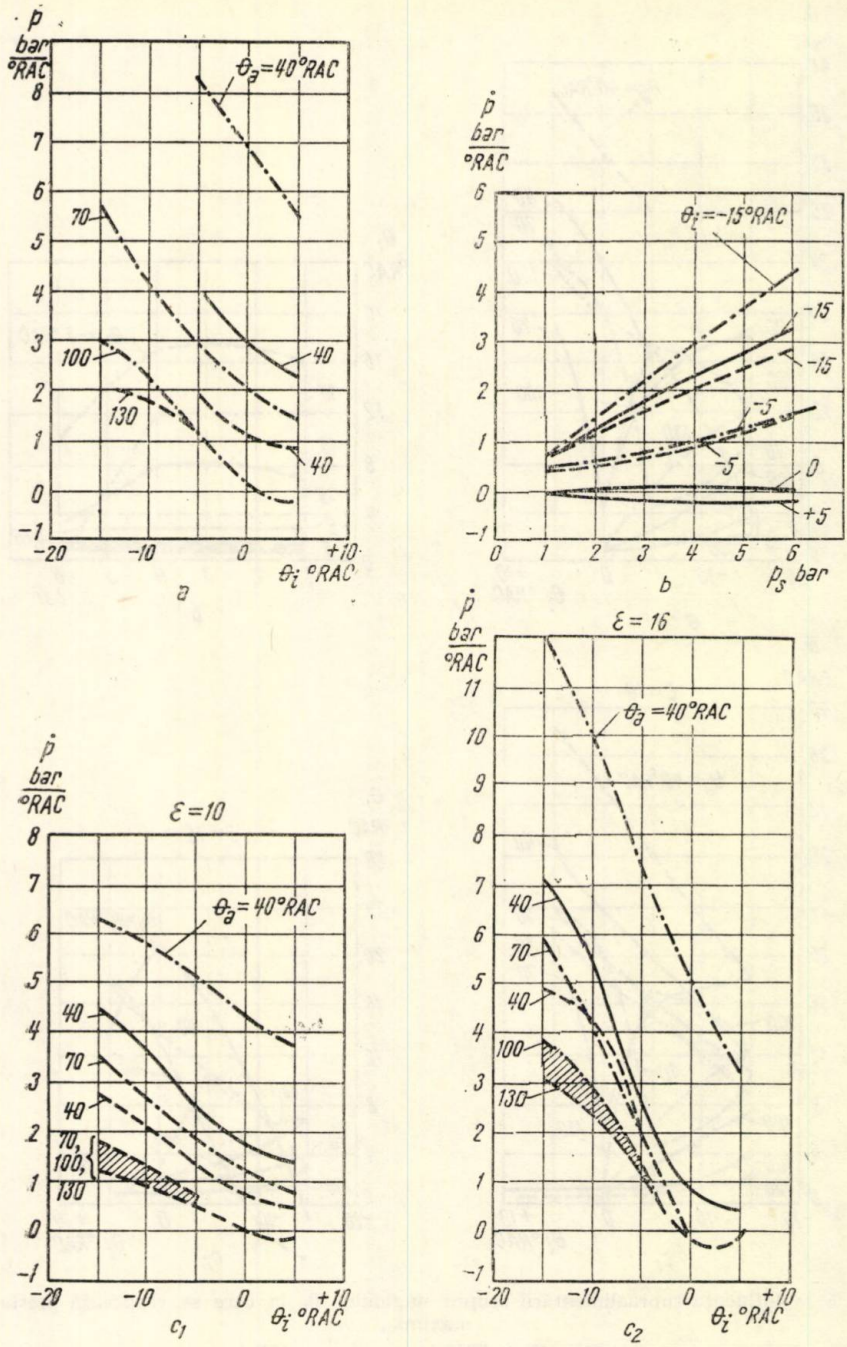


Fig. 6. — Influența supraalimentării asupra vitezei maxime de creștere a presiunii $\dot{p}$;
$\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330°K$; $p_{max\,lim} = 150$ bar;
— · — $B = 5$; ——— $B = 2$; — — — $B = 1{,}25$;

a — dependența vitezei maxime de creștere a presiunii $\dot{p}$ de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;

b — dependența vitezei maxime de creștere a presiunii $\dot{p}$ de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100°$RAC;

c$_1$, *c*$_2$ — dependența vitezei maxime de creștere a presiunii $\dot{p}$ de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar.

influențează valoarea vitezei de creștere a presiunii în corelație cu avansul la degajarea căldurii și cu forma caracteristicii de degajare a căldurii (fig. 6*b*). Din figurile $6c_1$ și $6c_2$ se constată că la valori ale duratei arderii mai mari de 100°RAC viteza de creștere a presiunii este mică și puțin influențată de valoarea avansului la degajarea căldurii a cărui mărire face în general să crească mult factorul $\dot{p}$.

Se constată că mărirea raportului volumetric de comprimare de la $\varepsilon = 10$ la $\varepsilon = 16$ duce la o mărire pînă la dublu a vitezei de creștere a presiunii.

Datele selectate în tabela 4 arată o tendință de scădere a vitezei de creștere a presiunii o dată cu mărirea coeficientului excesului de aer.

Tabela 4

Influența coeficientului excesului de aer α asupra vitezei de creștere a presiunii $\dot{p}$
$\theta_a = 100$ °RAC; $\theta_i = -5$°RAC; $B = 5$; $T_s = 330$°K; $p_{\max \lim} = 150$ bar

α	1,1	1,4	1,8	2,2
$p_s = 2{,}5$ bar $\varepsilon = 16$	1,075	1,075	1,075	1,075
$p_s = 2{,}5$ bar $\varepsilon = 10$	1,3	0,91	0,65	0,55
$p_s = 4$ bar $\varepsilon = 10$	2	1,3	1,02	0,95

7. Temperatura medie a gazelor din cilindru T_m este o măsură a încărcării termice a pieselor camerei de ardere. Ea s-a calculat admițînd temperatura constantă pe evoluția de admisiune și de evacuare izobară și efectuînd o mediere a temperaturii pe evoluția de scăpare care s-a considerat că durează 60 °RAC:

$$T_m = \frac{\int_0^{180} T_s \mathrm{d}\theta + \int_{180}^{540} T \mathrm{d}\theta + \int_{540}^{600} \frac{T_e}{2}\left[1 + \frac{2}{\varkappa + 1}\right]\mathrm{d}\theta + \int_{600}^{720} T_e \left[\frac{2}{\varkappa + 1}\right]\mathrm{d}\theta}{720}$$

(unde T_e reprezintă valoarea temperaturii gazelor la sfîrșitul destinderii în punctul mort exterior).

Din figura 7*a* se constată că mărirea duratei arderii are drept efect o creștere importantă a temperaturii medii a gazelor din cilindru, spre exemplu mărirea duratei arderii de la $\theta_a = 40$°RAC la $\theta_a = 130$ °RAC are drept efect creșterea temperaturii gazelor cu aproape 80 de grade. Se constată că la valori mari ale duratei arderii temperatura medie a gazelor din cilindru tinde să scadă. Mărirea avansului la degajarea căldurii conduce la o ușoară scădere a temperaturii gazelor de ardere de ordinul a 10—20 de grade, pînă la durate ale arderii de 100°RAC; la durate de ardere mai mari, valorile mici ale avansului fac să scadă temperatura medie a gazelor. De același ordin de mărime este efectul formei geometrice

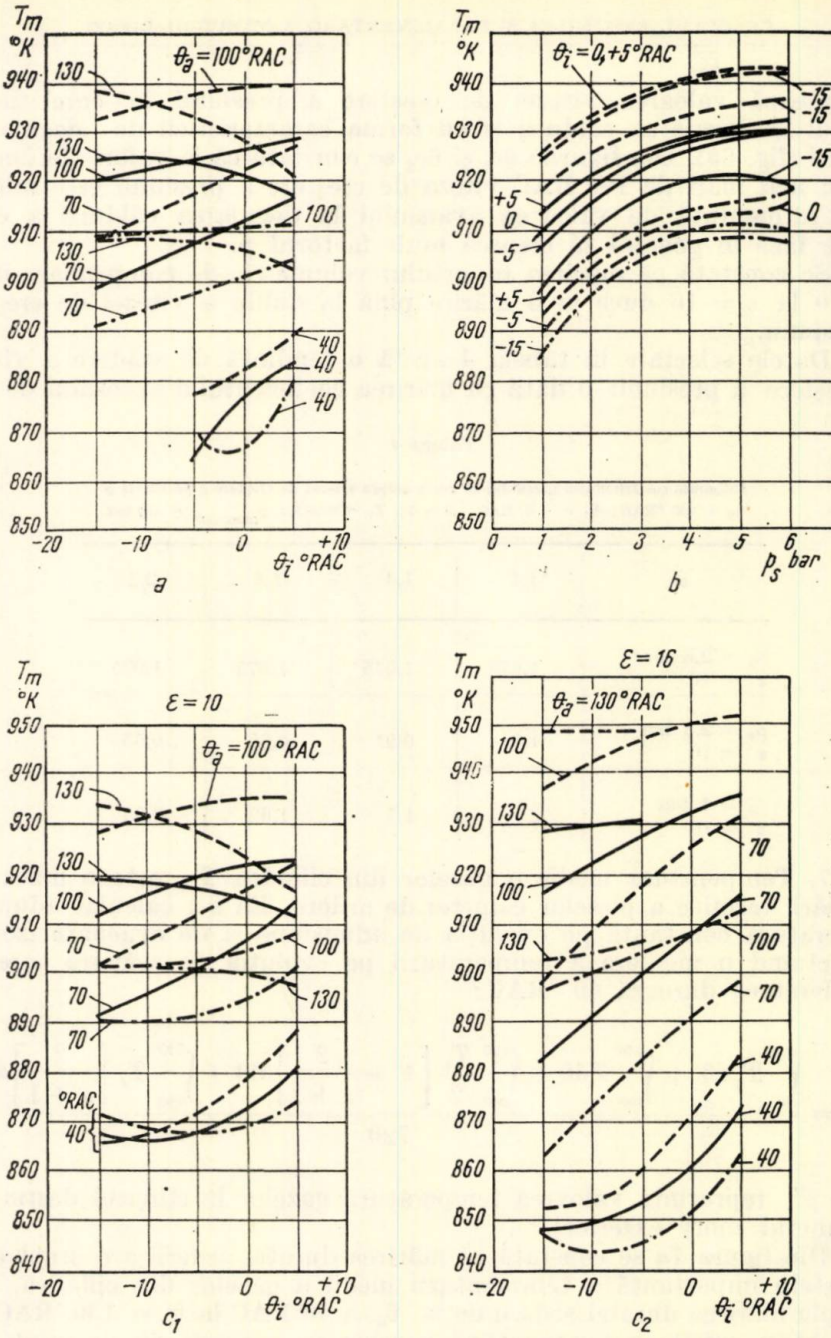


Fig. 7. — Influența supraalimentării asupra temperaturii medii a gazelor din cilindru T_m; $\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330$ °K; $p_{\max\,lim} = 150$ bar;
— · — $B = 5$; ——— $B = 2$; — — — $B = 1{,}25$;
a — dependența temperaturii medii a gazelor din cilindru T_m de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;
b — dependența temperaturii medii a gazelor din cilindru T_m de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100$ °RAC;
c_1, c_2 — dependența temperaturii medii a gazelor din cilindru T_m de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar.

a caracteristicei de degajare a căldurii; temperatura cea mai ridicată se obţine pentru $B = 1{,}25$ iar cea mai scăzută pentru $B = 5$.

Presiunea de supraalimentare duce la o creştere a temperaturii gazelor de ardere de ordinul a 20—30 de grade (fig. 7*b*). Mărirea raportului volumetric de comprimare de la $\varepsilon = 10$ la $\varepsilon = 16$ (fig. $7c_1$ şi $7c_2$) face să scadă temperatura medie a gazelor la valori reduse ale duratei arderii şi să crească temperatura medie la valori mai mari ale duratei arderii. Astfel în timp ce ($p_s = 2{,}5$ bar, $\alpha = 1{,}8$, $\theta_i = -5$°RAC, $\theta_a = 100$°RAC, $B = 1{,}25$) la $\varepsilon = 10$, $T_m = 934$°K, pentru $\varepsilon = 16$, $T_m = 946$°K.

Din datele prezentate în tabela 5, se constată că mărirea coeficientului excesului de aer are drept efect o importantă scădere a temperaturii medii a gazelor din cilindru.

Tabela 5

Intluenţa coeficientului excesului de aer α asupra temperaturii medii a gazelor din cilindru T_m

$\theta_a = 100$°RAC; $\theta_i = -5$°RAC; $B = 5$; $T_s = 330$°K; $p_{\max \text{ lim}} = 150$ bar

α	1,1	1,4	1,8	2,2
$p_s = 2{,}5$ bar $\varepsilon = 16$	1 165	1 030	905	823
$p_s = 2{,}5$ bar $\varepsilon = 10$	1 167	1 032	903	821
$p_s = 4$ bar $\varepsilon = 10$	1 178	1 035	910	825

8. Randamentul indicat η_i oferă imaginea economicităţii motorului. Examinarea curbelor din figura 8 permite să se observe următoarele.

Randamentul indicat creşte în mică măsură cu presiunea de supraalimentare (creşterea fiind în principal datorată măririi ariei pozitive a ciclului de pompaj) (fig. 8*b*). În cazul în care la presiuni mari se modifică caracteristica de degajare a căldurii, se constată o scădere rapidă a randamentului indicat, o dată cu trecerea de la $B = 5$ la $B = 1{,}25$.

Durata arderii în domeniul analizat poate face să varieze de la simplu la dublu valoarea randamentului indicat, durate mici de ardere conducînd la randamente ridicate (fig. 8*a*). Mărirea avansului la degajarea căldurii acţionează uniform în sensul măririi randamentului indicat al motorului. La valori uzuale ale duratei arderii de $\theta_a = 70 - 100$°RAC, varierea avansului de la $\theta_i = 0$°RAC la $\theta_i = -15$°RAC duce la măriri ale randamentului indicat de ordinul a 20%.

Creşterea raportului volumetric de comprimare are drept efect o mărire modestă a randamentului indicat (fig. $8c_1$ şi $8c_2$). Mărirea coeficientului excesului de aer, duce de asemenea la măriri reduse ale randamentului indicat (tabela 6).

9. Pentru ilustrarea concluziilor ce se pot trage din această lucrare se examinează mai întîi situaţia actuală.

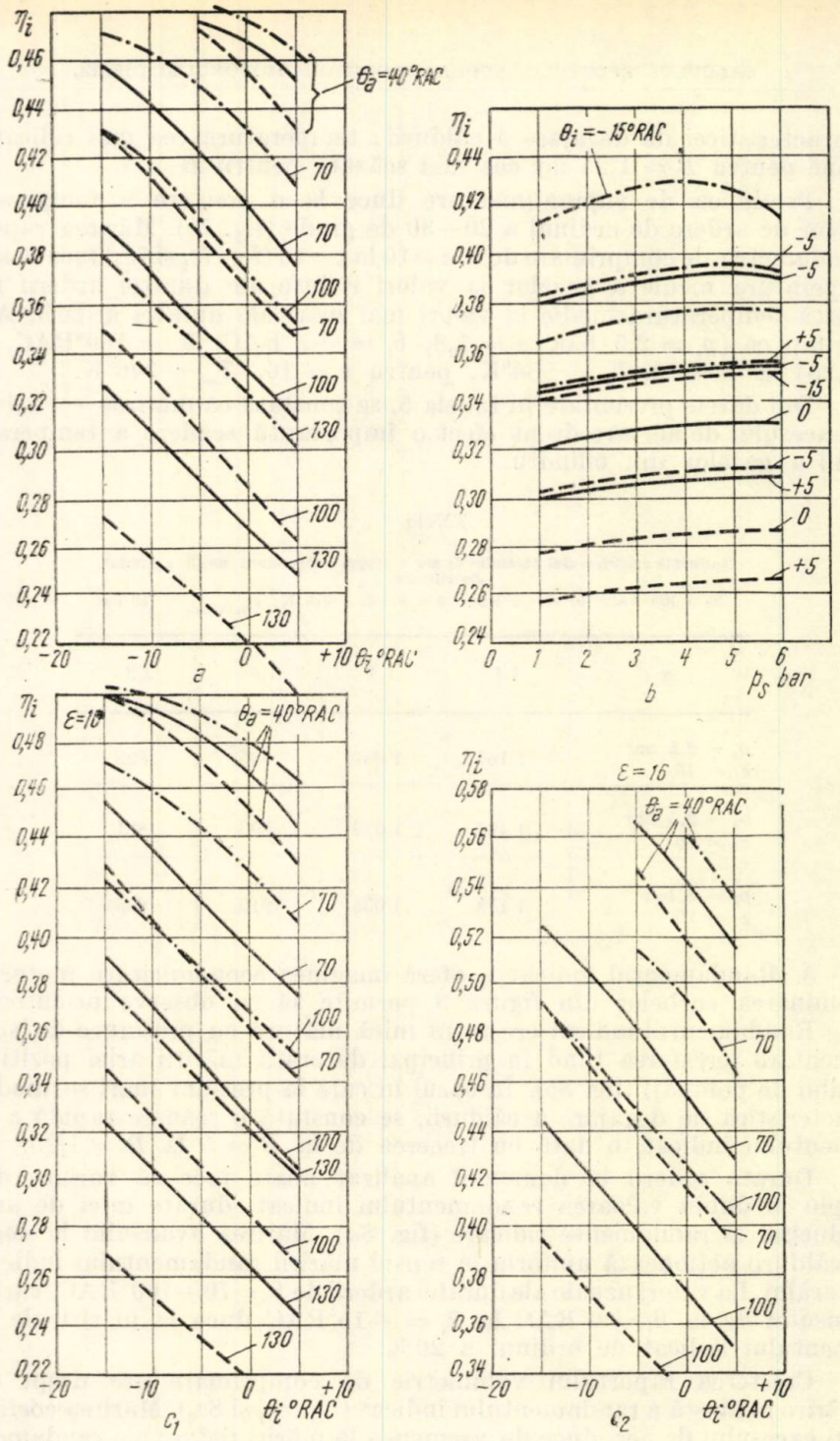


Fig. 8. — Influența supraalimentării asupra randamentului indicat η_i;
$\alpha = 1{,}8$; $T_s = 330$ °K; $p_{\max\,lim} = 150$ bar;
— · — $B = 5$; ——— $B = 2$; — — — $B = 1{,}25$;
a — dependența randamentului indicat η_i de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 4$ bar; $\varepsilon = 10$;
b — dependența randamentului indicat η_i de presiunea de supraalimentare p_s, avansul la degajarea căldurii θ_i ca parametru; $\varepsilon = 10$; $\theta_a = 100$ °RAC;
c_1, c_2 — dependența randamentului indicat η_i de avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a ca parametru; $p_s = 2{,}5$ bar.

Se construiesc curent azi motoare cu injecție directă care funcționează cu presiuni de supraalimentare $p_s = 2{,}5$ bar, la valori ale coeficientului excesului de aer $\alpha = 1{,}8$, rapoarte de comprimare $\varepsilon = 16$, cu avans

Tabela 6

Influența coeficientului excesului de aer α asupra randamentului indicat al motorului η_i

$\theta_a = 100°$RAC; $\theta_i = -5°$RAC; $B = 5$; $T_s = 330°$RAC; $p_{\max\ lim} = 150$ bar

α	1,1	1,4	1,8	2,2
$p_s = 2{,}5$ bar, $\varepsilon = 16$	0,401	0,419	0,431	0,441
$p_s = 2{,}5$ bar, $\varepsilon = 10$	0,362	0,378	0,391	0,401
$p_s = 4$ bar, $\varepsilon = 10$	0,365	0,381	0,395	0,406

la injecție (apropiat de avansul la degajarea căldurii) $\theta_i = -15°$RAC, durată a arderii $\theta_a = 70°$RAC și cu o caracteristică de degajare a căldurii apropiată de forma triunghiulară $B = 5$. Din figurile 3—8, diagramele c_2, se obțin următoarele date pentru acest caz: presiune medie indicată $p_i = 20{,}7$ bar (echivalentă unei presiuni medii efective $p_e = 16$ bar), presiune maximă de ardere $p_{max} = 148$ bar, unghiul la care se realizează presiunea maximă $\theta_1 = 3°$RAC, viteză maximă de creștere a presiunii $\dot{p} = 6 \frac{\text{bar}}{°\text{RAC}}$, temperatură medie a gazelor de ardere $T_m = 863°$K și randament indicat $\eta_i = 0{,}50$ (care corespunde unui consum specific efectiv de combustibil $c_e = 214 \frac{\text{g}}{\text{kW} \cdot \text{h}}$). Valorile de mai sus sînt curent întîlnite în practică și acest lucru justifică utilizarea modelului admis pentru analiza performanțelor motorului supraalimentat.

10. Este posibil deci, ca prin intermediul aceleiași metode, să se stabilească parametri principali ai unui motor foarte înalt supraalimentat care — pentru posibilitățile tehnice de azi — să nu fie solicitat exagerat mecanic și termic.

Ținînd seama de performanțele grupurilor de supraalimentare ce se execută în prezent, se alege pentru discuție presiunea de supraalimentare $p_s = 4$ bar. Din motivele arătate la paragraful 2 al lucrării, raportul volumetric de comprimare va trebui redus și se consideră mai întîi o valoare scăzută, $\varepsilon = 10$. Din figura 4*a* se observă că reducerea raportului volumetric de comprimare are drept efect o scădere a presiunii maxime astfel că, la alegerea unei durate de ardere de $\theta_a = 100°$RAC, presiunea maximă variază între $p_{max} = 132$ bar ($B = 5$) și $p_{max} = 95$ bar ($B = 1{,}25$). În aceste condiții unghiul la care se va realiza presiunea maximă va varia între $\theta_1 = 12$ și $\theta_1 = 4°$RAC, pentru $\theta_i = -15°$RAC (fig. 5*a*

și 5*b*). Din figura 6*a* se observă că viteza de creștere a presiunii este mai redusă ea fiind de $\dot{p} = 3 \frac{\text{bar}}{°\text{RAC}}$ pentru reglajul avansului la degajarea căldurii $\theta_i = -15\,°\text{RAC}$. Temperatura medie a gazelor din cilindru a crescut față de situația anterioară cu circa 40 de grade. Se observă (fig. 7*a*) că la o caracteristică de degajare a căldurii de tipul $B = 5$, varierea avansului la degajarea căldurii nu influențează valoarea temperaturii gazelor din cilindru. Ca urmare o reducere a solicitărilor termice urmează a fi efectuată prin mărirea cantității de aer de baleiaj ceea ce se va reflecta într-o oarecare măsură negativ asupra randamentului indicat. Acesta (fig. 8) ar putea atinge valori $\eta_i = 0{,}43$ care ar reprezenta un consum specific puțin mărit față de motoarele cu supraalimentare normală $\left(c_e = 250 \frac{g}{\text{kW}\cdot\text{h}}\right)$ O cale pentru reducerea acestui consum ar fi mărirea valorii raportului volumetric de comprimare într-o oarecare măsură, să presupunem $\varepsilon = 14$; ar rezulta însă o mărire a valorii presiunii maxime care ar putea fi corectată prin reducerea duratei întîrzierii la degajarea căldurii, elemente ce ar putea fi puse la punct în cadrul încercărilor de banc.

Chiar fără aceste modificări presiunea medie indicată care s-ar putea obține este $p_i = 30$ bar, ceea ce ar corespunde unei presiuni medii efective $p_e = 24-25$ bar, valoare care rezultă a fi posibil de realizat cu structuri de rezistență capabile să suporte presiuni maxime de 150—160 bar.

Pentru a urmări, în vederea efectuării reglajelor, influența variației unor factori asupra parametrilor caracteristici ai motorului, în tabela 7 se prezintă o asemenea analiză unde pe rînd unul din factori a fost

Tabela 7

Influența variației unor factori asupra parametrilor caracteristici ai funcționării motorului

Factori constanți						Factori variabili		Variația parametrilor caracteristici %					
ε	p_s	α	θ_a	θ_i	B	—	—	p_i	p_{max}	θ_1	$\dot{p}$	T_m	η_i
—	2,5	1,8	100	−15	5	ε	↑ 16 / 10	↑ 6	↑↑ 40	↓↓ 50	↑↑↑↑ 100	↓ 2	↑ 14
10	—	1,8	100	−15	5	p_s	↑ 4 / 2,5	↑↑ 38	↑↑ 33	ct	↑↑↑ 80	↑ 1	↑ 1
10	2,5	—	100	−15	5	α	↑ 2,2 / 1,8	↓ 20	↓ 7	↓ 20	↓ 17	↓ 10	↑ 2,5
10	2,5	1,8	—	−15	5	θ_a	↓ 100 / 70	↑ 10	↑ 19	↓ 10	↑↑↑↑ 100	↓ 2	↑ 5,5
10	2,5	1,8	100	—	5	θ_i	↓ −15 / 0	↓ 14	↓↓ 31	↓↓↓↓ 110	↓↓↓↓ 100	ct	↓ 12
10	2,5	1,8	100	−15	—	B	↓ 5 / 1,25	↓ 20	↓ 26	↓↓↓ 80	↓ 20	↑ 2	↓ 20

variat între limitele arătate în coloana a 8-a, în coloanele 9—14 prezentîndu-se efectul asupra parametrilor prin sensul de variaţie şi valoarea procentuală.

Din acest tabel se constată că în domeniul de variaţie al presiunii de supraalimentare $p_s = 2{,}5—4$ bar, şi pentru valori limită ale presiunii maxime $p_{max\ lim}=150$ bar, presiunea medie indicată poate fi crescută eficient prin mărirea presiunii de supraalimentare şi scăderea coeficientului excesului de aer; presiunea maximă şi viteza de creştere a presiunii pot fă scăzute apreciabil prin reducerea avansului la degajarea căldurii; temperatura medie este relativ puţin influenţat de căre factorii analizaţi, scăderea cea mai importantă rezultînd prin mărirea coeficientului excesului de aer; randamentul indicat creşte în măsura în care arderea este concentrată spre începutul acesteia.

11. Dezvoltarea supraalimentării înalte presupune creşterea continuă a presiunii de supraalimentare. Se pot concepe valori ale acesteia de $p_s = 6$ bar. Se examinează în continuare care ar trebui să fie reglajul motorului pentru această situaţie, considerîndu-se o valoare scăzută a raportului de comprimare $\varepsilon = 10$ şi presiunea maximă limită a gazelor din cilindru $p_{max\ lim} = 150$ bar.

În tabelele 8 se examinează valoarea parametrilor presiune maximă p_{max}, presiune medie indicată p_i, viteză de creştere a presiunii $\dot{p}$, randament indicat η_i, temperatură medie T_m, pentru diferite durate ale procesului de ardere $\theta_a = 70$, 100 şi 130°RAC, diferite forme ale caracteristicii de degajare a căldurii $B = 5$; 2; 1,25 şi diferite valori ale avansului la degajarea căldurii $\theta_i = -15$; -5; 0°RAC, pentru trei valori ale coeficientului excesului de aer $\alpha = 1{,}4$ (tabela 8*a*) $\alpha = 1{,}8$ (tabela 8*b*) $\alpha = 2{,}2$ (tabela 8*c*).

Tabela 8a

Supraalimentarea la presiunea $p_s=6$ bar
($\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}4$)

		$\theta_a = 70$ °RAC			$\theta_a = 100$°RAC			$\theta_a = 130$°RAC		
		$B=5$	2	1,25	5	2	1,25	5	2	1,25
p_{max}	$\theta_i = -15$	150	150	150	150	150	150	150	148	140
	-5	150	150	140	150	150	140	145	135	135
	0	150	138	135	145	137	135	135	135	155
p_i	$\theta_i = -15$	—	—	55,8	53,2	51,1	45,8	49,2	43,0	36,0
	-5	55,0	54,6	51,0	51,5	46,2	40,0	45,5	38,0	31,0
	0	55,0	52,3	48,0	49,5	43,2	37,2	42,0	35,0	28,5
$\dot{p}$	$\theta_i = -15$	—	3,8	3,6	5,2	3,2	3,0	3,8	3,0	2,9
	-5	4,0	1,5	1,5	2,6	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
	0	3,3	0,4	0,4	1,0	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
η_i	$\theta_i = -15$	—	—	0,41	—	0,38	0,34	0,36	0,32	0,26
	-5	0,42	0,40	0,37	0,38	0,34	0,30	0,33	0,28	0,23
	0	0,40	0,39	0,35	0,36	0,32	0,27	0,31	0,26	0,21
T_m	$\theta_i = -15$	—	—	1032	1038	1048	1062	1042	1057	1070
	-5	1029	1029	1040	1038	1056	1070	1039	1055	1064
	0	1035	1043	1048	1035	1060	1072	1036	1052	1059

Tabela 8b

Supraalimentarea la presiunea p_S = 6 bar
($\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$)

		θ_a = 70 °RAC			θ_a = 100 °RAC			θ_a = 130 °RAC		
		$B = 5$	2	1,25	5	2	1,25	5	2	1,25
	θ_i = − 15	150	150	150	150	142	140	150	140	140
p_{max}	− 5	150	146	138	150	135	135	140	135	135
	0	150	135	135	135	135	135	135	135	135
	θ_i = − 15	—	46,5	45,6	43,8	41,2	37,1	40,0	35,0	29,0
p_i	− 5	46,6	45	41,2	41,7	37,5	32,8	36,7	30,8	25,1
	0	44,8	42,7	39,0	40,0	35,0	30,3	34,6	28,5	23,1
	θ_i = − 15	—	3,9	3,1	4,5	3,0	2,9	3,3	3,0	2,9
$\dot{p}$	− 5	3,4	1,2	1,2	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,4
	0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
η_i	θ_i = − 15	—	0,44	0,43	0,42	0,39	0,35	0,38	0,32	0,28
	− 5	0,44	0,43	0,39	0,39	0,35	0,31	0,35	0,29	0,24
	0	0,42	0,40	0,37	0,38	0,33	0,29	0,33	0,27	0,22
	θ_i = − 15	—	901	908	909	919	937	914	930	941
T_m	− 5	908	910	920	910	929	941	912	928	938
	0	900	915	925	915	930	942	910	925	931

Tabela 8c

Supraalimentarea la presiunea p_S = 6 bar
($\varepsilon = 10$; $\alpha = 2{,}2$)

		θ_a = 70 °RAC			θ_a = 100 °RAC			θ_a = 130 °RAC		
		$B = 5$	2	1,25	5	2	1,25	5	2	1,25
	θ_i = − 15	150	150	150	150	150	142	142	142	142
p_{max}	− 5	150	140	138	146	145	135	135	135	135
	0	135	135	135	135	135	135	135	135	135
	θ_i = − 15	—	39,6	38,2	37,2	35,1	31,2	33,4	29,1	24,4
p_i	− 5	39,2	37,7	35,0	35,4	31,5	27,5	30,6	25,8	21,2
	0	37,9	35,8	33,0	33,3	30,2	25,3	29,0	24,0	20,4
	θ_i = − 15	—	3,5	3,1	3,1	3,1	3,1	3,2	2,9	2,9
$\dot{p}$	− 5	2,9	1,4	1,4	3,1	3,1	3,1	1,4	1,4	1,4
	0	1,8	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
	θ_i = − 15	—	0,47	0,44	0,43	0,41	0,36	0,39	0,34	0,2
η_i	− 5	0,46	0,43	0,40	0,41	0,36	0,32	0,35	0,30	0,2
	0	0,44	0,41	0,38	0,39	0,34	0,29	0,33	0,27	0,2
	θ_i = − 15	—	819	825	826	840	851	860	874	882
T_m	− 5	820	828	827	830	842	855	864	878	885
	0	815	831	841	836	850	860	860	876	883

Se observă (tabela 8*a*) că valoarea coeficientului excesului de aer $\alpha = 1{,}4$ deşi conduce la valori mari ale presiunii medii indicate ($p_i = 55{,}8$ bar) are dezavantajul că temperatura medie a gazelor din cilindru este nult prea ridicată iar randamentul indicat scăzut. În special din cauza temperaturii medii ridicate, nu se va putea realiza, nici măcar teoretic, un motor atît de înalt supraalimentat care să funcţioneze cu valori ale excesului de aer $\alpha = 1{,}4$.

Tabela 8*c* ($\alpha = 2{,}2$) arată că pentru o durată a arderii de $\theta_a = 100°\text{RAC}$, se obţin temperaturi medii ale gazelor de ardere comparabile cu cele constatate la motorul cu supraalimentare medie ($p_s = 2{,}5$ bar) şi anume $T_m = 826 - 860°\text{K}$, randamentul indicat fiind acceptabil $\eta_i = 0{,}43$; presiunile medii indicate sînt însă scăzute $p_i = 37{,}2$ bar.

Soluţia alegerii unui coeficient al excesului de aer $\alpha = 1{,}8$ (tabela 8*b*) conduce la temperaturi medii cu 40—50 de grade mai ridicate decît cele întîlnite la un motor cu supraalimentare medie $T_m = 910°\text{K}$; aceste temperaturi sporite ar putea să fie stăpînite prin mărirea baleiajului sau prin îmbunătăţirea răcirii, în special a pistonului. Din aceleaşi date se observă că reglajele: durată a arderii $\theta_a = 70°\text{RAC}$; avans la degajarea căldurii $\theta_i = -5°\text{RAC}$ formă geometrică a caracteristicii de degajare a căldurii $B = 5$, conduc la obţinerea următoarelor valori ale unor parametri importanţi pentru funcţionarea motorului: presiune maximă $p_{max} = 150$ bar, presiune medie indicată $p_i = 46$ bar, viteză de creştere a presiunii $\dot{p} = 3{,}4 \frac{\text{bar}}{°\text{RAC}}$, randament indicat $\eta_i = 0{,}44$, temperatură medie a gazelor în cilindru $T_m = 908°\text{K}$.

Se observă faţă de cazul motorului cu supraalimentare medie o creştere de putere mai mult ca dublă, aceeaşi valoare a presiunii maxime, un mers mai puţin dur şi o scădere a randamentului indicat de circa 10%, ceea ce ar mai putea fi corectat printr-o uşoară mărire a raportului volumetric de comprimare.

Din tabela 8*b* se constată că mărirea duratei arderii influenţează în rău toţi parametri importanţi ai motorului şi de aceea un efort special de cercetare trebuie îndreptat spre mijloacele de îmbunătăţire a injecţiei şi formării amestecului.

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, *Model al proceselor din motorul diesel foarte înalt supraalimentat*, Stud. cerc. energ. electrotehn., **21**, *2*, 321—376 (1971).
2. W. T. Lyn, *Calculations of the effect of rate of heat release on the shape of cylinder pressure diagram and cycle efficiency*, Proc. Inst. Mech. Eng., (A.D.) **1**, 34 — 46 (1960 — 1961).
3. G. Woschni, *Einfluss des Brenngesetzes auf den Druckverlauf und die Wärmebelastung in Dieselmotoren*, MAN — Forschungsheft, **11**, 1—10 (1963 — 1964).
4. K. Zinner, *Einige ergebnisse reeller Kreisprozessberechnungen über die Beeinflussungsmöglichkeit des Wirkungsgrades von Dieselmotoren*, MTZ, **31**, *6*, 243—254 (1970).
5. D. H. C. Taylor, M. S. Janota, *Vergleich zwischen ein und zweistufiger Abgasturboaufladung eines mittelschnellen Viertakt-Dieselmotors bei hohen mittleren Nutzdruck*, Bericht a 19, CIMAC Kolloquim, Stockholm 1971, în MTZ, **32**, *11*, 432 (1971).

CONTRIBUŢII LA STUDIUL PROCESULUI DE CURGERE A GAZELOR DE SUB PRAGUL DE TURBULENŢĂ

N. STOICA

621.43.044 : 621.434

Se prezintă un model al procesului de expulzare a gazelor de sub pragul de turbulenţă, o metodă pentru calculul vitezei acestei curgeri, rezultate obţinute prin calcul, o instalaţie pentru vizualizarea procesului, precum şi imagini ale curgerii de sub pragul de turbulenţă.

În vederea îmbunătăţirii arderii şi reducerii tendinţei la detonaţie a motorului cu ardere internă se urmăreşte obţinerea unei intensificări a turbulenţei amestecului din cilindru în zona punctului mort interior.

În acest scop, în camera de ardere se execută umeri care formează pragul de turbulenţă de sub care gazele sînt expulzate violent, dînd naştere unei mişcări suplimentare ce se suprapune peste cea obţinută în timpul procesului de admisiune.

În lucrarea de faţă se prezintă un studiu al acestei mişcări de expulzare.

1. MODELUL CURGERII GAZELOR DE SUB PRAGUL DE TURBULENŢĂ

Se consideră o cameră de ardere cu pragul de turbulenţă BD (fig. 1). Aria capului de piston situată sub pragul de turbulenţă se notează cu A_1, iar restul cu A_2.

Se admite că ar exista un perete BC care desparte volumul de deasupra pistonului în volumele V_1 şi $V_2 + V_3$, unde V_1, respectiv V_2 sînt volumele cilindrului de deasupra pistonului, iar V_3 volumul buzunarului din cameră.

Se face ipoteza că acest perete este impermeabil şi urmăreşte deplasarea pistonului. S_m marchează înălţimea spaţiului cilindric al camerei de ardere, iar S cursa pistonului.

Avînd precizate aceste mărimi, se pot scrie rapoartele de comprimare ε pentru cele două zone despărțite de către peretele BC:

$$\varepsilon_1 = \frac{V_1 + V_{1S}}{V_1} = 1 + \frac{S}{S_m}, \tag{1}$$

unde

$$V_1 = A_1 \cdot S_m \text{ și } V_{1S} = A_1 \cdot S, \tag{2}$$

și

$$\varepsilon_2 = \frac{V_2 + V_3 + V_{2S}}{V_2 + V_3} = 1 + \frac{S}{S_m + \frac{V_3}{A_2}}, \tag{3}$$

unde

$$V_2 = A_2 \cdot S_m \text{ și } V_{2S} = A_2 \cdot S. \tag{4}$$

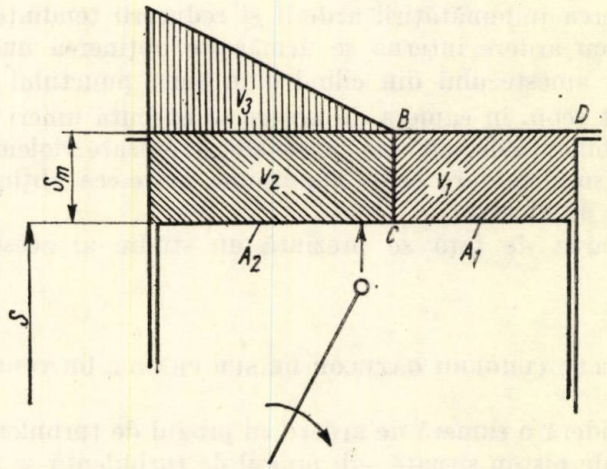


Fig. 1. — Modelul curgerii gazelor de sub pragul de turbulență.

Comparînd relațiile (1) și (3), rezultă că în cursa de comprimare $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$, adică în spațiul V_1 (în condițiile existenței peretelui BC), presiunea este mai mare decît în spațiul $V_2 + V_3$.

Cînd pistonul se deplasează pe cursa de destindere, lucrurile se inversează.

În realitate, peretele BC nu există, iar între cele două zone (V_1 și $V_2 + V_3$) ia naștere o curgere care egalează în orice moment presiunea în cilindru.

2. CALCULUL VITEZEI DE CURGERE, W, A GAZELOR DE SUB PRAGUL DE TURBULENȚĂ

Metoda pentru determinarea vitezei de curgere, W, se bazează pe modelul expus în paragraful precedent, față de care se fac suplimentar următoarele ipoteze :

— supapele se deschid și se închid în punctele moarte ;

— în gazele în care încep să evolueze pe faza de comprimare, nu s-a indus nici o mișcare în timpul procesului de aspirație ;

— în orice moment, ca efect al curgerii, presiunea, temperatura și densitatea gazelor din cilindru sînt aceleași în orice punct.

Pentru un motor cu o cameră de ardere dată se poate determina geometric mărimea volumelor V_1 și V_2 corespunzătoare oricărui unghi de manivelă, θ°RAC.

Cu ajutorul diagramelor termodinamice [1], alegînd valori uzuale pentru presiune și temperatură la sfîrșitul cursei de admisiune, se poate calcula evoluția de comprimare și, prin urmare, pot fi cunoscute funcțiile

$$p = f_1(\theta), \quad T = f_2(\theta) \text{ și } V_1 = f_3(\theta),$$

unde cu p s-a notat presiunea, iar cu T temperatura gazelor în cilindru.

Folosind ecuația de stare a gazelor, se poate determina în orice moment cantitatea de gaze G_1 din volumul V_1, deci se cunoaște $G_1 = f_4(\theta)$. Această funcție este reprezentată în figura 2, alura curbei păstrîndu-se indiferent de motor sau de cameră (cu prag).

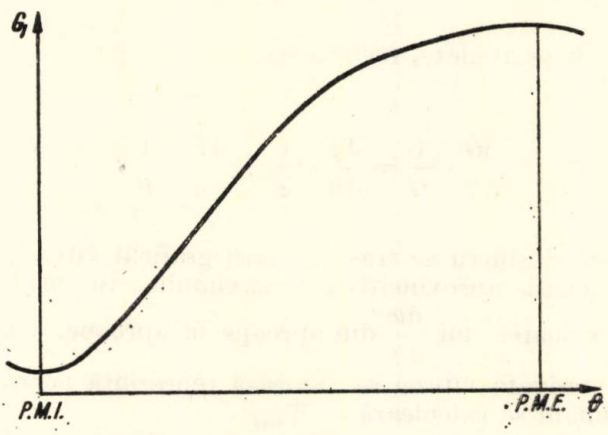


Fig. 2. — Variația cantității de gaze G_1 de sub pragul de turbulență în funcție de unghiul de rotație, θ.

Se observă că în punctele moarte funcția $G_1 = f_4(\theta)$ prezintă valori extreme și deci aici curgerea gazelor prin secțiunea BC încetează. Fizic, faptul se explică prin aceea că viteza pistonului se anulează pentru $\theta = 0°$RAC și $\theta = 180°$RAC.

Avînd ridicat graficul funcţiei $G_1 = f_4(\theta)$, se poate calcula cantitatea de substanţă G care trece din volumul V_1 în volumul $V_2 + V_3$.

Determinarea cantităţii de substanţă G se face în calcul pe intervale mici; ca urmare, este posibil de admis o variaţie liniară pe interval a cantităţii de substanţă G_1. În aceste condiţii, ordonata oricărui punct de pe curba $G = f_5(\theta)$ precizează cu suficientă aproximaţie cantitatea G de substanţă care pleacă de sub prag în momentul respectiv.

Folosind legea debitului, se poate scrie

$$W = \frac{G}{\mu \cdot \rho \cdot F}, \tag{5}$$

unde

μ este un coeficient de curgere, $\mu = 0{,}95$ [2], ρ densitatea gazului, iar F secţiunea prin care gazele curg din volumul V_1 în volumul $V_2 + V_3$, egală cu produsul dintre lungimea pragului şi lungimea peretelui BC corespunzătoare poziţiei pistonului în momentul respectiv.

Între $\theta = 0°$RAC şi $\theta = 180°$RAC, funcţiunea vitezei gazelor $W = f_6(\theta)$ este variabilă şi nu schimbă de semn. Pentru a-i determina poziţia maximului se anulează derivata sa.

Derivînd în raport cu θ, se obţine

$$\frac{dw}{d\theta} = \frac{G}{\mu \cdot \rho \cdot F}\left[\frac{dG}{d\theta} \cdot \frac{1}{G} - \left(\frac{d\rho}{d\theta} \cdot \frac{1}{\rho} + \frac{dF}{d\theta} \cdot \frac{1}{F}\right)\right]. \tag{6}$$

Pentru ca $\frac{dw}{d\theta}$ să se anuleze, trebuie ca

$$\frac{dG}{d\theta} \cdot \frac{1}{G} = \frac{d\rho}{d\theta} \cdot \frac{1}{\rho} + \frac{dF}{d\theta} \cdot \frac{1}{F}. \tag{7}$$

Ca metodă de lucru se trasează întîi graficul vitezei, după care se poate observa poziţia aproximativă a maximului. În jurul acestei poziţii se calculează valoarea lui $\frac{dw}{d\theta}$ din aproape în aproape. Unghiul de manivelă la care derivata vitezei se anulează reprezintă poziţia maximului. Pentru acest unghi se calculează şi W_{max}.

Mărimile $dG/d\theta$, $d\rho/d\theta$ şi $dF/d\theta$ se determină cu uşurinţă, deoarece se cunoaşte variaţia cu θ a lui G, ρ şi F, ale căror grafice se ridică în prealabil.

În cazul camerelor de ardere amplasate central în raport cu axa de simetrie a pistonului (fig. 3*a*), W este constant în secţiune, pe cînd la cele excentrice (fig. 3*b*) W este variabil şi în acest caz trebuie determinată distribuţia vitezei în secţiunea de curgere.

Metoda expusă se poate aplica şi în astfel de cazuri. Pentru aceasta, aria pragului se împarte în n arii. Cu cît n este mai mare, cu atît precizia determinării vitezei W este mai mare. Se procedează astfel: cercul O_1 se divide într-un număr de părţi şi punctele de diviziune se unesc cu centrul său (fig. 3). Închipuindu-ne că aceste arii formează tranşe des-

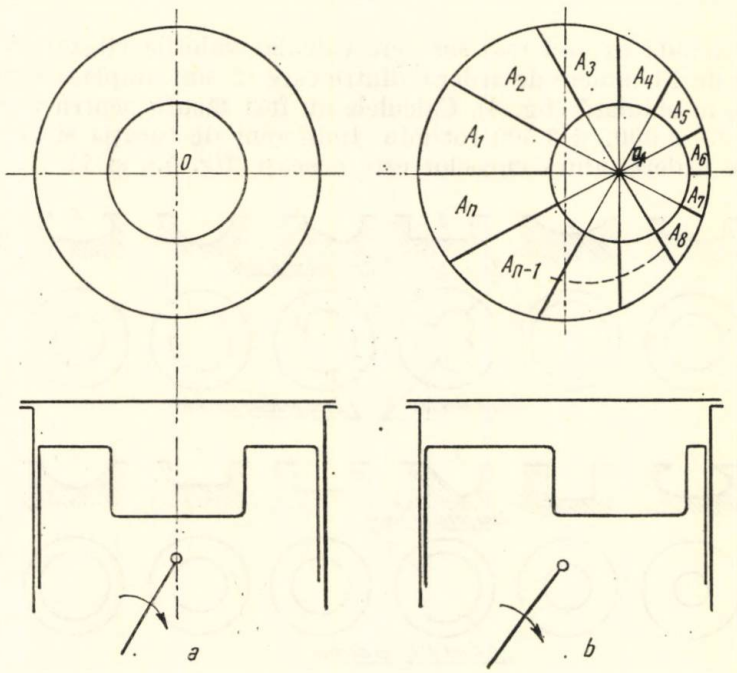


Fig. 3. — Modelul pentru calculul vitezei de curgere a gazelor în cazul camerelor de arder amplasate în piston: *a* — cameră de ardere cu prag de turbulenţă circular centrat; *b* — cameră de ardere cu prag de turbulenţă circular dezaxat.

părţite între ele prin pereţi şi scriind rapoartele de comprimare pentru fiecare (analog cu procedeul expus anterior), se constată că acestea din urmă sînt egale, adică $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \ldots = \varepsilon_{n-1} = \varepsilon_n$. Din acest motiv, între tranşe nu există schimb de substanţă, curgerea fiind radială de la fiecare arie către centrul O_1. Deci, în aceleaşi ipoteze, metoda de mai sus poate fi aplicată fiecărei tranşe, obţinîndu-se în final distribuţia de viteze în secţiunea totală de curgere.

Faţă de alte metode [3], acest mod de calcul a lui W prezintă următoarele avantaje:

— se bazează pe un model real al curgerii gazelor de sub pragul de turbulenţă, model care poate fi aplicat la orice tip de cameră de ardere cu prag de turbulenţă;

— folosind pentru calculul compresiunii diagramele termodinamice, ţine seama de variaţia căldurilor specifice ale gazelor cu temperatura şi deci se apropie şi mai mult de realitate.

3. APLICAREA METODEI DE CALCUL A VITEZEI DE CURGERE A GAZELOR DE SUB PRAGUL DE TURBULENŢĂ

Cu metoda expusă mai sus s-au calculat valorile vitezei W pentru un număr de 13 camere de ardere, dintre care 12 sînt amplasate în piston, iar ultima în chiulasă (fig. 4). Calculele au fost făcute pentru turaţiile de 2 000, 2 500, 3 000, şi 3 500 rot/min. Indiferent de turaţia şi de tipul de cameră de ardere, alura curbelor este aceeaşi (fig. 5,6 şi 7).

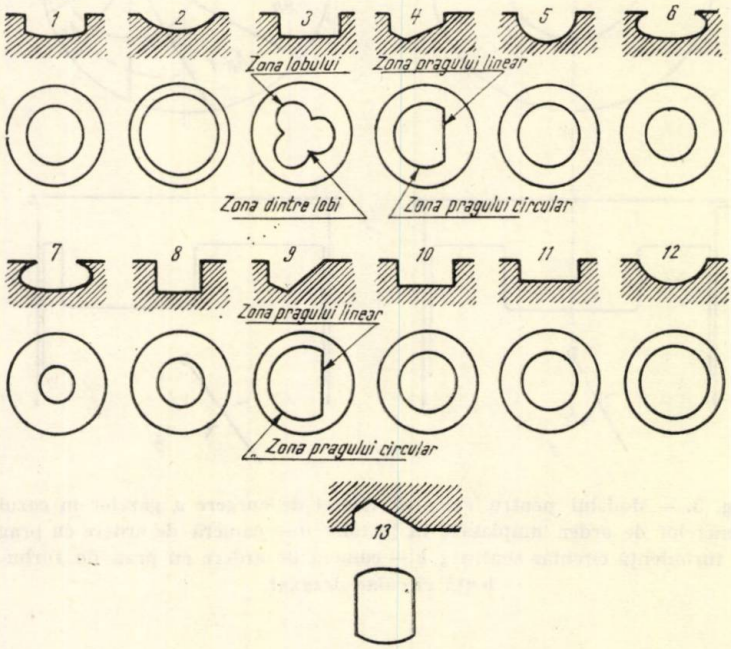


Fig. 4. — Camerele de ardere pentru care s-a calculat viteza de curgere de sub prag, W.

Dacă în relaţia (6) se înlocuieşte secţiunea de curgere F prin produsul dintre lungiea l a pragului şi distanţa momentană x a pistonului faţă de prag ($x = X_p + S_m$, X_p fiind cursa momentană a pistonului), rezultă

$$\frac{dw}{d\theta} = \frac{G}{\mu \cdot l \cdot \rho \cdot x}\left[\frac{dG}{d\theta} \cdot \frac{1}{G} - \left(\frac{d\rho}{d\theta} \cdot \frac{1}{\rho} + \frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{1}{x}\right)\right]. \tag{8}$$

Se observă că mărimile din paranteza mare sînt independente de turaţie şi de natura ori de mărimea pragului. Din acest motiv, poziţia

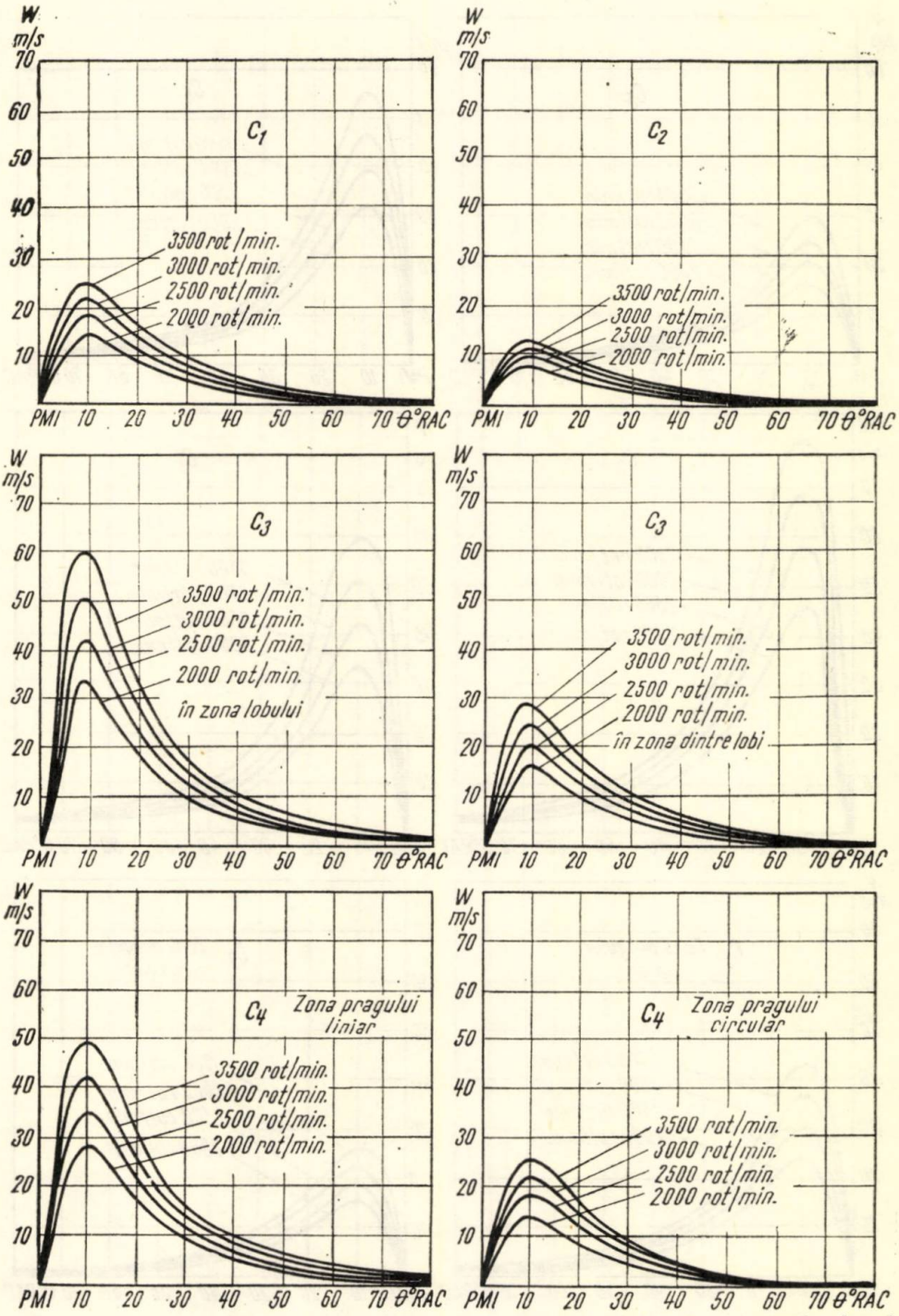


Fig. 5. — Variaţia în funcţie de unghiul de rotaţie, θ, a vitezei de curgere a gazelor de sub pragul de turbulenţă, *W*. Camerele : C_1, C_2, C_3 şi C_4.

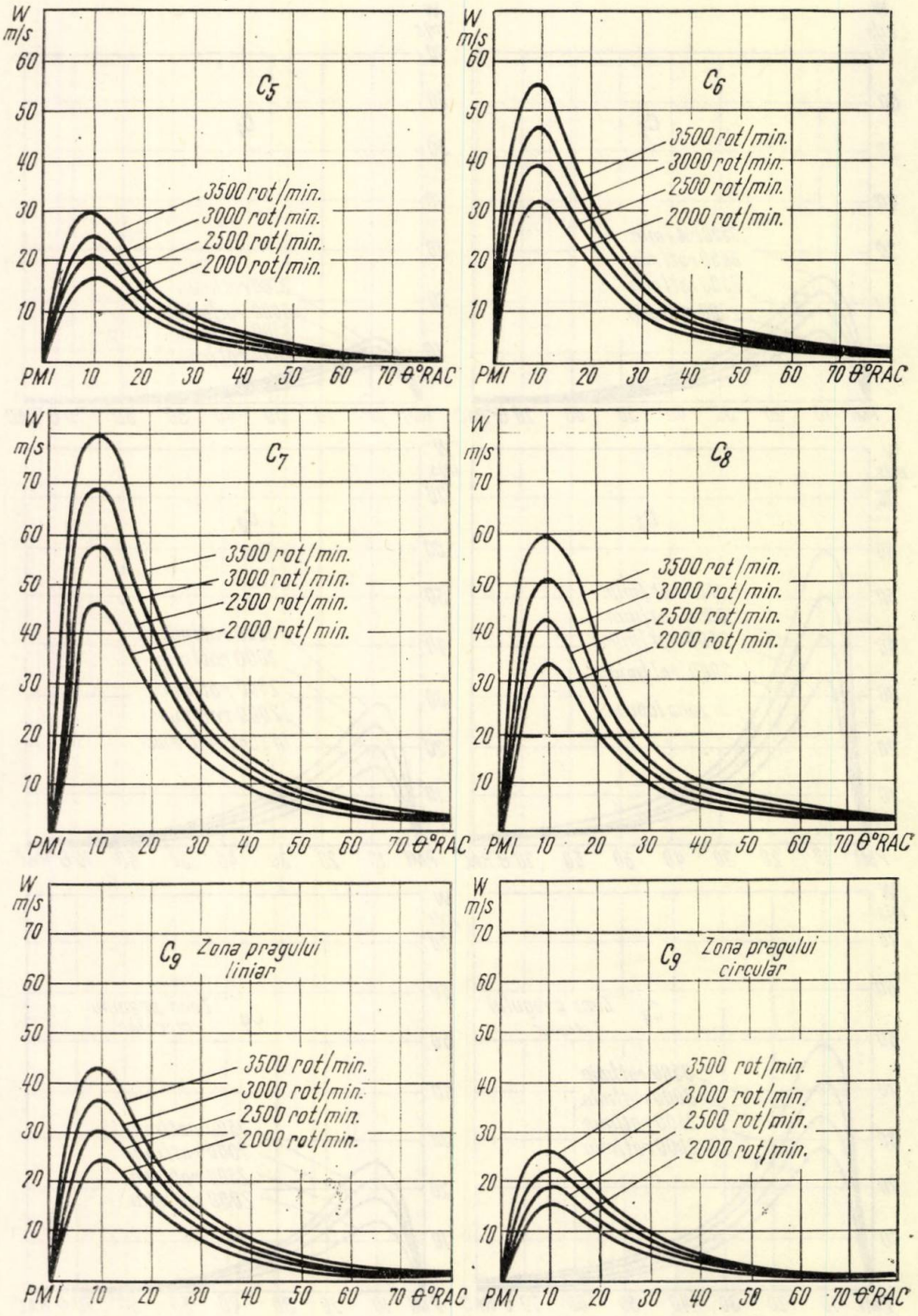


Fig. 6. — Variația în funcție de unghiul de rotație, θ, a vitezei de curgere a gazelor de sub pragul de turbulență, *W*. Camerele : C_5, C_6, C_7, C_8 și C_9.

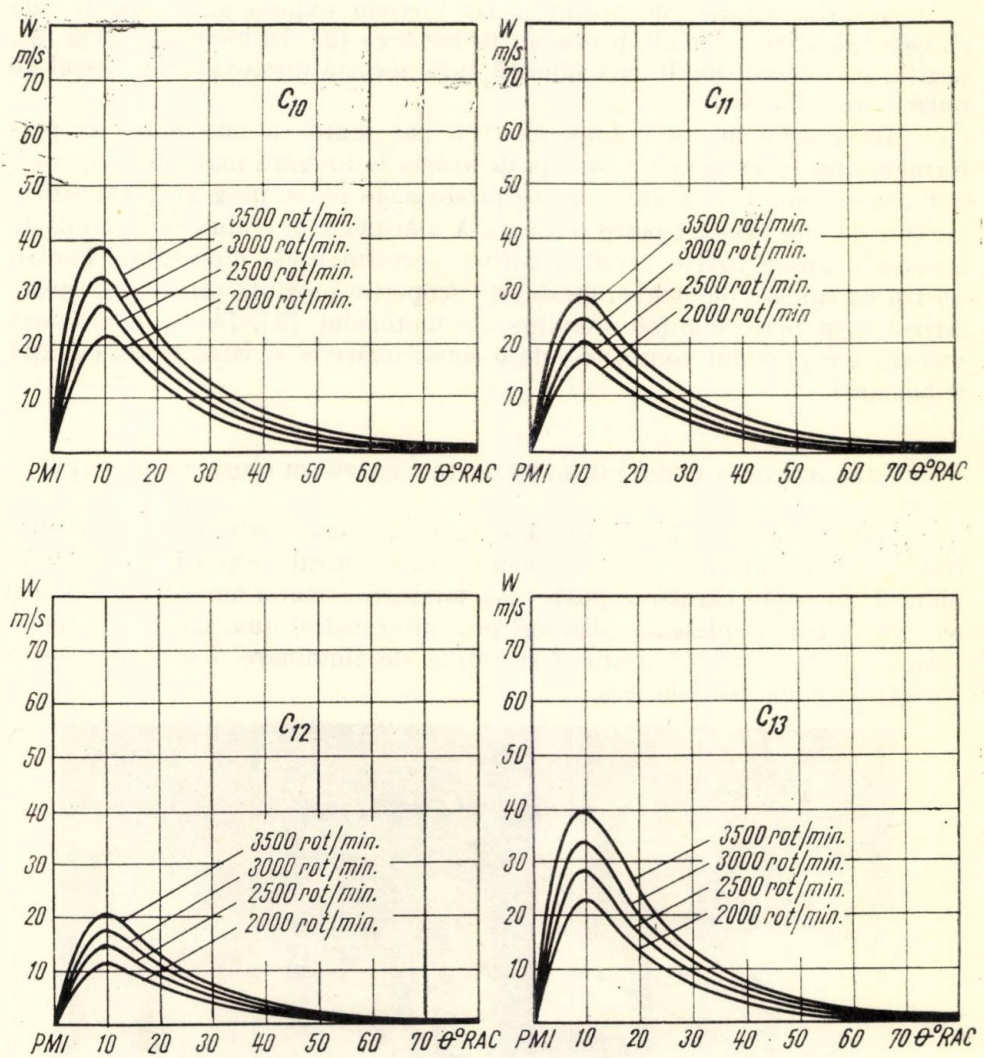


Fig. 7. — Variația în funcție de unghiul de rotație, θ, a vitezei de curgere a gazelor de sub pragul de turbulență, W. Camerele : C_{10}, C_{11}, C_{12} și C_{13}.

maximului vitezei W nu depinde de turație sau de prag. Deoarece la începutul fazei de compresiune viteza W are valori reduse, calculele au fost făcute începînd de la unghiul $\theta = 80°$RAC, înaintea punctului mort interior. Din examinarea rezultatelor acestor calcule se observă că viteza W crește cu turația și cu gradul de acoperire al pragului de turbulență (prin grad de acoperire se înțelege raportul dintre aria pragului și cea a capului pistonului [2]). Maximul vitezei acestui curent are loc înainte de punctul mort interior. Dintre camerele studiate, camera C_7 are viteza maximă cea mai mare.

Valorile vitezei W obținute cu metoda expusă sînt comparabile cu cele calculate prin alt procedeu în lucrarea [2]. În lucrările [2] și [3], poziția maximului lui W este diferită, însă această diferență este destul de mică (circa 3°RAC).

Încercările în acest domeniu [2], [4] arată că maximum de performanțe nu se atinge cu o cameră de ardere la un grad mare de acoperire, din cauza unor efecte antagoniste produse de către prag și a expulzării gazelor de sub acesta; peste o anumită mărime a pragului, fenomenul de detonație apare foarte rapid, limitînd performanțele motorului. Pentru un tip de camere de ardere, gradul de acoperire prezintă un optim, caracterizat prin performanțele maxime ale motorului [2], [4] la o anumită valoare a raportului volumetric de o comprimare ε și cifră octanică dată a benzinei.

4. VIZUALIZAREA CURGERII GAZELOR DE SUB PRAGUL DE TURBULENȚĂ

Pentru a vizualiza această curgere a fost realizată o instalație (fig. 8), care cuprinde la scara motorului cilindrul secționat *1*, pistonul plan *2*, pe capul căruia se poate fixa modelul camerei de ardere, motorul electric *3*, care deplasează pistonul prin intermediul unui mecanism bielă-manivelă, aparatul fotografic *4* și cutiile de iluminare *5* și *6*, în care se găsește cîte un bec electric.

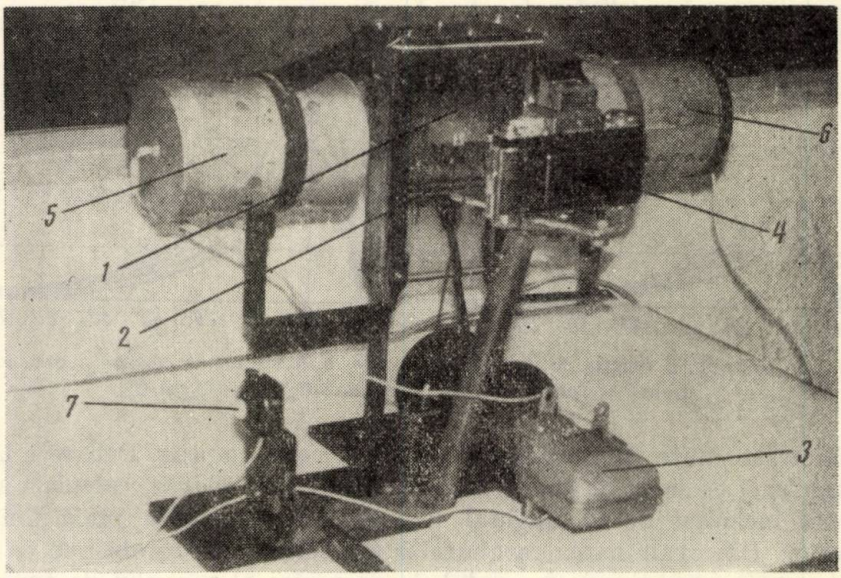


Fig. 8. — Instalația pentru vizualizarea curgerii gazelor de sub pragul de turbulență.

Cilindrul a fost confecționat din material plastic transparent pentru a se putea vedea mișcarea gazelor, evidențiată prin trasori cu fum.

Modelul camerei a fost confecţionat tot din material plastic transparent, însă pe părţile din faţă şi spate acesta a fost vopsit, iar feţele dinspre becuri s-au lustruit.

Pistonul a fost adus în punctul mort exterior, s-a introdus fumul şi s-a aşteptat pînă acesta s-a liniştit (deoarece la calculul lui W s-a făcut ipoteza că mişcarea indusă în timpul aspiraţiei a încetat în momentul cînd începe compresiunea), după care s-a pus în funcţiune motorul electric *3*. Înainte ca pistonul să ajungă în punctul mort interior, aparatul fotografic a înregistrat imaginea curgerii totdeauna aproximativ în acelaşi punct. Pe cursa de coborîre, mişcarea pistonului a fost oprită prin întreruperea de la butonul *7* a alimentării motorului electric cu curent.

S-a ales pentru toate camerele ca plan de vizualizare acela care trece prin axa cilindrului şi prin punctul de amplasare al bujiei.

Cu instalaţia descrisă s-a lucrat într-o cameră obscură.

În figurile 9, 10 şi 11 se prezintă unele dintre rezultatele obţinute cu camerele pentru care s-a calculat viteza de curgere de sub prag, precum şi cu o cameră fără prag de turbulenţă (camera *14*, fig. 11).

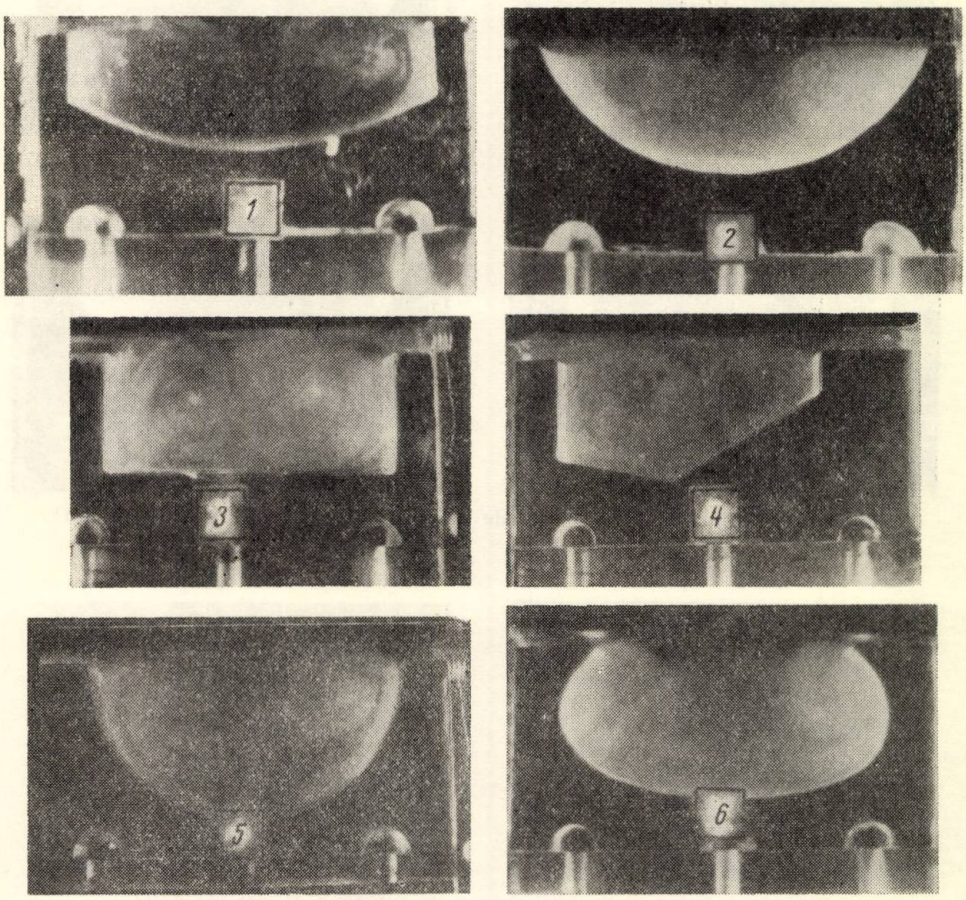


Fig. 9. — Imaginea curgerii gazelor de sub prag. Camerele : *1*, *2*, *3*, *4*, *5* şi *6*.

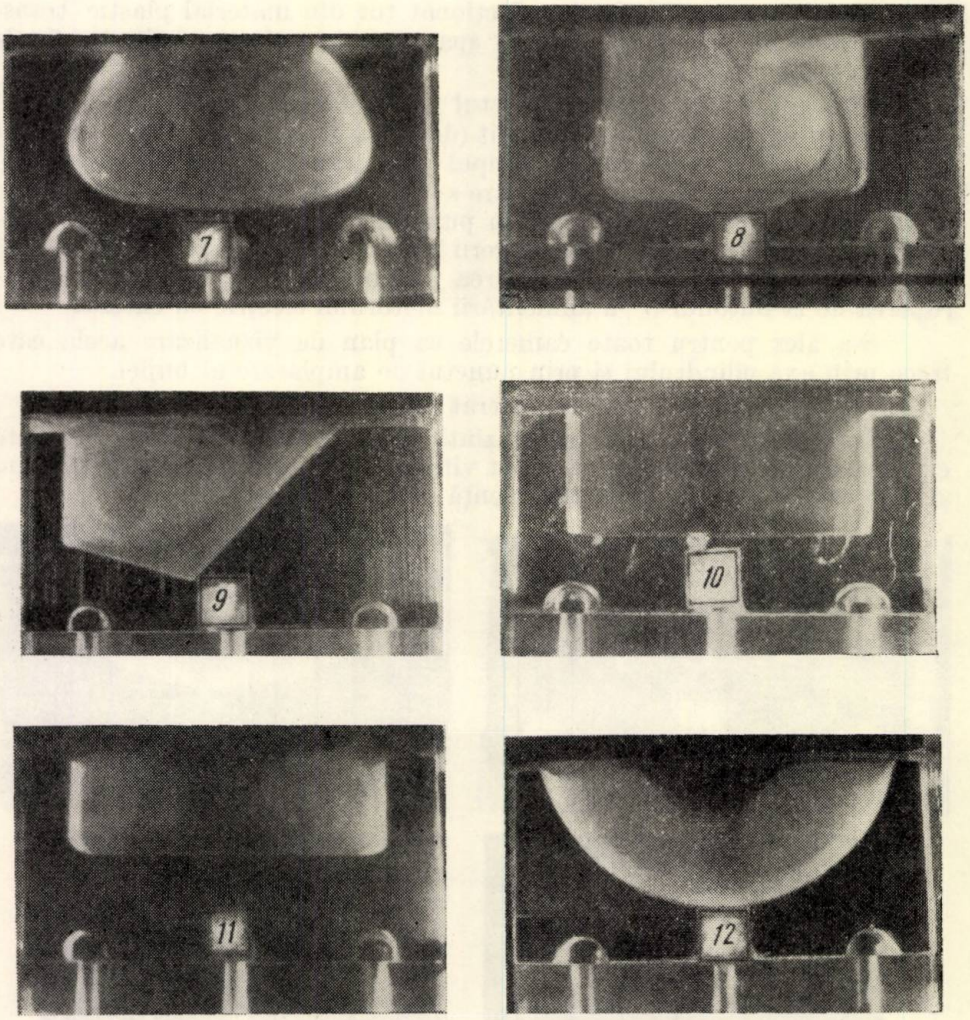


Fig. 10. — Imaginea curgerii gazelor de sub prag. Camerele : *7*, *8*, *9*, *10*, *11* şi *12*.

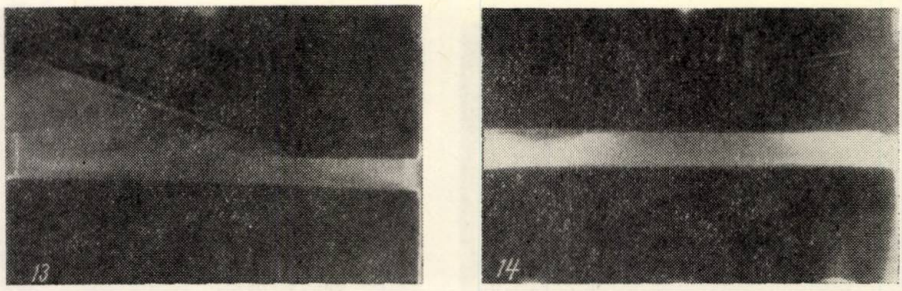


Fig. 11. — Imaginea curgerii gazelor de sub prag. Camerele : *13* şi *14*.

Se constată următoarele :

— arhitectura camerei de ardere influențează forma și mărimea turbionului (camerele *4*, *9*, *13*...);

— camerele sferoidale sînt bine spălate de curentul de gaze (camerele *7*, *6*, *5*, *12* și *2*);

— camerele cilindrice adînci (camera 8) au zone cu mișcare redusă a amestecului, efectul diminuîndu-se pe măsură ce adîncimea camerei scade (*8*, *10*, *11*);

— camerele asimetrice (*3*, *4*, *9*, *13*) nu prezintă turbioane simetrice, ceea ce concordă cu considerațiile teoretice din paragrafele precedente;

— camerele fără prag de turbulență (camera *14*) nu creează mișcarea de expulzare;

— la aceeași turație, mișcarea de expulzare de sub prag este cu atît mai violentă, cu cît gradul de acoperire este mai mare (camerele *7*, *6*, *5*, *12*, *2* și *8*, *10*, *11* etc.);

— vizualizarea procesului de curgere de sub prag scoate în evidență zonele din camera de ardere în care mișcarea gazelor nu este intensă; aceste zone trebuie corectate prin racordări și înclinații corespunzătoare.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Bărănescu, *Calculul proceselor de ardere*. București, Edit. Acad. R.S.R., 1955.
2. C. A. Vasilescu, I. Ștefan, N. Stoica, *Einfusse der Gestaltung des Keilformigen werbrennungsraumes auf die Leistungen des Ottomotors*. Internal Combustion Engines Conference, Bucharest, 1967.
3. A. Pischinger, F. Pischinger, *Gemischbildung und Verbrennung im Dieselmotor*, Wien, 1957.
4. N. Stoica, *Asupra unui optim al dimensiunilor geometrice ale camerelor de ardere în piston*. Stud. cerc. energ. electr., **XXI**, *4* (1971).

CONTRIBUȚII LA CALCULUL UMPLERII MOTOARELOR ÎN PATRU TIMPI CU CONSIDERAREA FENOMENELOR DINAMICE DIN COLECTORUL DE ADMISIUNE

D. ABĂITĂNCEI

621.432.3.01

Se prezintă o metodă de calcul a umplerii motoarelor în patru timpi cu considerarea fenomenelor dinamice din colectorul de admisiune determinate prin metoda caracteristicilor, adecvată oscilațiilor de mică amplitudine. Calculul se desfășoară pe intervale, în lucrare prezentîndu-se metodica de lucru pentru un interval. Se indică de asemenea modul de aplicare a metodei propuse pentru un caz concret, precum și verificările experimentale. În acest mod este posibil ca printr-o fază de calcule la proiectare să se limiteze domeniul experiențelor laborioase în vederea acordării colectorului de admisiune la ansamblul sistemului de distribuție.

Interesul pentru studiul fenomenelor dinamice aferente procesului umplerii se datorește, pe de o parte, faptului că perturbările cu aspecte negative pot avea o intensitate supărătoare în special la motoarele care explorează și turații ridicate de regim, deci la motoarele care au apărut relativ recent, și pe de altă parte, faptului că utilizarea acestor procese în scopul creșterii puterii prin îmbunătățirea cantitativă a umplerii au devenit interesante numai după relativa epuizare a mijloacelor consacrate, devenite clasice, pentru realizarea acestui deziderat.

Marea majoritate a cercetărilor [2], [5]—[7] au acceptat teoria perturbațiilor mici cu privire la studiul fenomenelor dinamice din colectorul de admisiune, pe baza căreia au fost dezvoltate diferite metode de calcul: metode de supraalimentare acustică, metode bazate pe bilanțuri energetice, metode grafoanalitice etc. O metodă potrivită pentru studiul acestor fenomene este metoda denumită a caracteristicilor mai ales după dezvoltările efectuate de Seifert [8] pentru motorul în doi timpi. Pe linia cercetărilor de mai sus ne-am propus în lucrarea de față să prezentăm o metodă de calcul a umplerii motorului în patru timpi, cu considerarea fenomenelor dinamice din colectorul de admisiune calculate prin metoda caracteristicilor adecvată oscilațiilor de mică amplitudine. Se urmărește ca metoda să permită existența unei faze de calcule pentru a limita cît

mai mult posibil domeniul de experimentare în vederea acordării colectorului de admisiune la construcţia ansamblului sistemului de distribuţie a gazelor.

1. NOTAŢII FOLOSITE

$a \left[\frac{m}{s}\right]$ — viteza sunetului;
a_0[m] — viteza sunetului în condiţiile de referinţă;
f, F[m^2] — suprafaţa secţiunii transversale;
$g \left[\frac{m}{s^2}\right]$ — acceleraţia gravitaţiei;
$G_z \left[\frac{kg}{s}\right]$ [kg] — debit, conţinutul cilindrului;
G' [—] — debitul adimensional;
L [m] — lungimea de referinţă;
$n \left[\frac{rot}{min}\right]$ — turaţia;
$p \left[\frac{kgf}{m^2}\right]$ — presiunea;
$R \left[\frac{kgf \cdot m}{kg \cdot {}^0K}\right]$ — constanta gazului;
t [s] — timpul;
T [°K] — temperatura;
V [m^3] — volumul;
V_s[m^3] — cilindreea;
X [—] — abscisa adimensională a diagramei de curgere $X = ta_0/L$;
Z [—] — ordonata adimensională a diagramei de curgere $Z = x/L$;
$w \left[\frac{m}{s}\right]$ — viteza de curgere;
$\varkappa$ [—] — raportul căldurilor specifice;
μ [—] — coeficientul de contracţie;
φ [°RAC] — unghiul de rotaţie al manivelei;

2. IPOTEZE DE CALCUL

S-au admis următoarele ipoteze de calcul:

— se consideră mişcarea nestaţionară unidimensională a încărcăturii;

— fluidul care evoluează este un gaz perfect cu căldură specifică constantă;

— se consideră că evoluțiile gazelor din colectorul de admisiune au loc adiabatic și reversibil;

— pentru calculul umplerii motorului în patru timpi nu se ține seama de suprapunerea supapelor, considerînd că momentul inițial al procesului de umplere coincide cu începutul cursei de admisiune;

— pînă la deschiderea supapei de admisiune se va neglija mișcarea nestaționară a gazului în colectorul de admisiune ca urmare a reflectării undelor provocate de ciclurile anterioare, așa încît fiecare proces de umplere va fi tratat ca un proces care începe dintr-o stare de repaus;

— se admite că valorile care caracterizează viteza sunetului sînt aproximativ aceleași pentru amestecul carburant aer-benzină ca și pentru aer (după cercetările lui Gheschelin [4]).

3. METODA DE CALCUL

Se urmărește procesul de trecere a încărcăturii din colector în cilindru cu considerarea influenței fenomenelor dinamice asupra umplerii. Metoda pornește de la condiția existenței diagramelor necesare calculului fenomenelor dinamice din colectorul de admisiune, determinate după metoda caracteristicilor a căror prezentare poate fi urmărită în lucrările [9], [10]. Este necesară trasarea diagramei de curgere, a diagramei de stare și a diagramei de condiție.

Cu ajutorul ecuațiilor pentru condițiile de direcție:

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}Z} = \pm \frac{a}{a_0}, \tag{1}$$

și al ecuațiilor pentru condițiile de compatibilitate:

$$\mathrm{d}\left(\frac{w}{a_0}\right) \pm \frac{2}{\varkappa - 1}\,\mathrm{d}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\varkappa-1}{2\varkappa}} = 0, \tag{2}$$

și ținînd seama de condițiile de limită, se trasează pentru colectorul luat în studiu diagrama de curgere (fig. 2—*b*) și, respectiv, diagrama de stare (fig. 2*c*).

Diagrama de condiție se construiește în coordonate $\sqrt{\varkappa-1}\ (w/a_0)$, $(p/p_1)^{(\varkappa-1)/2\varkappa}$ pentru o anumită valoare a coeficientului de debit α_c (fig. 2*d*) pe baza ecuației de legătură:

$$\sqrt{\varkappa-1}\,\frac{w}{a_1} = -\frac{\left(\frac{p}{p_1}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}}{\alpha_c\sqrt{2\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right]}} + \sqrt{\frac{\left(\frac{p}{p_1}\right)^{2(\varkappa-1)/\varkappa}}{2\alpha_c^2\left[1-\left(\frac{p}{p_1}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right]} + 2}. \tag{3}$$

Pe aceeaşi diagramă de condiţie se construiesc liniile de debit adimensional $G'/(p/p_1) = \text{const}$ după ecuaţia

$$\sqrt{\varkappa-1}\,\frac{w}{a_1} = \frac{-1+\sqrt{1+4\left(\dfrac{G'}{p/p_1}\right)^2}}{\sqrt{2}\,\dfrac{G'}{p/p_1}}, \tag{4}$$

care sînt ordonate ce intersectează abscisa în punctele $\sqrt{\varkappa-1}$ (w/a_1).

3.1. Calculul mărimilor de stare în secţiunea de intrare în cilindru

Într-un cilindru la a cărui deschidere este racordată o conductă, sub influenţa unei unde de depresiune cu deplasare spre dreapta se introduce încărcătura proaspătă prin secţiunea supapei f, variabilă în timp (fig. 1). Sensul de curgere a încărcăturii în cilindru este contrar sensului de deplasare a undei de depresiune.

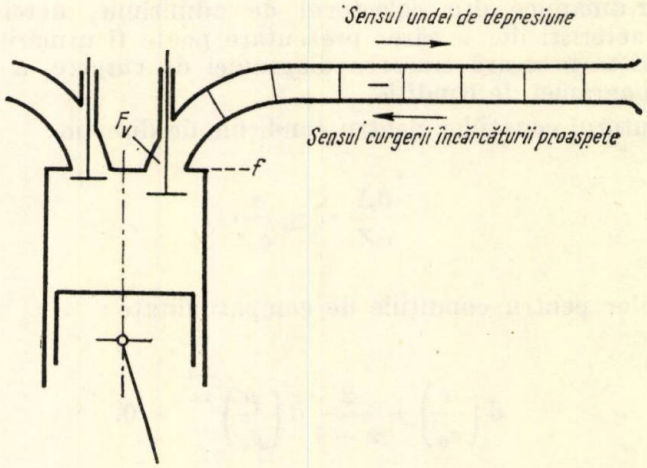


Fig. 1. — Schema curgerii încărcăturii prin colectorul de admisiune.

Pentru calculul cantităţii de încărcătură introduse se schematizează fenomenul ca în figura 2*a*, înlocuind supapa printr-un sertar care eliberează deschiderea cilindrului după legea de deschidere a supapei.

În secţiunea transversală F_v, înaintea sertarului trebuie determinate mărimile de stare p_v, a_v, w_v, p_{1v}, a_{1v}. Mărimea p_{1v} este presiunea izentropică de repaus a mediului care curge cu viteza w_v în secţiunea F_v, iar a_{1v} viteza sunetului corespunzătoare.

Se caută de asemenea valorile mărimilor de stare $\hat{p}$, $\hat{a}$, $\hat{\rho}$, $\hat{w}$ în secţiunea cea mai îngustă a jetului. În domeniul subcritic ($\hat{w} < \hat{a}$), presiunea $\hat{p}$ din secţiunea cea mai îngustă a jetului este egală cu presiunea p_z

din cilindru, a cărei valoare se presupune cunoscută. Se consideră de asemenea cunoscut coeficientul de contracție, $\mu = \hat{f}/f$, determinat funcție de raportul de deschidere f/F_v. Calculul se face astfel încît în suprafața de curgere se consideră secțiunea F_v lîngă sertarul S.

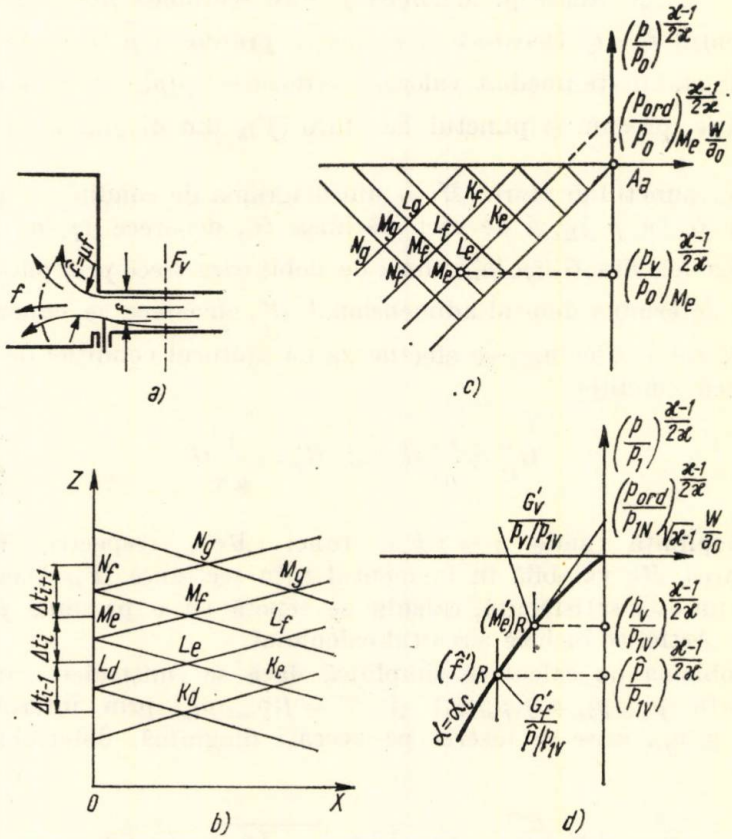


Fig. 2. — Schemă pentru calculul curgerii încărcăturii în cilindru.

Linia Mach M a undei de depresiune cu deplasare spre dreapta pleacă la timpul $t = t_i$ (mijlocul intervalului de calcul Δt_i, fig. 2*b*), determinînd procesul de curgere în interiorul cilindrului. Ea intersectează în acest loc linia Mach e cu deplasare spre stînga, starea lor comună fiind Me. Pentru determinarea stării Me, caracteristica de stare M se transpune în diagrama de condiție (fig. 2*d*). În acest scop se admite că în momentul $t = t_i$ în colector există presiunea de repaus $(p_{1v})_{Me}$, valabilă în prima aproximație.

Procedeul se simplifică dacă punctul de intersecție al caracteristicii de stare cu ordonata diagramei de stare $(p_{ord}/p_0)_{Me}^{(\varkappa-1)/2\varkappa}$ (fig. 2*c*) se înscrie în diagrama de condiție (fig. 2*d*). În acest scop se evaluează $(p_{ord}/p'_{1v})_{Me}$ și apoi se trece în diagrama de condiție valoarea $(p_{ord}/p'_{1v})_{Me}^{(\varkappa-1)/2\varkappa}$. Din valoarea

ordonatei $(p_v/p_{1v})_{Me}^{(\varkappa-1)/2\varkappa}$ corespunzătoare punctului $(Me')_R$ se deduce $(p_v/p_0)_{Me}^{(\varkappa-1)/2\varkappa}$. Se determină cu aceasta și poziția punctului Me căutat pe caracteristica de stare.

După cum s-a presupus, modificarea stării mediului care curge în cilindru decurge izentrop. Mărimea f' este secțiunea liberă a sertarului în momentul $t = t_i$. Deoarece se cunoaște presiunea $\hat{p}$ la o curgere subcritică, se stabilește imediat valoarea ordonatei $(\hat{p}/p'_{1v})^{(\varkappa-1)/2\varkappa}$ a diagramei de condiție, precum și punctul de stare $(\hat{f}')_R$ din diagrama de condiție (fig. 2*d*).

Prin punctul de stare $(Me')_R$ din diagrama de condiție se poate afla mărimea $G'_v/(p_v/p'_{1v})_{Me}$ și de aici mărimea G'_v, deoarece $(p_v/p'_{1v})_{Me}$ se cunoaște. La fel, din $G'_f/(p_v/p'_{1v})$, linia de debit care trece prin punctul $(\hat{f}')_R$, se poate determina debitul adimensional $G'_{\hat{f}}$, deoarece se cunoaște $\hat{p}/p'_{1v}$.

Controlul calculului se efectuează cu ajutorul condiției de continuitate. Dacă condiția

$$G'_{\hat{f}} = \frac{F_v}{\mu f} G'_v \text{ sau } G'_{\hat{f}} = \frac{1}{\mu\sigma} G'_v \tag{5}$$

este îndeplinită (unde $\sigma = f/F_v$), atunci $(Me')_R$, respectiv Me', reprezintă starea Me valabilă în momentul t_i în secțiunea F_v. Dacă această condiție nu este satisfăcută, calculul se repetă cu o presiune p''_{1v}, aleasă din nou. Astfel se încheie circuitul calculului.

Problema de calcul se simplifică dacă se construiesc graficele de dependență $p_{ord}/p_{1v} = f(p_v/p_{1v})$ și $G'_v = f(p_{ord}/p_{1v})$ prin intermediul raportului p_v/p_{1v}, care se înscrie pe aceeași diagramă, determinate după ecuațiile

$$\left(\frac{p_{ord}}{p_{1v}}\right)^{\frac{\varkappa-1}{2\varkappa}} = \left(\frac{p_v}{p_{1v}}\right)^{\frac{\varkappa-1}{2\varkappa}} + \frac{\sqrt{\varkappa-1}}{2}\left\{\sqrt{\frac{(p_v/p_{1v})^{2(\varkappa-1)/\varkappa}}{2\alpha_c^2\left[1-\left(\frac{p_v}{p_{1v}}\right)^{(\varkappa-1)/2\varkappa}\right]} + 2} - \right.$$

$$\left. - \frac{(p_v/p_{1v})^{(\varkappa-1)/2\varkappa}}{\alpha_c\sqrt{2\left[1-\left(\frac{p_v}{p_{1v}}\right)^{(\varkappa-1)/\varkappa}\right]}}\right\}, \tag{6}$$

și

$$G'_v = \alpha_c\sqrt{\left(\frac{p_v}{p_{1v}}\right)^{\frac{2}{\varkappa}} - \left(\frac{p_v}{p_{1v}}\right)^{\frac{\varkappa+1}{2}}}. \tag{7}$$

Aceste dependențe, calculate pentru o anumită valoare a coeficientului α_c, sînt arătate în figura 3. Coeficientul α_c ia în considerație reducerea

debitului de încărcătură datorită rezistenţelor sistemului de admisiune, fără a lua în consideraţie rezistenţele variabile determinate de supapă şi care s-au apreciat prin produsul $\mu\sigma$.

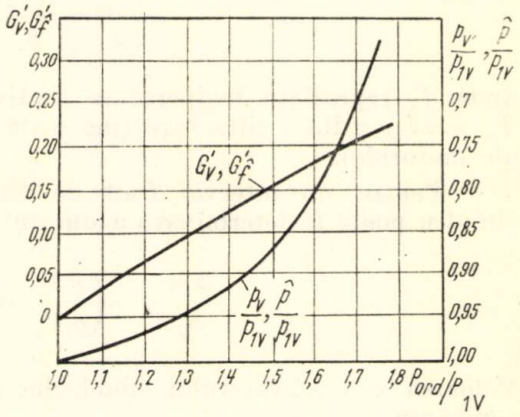


Fig. 3. — Diagrama pentru calculul unor mărimi caracteristice ale umplerii.

3.2. Calculul umplerii

3.2.1. *Valori iniţiale ale calculului.* Pentru desfăşurarea calculului este inevitabilă alegerea parametrilor iniţiali ai unui punct din ciclu. Alegerea acestor parametri este justificată şi de faptul că erorile care se fac la precizarea lor pe baza datelor statistice nu influenţează sensibil precizia calculului.

Se consideră astfel ca presiune iniţială p_0 presiunea din colectorul de admisiune la deschiderea supapei de admisiune. Ca temperatură iniţială T_0 se consideră temperatura mediului înconjurător. Încălzirea încărcăturii de la părţile calde ale motorului vor fi luate în considerare printr-o cifră de încălzire în ecuaţia (9). Pentru condiţiile p_0 şi T_0 se va considera ca o mărime de stare iniţială şi viteza sunetului a_0.

Pentru aprecierea modului în care se realizează umplerea s-a ales drept criteriu de comparaţie coeficientul de umplere.

3.2.2. *Calculul variaţiei mărimilor de stare din cilindru.* Variaţia presiunii din cilindru, dacă nu se ţine seama de transferul de căldură, poate fi calculată cu ajutorul ecuaţiei indicate de Hasselgruber [6]. Se descrie variaţia presiunii dp_z dintr-un cilindru, produsă de volumul încărcăturii proaspete care se introduce dV_z şi de variaţia de volum determinată de mişcarea pistonului dV. Se neglijează influenţa curgerii nestaţionare în cilindru, considerînd că energia de vitează a încărcăturii care se introduce în cilindru se disipează imediat după intrare.

Se propune ecuaţia

$$\frac{1}{p_z}\frac{dp_z}{d\varphi} = \frac{\varkappa}{V_z}\left(\frac{dV_z}{d\varphi} - \frac{dV}{d\varphi}\right). \tag{8}$$

Pentru calculul practic se transformă această ecuaţie, punînd în evidenţă valoarea masei încărcăturii ce se introduce în cilindru. Volumul

cantității de încărcătură introduse poate fi calculat din legea generală a gazelor după ecuația

$$\frac{dV_z}{d\varphi} = \frac{RT_e}{p_z} \cdot \frac{dG_z}{d\varphi}, \tag{9}$$

unde T_e reprezintă temperatura încărcăturii la supapa de admisiune: $T_e = \tau T_0$, τ fiind cifra care ține seama de încălzirea de la piesele calde ale motorului.

Pentru un interval finit de timp Δt, variația presiunii Δp_z din cilindru poate fi determinată acum din ecuația

$$\frac{\Delta p_z}{p_z} = \varkappa \left(\frac{RT_e}{p_z V_z} \Delta G_z - \frac{\Delta V}{V_z} \right). \tag{10}$$

Valoarea $\varkappa$ a conținutului cilindrului în timpul umplerii se presupune constantă.

Cantitatea de încărcătură care curge într-un interval finit de timp, corespunzător unghiului de rotație al manivelei ($\Delta\varphi$), rezultă din diagrama de condiție cu ajutorul debitului adimensional G'. Pentru cazul care se urmărește, ΔG_z se calculează după ecuația

$$\Delta G_z = G'_v g F_v \frac{\varkappa}{\sqrt{(\varkappa-1)/2}} \cdot \frac{p_{1v}}{a_{1v}} \cdot \frac{1}{6n} \Delta\varphi. \tag{11}$$

Mărimea G'_v rezultă din diagrama din figura 3, cunoscînd în prealabil coeficientul de contracție $\mu\sigma$ a curgerii prin orificiul controlat de supapa de admisie.

Mărimea a_{1v} se poate calcula din ecuația

$$a_{1v} = a_0 \left(\frac{p_{1v}}{p_0} \right)^{(\varkappa-1)/2\varkappa}. \tag{12}$$

Ultimul termen al ecuației (3) ține seama de influența mișcării pistonului asupra variației presiunii. Pentru calcul este necesar să fie cunoscută variația volumului cilindrului V_z în funcție de unghiul de rotație al manivelei.

3.2.3. *Calculul unui interval al procesului umplerii.* Se determină mărimile de stare în secțiunea de intrare în cilindru. Se caută punctul de stare *Me* a suprafeței de curgere a colectorului (fig. 2) corespunzătoare intervalului *i* de calcul. Starea *Me* se găsește în diagrama din figura 3. Caracteristica de stare a liniei Mach cu deplasarea în stînga *e* intersectează ordonata diagramei de stare (fig. 2*c*) în $(p_{ord}/p_0)^{(\varkappa-1)/2\varkappa}$. Cunoscînd p_0 și cu presiunea p_{1v} corect presupusă, se obține valoarea abscisei p_{ord}/p_{1v} a diagramei din figura 3. De această valoare aparține raportul de presiune p_v/p_{1v} al punctului de stare căutat *Me* și debitul adimensional G'_v.

Controlul calculului se face cu ajutorul ecuației de continuitate (5), unde $\mu\sigma$ se ia din figura 7, corespunzător înălțimii de ridicare a supapei pentru unghiul de rotație al arborelui cotit la unghiul intervalului respectiv de calcul. Această valoare $G'_{\hat{f}}$ trebuie să fie verificată în diagrama din figura 3.

În secțiunea cea mai îngustă există presiunea $\hat{p} = p_z$, a cărui mărime nu se cunoaște la început și care trebuie aproximată anticipat. Această valoare, aproximată pentru mijlocul intervalului de calcul, se controlează la sfîrșitul calculului. Din figura 3 se citește pentru $p_z/p_{1v}=\hat{p}/p_{1v}$ valoarea $G'_{\hat{f}}$, care poate confirma sau nu valoarea calculată anterior și care confirmă sau nu mărimea de stare p_v/p_{1v}. În cazul în care această valoare nu e confirmată, calculul se repetă cu o altă valoare p_{1v}.

Cantitatea încărcăturii ΔG_z care trece în cilindru în timpul $\Delta\varphi$ rezultă din ecuația (11), unde a_{1v} se calculează cu relația (12).

Circuitul se încheie dacă se controlează cu ecuația (10) presiunea din cilindru p_z, presupusă anticipat, ca fiind valabilă în mijlocul intervalului respectiv de calcul. Presiunea, calculată cu ecuația (10), trebuie să rezulte acum din condiția că presiunea la mijlocul intervalului calculat este egală cu presiunea la sfîrșitul intervalului precedent, la care se adaugă jumătate din valoarea variației presiunii calculate pe interval. Dacă această mărime nu este verificată, calculul se reia cu o nouă valoare pentru p_z.

Cunoscînd masa introdusă în cilindru în fiecare interval, se calculează în final coeficientul de umplere.

Repetînd calculul pentru toate intervalele, se găsește legea de variație a cantității de încărcătură introduse, deci și legea de variație a presiunii din cilindru în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit, precum și coeficientului de umplere în timpul unui ciclu.

4. APLICAREA METODEI ȘI VERIFICAREA EXPERIMENTALĂ

Aplicarea metodei propuse și verificarea experimentală s-a realizat la un motor monocilindric M—SR—211, care face parte din familia de motoare pentru autocamioane fabricate la ora actuală în țara noastră. Motorul are alezajul $D = 97$ mm, cursa $S = 85$ mm și raportul de comprimare $\varepsilon = 6{,}7$. Turația de funcționare a motorului s-a adoptat $n = 2\,200$ rot/min, fiind o turație medie în jurul turației cuplului maxim.

4.1. Date preliminarii

S-au calculat în prealabil diagrama de curgere (fig. 4) și diagrama de stare (fig. 5) pentru motorul echipat cu colectorul avînd dimensiunile din figura 6.

Reducerea debitului de încărcătură în prezența carburatorului s-a determinat experimental, fiind evaluată printr-un coeficient de debit mediu al carburatorului $\alpha_c = 0{,}9$. Pentru acest coeficient s-a calculat dependența $p_{ord}/p_{1v} \rightleftarrows p_v/p_{1v}$ și $G'_v = f(p_{ord}/p_{1v})$ după ecuațiile (6) și (7) pe baza cărora s-a întocmit diagrama din figura 3.

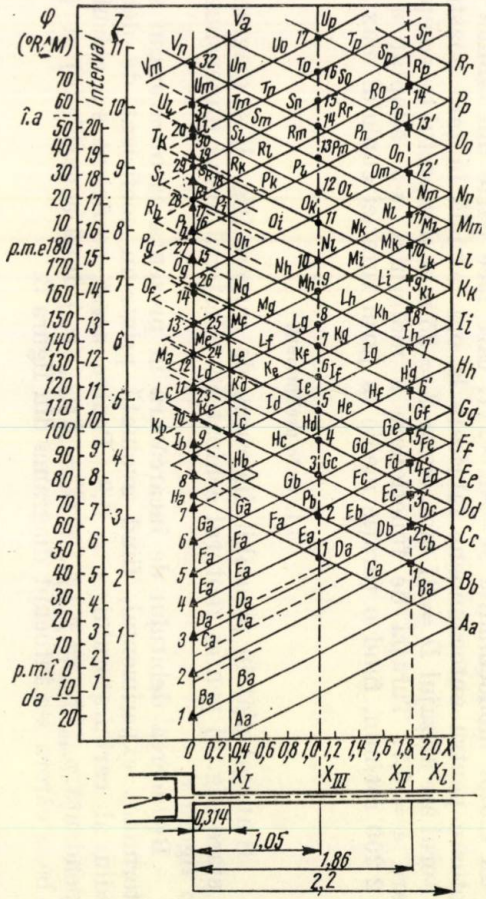


Fig. 4. — Diagrama de curgere.

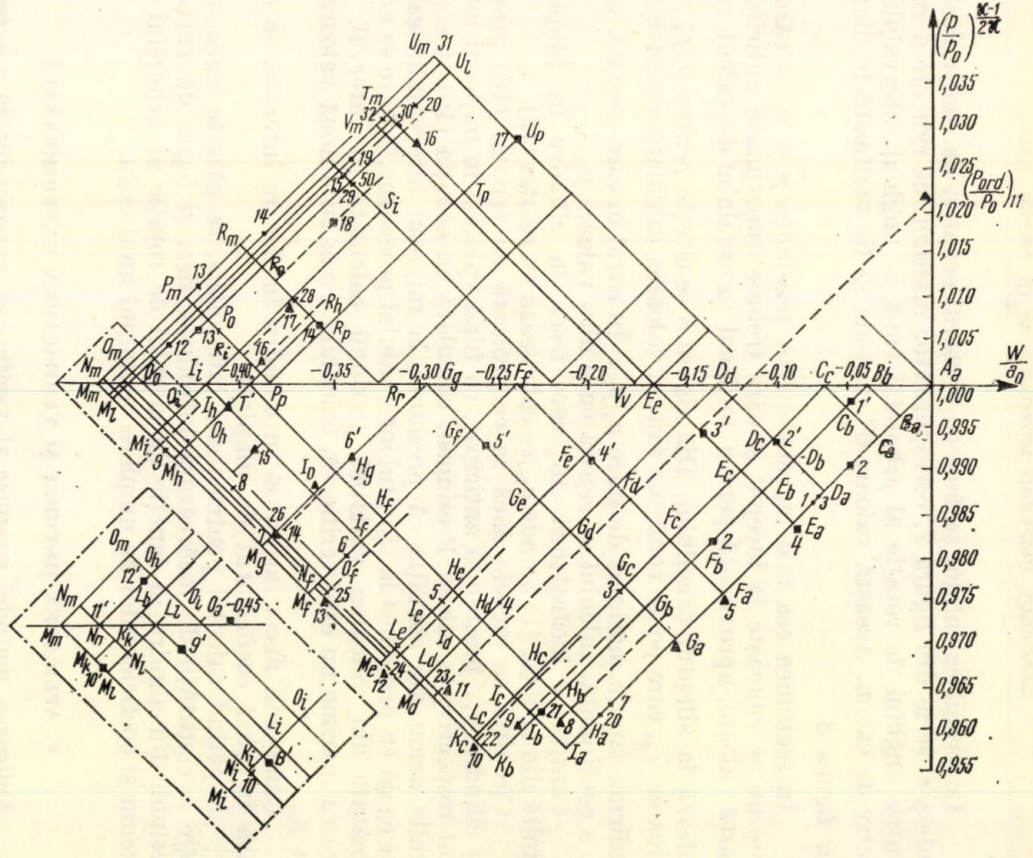


Fig. 5. — Diagrama de stare.

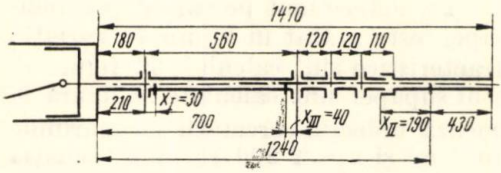


Fig. 6. — Dimensiunile colectorului de admisiune.

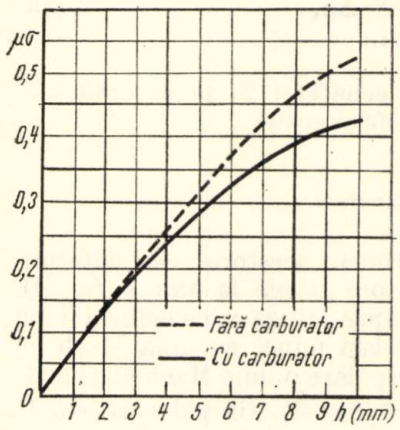


Fig. 7. — Coeficientul de debit al supapei.

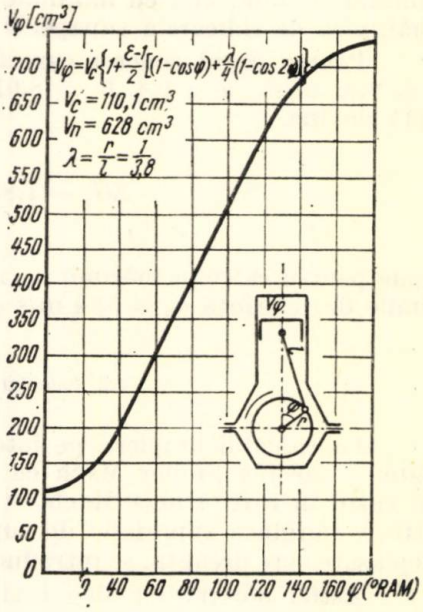


Fig. 8. — Diagrama pentru calculul variației volumului cilindrului.

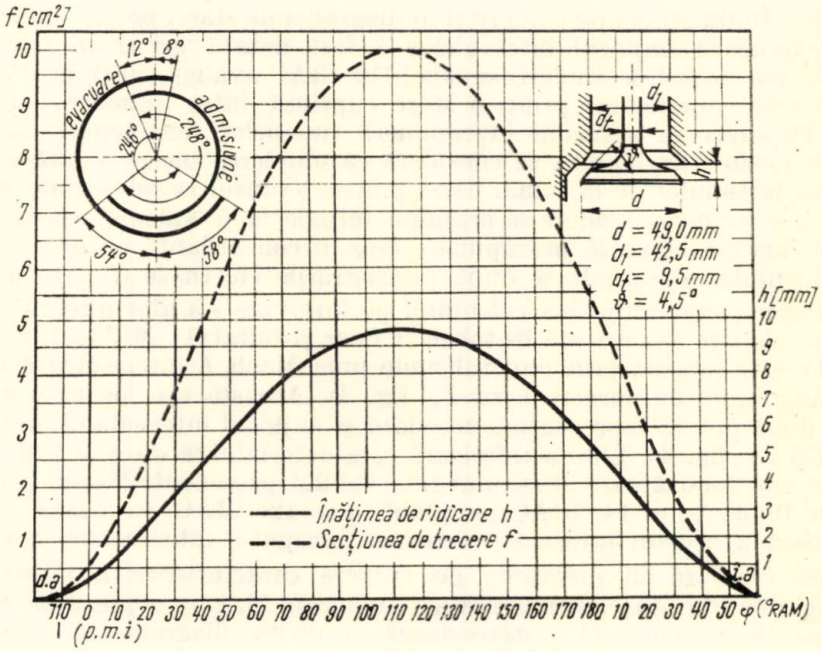


Fig. 9. — Diagrama pentru determinarea înălțimii de ridicare și uesului supapei.

Coeficientul de debit al supapei $\mu\sigma$, determinat pe cale experimentală [11] în funcție de ridicarea supapei, este arătat în figura 7. Variația volumului cilindrului cu mărimile caracteristice sînt calculate în figura 8. Înălțimea de ridicare a supapei și uesul supapei sînt calculate în figura 9.

Pentru cazul concret care formează obiectul cercetării cu mărimile $g = 9{,}81$ m/s^2, $\varkappa = 1{,}4$, $F_v = 8{,}01 \cdot 10^{-4}$ m^2 și $n = 2\,200$ rot/min, ecuația (11) devine

$$\Delta G_z = 1{,}87 \cdot 10^{-6} G'_v \frac{p_{1v}}{a_{1v}} \Delta\varphi, \tag{13}$$

unde pentru calculul mărimii a_{1v} rezultă din ecuația (12) se acceptă mărimile de referință $a_0 = 354$ m/s și $p_0 = 10\,000$ kgf/m^2.

4.2. Calculul umplerii pe intervale

La calculul umplerii pe intervale, mărimea acestora este determinată de sosirea liniilor Mach cu deplasare spre stînga la axa Z (fig. 4). În cazul în care o linie Mach cu deplasare spre stînga a colectorului nu atinge marginea suprafeței de curgere în același punct cu linia Mach cu deplasare spre dreapta, se introduce prin interpolare o linie Mach auxiliară.

Astfel potrivit cu diagrama de curgere (fig. 4), timpul care stă la dispoziție pentru umplere a fost împărțit în 20 de intervale, a căror mărime s-a adoptat funcție de această diagramă. Au fost introduse de asemenea o serie de linii auxiliare, corespunzătoare mijloacelor intervalelor de calcul. În diagrama de curgere și în diagrama de stare, poziția punctelor care marchează mijlocul intervalelor a fost notată printr-un triunghi.

În momentul deschiderii supapei (12 °RAC avans), conținutul colectorului este caracterizat printr-o stare cuprinsă între caracteristicile B_a și C_a. Deoarece în perioada suprapunerii supapelor fenomenele care au loc sînt puțin controlabile, se consideră că umplerea începe odată cu deplasarea pistonului de la p.m.i. către p.m.e., avansul la admisiune manifestîndu-se printr-o scădere a presiunii inițiale la o valoare aproximată la 9 800 kgf/m^2. Această presupunere este în concordanță cu observațiile experimentale, orientîndu-se după înregistrările efectuate (fig. 10 și 11).

Pentru exemplificarea calculului pe intervale s-a ales intervalul 11. Pentru celelalte se prezintă în tabela 1 doar rezultatul . Mijlocul intervalului 11 este marcat prin punctul unde linia Mach L intersectează ordonata diagramei de curgere (axa Z, fig. 4). Aceasta are loc la $\varphi = 119$ °RAC după p.m.i., reprezentînd totodată și mijlocul intervalului de calcul (punctul 23, fig. 4). Limita inferioară este determinată de $\varphi = 112$°RAC, valoare corespunzătoare sfîrșitului intervalului precedent. Mărimea intervalului fiind $\Delta\varphi = 14$ °RAC, unghiul $\varphi = 126$ °RAC formează limita superioară a acestui interval și totodată începutul intervalului următor.

Se trasează în diagrama de curgere caracteristica auxiliară 23. În diagrama de stare, caracteristica auxiliară 23, care reprezintă caracteristica intervalului 11, intersectează ordonata diagramei de stare la $(p_{\text{ord}}/p_0)_{11}^{(\varkappa-1)/2\varkappa} = 1{,}0218$ (fig. 5).

Cu $p_0 = 10\,000$ kgf/m^2, $\varkappa = 1{,}4$ și cu presiunea de repaus presupusă $p_{1v} = 9\,400$ kgf/m^2, se obține valoarea abscisei $p_{ord}/p_{1v} = 1{,}23$ a diagramei din figura 3. Corespunzător acestui raport din figura 3 se determină $G'_v = 0{,}072$.

Pentru controlul calculului se aplică ecuația 5, unde $\mu\sigma$ se ia din figura 7, funcție de înălțimea h. Pentru unghiul $\varphi = 119°$RAC în figura 9 corespunde $h = 9{,}48$ mm. Pentru această valoare din figura 7 (linia continuă) rezultă $\mu\sigma = 0{,}413$. Se obține în final $G'_{\hat{f}} = 0{,}174$, valoare care trebuie să fie confirmată în diagrama din figura 3.

În secțiunea cea mai îngustă există presiunea $\hat{p} = p_z$, a cărei mărime nu se cunoaște încă și care trebuie aproximată anticipat. La acest interval se apreciază $\hat{p} = p_z = 6\,900$ kgf/m^2 (fig. 10). Din figura 3 se citește pentru $p_z/p_{1v} = \hat{p}/p_{1v} = 6\,900/9\,400 = 0{,}739$ valoarea $G'_{\hat{f}} = 0{,}190$. Deoarece această valoare nu certifică mărimea calculată anterior, adică $G'_{\hat{f}} = 0{,}174$, se va alege o altă valoare pentru p_{1v} și se va repeta calculul.

Se adoptă $p_{1v} = 9\,200$ kgf/m^2 și se obține $p_{ord}/p_{1v} = 1{,}26$. Din figura 3, pentru această valoare corespunde $G'_v = 0{,}080$. Atunci rezultă pentru $G'_{\hat{f}}$ valoarea $G'_{\hat{f}} = 0{,}194$. Din aceeași diagramă pentru $p_z/p_{1v} = \hat{p}/p_{1v} = 6\,900/9\,200 = 0{,}75$ se obține $G'_{\hat{f}} = 0{,}192$, foarte apropiată de valoarea calculată anterior, confirmînd valoarea nouă adoptată $p_{1v} = 9\,200$ kgf/m^2.

Cantitatea de încărcătură proaspătă ΔG_z, care curge în timpul $\Delta\varphi = 14°$RAC în cilindru, rezultă din cauza (13) cu a_{1v} calculat după ecuația (12). Se obține $\Delta G_z = 55 \cdot 10^{-6}$ kg.

Cantitatea de încărcătură reținută în cilindru la sfîrșitul intervalului va fi

$$(G_z)_{\varphi=126} = (G_z)_{\varphi=112} + \Delta G_z,$$

unde $(G_z)_{\varphi=112} = 279{,}3 \cdot 10^{-6}$ kg este o mărime cunoscută, fiind cantitatea de încărcătură reținută în cilindru la sfîrșitul intervalului precedent. Atunci

$$(G_z)_{\varphi=126} = (279{,}3 + 55) \cdot 10^{-6} \text{ kg}.$$

Circuitul calculului se încheie dacă se controlează cu ecuația (10), presiunea din cilindru presupusă anticipat, $p_z = 6\,900$ kgf/m^2. Cu $\varkappa = 1{,}4$, $R = 28{,}29$ kg/m/kg·grad, $T_l = 360°$K, $V_z = 605 \cdot 10^{-6}$ m^3, volumul corespunzător pentru $\varphi = 119°$RAC și $\Delta V = 58 \cdot 10^{-6}$ m^3, unde ΔV este variația volumului cilindrului pe durata intervalului de calcul ($\Delta V = \Delta V_{140} = V_{126} - V_{112}$) (fig. 8), se obține din ecuația (10), $\Delta p_z/p_z = 0{,}0532$. Cu $p_z = 6\,900$ kgf/m^2 rezultă $\Delta p_z = 368$ kgf/m^2. Presiunea $p_z = 6\,900$ kgf/cm^2 trebuie să rezulte acum din condiția

$$(p_z)_{\varphi=119} = (p_z)_{\varphi=112} + \frac{\Delta p_z}{2}.$$

Cu $(p_z)_{\varphi=112} = 6\,752$ kgf/m², care este presiunea calculată la sfîrșitul fazei precedente, se obține

$$(p_z)_{\varphi=112} = 6\,752 + \frac{368}{2} = 6\,936 \text{ kgf/m}^2.$$

Deoarece valoarea obținută se deosebește de valoarea anticipată, calculul se repetă cu o nouă mărime pentru p_z. Adoptînd $p_z = 6\,950$, se obține după același procedeu $(p_z)_{\varphi=119} = 6\,933$, valoare sensibil apropiată. Cu aceasta s-a încheiat circuitul calculului pentru intervalul luat ca exemplu.

Parametrul caracteristic pentru umplere, care depinde de mărimile de stare ale conținutului cilindrului și care s-a calculat pentru fiecare interval, este coeficientul de umplere

$$\eta_v = G_z / \gamma_0 V_s,$$

unde $\gamma_0 = 1{,}205$ kg/m³ este greutatea specifică a aerului în condiții de referință standard ($p_s = 760$ torr, $T_s = 273 + 20$ K). Cu valoarea cilindreei $V_s = 638 \cdot 10^{-6}$ m³ și cu greutatea încărcăturii proaspete la sfîrșitul celui de-al 11-lea interval, $G_z = 334{,}3 \cdot 10^{-6}$ kg, se obține $\eta_v = 0{,}443$.

Calculul umplerii s-a executat pentru toate intervalele, iar rezultatele sînt prezentate în tabela 1. S-a obținut astfel variația presiunii în pro-

Tabela

Rezultatele calculului

Interval	φ (°RAM)	$\Delta\varphi$ (°RAM)	$\varphi_i \ldots \varphi_{i-1}$ (°RAM)	$V_i \ldots V_{i-1} \times 10^{-6}$ (m³)	$\Delta V \times 10^{-6}$ (m³)	$V \times 10^{-6}$ (m³)
1	2	3	4	5	6	7
1	−6,0	12	0... 12	110,0...118,0	8,0	112
2	5,0	10	10... 0	117,4...110,0	7,4	111
3	15,0	10	20... 10	134,0...117,4	16,6	122
4	27,0	27	34... 20	170,0...134,0	36,0	150
5	40,5	13	47... 34	228,0...170,0	58,0	200
6	54,0	14	61... 47	298,0...228,0	70,0	262
7	67,5	13	74... 61	367,0...298,0	69,0	335
8	81,5	15	89... 74	452,0...367,0	85,0	418
9	94,5	11	100... 89	514,0...452,0	62,0	487
10	106,0	12	112...100	572,0...514,0	58,0	546
11	119,0	14	126...112	630,0...572,0	58,0	605
12	132,5	13	139...126	675,0...630,0	45,0	656
13	146,0	14	153...139	711,0...675,0	36,0	697
14	160,0	14	167...153	731,0...711,0	20,0	724
15	173,5	13	180...167	739,0...731,0	8,0	735
16	6,0	12	180... 12	739,0...731,0	8,0	736
17	17,0	10	22... 12	731,0...720,0	11,0	728
18	27,0	10	32... 22	720,0...702,0	18,0	712
19	37,0	10	42... 32	702 ...675,0	27,0	690
20	48,0	12	54... 42	675 ...636,0	39,0	652

cesul umplerii în decursul unui ciclu $p_z = p(\varphi)$ variația încărcăturii proaspete care se introduce în cilindru $G_z = G(\varphi)$ și variația coeficientului de umplere $\eta_v = \eta\ (\varphi)$. În tabelă s-a mai introdus și valoarea presiunii p_z, admisă ca valabilă în mijlocul fiecărui interval de calcul pentru comparație cu valorile p_z rezultate în urma calculului pe intervale.

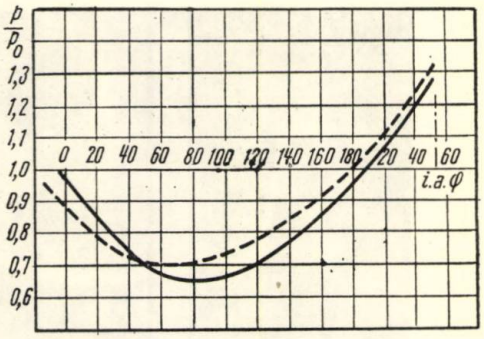


Fig. 10. — Variația presiunii în cilindru.

Pentru compararea rezultatelor obținute prin calcul, în figura 10 s-a reprezentat variația presiunii în cilindru obținută prin calcul și experimental în coordonate adimensionale. La trasarea curbei experimentale s-a prelucrat diagrama înregistrată la osciloscop (fig. 11), presiunea de referință fiind presiunea din timpul experiențelor $p = 9\ 700$ kgf/m².

1

umplerii pe intervale

$\Delta G_z \times 10^{-6}$ (kg)	$p_i \ldots p_{i-1}$ (kgf/m²)	Δp_z (kgf/m²)	p_z (kgf/m²)	p'_z (kgf/m²)	$G_z \times 10^{-6}$ (kg)	η_v
8	9	10	11	12	13	14
—	—	—	—	—	—	—
2,6	9 700... 9 170	−530	9 435	9 450	2,6	0,0034
7,6	9 170... 8 484	−686	8 827	8 800	10,2	0,0135
21,4	8 484... 7 784	−700	8 134	8 150	31,6	0,0418
29,4	7 784... 6 984	−800	7 384	7 400	61,0	0,0806
40,5	6 984... 6 688	−296	6 836	6 800	101,5	0,1340
39,4	6 688... 6 512	−176	6 600	6 600	140,9	0,1860
54,6	6 512... 6 548	36	6 530	6 500	195,1	0,2570
41,6	6 548... 6 612	69	6 580	6 600	236,1	0,3130
43,2	6 612... 6 752	140	6 682	6 700	279,3	0,3700
55,0	6 752... 7 114	362	6 933	6 950	334,3	0,0030
54,5	7 114... 7 589	475	7 352	7 350	388,8	0,5130
59,4	7 589... 8 229	640	7 909	7 900	448,2	0,5920
54,4	8 229... 8 909	680	8 569	8 650	502,6	0,6650
53,6	8 909... 9 507	598	9 208	9 200	556,2	0,7350
44,0	9 507...10 117	610	9 812	9 800	600,2	0,7950
33,4	10 117...10 721	604	10 419	10 400	633,6	0,8370
24,5	10 721...11 281	560	11 001	11 000	658,1	0,870
13,1	11 281...11 973	684	11 631	11 600	671,2	0,889
6,5	11 973...12 805	830	12 388	12 400	677,7	0,892

După cum se poate constata, există o bună concordanţă între calcul şi experiment. Diferenţe mai mari apar la începutul ciclului, unde în realitate fenomenele în perioada suprapunerii supapelor sînt mult mai complexe decît simplificările admise în general în calculul procesului de umplere. Abaterile de la curba experimentală se datoresc şi faptului că ipotezele

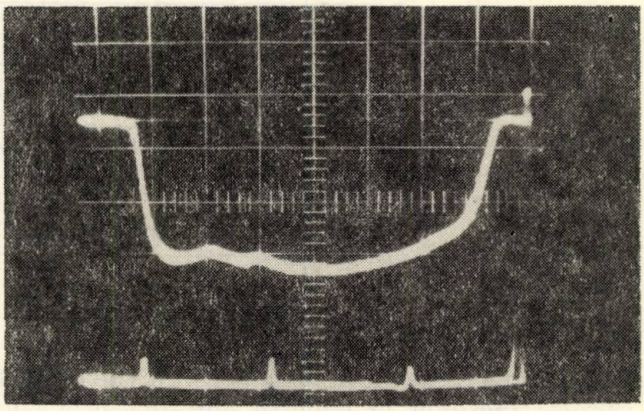


Fig. 11. — Oscilograma variaţiei presiunii în cilindru.

introduse, ca şi anumite consideraţii simplificatoare, nu au putut lua în evidenţă anumite legături intime caracteristice fenomenelor dinamice care însoţesc procesul umplerii.

Comparînd valoarea coeficientului de umplere calculat $\eta_v = 0{,}892$ (tabela 1) cu valoarea obţinută experimental (măsurînd debitul de aer aspirat la aceeaşi turaţie pentru care s-a efectuat calculul $n = 2\,200$ rot/min), adică $\eta_v = 0{,}865$, se constată o abatere $\Delta\eta_v = 2{,}88\%$, care poate fi considerată ca admisibilă pentru cadrul studiat.

Abaterile semnalate totuşi nu contribuie la deformarea fenomenului real, deoarece atît alura curbei (fig. 10), cît şi valorile calculate sînt foarte apropiate de rezultatele experimentale.

5. CONCLUZII

Rezultatele obţinute privind calculul umplerii comparativ cu datele experimentale permit să se tragă concluzia că metoda propusă a reuşit să cuprindă în bună parte fenomenele complexe care apar în procesul admisiunii cînd se iau în considerare fenomenele dinamice.

Au fost confirmate totodată şi unele ipoteze simplificatoare admise cu ajutorul cărora s-a formulat metoda de calcul. De asemenea s-a dovedit a fi just alese unele mărimi necesare calculului.Calculul oscilaţiilor presiunii în colector a permis să se determine variaţia acestuia în poarta supapei, fapt care în mod experimental întîmpină dificultăţi deosebite. Caracterul corect al acestei variaţii (diagrama de curgere şi diagrama de stare) este verificată prin calculul umplerii.

BIBLIOGRAFIE

1. C. ARAMĂ, B. GRÜNWALD, *Motoare cu ardere internă.* Bucureşti, Editura tehnică, 1966.
2. G. BĂRĂNESCU ş.a., *Calculul procesului de schimbare a încărcăturii cilindrilor motoarelor cu ardere internă, cu considerarea oscilaţiilor din conductele de distribuţie a gazelor* St. cerc. energ. electr. **17**, *3* (1967).
3. C. DONISELLI, P. CACCAMO, *Sui fenonei oscillatori nei condotti di aspirozionie dei motori. a combustioni interni.* A.T.A., **23**, *11* (1970).
4. I. GESCHELIN, *Chrysler's developments in camcharging of Engines.* Automative Industries, **130**, *3* (1964).
5. H. HASSELGRUBER, *Verallgemeinerte Berechnung des stohonären Zündungswechsels von Verbrennungskraftmaschinen.* Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, *5* (1961).
6. H. LIST, *Der Ladungswechsel der Verbrennungskraftmaschine.* Dritter Teil, Der Viertakt, Wien, Springer Verlag, 1952.
7. M. RAUCH, *Le remplissage des moteurs a piston.* La machine-outil française, *196*, *198*, *199* (1964).
8. H. SEIFERT, *Instaţionäre strömungsvorgänge in Rohrleitungen an Verbrennungskraftmaschinen.* Springer-Verlag, Berlin, Göttingen-Heidelberg, 1962.
9. D. ABĂITĂNCEI, *O metodă pentru calculul fenomenelor de unde în procesul de admisiune la motoarele cu aprindere prin scînteie în patru timpi.* Construcţia de maşini, *8—9* (1967).
10. D. ABĂITĂNCEI, *Contribuţii la calculul procesului de curgere a încărcăturii în timpul admisiunii la motoarele cu ardere internă în patru timpi.* Conferinţa de motoare cu ardere internă, Bucureşti, 1970.
11. D. ABĂITĂNCEI, *Coeficientul de debit al supapei de admisiune pentru motorul M—207.* Buletinul Institutului politehnic Braşov, Seria A — mecanică. **XII**, 1971.

STUDIUL PĂTURILOR ȘI TOLELOR FEROMAGNETICE CU ANIZOTROPIE MAGNETICĂ UNIAXIALĂ ÎN CÎMPURI MAGNETICE ALTERNATIVE DE MICĂ INTENSITATE

I. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC LOCAL

H. GAVRILĂ

621.3.042.2 : 538.122

În prezenta lucrare se obține soluția sistemului de ecuații Maxwell pentru corpurile feromagnetice, pături și tole, la care una dintre dimensiuni este cu mult mai mică decît celelalte, ținînd seama de structura de domenii a materialului feromagnetic. Sînt luate în considerare numai materiale cu pronunțată anizotropie magnetică uniaxială, iar cîmpurile magnetice alternative aplicate din exterior se presupun a avea valori suficient de mici (sub limita de coercitivitate) pentru ca liniile de fixare a pereților dintre domenii la fețele sistemului să nu sufere deplasări. Se individualizează contribuțiile inducției electromagnetice și structurii de domenii la magnetizarea păturii și tolei feromagnetice.

1. INTRODUCERE

Marea importanță pe care o au feritele în tehnica modernă a computerelor și interesul constant și mereu actual pe care îl prezintă tolele feromagnetice în construcția unui mare număr de tipuri de mașini și aparate electrice a determinat în ultimele două decenii o creștere simțitoare a atenției acordate de cercetătorii proprietăților materialelor feromagnetice la care una din dimensiunile corpului studiat este cu mult mai mică decît celelalte două. Aceste corpuri se împart în două categorii : păturile feromagnetice, caracterizate prin grosimi foarte mici, și tolele feromagnetice, cu grosimi mai mari, dar de maximum 1 mm. Delimitarea celor două categorii nu este atît de netă din punctul de vedere al grosimii corpului, cît al condițiilor tehnologice de obținere (procedeul de fabricare, eventuala prezență a unui suport etc.).

Din punctul de vedere al proprietăților nu există însă o deosebire esențială între păturile și tolele feromagnetice, ceea ce impune tratarea

lor unitară, aşa cum se procedează în prezenta lucrare. Deosebirile de detaliu vor fi semnalate şi discutate în partea finală a lucrării. Cele două categorii de corpuri feromagnetice vor fi numite în cele ce urmează „pături feromagnetice", extinzînd astfel denumirea îndeobşte atribuită unuia din cele două tipuri, iar distincţia urmînd a fi făcută numai acolo unde este necesar.

În studiul păturii feromagnetice o deosebită importanţă prezintă elementele specifice structurii sale de domenii. După cum este cunoscut [1], [2] orice corp feromagnetic este împărţit în anumite regiuni (numite domenii de structură), saturate din punct de vedere magnetic şi orientate în general arbitrar. La un corp policristalin, fiecare cristalită poate constitui un asemenea domeniu, sau poate avea o structură de domenii proprie. Dacă la corpurile feromagnetice masive forma, volumul şi orientarea domeniilor de magnetizare spontană depind de un mare număr de parametri fizici şi sînt dificil de determinat, la păturile feromagnetice structura de domenii capătă însă un caracter de mare regularitate.

În lucrarea de faţă se studiază numai materialele care prezintă o pronunţată anizotropie magnetică uniaxială. Aceasta poate fi obţinută prin : anizotropie magnetică cristalină (cazul cel mai frecvent), tensionarea corpului după direcţii care să coincidă cu direcţiile de manifestare preferenţială a proprietăţilor magnetice ale cristalului, magnetostricţiune etc. [3].

În toate aceste situaţii, corpul păstrează numai o singură direcţie preferenţială, numită axă de cea mai uşoară magnetizare, care se presupune a fi paralelă cu feţele păturii feromagnetice.

Structura de domenii propusă (fig. 1) este alcătuită din domenii de forma unor plăcuţe paralelipipedice de lungime l (paralelă cu axa de cea mai uşoară magnetizare), grosime Δ (egală cu cea a păturii feromagnetice) şi lăţimea a. Magnetizările de saturaţie $\mathbf{M}_s$ a două domenii învecinate

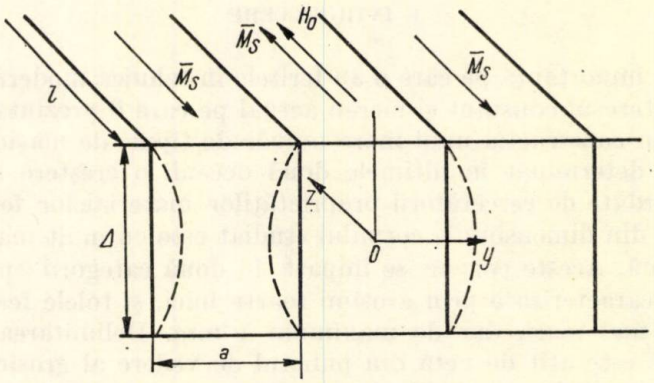


Fig. 1. — Structura de domenii a păturii feromagnetice.

sînt orientate antiparalel. Domeniile de magnetizare spontană sînt separate prin regiuni cu proprietăţi magnetice remarcabile [4], [5], în care are loc o rotire progresivă a vectorului magnetizării între cele două cazuri limită reprezentate de poziţiile sale în domeniile adiacente. Cînd rotirea

vectorului magnetizării se face astfel încît el să rămînă mereu paralel cu planul xOz, peretele este de tip Bloch 180°; ultimul indicativ arată unghiul pe care îl fac proiecţiile celor două poziţii limită ale magnetizării pe planul peretelui. Deoarece însă lăţimea peretelui Bloch este cu mult mai mică decît lăţimea domeniului de structură [1], [4], [6], se poate face abstracţie de structura sa fizică reală, limitîndu-ne la o primă aproximare a sa printr-un plan paralel cu planul xOz.

Structura de domenii adoptată explică mecanismul magnetizării păturii feromagnetice la aplicarea unui cîmp magnetic exterior, presupus paralel cu magnetizarea spontană a domeniilor.

În adevăr, în această situaţie pe cele două feţe ale fiecărui perete se exercită presiuni magnetice diferite, determinînd astfel îndepărtarea peretelui din poziţia de echilibru. Volumul domeniilor a căror magnetizare spontană este paralelă cu cîmpul magnetic aplicat creşte atunci în dauna celorlalte şi, deci, pătura magnetică se magnetizează global.

Primele încercări de a explica proprietăţile păturilor feromagnetice ţinînd cont de caracterul dinamic al structurii lor de domenii sînt datorate lui Néel [7] şi Polivanov [8] (pentru dezvoltări ulterioare, vezi [9]—[12]). Toate aceste lucrări conţin însă inexactităţi şi aproximări îndepărtate de realitatea fizică, dintre care cele mai importante sînt aprecierile făcute asupra permeabilităţii magnetice din domenii şi, în special, ipoteza conform căreia pereţii Bloch se comportă întotdeauna ca nişte elemente planare, rigide.

O îmbunătăţire considerabilă a modului de descriere a fenomenului magnetizării păturii se poate însă obţine dacă se admite că pereţii se comportă ca nişte plăci elastice şi flexibile, astfel încît, la valori suficient de mici ale intensităţii cîmpului magnetic, ei se curbează (rămînînd însă fixaţi superficial la feţele păturii feromagnetice), iar la valori mai mari ale intensităţii cîmpului, suferă şi anumite deplasări. Acest caracter de comportare a pereţilor Bloch, a cărui posibilitate a fost prevăzută de unii autori [13] — [15], nu a fost însă investigată teoretic, deşi, aşa cum s-a arătat recent [16], anumite proprietăţi ale materialului feromagnetic se explică corect numai acceptînd această ipoteză.

Într-un număr de lucrări anterioare [17], [18], autorul a adoptat această ipoteză pentru a calcula cîmpul electromagnetic şi pierderile prin curenţi turbionari în tola din material feromagnetic (subliniind caracterul de model al ipotezei), în regimul armonic permanent ce rezultă dacă cîmpul magnetic aplicat din exterior are o variaţie sinusoidală în timp, dar neglijînd total fenomenul inducţiei electromagnetice locale.

În lucrarea prezentă, se determină cîmpul electromagnetic în pătura feromagnetică în prezenţa unui cîmp magnetic aplicat sinusoidal, luînd în considerare, pe lîngă structura de domenii a materialului, şi fenomenul inducţiei locale.

Soluţiile obţinute vor fi folosite în lucrări ulterioare, pentru calculul pierderilor şi al altor mărimi de interes în studiul păturilor feromagnetice.

2. REZOLVAREA PROBLEMEI GENERALE DE CÎMPURI

Se presupune o formă sinusoidală de variaţie în timp a cîmpului magnetic aplicat din exterior :

$$\mathbf{H}_0(t) = H_0(t)\cdot\mathbf{k},$$

$$H_0(t) = H_0 \sin \omega t. \tag{1}$$

Variaţia în timp a acestui cîmp magnetic induce, prin inducţie electromagnetică şi datorită mobilităţii pereţilor dintre domenii, curenţi turbionari ale căror linii de cîmp sînt conţinute în plane paralele cu planul de coordonate xOy.

Se notează cu $\mathbf{H}(x,y,t)$ cîmpul magnetic stabilit în interiorul păturii feromagnetice. El este orientat tot în lungul axei Z, dar evident nu depinde de această coordonată, problema prezentînd simetrie plan-paralelă. Liniaritatea ecuaţiilor cîmpului electromagnetic face ca toate mărimile asociate cîmpului (şi deci şi intensitatea cîmpului magnetic rezultant) să fie funcţii sinusoidale de timp.

Sistemul de ecuaţii satisfăcut de mărimile ce descriu cîmpul electromagnetic (intensitatea cîmpului electric şi intensitatea cîmpului magnetic) este sistemul Maxwell

$$\text{rot } \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E},$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \tag{2}$$

unde σ este conductivitatea electrică a materialului.

La scrierea ultimei ecuaţii (care corespunde legii inducţiei electromagnetice) s-a luat în considerare faptul că inducţia magnetică are în orice punct din interiorul unui domeniu expresia

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} \pm \mathbf{M}_s),$$

domeniul fiind magnetizat la saturaţie şi deci componenta temporară a magnetizării fiind nulă.

Pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii (2) se consideră ambele cîmpuri ca o sumă de doi termeni :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2,\ \mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 \tag{3}$$

care satisfac următoarele sisteme de ecuaţii :

$$\text{rot } \mathbf{H}_2 = \sigma E_2,$$

$$\text{rot } \mathbf{E}_2 = 0 \tag{4}$$

şi respectiv :

$$\text{rot } \mathbf{H}_1 = \sigma \mathbf{E}_1,$$

$$\text{rot } \mathbf{E}_1 = -\mu_0 \left(\frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{H}_2}{\partial t} \right). \tag{5}$$

Să observăm că sistemul de ecuaţii (4) corespunde aproximării inducţiei din interiorul domeniilor prin termenul ce corespunde magnetizării de saturaţie : $\mathbf{B} \cong \mu_0 \mathbf{M}_s$, aproximare foarte bună atîta timp cît nu se ia derivata în raport cu timpul a acestei mărimi, aşa cum este cazul în a doua ecuaţie a sistemului (2). (Această aproximare a fost adoptată în lucrările mai sus citate [17], [18].)

Trecînd acum la reprezentarea în complex simplificat a mărimilor cu variaţie sinusoidală în timp, sistemul de ecuaţii (4) capătă forma :

$$\text{rot } \underline{\mathbf{H}}_2 = \sigma \underline{\mathbf{E}}_2,$$

$$\text{rot } \underline{\mathbf{E}}_2 = 0. \tag{6}$$

A doua ecuaţie a acestui sistem justifică introducerea unui potenţial electric, de imagine complexă $\underline{V}(x,y)$, laplacean şi antisimetric în coordonatele x şi y (centrul sistemului de coordonate se alege, conform fig. 1, în axa centrală a unui domeniu, la egală distanţă de feţele păturii şi de pereţii ce delimitează lateral domeniul). Impunînd condiţia ca la suprafaţa păturii derivata normală a potenţialului să rămînă identic nulă, pentru a nu avea decît componentă tangenţială a intensităţii cîmpului electric, soluţia ecuaţiei laplaceene a potenţialului este [17], [18] :

$$\underline{V}(x, y) = \sum_m{}' \underline{A}_m \cdot \sin \frac{m\pi}{\Delta} x \cdot \text{sh} \frac{m\pi}{\Delta} y, \tag{7}$$

unde simbolul $\sum_m{}'$ indică că sumarea trebuie efectuată numai pentru valorile impare ale numărului natural m, iar $\underline{A}_m$ sînt constante complexe ce rămîn de determinat.

Folosind sistemul de ecuaţii (6) se poate determina şi expresia intensităţii cîmpului magnetic corespunzător

$$\underline{H}_2(x, y) = -\sigma \sum_m{}' \underline{A}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x \cdot \text{ch} \frac{m\pi}{\Delta} y \tag{8}$$

care satisface, după cum se vede, condiţia : $\underline{H}_2 \left(\pm \frac{\Delta}{2}, y \right) = 0$, echivalentă de altfel condiţiei la limită impuse mai sus potenţialului.

Revenind acum la sistemul de ecuații (5) și trecînd în imagine complexă, se obține următoarea formă dezvoltată a ecuațiilor :

$$\frac{\partial \underline{H}_1}{\partial y} = \sigma \underline{E}_{1x}, \quad -\frac{\partial \underline{H}_1}{\partial x} = \sigma \underline{E}_{1y},$$

$$\frac{\partial \underline{E}_{1y}}{\partial x} - \frac{\partial \underline{E}_{1x}}{\partial y} = -\mathrm{j}\omega\mu_0(\underline{H}_1 + \underline{H}_2). \tag{9}$$

Eliminînd componentele cîmpului electric între ecuațiile de mai sus și notînd : $\underline{\gamma}_0^2 = \mathrm{j}\omega\mu_0\sigma$, se ajunge la următoarea ecuație a intensității cîmpului magnetic :

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{H}_1}{\partial y^2} - \underline{\gamma}_0^2 \underline{H}_1 = \underline{\gamma}_0^2 \underline{H}_2, \tag{10}$$

care trebuie integrată cu condiția la limită : $\underline{H}_1\left(\pm\frac{\Delta}{2}, y\right) = \underline{H}_0$. Și soluția acestei ecuații se caută sub forma unei sume de doi termeni :

$$\underline{H}_1 = \underline{H}_{1_0} + \underline{H}_{1d}. \tag{11}$$

În această nouă descompunere, $\underline{H}_{1_0}$ este soluția ecuației omogene :

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_{1_0}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{H}_{1_0}}{\partial y^2} - \underline{\gamma}_0^2 \underline{H}_{1_0} = 0, \tag{12}$$

cu condiția la limită : $\underline{H}_{1_0}\left(\pm\frac{\Delta}{2}, y\right) = \underline{H}_0$). Dacă sistemul este suficient extins după axele y și z, pentru a putea neglija efectele de la capete, soluția ecuației (12) are forma unidimensională clasică [19] :

$$\underline{H}_{1_0}(x) = \underline{H}_0 \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma}_0 x}{\operatorname{ch} \frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}}, \tag{13}$$

care se mai poate pune și sub următoarea formă deosebit de utilă, obținută printr-o dezvoltare corespunzătoare în serie Fourier :

$$\underline{H}_{1_0}(x) = \underline{H}_0 - \underline{H}_0 \sum_m{}' \frac{4}{m\pi}(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\underline{\gamma}_0^2}{\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \underline{\gamma}_0^2} \cos\frac{m\pi}{\Delta} x. \tag{13'}$$

Al doilea termen al descompunerii (11) se determină acum ca soluție a ecuației:

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_{1_d}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{H}_{1_d}}{\partial y^2} - \underline{\gamma}_0^2 \underline{H}_{1_d} = \underline{\gamma}_0^2 \underline{H}_2 \tag{14}$$

care se integrează cu condiția la limită: $\underline{H}_{1_d}\left(\pm \frac{\Delta}{2}, y\right) = 0$ și impunînd condiția de periodicitate a soluției

$$\underline{H}_{1_d}(x, y) = \underline{H}_{1_d}(x, y + a).$$

Prima dintre aceste condiții rezultă din condițiile la limită impuse cîmpului magnetic total H și componentelor sale H_2 și H_{1_0}, iar a doua este impusă de necesitatea reproducerii spectrului liniilor cîmpului H_{1_d} în fiecare domeniu.

Soluția căutată este

$$\underline{H}_{1_d}(x, y) = \sum_m{}' \underline{H}_m \cdot \cos \frac{m\pi}{\Delta} x + \sum_m{}' \sum_n{}'' \underline{H}_{mn} \cos \frac{m\pi}{\Delta} x \cdot \cos \frac{n\pi}{a} y, \tag{15}$$

în care $\underline{H}_m$ și $\underline{H}_{mn}$ sînt constante complexe încă nedeterminate, iar simbolul $\sum_n{}''$ indică că sumarea trebuie efectuată numai pentru valorile pare ale numărului natural n. Introducînd soluția (15) în ecuația (14) se obțin între coeficienții $\underline{H}_m$ $\underline{H}_{mn}$ și $\underline{A}_m$ relații ce vor fi folosite ulterior.

3. MIȘCAREA PEREȚILOR DINTRE DOMENII ȘI DETERMINAREA CONSTANTELOR DE INTEGRARE

Conform celor discutate în capitolul introductiv, datorită orientării antiparalele a magnetizărilor de saturație din domeniile învecinate la aplicarea unui cîmp magnetic exterior orientat după aceeași direcție, pe cele două fețe ale peretelui Bloch se exercită presiuni de natură magnetică de valori diferite și în felul acesta peretele se îndepărtează din poziția de echilibru. Dacă cîmpul magnetic aplicat are forma (1), peretele va efectua o mișcare periodică de aceeași pulsație. Elongația u a unui punct al peretelui (evident funcție numai de variabila x) satisface ecuația [14], [20], [21]:

$$-\sigma_B \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + m_B \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u = 2\mu_0 \mathbf{M}_s \cdot \mathbf{H}\left(x, \frac{a}{2}, t\right) \tag{16}$$

în care :

$-\sigma_B \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ este justificat de faptul că pereţilor Bloch li se asociază o energie, determinată de structura lor fizică specifică şi caracterizată prin densitatea ei superficială σ_B în raport cu suprafaţa peretelui;

$m_B \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ este termenul inerţial obişnuit, m_B fiind aşa numita masă efectivă a peretelui Bloch, (pentru calculul său, vezi [15], pag. 348—350);

$\beta \dfrac{\partial u}{\partial t}$ este termenul care corespunde amortizării în mişcarea peretelui şi se datorează unui complex de fenomene, dintre care cele mai importante sînt curenţii turbionari şi relaxarea de spin (vezi de asemenea [15], pag. 350—354, şi [3], pag. 465—524);

αu este un termen de natura unei forţe elastice, fiind datorat faptului că mişcarea peretelui se face astfel încît el rămîne fixat superficial şi interacţiunii peretelui în mişcare cu imperfecţiunile şi impurităţile conţinute în reţeaua cristalină a materialului.

În literatură, primul dintre termenii ecuaţiei (16) este ignorat sistematic, omisiune justificată de aceea că toate modelele tratate presupun că pereţii se deplasează rigid. Ea nu mai poate fi făcută în cadrul lucrării de faţă, datorită caracterului elastic al peretelui în mişcare şi faptului că tocmai acest termen este cel asociat efectului.

Conform discuţiei făcute în capitolul 1, ecuaţia (16) trebuie integrată cu condiţia la limită :

$$u(x,t) \equiv 0 \quad \text{pentru } x = \pm \frac{\Delta}{2}, \tag{17}$$

valabilă însă numai la valori suficient de mici ale intensităţii cîmpului magnetic aplicat La valori mai mari ale cîmpului, curbarea peretelui este însoţită şi de o deplasare a liniilor de fixare superficială la feţele păturii, ceea ce explică fenomene specifice feromagnetismului, ca remanenţa şi coercitivitatea.

Fenomenul este determinat de puternica anizotropie superficială pe care o prezintă păturile feromagnetice; aceasta este justificată în bună parte de densitatea mai mare a neregularităţilor de structură de la feţele păturii şi este adesea numită fenomenul de „fixare a spinului" (vezi [3], cap. 6). În complex simplificat, ecuaţia (16) capătă forma

$$-\frac{\mathrm{d}^2 \underline{u}}{\mathrm{d}x^2} + \underline{\delta}^2 \underline{u} = \frac{2\mu_0 M_S}{\sigma_B} \underline{H}\left(x, \frac{a}{2}\right), \tag{18}$$

unde s-a introdus notaţia : $\underline{\delta}^2 = \dfrac{1}{\sigma_B}[(\alpha - m_B\omega^2) + \mathrm{j}\omega\beta]$;

condiţia (17) devine :

$$\underline{u}\left(\pm\frac{\Delta}{2}\right)=0.$$

Operaţii algebrice destul de complicate, în care se face apel la expresiile intensităţii cîmpului magnetic, deduse în capitolul precedent, permit scrierea soluţiei sub următoarea formă finală :

$$\underline{u}(x)\quad\frac{2\mu_0 M_S}{\sigma_B}\sum_m{}'\frac{1}{\underline{\delta}^2+\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2}\left[\frac{4}{m\pi}(-1)^{\frac{m-1}{2}}\underline{H}_0\frac{\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2}{\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2+\underline{\gamma}_0^2}+\right.$$

$$\left.+\underline{H}_m+\sum_n{}''(-1)^{\frac{n}{2}}\underline{H}_{mn}-\sigma\underline{A}_m\operatorname{ch}\frac{m\pi a}{2\Delta}\right]\cdot\cos\frac{m\pi}{\Delta}x. \tag{19}$$

Dar mişcarea peretelui se mai poate descrie aplicînd legea inducţiei electromagnetice unui contur dreptunghiular de înălţime foarte mică Δx şi de lăţime egală cu $2u$, care să încadreze simetric poziţia de echilibru a peretelui (fig. 2). Se obţine astfel expresia vitezei locale şi instantanee a peretelui (vezi anexa) :

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{1}{\mu_0 M_S}E_x\left(x,\frac{a}{2},t\right). \tag{20}$$

Trecînd la reprezentarea complexă şi calculînd componenta x intensităţii cîmpului electric cu relaţia :

$$\underline{E}_x=\frac{1}{\sigma}\frac{\partial\underline{H}}{\partial y},$$

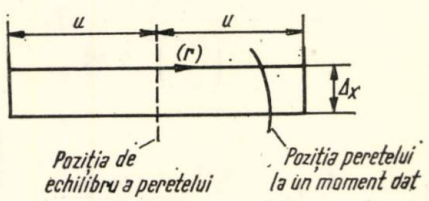


Fig. 2. — Determinarea condiţiei de traversare a peretelui de către componenta tangenţială a intensităţii cîmpului electric.

se obţine o nouă expresie a deplasării peretelui

$$\underline{u}(x)=\frac{1}{\mathrm{j}\omega\mu_0 M_S}\sum_m{}'\underline{A}_m\frac{m\pi}{\Delta}\operatorname{sh}\frac{m\pi a}{2\Delta}\cos\frac{m\pi}{\Delta}x. \tag{21}$$

Comparînd soluţiile (19) şi (21) se poate scrie acum următoarea expresie a constantelor $\underline{A}_m$

$$\underline{A}_m = \frac{\omega}{\sigma \cdot \mathrm{ch}\,\dfrac{m\pi a}{2\Delta}} \left[\frac{4}{m\pi}(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\left(\dfrac{m\pi}{\Delta}\right)^2}{\left(\dfrac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \underline{\gamma}_0^2} \underline{H}_0 + \underline{H}_m + \right.$$

$$\left. + \sum_n{}'' (-1)^{\frac{n}{2}} \underline{H}_{mn} \right] \Gamma_m^{-1} e^{j\varphi m}, \tag{22}$$

unde s-au folosit notaţiile

$$\alpha_m = \alpha - m_B \omega^2 + \left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 \sigma_B,$$

$$T_m = \frac{m\pi}{2(\mu_0 M_S)^2 \sigma \Delta} \mathrm{th}\,\frac{m\pi a}{2\Delta}, \tag{23}$$

$$\Gamma_m \cdot e^{-j\varphi m} = \omega(1 + \beta T_m) - j\alpha_m T_m; \quad \Gamma_m = \Gamma'_m \,\mathrm{th}\,\frac{m\pi a}{2\Delta}.$$

Alăturînd relaţiile (22) celor obţinute prin substituirea soluţiilor cîmpurilor $\underline{H}_{1d}$ şi $\underline{H}_2$ în ecuaţia (14) (conform observaţiei formulate la sfîrşitul cap. 2), se obţine un sistem infinit de ecuaţii, de soluţii:

$$\underline{H}_m = \frac{4}{m\pi}(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\left(\dfrac{m\pi}{\Delta}\right)^2}{\left(\dfrac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \underline{\gamma}_0^2} \underline{H}_0 \left[\underline{h}_m - 1 - \sum_p{}'' (-1)^{\frac{p}{2}} \frac{\underline{h}_m}{\underline{h}_{mp}} \right]^{-1},$$

$$\underline{H}_{mn} = \frac{4}{m\pi}(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\left(\dfrac{m\pi}{\Delta}\right)^2}{\left(\dfrac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \underline{\gamma}_0^2} \underline{H}_0 \frac{h_m}{h_{mn}} \left[\underline{h}_m - 1 - \sum_p{}'' (-1)^{\frac{p}{2}} \frac{\underline{h}_m}{\underline{h}_{mp}} \right]^{-1},$$

$$\underline{A}_m = \frac{4}{m\pi}(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\omega}{\sigma \cdot \mathrm{ch}\,\dfrac{m\pi a}{2\Delta}} \cdot \frac{\left(\dfrac{m\pi}{\Delta}\right)^2}{\left(\dfrac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \underline{\gamma}_0^2} \underline{H}_0 \underline{h}_m \times \tag{24}$$

$$\times \left[\underline{h}_m - 1 - \sum_p{}'' (-1)^{\frac{p}{2}} \frac{\underline{h}_m}{\underline{h}_{mp}} \right]^{-1} \Gamma_m^{-1} e^{j\varphi m},$$

unde

$$\underline{h}_m = \frac{\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \underline{\gamma}_0^2}{\underline{\gamma}_0^2} \frac{a\Delta}{2\pi m\omega} \left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 \Gamma'_m \, e^{-j\varphi_m},$$

$$\underline{h}_{mn} = \frac{\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \underline{\gamma}_0^2}{\underline{\gamma}_0^2} (-1)^{\frac{n}{2}} \frac{a\Delta}{4\pi m\omega} \left[\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2\right] \Gamma'_m \, e^{-j\varphi_m}. \quad (25)$$

Cu ajutorul formulelor (24), expresiile (8), (13) şi (15) ale celor trei componente de calcul ale intensităţii cîmpului magnetic sînt perfect determinate. Componentele corespunzătoare ale intensităţii cîmpului electric se determină în baza primei ecuaţii a sistemului (2)

$$\underline{E}_x(x, y) = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \underline{H}}{\partial y}, \quad \underline{E}_y(x, y) = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \underline{H}}{\partial x} \quad (26)$$

şi se pot scrie ca sume corespunzătoare de cîte trei termeni, a căror semnificaţie, aşa cum se va vedea în cele ce urmează, nu este numai aceea a unor simple mărimi de calcul.

4. DISCUŢII ŞI CONCLUZII

Existenţa unui cîmp electric în interiorul păturii feromagnetice presupune totodată şi prezenţa unui sistem de curenţi turbionari de densitate : $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$. Descompunerea cîmpului magnetic, şi deci şi a celui electric, în trei componente de calcul, conduce la o descompunere identică a sistemului curenţilor turbionari.

În lucrarea sa, clasică în studiul feromagnetismului, Bozorth [22] menţionează existenţa a două tipuri de asemenea curenţi numiţi macro- respectiv micro-curenţi turbionari. Primii s-ar datora variaţiei inducţiei în corpul considerat ca un întreg, iar ceilalţi structurii de domenii, care determină modificări locale ale fluxului magnetic (vezi şi [23], [24]). În lumina acestei separări, descompunerea făcută în lucrare pentru cîmpul electromagnetic încetează de a mai fi un simplu artificiu de calcul şi capătă o profundă semnificaţie fizică.

Astfel, componentele de indice 2 ale cîmpurilor s-au determinat prin rezolvarea sistemului de ecuaţii (4); ori, a doua ecuaţie a acestui sistem arată că componenta $\mathbf{E}_2$ a intensităţii cîmpului electric este irotaţională, ceea ce echivalează cu neglijarea fenomenului de inducţie electromagnetică. Cîmpul electric şi curenţii turbionari asociaţi se induc în acest caz numai ca efect al mişcării pereţilor de domenii fixaţi superficial, sub acţiunea

cîmpului magnetic aplicat. Conform [22], aceştia sînt macro-curenţii turbionari.

Componentele de indice 1 ale cîmpurilor sînt soluţiile sistemului de ecuaţii (5); forma celei de-a doua ecuaţii a acestui sistem arată că acum se ia în considerare şi fenomenul inducţiei electromagnetice. O anumită complicaţie în calcul a apărut deoarece în membrul drept al acestei ecuaţii figurează ambii termeni ai intensităţii cîmpului magnetic. Dificultatea s-a înlăturat descompunînd însăşi componentele de indice 1 ale cîmpului electric şi magnetic în sume de doi termeni. Primii termeni ai acestor sume (desemnaţi prin indicele 1_0) verifică un sistem de ecuaţii foarte asemănător cu cel folosit în rezolvarea problemei în aproximaţia clasică [19]. Există totuşi o diferenţă notabilă faţă de soluţia clasică; în care apărea permeabilitatea magnetică globală a materialului μ, presupusă constantă, în vreme ce în soluţia (13) intervine permeabilitatea magnetică a vidului μ_0. Diferenţa se explică astfel: permeabilitatea magnetică intervine în ecuaţia ce corespunde legii inducţiei electromagnetice, în care inducţia magnetică se exprimă prin formula: $\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}_S)$, saturarea magnetică a domeniilor excluzînd posibilitatea apariţiei magnetizării temporare. Confruntînd-o cu terminologia folosită de Bozorth, soluţia mai sus discutată corespunde macrocurenţilor turbionari.

Formalismul matematic dezvoltat în lucrare a mai evidenţiat însă încă o componentă a cîmpurilor, notată cu indicele 1_d. Ecuaţia (14) satisfăcută de componenta corespunzătoare a intensităţii cîmpului magnetic permite interpretarea lor fizică: aceste componente ale cîmpurilor corespund contribuţiei aduse de microcurenţii turbionari la fenomenul de inducţie electromagnetică. Încadrarea lor în unul din cele două categorii de curenţi menţionate de Bozorth este dificilă şi ambiguă. Considerînd însă fenomenul primar care a stat la originea lor (structura dinamică de domenii), pare mai naturală includerea lor în categoria microcurenţilor turbionari.

În general, delimitarea efectelor celor două fenomene care dau naştere curenţilor turbionari (inducţia electromagnetică şi structura de domenii) nu este şi nici nu poate fi prea netă. Afirmaţia este şi mai evidentă dacă se observă ecuaţia (16) de mişcare a pereţilor, în care intensitatea cîmpului magnetic stabilit ce determină presiunea exercitată asupra lor trebuie scrisă corect ca suma tuturor celor trei termeni. Dacă în locul acesteia s-ar scrie numai suma $(\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_2)$ soluţia obţinută ar corespunde efectiv numai mişcării pereţilor de domenii [17], [18]. Notînd cu $\mathbf{H}_2'$ soluţia problemei puse de această manieră, este evident că diferenţei $\mathbf{H}_{2d} = \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_2'$ îi corespunde un sistem de curenţi turbionari ce se pot interpreta ca efectul macro-curenţilor turbionari asupra mişcării pereţilor.

Discuţia de mai sus sugerează următoarea regrupare a termenilor soluţiei obţinute:

$$\underline{H}(x, y) = \underline{H}_{1_0}(x) + \underline{H}_{2d}(x, y), \tag{27}$$

în care: $\underline{H}_{sd}(x, y) = \underline{H}_2(x, y) + \underline{H}_{1d}(x, y)$ reprezintă acea componentă a intensității cîmpului magnetic stabilit, datorată direct structurii de domenii. Folosind expresiile (8) și (15), după cîteva calcule simple se obține următoarea expresie a acestui termen:

$$\underline{H}_{sd}(x, y) = \mathrm{j} \sum_m{}' \frac{\omega_m}{\omega} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x + 2\mathrm{j} \sum_m{}' \sum_n{}'' (-1)^{\frac{n}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \times$$

$$\times \frac{\omega_m + \mathrm{j}\omega}{\omega_m \left[1 + \frac{n^2}{m^2} \left(\frac{\Delta}{a}\right)^2\right] + \mathrm{j}\omega} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x \cdot \cos \frac{n\pi}{a} y, \tag{28}$$

cu notația suplimentară:

$$\omega_m = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2. \tag{29}$$

Revenind la ipoteza fundamentală formulată asupra mișcării pereților, care s-a presupus că se desfășoară astfel încît aceștia să rămînă fixați superficial la fețele păturii feromagnetice, să observăm că acesta este singurul mod rațional de a explica caracterul reversibil al procesului de magnetizare al păturii. Teoria dezvoltată în lucrare rămîne astfel o teorie liniară, asemenea teoriei clasice [19], [25]. Numai că, în vreme ce teoria clasică constituia o aproximație extinsă arbitrar la orice valoare a cîmpului aplicat, cea aici expusă rămîne limitată numai la acel interval de valori ale cîmpului magnetic aplicat, la care ipoteza de mai sus este reală și comportarea materialului rămîne efectiv liniară.

În fine, trebuie acum cercetată diferența care există între păturile și tolele feromagnetice din punctul de vedere al proprietăților pînă acum studiate unitar. La păturile feromagnetice obținute din materiale cu pronunțată anizotropie magnetică ctristalină, a cărei axă este paralelă cu fețele păturii, cercetările cristalografice au demonstrat existența reală a modelului de structură de domenii adoptat în lucrare [26]. Observațiile au confirmat structura chiar la unicristale din Fe cu diferite procente de Si [27], [28], deși fierul are un alt tip de simetrie cristalină. Tolele industriale au însă un caracter policristalin, diferitele cristalite au orientări arbitrare și, dacă calculele făcute în capitolele precedente își păstrează valabilitatea referitor la volumul unei singure cristalite, ele nu se mai pot considera valabile pentru întreaga tolă. Dar, la acele tole cu pronunțată anizotropie magnetică uniaxială (indiferent de procedeul de prelucrare tehnologică prin care a fost indusă), aceste cristalite au aproape în totalitate o orientare identică ceea ce permite adoptarea structurii propuse cel puțin ca model de calcul, deși sînt autori [12] care o consideră chiar realitate fizică. ın sprijinul ipotezei vine și constatarea experimentală [15] că frontierele de domenii traversează nedeviate frontierele dintre

cristalite, putînd astfel vorbi chiar despre domenii cu lungimi mai mari decît cele ale cristalitelor.

Deşi limitată la valori mici ale intensităţii cîmpului magnetic aplicat, prin natura ipotezelor adoptate, considerăm că teoria expusă conţine şi posibilitatea extinderii sale la valori mai mari ale cîmpului magnetic, depăşind pragul coercitivităţii, lucru ce se va realiza în lucrări ulterioare.

ANEXA

Aplicînd legea inducţiei electromagnetice conturului Γ (precizat în cap. 3, fig. 2) se obţine :

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi_{S\Gamma}. \tag{A.1}$$

Membrul stîng al ecuaţiei de mai sus, ţinînd cont de simetria celor două componente, x şi y, ale intensităţii cîmpului electric în variabilele x şi respectiv y, se calculează

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s} = 2u\cdot E_y\left(x+\Delta x, \frac{a}{2}\right) - 2u\cdot E_y\left(x, \frac{a}{2}\right) + 2\cdot\Delta x\cdot E_x\left(x, \frac{a}{2}-u\right)$$

sau, dezvoltînd în serie Taylor primul termen :

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E}\,\mathrm{d}\mathbf{s} = 2u\Delta x\cdot\frac{\partial E_y}{\partial x} + 2\Delta x\cdot E_x\left(x, \frac{a}{2}-u\right). \tag{A.2}$$

Fluxul magnetic prin aria plană limitată de conturul Γ este :

$$\Phi_{S\Gamma} = 2u\,\Delta x\,\mu_0(H + M_S). \tag{A.3}$$

Introducînd expresiile (A.2) şi (A.3) în formula (1) se obţine :

$$u\left[\frac{\partial E_y}{\partial x} + \mu_0\frac{\partial H}{\partial t}\right] + E_x\left(x, \frac{a}{2}-u\right) = -\mu_0 M_S\frac{\partial u}{\partial t}. \tag{A.4}$$

Observînd că, conform celei de-a doua ecuaţii (2)

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} + \mu_0\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} \tag{A.5}$$

şi dezvoltînd în serie Taylor ultimul termen din membrul stîng al ecuaţiei (A.4), se obţine tocmai formula (20) :

$$E_x\left(x, \frac{a}{2}\right) = -\mu_0 M_S \frac{\partial u}{\partial t}.$$

BIBLIOGRAFIE

1. Ch. Kittel, *Physical Theory of Ferromagnetic Domains*, Rev. of Modern Physics, **21**, *4*, 541—583 (1949).
2. L. Landau, E. Lifshitz, *Theory of dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies*, Physik. Z. Sowjetunion, **8**, *1*, 153—169 (1935).
3. G. T. Rado, H. Suhl, *Magnetism. III (Spin Arrangements and Crystal Structures, Domains and Micromagnetics)*, Acad. Press, New York-London, 1963.
4. B. A. Lilley, *Energies and Widths of Domain Boundaries in Ferromagnetics*, The Philosophical Magazine, **41**, *319*, 792—813 (1950).
5. L. Neél, *Some properties of ferromagnetic domains*, Cahiers de Physique, **25**, *1*, 1—20 (1944).
6. A. Sukiennicki, L. Wojtczak, *About the magnetic domain width in thin films*, Rev. Roum. de Physique, **15**, *2*, 163—166 (1970).
7. L. Neél, Ann. Instit. Fourier (Grenoble) **3**, *2*, 301—320 (1951).
8. K. M. Polivanov, *Dinamiceskie harakteristiki ferromagnetikov*, Izv. Akad. Nauk SSSR Seria Fiz.) **16**, *4*, 449—464 (1952).
9. R. H. Pry, C. P. Bean, *Calculation of the Energy Loss in Magnetic Sheet Material using a Domain Model*, Journal of Appl. Phys., **29**, *3*, 532—533 (1958).
10. E. Kneller, *Ferromagnetismus*. Springer Verlag, Berlin, 1962.
11. W. J. Carr, *Energy Losses rezulting from Domain Wall Motion*, Journal of Appl. Phys., **30**, *4S*, 90—91 (1959).
12. P. D. Agarwall, L. Rabins, *Rigorous Solution of Eddy Current Losses in Rectangular Bar for Single Plane Domain Wall Model*, Journal of Appl. Phys., **31**, *5*, 246—248 S (1960).
13. J. J. Becker, *Magnetization Changes and Losses in Conducting Ferromagnetic Materials*, Journal of Appl. Phys., **34**, *4*, 1327—1332 (1963).
14. J. E. L. Bishop, E. W. Lee, *The behavior of ferromagnetic sheets in alternating electric and magnetic fields*, Proc. of the Royal Soc. (London), **276 A**, 96—111 (1963).
15. S. Chikazumi, *Physics of Magnetism*, J. Wiley & Sons, Inc., New York, 1966.
16. W. Andrää, *On the Motion of Partially Pinned Bloch Walls in Magnetic Thin Films*, Physica Status Solidi, *4* (serie a), *2*, 380—386 (1971).
17. H. Gavrilă, *Metodă de calcul a pierderilor prin curenţi turbionari în tolele din material feromagnetic*, Buletinul Inst. Polit. Buc. (1972, în curs de publicare).
18. H. Gavrilă, *Model pentru calculul pierderilor prin curenţi turbionari în tola din material feromagnetic*, St. cerc. energ. electr. (1972) în curs de publicare.
19. R. Răduleţ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV, Tip. şi litogr. M. I., Bucureşti, 1956.
20. M. Prutton, *Thin Ferromagnetic Films*, London, Butterworthes (1964).
21. I. Bursuc, M. Suciu, *Pături subţiri feromagnetice*, Ed. Acad. RSR, Bucureşti (1969).
22. R. M. Bozorth, *Ferromagnetism*, D. Van Nostrand Comp., Inc., Princeton (1951).
23. M. Kersten, *Significance of mechanical damping of ferromagnetic material by magnetization*, Z. techn. Physik **15**, 463—467 (1934).

24. R. Becker, W. Döring, *Ferromagnetismus*, W. Springer, Berlin (1939).
25. M. Preda, P. Cristea, F. Spinei, J. Marcovici, *Bazele electrotehnicii*, vol. I, Ed. Did. şi Pedag., Bucureşti (1969).
26. D. J. Craik, R. S. Tebble, *Ferromagnetism and Ferromagnetic Domains*, North-Holland Publishing Comp., Amsterdam (1965).
27. B. Wyslocki, *Dependence of Domain Width on Criystal Thickness* in Fe—Si Single Crystals, Acta Physica Polonica, **35**, *5*, 731—744 (1969).
28. G. Dedié, J. Niemeyer, Ch. Schwink, *The Ferromagnetics Domain Structure of the 110* Si—Fe *Crystals*, Phys. Status Solidi, **43**, *1*, 163—173 (1971).

CARACTERISTICILE MAȘINII SINCRONE CU POLI ÎNECAȚI LA FUNCȚIONAREA ÎN ASINCRON

C. APETREI și M. DOGARU

631.313.322

În lucrare se studiază circuite echivalente mai complete ale generatoarelor cu rotor masiv care dau posibilitatea să se evalueze supracurenții și supratensiunile în circuitele rotorului în timpul unor regimuri speciale, de exemplu la funcționarea asincronă.
Se calculează parametrii caracteristici și caracteristicile funcționării în asincron.

1. Predeterminarea prin calcul a caracteristicilor mașinii sincrone de tipul turbogeneratoarelor la funcționarea în regim asincron constituie o problemă larg tratată în literatura de specialitate. Interesează caracteristicile proprii ale mașinii la funcționarea în asincron [1]—[3] sau influența acestui regim asupra comportării schemelor de excitație care echipează mașina considerată [4].

În literatura de specialitate, problema este abordată și rezolvată pe căi diferite; în principiu, în funcție de aspectul concret urmărit, se apelează fie la ecuațiile de funcționare ale mașinii sincrone particularizate la regimul de funcționare asincron complementate cu o modelizare analogică a mașinii, fie la schemele echivalente ale mașinii. În ultimul caz, structura schemelor echivalente poate fi diferită, iar pentru rezolvarea cazurilor complexe este indicată folosirea calculatoarelor cifrice. Independent de calea urmată, definirea parametrilor caracteristici și identificarea factorilor care influențează variația parametrilor rotorici reprezintă laturile esențiale care condiționează rezolvarea corectă a problemei. Dintre factorii cu influență hotărîtoare asupra parametrilor mașinii se remarcă frecvența variabilă caracteristică circuitelor rotorice și saturația circuitului magnetic al mașinii.

În lucrarea de față se elaborează pe baza datelor din literatură o schemă echivalentă pentru regimul de funcționare în asincron și se indică metodica de calcul a parametrilor rotorici caracteristici mașinilor de tipul turbogeneratoarelor.

Ca circuite rotorice se consideră circuitul înfășurării de excitație, înfășurările de amortizare distincte din cele două axe și circuitele echi-

valente corespunzătoare penelor de fixare, ale înfășurărilor rotorice, respectiv coajei periferice a armăturii rotorice. Se arată modul cum poate fi considerată influența saturației asupra unor parametri funcționali, care definesc schema echivalentă. Ca aplicație, se indică metodica de calcul a caracteristicii mecanice la funcționarea mașinii în asincron, cu scoaterea în evidență a influenței structurii schemei echivalente adoptate.

2. O primă schemă echivalentă recomandată în literatură pentru studiul regimului asincron rezultă din schema echivalentă a mașinii sincrone utilizată la definirea parametrilor caracteristici mașinii — reactanțe, constante de timp — pentru regimurile tranzitorii; schema simplificată a mașinii sincrone pentru studiul regimului asincron este reprezentată în figura 1. Este cunoscut că schema echivalentă din figura 1 se stabilește considerînd ecuațiile generale ale mașinii sincrone, rezolvate însă în cadrul anumitor ipoteze simplificatoare.

O schemă echivalentă mai completă, bazată pe reprezentarea înlănțuirii cîmpurilor magnetice cu elementele înfășurărilor și folosită pentru definirea reactanțelor mașinii în regimuri tranzitorii, este dată în [1].

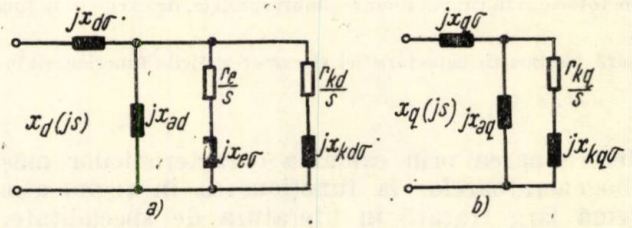


Fig. 1. — Schema echivalentă simplificată a mașinii sincrone la funcționarea în asincron.

În figura 2 este reprezentată schema echivalentă a mașinii sincrone în axa longitudinală pentru studiul funcționării în asincron, folosind elementele principale indicate în [1]. S-a considerat cazul cînd circuitele de amortizare rotorice pot fi echivalate prin două înfășurări de amortizare.

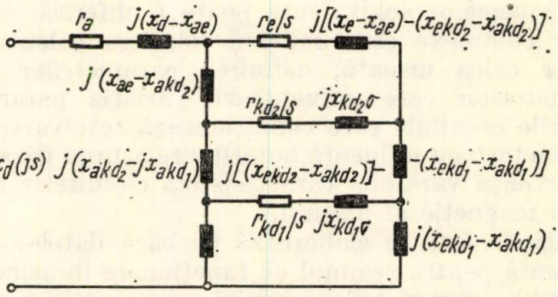


Fig. 2. — Schema echivalentă a mașinii sincrone în axa longitudinală la funcționarea în asincron.

Este de remarcat că în cazul turbogeneratoarelor numărul circuitelor de amortizare echivalente se alege în mod convențional, întrucît elementele constructive rotorice care realizează funcția de amortizoare,

penele, coaja periferică a rotorului masiv, bandajele etc., reprezintă de fapt circuite cu parametrii repartizaţi.

Semnificaţia parametrilor introduşi în schema echivalentă din figura 2 este următoarea :

x_{ae}, x_{akd_1}, x_{akd_2} — reprezintă reactanţele mutuale ale circuitului indusului şi înfăşurării de excitaţie, respectiv cele două înfăşurări de amortizare din axa longitudinală :

x_{ekd_1}, x_{ekd_2} — reactanţele mutuale ale circuitului de excitaţie şi înfăşurările de amortizare ;

r_a, r_e, r_{kd_1}, r_{kd_2} — rezistenţele înfăşurărilor ; indus, excitaţie, circuitele de amortizare, iar $x_{kd_1\sigma}$, $x_{kd_2\sigma}$ reactanţele de scăpări proprii ale circuitelor de amortizare.

Dacă pentru exprimarea parametrilor introduşi în schema echivalentă reprezentată în figura 2 se adoptă sisteme de referinţă convenabile şi dacă se are în vedere că diferenţele reactanţelor care intervin în ramurile din partea dreaptă a schemei se manifestă sub forma unor reactanţe de scăpări, se pot scrie următoarele relaţii de definiţie :

$$\begin{gathered} x_{ae} \simeq x_{ekl_1} \simeq x_{ekl_2} = x_{ad}, \\ (x_{ekd_2} - x_{akl_2}) \simeq (x_{ekl_1} - x_{ckl_1}) = x_{ek}, \\ x_d - x_{ad} = x_{d\sigma}, \\ (x_e - x_{ae}) - (x_{ekl_2} - x_{akd_2}) \simeq (x_e - x_{ae}) - x_{ek} = x_{e\sigma}. \end{gathered} \tag{1}$$

În relaţiile (1), toţi parametrii se exprimă în u.r., iar x_{ek} are semnificaţia unei reactanţe de scăpări corespunzătoare cîmpului de scăpări ale cărui linii se înlănţuie simultan cu elementele înfăşurării de excitaţie şi ale înfăşurărilor de amortizare. În aceste condiţii, reactanţele de scăpări ($x_{e\sigma}$, $x_{kd_1\sigma}$, $x_{kd_2\sigma}$, $x_{d\sigma}$) sînt definite de cîmpurile de scăpări ale căror linii se înlănţuie doar cu elementele circuitelor considerate. În relaţia (1), x_{ad} reprezintă reactanţa corespunzătoare fundamentalei cîmpului de reacţie a indusului maşinii.

În conformitate cu relaţiile (1), schema echivalentă reprezentată în figura 2 se transformă în schema redată în figura 3*a* ; conform aceloraşi consideraţii, în figura 3*b* s-a reprezentat schema echivalentă pentru axa transversală a maşinii.

Schemele echivalente din figura 3 sînt analoge celor prezentate în [3] şi recomandate pentru studiul regimurilor tranzitorii la funcţio-

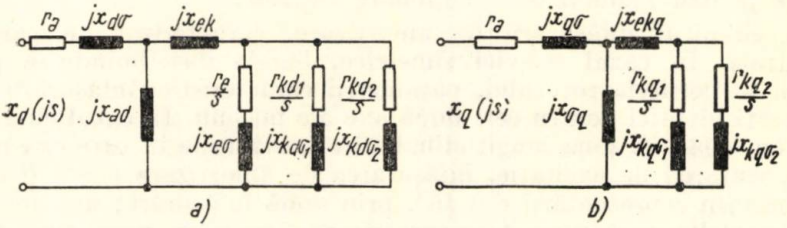


Fig. 3. — Schemele echivalente de calcul ale maşinii sincrone în regim asincron ; *a* — axa *d* ; *b* — axa *q*.

narea mașinii în regim sincron; este de remarcat că predeterminarea prin calcul a caracteristicilor mașinii, făcută pe baza acestor scheme, este confirmată de rezultate experimentale stabilite pe mașini sincrone de mare putere și că din acest punct de vedere [3] echivalarea făcută constituie o îmbunătățire certă față de reprezentarea mașinii conform schemei simplificate, curent adoptată în literatură (vezi fig. 1).

În lucrare se va considera ca schemă echivalentă de bază schema cu structura reprezentată în figura 3.

2.1. Rotoarele turbogeneratoarelor de mare putere sînt realizate din oțel forjat, cu calități ameliorate; crestăturile cu axe radiale se repartizează la periferia rotorului în două zone distincte: în axa longitudinală, crestături repartizate uniform pe circa 2/3 din periferia rotorului, în care se dispun înfășurarea de excitație și elementele înfășurării de amortizare în partea superioară a crestăturii sub pană; în axa transversală, în crestăturile distribuite uniform pe circa 1/3 din periferia rotorului, sînt dispuse doar elemente ale înfășurării de amortizare. În zona frontală, capetele elementelor înfășurării de amortizare sînt conectate de fiecare parte a rotorului printr-un sistem constructiv adecvat; se formează în acest mod o colivie în scurtcircuit cu distribuția barelor aproximativ uniformă pe întreaga periferie rotorică.

Elementele de înfășurare dispuse în crestături sînt consolidate în zona activă prin pene de fixare, iar în zona frontală prin bandaje realizate din materiale magnetice sau nemagnetice. Este de observat că se construiesc în mod curent turbogeneratoare cu elemente ale înfășurării de amortizare dispuse doar în crestăturile din zona longitudinală a mașinii sau fără înfășurări distincte de amortizare, în ultimul caz funcțiunile înfășurărilor de amortizare fiind preluate de celelalte elemente constructive ale rotorului.

Considerînd construcția rotorului în cazul general, rezultă că prin scheme echivalente corespunzătoare urmează a fi reprezentate următoarele circuite rotorice:

a) circuitul înfășurării de excitație, cu dispunere în axa longitudinală și parametri — rezistențe și reactanțe — concentrați; rezistența înfășurării rotorice va fi în cazul general funcție de alunecare, datorită variației repartiției densității curentului în conductoare masive la frecvențe diferite; reactanța înfășurării poate fi considerată de asemenea variabilă, datorită intervenției suplimentare a variației saturației zonelor circuitului magnetic prin care se închid liniile cîmpului de scăpări. De regulă, pentru variații ale alunecării relativ mici ($0 \leqslant s \leqslant s_{cr}$), parametrii circuitului de excitație se consideră constanți și egali cu valorile caracteristice pentru regimul de funcționare sincron;

b) circuitul înfășurării de amortizare, caracterizat de parametri concentrați. În cazul coliviei simetrice, barele distribuindu-se practic uniform la periferia rotorului, parametrii caracteristici înfășurării pot fi considerați identici pentru cele două axe ale mașinii. În cazul cînd barele se dispun doar în zona longitudinală, în crestăturile în care este repartizată înfășurarea de excitație, înfășurarea de amortizare poate fi echivalată, conform reprezentării din [5], prin două înfășurări: una longitudinală și cealaltă transversală, caracterizate fiecare de parametri diferiți. Pentru variații ale alunecării într-un domeniu limitat, alunecări relativ

mici, parametrii pot fi consideraţi constanţi şi egali cu valorile caracteristice la funcţionarea în regim sincron;

c) circuitul, care echivalează efectul amortizant al penelor de fixare, este un circuit cu parametri distribuiţi şi poate fi reprezentat în mod diferit în funcţie de construcţia armăturii rotorice; în principiu se procedează la reprezentările analizate la punctul anterior pentru bobinajele de amortizare distincte. De exemplu, în cazul penelor cu distribuţie relativ uniformă la periferia armăturii rotorice, sistemul poate fi echivalat printr-o colivie simetrică cu parametri concentraţi, identici în cele două axe ale maşinii. În mod curent scăpările proprii penelor de fixare sînt relativ mici şi, ca atare, în schemele echivalente reactanţele de scăpări corespunzătoare se consideră nule; se neglijează de asemenea influenţa alunecării şi a saturaţiei asupra valorilor parametrilor caracteristici;

d) la funcţionarea în asincron pentru anumite domenii de variaţie ale alunecării, adîncimea de pătrundere a cîmpului magnetic în corpul masiv feromagnetic al rotorului poate să fie mai mică decît dimensiunile radiale ale acestuia. Ca atare, există la periferia rotorului o coajă de grosime variabilă în care se induc t.e.m. şi apar curenţi cu o înlănţuire magnetică în raport cu indusul bine determinată. Înfăşurarea care echivalează efectul rotorului masiv în zona activă şi frontală este o înfăşurare cu parametri distribuiţi, reprezentarea sa putîndu-se face prin intermediul unui număr relativ mare de circuite cu valori ale parametrilor convenţional alese. În cazul unei crestări a armăturii rotorice relativ simetrice, efectul rotorului masiv poate fi echivalat prin două circuite dispuse în cele două axe ale maşinii. Parametrii caracteristici ai celor două înfăşurări vor fi funcţie de alunecarea maşinii şi de saturaţia circuitului magnetic.

În figura 4 este reprezentată schema de calcul care echivalează, conform consideraţiilor anterioare, circuitele corespunzătoare penelor şi bandajelor de fixare, respectiv coaja periferică a armăturii rotorice. Rezistenţa şi reactanţa echivalentă a acestor circuite, r_{kd_2}, x_{kd_2} şi, respectiv, r_{kq_2}, x_{kq_2}, sînt introduse în schemele reprezentate în figura 3.

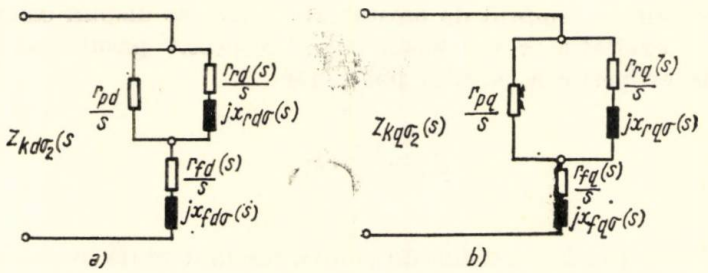


Fig. 4. — Schema echivalentă de calcul pentru aprecierea efectului elementelor constructive rotorice asupra comportării maşinii în regim asincron.

2.2. Metodica generală de calcul a parametrilor funcţionali ai maşinii sincrone constituie o problemă tratată detaliat în literatura de specialitate. Cu toate acestea, în privinţa determinării parametrilor caracteristici armăturii rotorice (construcţii moderne, turbogeneratoare de mare şi de

foarte mare putere), formulările din literatură, deşi numeroase, prezintă elemente insuficient sistematizate, uneori chiar contradictorii. Gradul de dificultate al problemei se amplifică cînd se consideră calculul parametrilor rotorici caracteristici funcţionării maşinii sincrone în regim asincron.

În lucrare, metodica de calcul a parametrilor indusului se va considera cunoscută şi se vor face anumite precizări metodologice asupra calculului parametrilor caracteristici armăturii rotorice.

2.2.1. Un prim aspect al problemei priveşte modul de echivalare a înfăşurărilor rotorice prin considerarea construcţiilor care apar în practică şi prin raportarea parametrilor rotorici la circuitul indusului. Din acest punct de vedere se consideră :

a) Înfăşurarea de excitaţie, dispusă în axa longitudinală, reprezintă o înfăşurare monofazată de tip repartizat, caracterizată de factorul de bobinaj k_{we} şi de coeficientul de formă al cîmpului k_{e_1}, k_{we} şi k_{e_1}, se determină cu expresiile

$$k_{we} = \frac{2p}{Z} \cdot \frac{\sin \frac{Z}{2p} \cdot \frac{t}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{t}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}} \tag{2}$$

sau, în cazul cînd $\frac{Z}{2p}$ este relativ mare,

$$k_{we} = \frac{\sin \gamma \frac{\pi}{2}}{\gamma \frac{\pi}{2}}, \tag{2'}$$

unde z reprezintă numărul de crestături în care se dispun elementele înfăşurării de excitaţie, τ şi t pasul polar, respectiv pasul crestăturilor, γ factorul de acoperire a pasului polar, iar

$$k_{e_1} = \frac{4}{\pi} \cdot k_{we} \tag{3}$$

În relaţia (3), k_{e1} se defineşte pentru fundamentală în premisa repartiţiei trapezoidale a cîmpului inductor şi a neglijării influenţei crestării diferite a armăturii rotorice în cele două axe.

b) Înfăşurarea de amortizare distinctă (sau înfăşurarea care echivalează efectul penelor de fixare ale înfăşurărilor rotorice), în cazul cînd elementele sale se aşază doar în crestăturile din axa longitudinală, poate fi echivalată, conform indicaţiilor din [5], cu două înfăşurări dispuse în cele două axe longitudinale ale maşinii, cu număr de spire înseriate identic,

dar cu distribuții spațiale diferite. Factorul de bobinaj și coeficientul de formă ai cîmpului pentru înfășurările din cele două axe se determină cu expresiile

$$k_{wd} = k_{we}\,; \quad k_{d_1} = k_{e_1}, \tag{4}$$

$$k_{wq} = \frac{4p}{Z} \cdot \frac{\sin^2 \frac{Z}{4p} \cdot \frac{t}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{t}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}} \tag{5}$$

sau

$$k_{wq} = \frac{\sin^2 \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{\pi}{2}}{\frac{\gamma}{2} \cdot \frac{\pi}{2}} \tag{5'}$$

și

$$k_{q_1} = \frac{4}{\pi} \cdot k_{wq}, \tag{6}$$

unde k_{q_1} se definește pentru fundamentală în premisa repartiției triunghiulare a cîmpului determinat de înfășurarea de amortizare echivalentă transversală pentru zona definită de $\gamma\tau$ și a neglijării influenței crestării diferite a rotorului în cele două axe.

Dacă se consideră egalitatea undelor fundamentale ale cîmpurilor magnetice definite de solenația indusului și, respectiv, de solenația înfășurărilor rotorice, coeficienții de raportare a parametrilor rotorici (impedanțe, rezistențe, reactanțe) la stator în cazul mașinilor cu poli înecați au expresiile

$$k_{rd} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{w_a \cdot k_{wa}}{2p \cdot w_{rd} \cdot k_{wrd}} \right)^2 \tag{7}$$

pentru axa longitudinală și

$$k_{rq} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{w_a \cdot k_{wa}}{2p \cdot w_{rq} k_{wrq}} \right)^2 \tag{8}$$

pentru axa transversală.

În relațiile (7) și (8), m reprezintă numărul de faze ale înfășurării indusului, w_a, k_{wa} numărul de spire înseriate pe fază, respectiv factorul de bobinaj al înfășurării indusului, w_{rd}, w_{rq} numărul de spire înseriate pe pol ale înfășurării rotorice considerate, iar k_{wrd}, k_{wrq} factorii de bobinaj definiți de relațiile (2), (4) și (5).

Pentru calculul rezistenţelor înfăşurărilor de amortizare, respectiv al celor ce echivalează efectul amortizant al penelor de fixare, se pot utiliza următoarele expresii de calcul:

$$r_{kd} \simeq Z \cdot \rho_{kd} \left(\frac{l_b}{S_b} + \frac{2\tau}{3S_i} \right) \quad [\Omega], \tag{9}$$

$$r_{kq} = Z \cdot \rho_{kq} \left(\frac{l_b}{S_b} + \frac{\tau}{3S_i} \right) \quad [\Omega], \tag{10}$$

indicate în [5]. În (9) şi (10) l_b, S_b reprezintă lungimea, respectiv secţiunea barelor de amortizare, iar S_i secţiunea elementelor de scurtcircuitare.

c) În cazul înfăşurărilor de amortizare cu repartiţie relativ simetrică la periferia rotorului sau a penelor de fixare cu repartizare simetrică, unda tensiunii magnetice a întrefierului poate fi considerată sinusoidală. Raportarea înfăşurărilor respective se efectuează ca în cazul maşinii asincrone cu rotorul în scurtcircuit (echivalarea curent adoptată), cînd, pentru $m_k = Z$; $k_{wd} = k_{wq} = 1$; $k_{d_1} = k_{q_1} = 1$ $w_k = 0{,}5$, coeficientul de raportare al impedanţelor are expresia

$$k_{rd} = k_{rq} = \frac{m}{m_k} \cdot \left(\frac{w_a \cdot k_{wa}}{w_k} \right)^2, \tag{11}$$

iar

$$r_{kd} = r_{kq} \simeq \rho_k \cdot \left(\frac{l_b}{S_b} + \frac{D_r \cdot Z}{2\pi p^2 \cdot S_i} \right) \quad [\Omega]. \tag{12}$$

Pentru raportarea parametrilor înfăşurărilor rotorice la indus şi exprimarea lor în unităţile de referinţă adoptate pentru indus (valorile nominale ale tensiunii şi curentului pe fază din indus, respectiv puterea nominală) prezintă interes reţinerea expresiei reactanţei reacţiei indusului în axa longitudinală x_{ad} şi a permeanţei corespunzătoare fundamentalei cîmpului Λ:

$$x_{ad} = 2mf \cdot \frac{\mu_0 D_i l_i}{k_c \cdot \delta} \cdot \frac{w_a^2 \cdot k_{wa}^2}{p^2} \cdot k_{d_1} \quad [\Omega], \tag{13}$$

$$\Lambda = 4\mu_0 f \cdot \frac{D_i l_i}{k_c \cdot \delta \cdot p^2} \quad [\Omega]. \tag{14}$$

În relaţiile (13) şi (14) k_c reprezintă factorul întrefierului, iar k_{d_1} coeficientul de formă a cîmpului indusului (pentru turbogeneratoare $k_{d_1} \simeq 1$).

2.2.2. La punctul 1 s-a definit x_{ek} ca reactanţa corespunzătoare cîmpului de scăpări ale cărui linii se înlănţuie simultan cu elementele

înfăşurării de excitaţie şi ale înfăşurării de amortizare în axa longitudinală (fig. 5).

Notînd cu w_e, w_{kd}, k_{we}, k_{wd} numărul de spire înseriate pe pol, respectiv factorii de bobinaj ai înfăşurărilor de excitaţie şi de amortizare,

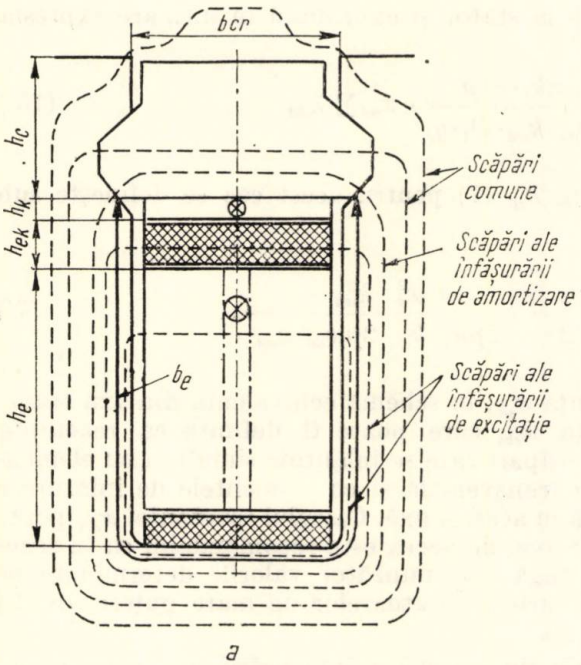


Fig. 5. — Schiţa crestăturilor rotorice din axa longitudinală şi transversală.

cu q_e numărul de crestături rotorice pe pol (crestături în care se găsesc dispuse elemente ale celor două înfăşurări considerate), reactanţa x_{ek} are următoarea expresie :

$$x_{ek} = 4\pi f \cdot \mu_0 \cdot \frac{2pw_e \cdot 2pw_{kd}}{p \cdot q_e} \cdot l_i \sum \lambda_{ek} \quad [\Omega], \tag{15}$$

în care

$$\sum \lambda_{ek} = \lambda_c + \lambda_{cd} + \lambda_\delta, \tag{16}$$

iar coeficientul permeanţei crestăturii λ_c, cel al capetelor de dinţi λ_{cd} şi cel corespunzător scăpărilor diferenţiale λ_δ se calculează cu relaţiile

$$\lambda_c = \frac{h_c}{b_{cr}}; \qquad \lambda_{cd} \simeq 0{,}2 + \frac{\delta}{t_e},$$

$$\lambda_\delta \simeq q_e \cdot \frac{\pi D_r}{2p} \cdot \frac{k_{we} \cdot k_{wd}}{\pi^2} \cdot \frac{\tau_\delta}{\delta}, \tag{17}$$

unde t_e reprezintă pasul crestăturilor rotorice din axa longitudinală, D_r diametrul armăturii rotorice, iar τ_δ coeficientul de calcul al scăpărilor deferenţiale; τ_δ pentru turbogeneratoare de mare putere se poate aprecia între limitele 0,003 şi 0,005. Semnificaţia celorlalte notaţii rezultă din figura 5.

Reactanţa x_{ek}, raportată la stator şi exprimată în u.r., are expresia

$$x_{ek} = \frac{\pi k_c \cdot \delta \cdot p}{k_{we} \cdot k_{wd} \cdot D_i \cdot q_e} \cdot x_{ad} \sum \lambda_{ek}, \tag{15'}$$

unde coeficientul de raportare k_{rd} (7) pentru acest caz se defineşte sub următoarea formă:

$$k_{rd} = \frac{m}{2} \cdot \frac{w_a^2 \cdot k_{wa}^2}{2pw_e \cdot k_{we} \cdot 2pw_{kd} \cdot k_{wd}}. \tag{7'}$$

Prin analogie cu reactanţa x_{ek}, în schema echivalentă din axa transversală s-a introdus reactanţa x_{ekq} care poate fi definită ca reactanţa corespunzătoare cîmpului de scăpări care se înlănţuie simultan cu elementele înfăşurării de amortizare transversală şi cu elementele de înfăşurare care echivalează coaja rotorică în aceeaşi axă. Calculul reactanţei x_{ekq} poate conduce doar la valori orientative, de aceea este recomandabil ca în schemele echivalente x_{ekq} să se aleagă corespunzător valorile determinate pe cale experimentală; în cazul turbogeneratoarelor de mare putere, în [2] se recomandă $x_{ekq} \simeq 0{,}05$ (u.r.).

2.2.3. Calculul reactanţei de scăpări a înfăşurării de excitaţie $x_{e\sigma}$ sau a înfăşurării de amortizare $x_{kd\sigma_1}$ cînd aceasta se dispune ca înfăşurare distinctă doar în crestăturile din axa longitudinală urmează să aibă în vedere înlănţuirea liniilor cîmpului de scăpări în conformitate cu figura 5*a*. Deci expresiile de calcul vor avea formă analogă expresiei (15'):

$$x_{e\sigma} = \frac{\pi \cdot k_c \cdot \delta \cdot p}{k_{we}^2 \cdot D_i \cdot q_e} \cdot x_{ad} \sum \lambda_e \qquad \text{(u.r.)}, \tag{18}$$

$$x_{kd\sigma_1} = \frac{\pi \cdot k_c \cdot \delta \cdot p}{k_{wd}^2 \cdot D_i \cdot q_e} \cdot x_{ad} \sum \lambda_k \qquad \text{(u.r.)}, \tag{19}$$

$$x_{kq\sigma_1} = \frac{\pi k_c \cdot \delta \cdot p}{k_{wq}^2 \cdot D_i \cdot q_e} \cdot x_{ad} \sum \lambda_k \qquad \text{(u.r.)}. \tag{20}$$

Coeficienţii permeanţei specifice se calculează considerînd indicaţiile rezultate din figura 5*a*:

$$\sum \lambda_e = \lambda_{ec} + \lambda_{ecb}, \tag{21}$$

unde coeficienții permeanței crestăturii λ_{ec} și ai capetelor de bobină λ_{ecb} pentru înfășurarea de excitație se determină cu expresiile

$$\lambda_{ec} = \frac{h_e}{3b_{cr}} + \frac{h_{ek}}{b_{cr}}, \tag{22}$$

$$\lambda_{ecb} \simeq \frac{0{,}32 \cdot q_e \cdot D_r}{p.l_r}.$$

Pentru înfășurarea de amortizare avem

$$\Sigma\lambda_k = \lambda_{kc} + \lambda_{kcb}, \tag{23}$$

unde

$$\lambda_{kc} = \frac{h_k}{3b_{cr}}, \tag{24}$$

$$\lambda_{kcb} \simeq \frac{0{,}32 \cdot q_k \cdot D_r}{2pl_r}. \tag{25}$$

În cazul cînd înfășurarea de amortizare formează o colivie în scurt-circuit cu barele dispuse în crestăturile rotorice distribuite relativ uniform pe întreaga periferie rotorică (q_k reprezentînd numărul total de crestături pe pol), se poate considera

$$x_{kd\sigma_1} \simeq x_{kl\sigma_1} = x_{k\sigma_1}, \tag{26}$$

unde

$$x_{k\sigma_1} = \frac{2\pi k_c \cdot \delta \cdot p}{D_i \cdot q_k}\, x_{ad} \Sigma\, \lambda_k, \tag{27}$$

iar

$$\Sigma\, \lambda_k = \lambda_{kc} + \lambda_{kcb} + \frac{q_k - q_e}{q_k} (\lambda_{kcq} + \lambda_{kcd} + \lambda_{k\delta}). \tag{28}$$

Coeficientul permeanței crestăturii λ_{kcq} al capetelor de dinți λ_{kcd} și cel corespunzător scăpărilor diferențiale pentru elementele de înfășurare din axa transversală $\lambda_{k\delta}$ se determină cu expresiile (fig. 5*b*)

$$\lambda_{kcq} = \frac{h_{c_2}}{b_{cq}}; \quad \lambda_{kcd} \simeq 0{,}2 + \frac{\delta}{2t_{ck}},$$

$$\lambda_{k\delta} \simeq (q_k - q_c) \frac{\pi D_r}{2p} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{\tau_\delta}{\delta}. \tag{29}$$

2.2.4. Calculul rezistenței înfășurării de excitație r_e și a înfășurării de amortizare r_{kd_1}, r_{kq_1} se face cu ajutorul expresiilor de calcul curent utilizate în literatură. Dacă se notează cu ρ_e rezistivitatea și cu l_{we}, S_e lungimea medie, respectiv secțiunea unei spire a înfășurării de excitație, și se au în vedere expresiile (7), (13) și (14), expresia rezistenței r_e se poate pune sub forma

$$r_e = \rho_e \cdot \frac{l_{we}}{pq_e \cdot S_e \cdot k_{we}^2} \cdot \frac{x_{ad}}{\Lambda} \quad \text{(u.r.)}, \tag{30}$$

unde x_{ad} se exprimă în u.r.

Expresiile rezistențelor r_{kd_1}, r_{kq_1} se stabilesc sub o formă analogă, considerînd relațiile (7)—(10) sau (11) și (12); în ultimul caz, al înfășurărilor de amortizare simetrice, se obține

$$r_{kd_1} \simeq r_{kq_1} \simeq \frac{4\rho_k}{p}\left(\frac{l_b}{q_k \cdot S_b} + \frac{D_r}{\pi p S_i}\right)\frac{x_{ad}}{\Lambda} \quad (u.r.). \tag{31}$$

Rezistențele penelor de fixare, r_{pd}, r_{pq} (fig. 4), se calculează cu expresii analoge expresiilor stabilite pentru rezistențele înfășurărilor de amortizare, în care efectul elementelor de scurtcircuitare frontale se neglijează; în cazul penelor cu distribuție pe întreaga periferie a armăturii se obține

$$r_{pd} \simeq r_{pq} = \frac{4\rho_q}{p} \cdot \frac{l_p}{q_k \cdot S_p} \cdot \frac{x_{ad}}{\Lambda} \quad \text{(u.r.)}. \tag{32}$$

2.2.5. Aprecierea influenței rotorului masiv asupra caracteristicilor mașinii la funcționarea în asincron prezintă interes îndeosebi în cazul mașinilor neechipate cu înfășurări de amortizare.

De regulă, calculul parametrilor care intervin în schema echivalentă (fig. 4), r_{rd}, $x_{rd\sigma}$, r_{fd}, $x_{fd\sigma}$, se efectuează considerînd armătura rotorică fără crestături; ulterior, prezența crestăturilor se poate aprecia prin introducerea unor noi circuite echivalente [3].

Efectul armăturii rotorice fără crestături, supusă influenței unei unde a cîmpului — fundamentala cîmpului — , se apreciază prin considerarea unei colivii simetrice ale cărei bare sînt scurtcircuitate în zonele frontale; numărul de bare se ia egal cu numărul total de crestături, uniform repartizate la periferia rotorului, $2pq_k$.

În aceste condiții, notînd cu

$$\Delta = \frac{\Delta_n}{\sqrt{s}} \tag{33}$$

adîncimea de pătrundere a cîmpului, unde Δ_n reprezintă aceeași mărime la frecvența de magnetizare, $f = f_n$, expresia impedanțelor caracteristice

a coliviei echivalente Z_{rd}, Z_{rq} se obține prin (29) unde se fac înlocuirile:

$$\rho_k = \rho_{Fe}\,;\; l_b = l_r,$$

iar secțiunile S_b și S_i au expresiile

$$S_b = \frac{\pi D_r}{2pq_k} \cdot \frac{\Delta_n}{\sqrt{s}} \tag{34}$$

$$S_i \simeq D_{cr} \cdot \frac{\Delta_n}{\sqrt{s}}.$$

În (32), conform indicațiilor din [1], D_{cr} reprezintă diametrul armăturii rotorice măsurat la baza crestăturilor. Introducînd în (29) mărimile definite de (31) și (32), se obține

$$Z_{rd} = Z_{rq} = \frac{\rho_{Fe} \cdot \sqrt{s}}{\pi \Delta_n} \cdot \frac{x_{ad}}{\Delta} \cdot \left[\frac{8l_r}{D_r} + \frac{4D_r}{p^2 \cdot D_{cr}}\right](1 + j\alpha). \tag{35}$$

În expresia (33), pentru corpurile feromagnetice, în cazul efectului pelicular net, α se poate considera egal cu circa 0,5.

Parametrii corespunzători schemei echivalente reprezentate în figura 4 rezultă prin identificare și se definesc prin expresiile

$$r_{rd}(s) \simeq r_{rq}(s) = \rho_{Fe} \cdot \frac{8l_r}{\pi D_r \cdot \Delta_n} \sqrt{s} \cdot \frac{x_{ad}}{\Lambda} \quad \text{(u.r.)}, \tag{36}$$

$$x_{rd\sigma}(s) \simeq x_{rq\sigma}(s) = \rho_{Fe} \cdot \frac{8l_r}{\pi D_r \cdot \Delta_n} \sqrt{s}\, \alpha \frac{x_{ad}}{\Lambda} \quad \text{(u.r.)}, \tag{37}$$

$$r_{fd}(s) \simeq r_{fq}(s) = \rho_{Fe} \cdot \frac{4D_r}{p^2 \pi D_{cr} \cdot \Delta_n} \sqrt{s} \cdot \frac{x_{ad}}{\Lambda} \quad \text{(u.r.)}, \tag{38}$$

$$x_{fd\sigma}(s) \simeq x_{fq\sigma}(s) = \rho_{Fe} \cdot \frac{4D_r}{p^2 \pi D_{cr} \cdot \Delta_n} \sqrt{s}\, \alpha \frac{x_{ad}}{\Lambda} \quad \text{(u.r.)}. \tag{39}$$

Dificultatea principală a calculului parametrilor rotorici, definiți de relațiile (34)—(37), apare la determinarea adîncimii de pătrundere a cîmpului Δ, care este funcție de saturația miezului feromagnetic rotoric; saturația miezului rotoric depinde, la rîndul ei, de cîmpul magnetic și implicit de mărimile care urmează a fi determinate cu ajutorul schemei echivalente adoptate. Determinarea lui Δ se poate face prin aproximații

succesive în modul următor : pentru o valoare a alunecării s se determină Δ cu ajutorul expresiei aproximative [1], [2] :

$$\Delta \simeq \sqrt{\frac{A}{100\,fs}} \quad \text{(cm)}, \tag{40}$$

unde A, pînza de curent definită pentru curentul I al indusului, se exprimă în A/cm, iar frecvenţa de magnetizare f în Hz. Se determină parametrii schemei echivalente şi se calculează curentul I_r prin ramura schemei echivalente, caracterizată de parametrii r_{rd}, $x_{rd\sigma}$ etc. (fig. 4) ; se recalculează Δ într-o a doua aproximaţie cu ajutorul expresiei (38), în care A ia valoarea A_1, unde

$$A_1 = A \cdot \frac{I_r}{I}. \tag{41}$$

După cîteva aproximaţii succesive (de regulă două sau trei) se stabileşte valoarea aproximativă a adîncimii de pătrundere a cîmpului. Rezultate suficient de „exacte" — în fapt calculul tuturor parametrilor rotorici urmează a fi considerat ca un calcul orientativ — se pot obţine (în cazul miezurilor slab saturate) dacă Δ se ia egal cu următoarea valoare aproximativă :

$$\Delta \simeq 0{,}75 \sqrt{\frac{A}{100\,\text{fs}}} \quad \text{(cm)}. \tag{40'}$$

La rezolvarea anumitor probleme se reuşeşte ca influenţa saturaţiei să se exprime sub formă analitică (vezi punctul 3.4.).

Este de remarcat că saturaţia miezului feromagnetic rotoric influenţează şi valorile celorlalţi parametri rotorici ; influenţa saturaţiei în aceste cazuri, de regulă limitată, poate fi apreciată diferit, conform indicaţiilor date în literatură [1], [3].

3. Structura schemei echivalente adoptate influenţează atît caracteristicile maşinii la funcţionarea în asincron, cît şi parametrii funcţionali — reactanţe tranzitorii, constante de timp etc. — definiţi pentru regimul de funcţionare sincron. În cele ce urmează se va urmări influenţa structurii schemei echivalente asupra caracteristicii mecanice a maşinii la funcţionarea în asincron.

3.1. Calculul caracteristicii mecanice $M = f(s)$ la funcţionarea maşinii sincrone în regim asincron se poate efectua în mod diferit. Conform indicaţiilor din [6], calculul poate fi efectuat ca la maşina asincronă, considerînd situaţia separat pentru cele două axe ale maşinii ; dacă se neglijează rezistenţa indusului şi se notează cu M_d, M_q cuplul electromagnetic dezvoltat în axa longitudinală, respectiv transversală, cuplul total al maşinii M este definit de relaţia

$$M = \frac{1}{2}(M_d + M_q). \tag{42}$$

Expresiile cuplurilor M_d și M_q se determină considerînd schemele echivalente din figura 3 pentru $r_a \simeq 0$. Prin scoaterea circuitului de magnetizare la borne (fig. 3*a*) se obține schema echivalentă transformată cu parametrii corectați, reprezentată în figura 6*a*. Coeficientul de corecție are expresia

$$c_1 = 1 + \frac{x_{d\sigma}}{x_{ad}}. \tag{43}$$

Pentru ușurința scrierii expresiilor de calcul, în figura 6*b* s-a reprezentat schema echivalentă prin utilizarea unor noi notații; expresiile parametrilor noi introduși rezultă direct din comparația celor două scheme.

Dacă se notează cu M_{de} cuplul corespunzător înfășurării de excitație, M_{dk_1}, M_{dk_2} cuplurile din axa longitudinală corespunzătoare înfășurării de amortizare și, respectiv, penelor și cojii periferice a armăturii rotorice, rezultă

$$M_d = M_{de} + M_{dk_1} + M_{dk_2} \tag{44}$$

sau, exprimînd cele trei componente în funcție de rezistențe și de curenți,

$$M_d = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 = \left[1 + \frac{r_2}{r_1}\cdot\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 + \frac{r_3}{r_1}\cdot\left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2\right]\cdot r_1 I_1^2. \tag{45}$$

Scriind rapoartele

$$\frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \frac{Z_1}{Z_2}; \quad \frac{\underline{I}_3}{\underline{I}_1} = \frac{Z_1}{Z_3}, \tag{46}$$

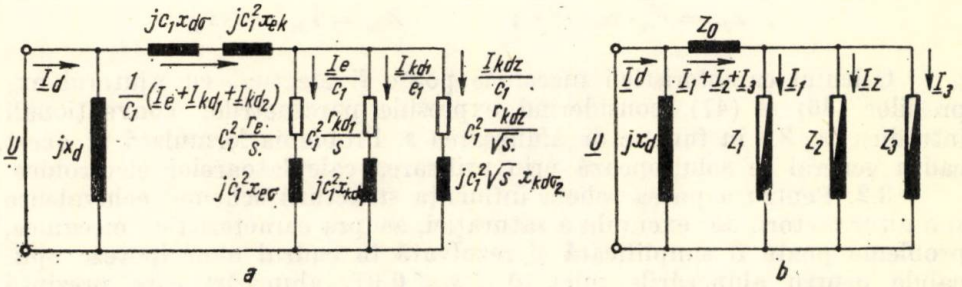


Fig. 6. — Schemele echivalente pentru calculul cuplului electromagnetic M_d.

se poate determina expresia curentului $\underline{I}_1$ sub forma

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{Z_1 + \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_3}\right) Z_0}. \tag{47}$$

Introducînd (44) şi (45) în (43), se obţine pentru cuplul următoarea expresie :

$$M_d = U^2 \frac{r_1 + \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 r_2 + \left(\frac{Z_1}{Z_3}\right)^2 r_3}{Z_1^2\left[1+x_0^2\left(\frac{1}{Z_1^2}+\frac{1}{Z_2^2}+\frac{1}{Z_3^2}\right)+2x_0\left(\frac{x_1}{Z_1^2}+\frac{x_2}{Z_2^2}+\frac{x_3}{Z_3^2}\right)+2x_0\left(\frac{r_1r_2+x_1x_2}{Z_1^2\cdot Z_2^2}+\right.\right.}$$

$$\left.\left.+\frac{r_2r_3+x_2x_3}{Z_2^2\cdot Z_3^2}+\frac{r_1r_3+x_1x_3}{Z_1^2\cdot Z_3^2}\right)\right] \qquad (48)$$

În mod analog se stabileşte expresia cuplului :

$$M_q = U^2 \frac{r_{2q} + \left(\frac{Z_{2q}}{Z_{3q}}\right)^2 \cdot r_{3q}}{Z_{2q}^2\left[1+x_{0q}^2\left(\frac{1}{Z_{2q}^2}+\frac{1}{Z_{3q}^2}\right)+2x_{0q}\left(\frac{x_{2q}}{Z_{2q}^2}+\frac{x_{3q}}{Z_{3q}^2}\right)+2x_{0q}^2\frac{r_{2q}\cdot r_{3q}+x_{2q}\cdot x_{3q}}{Z_{2q}^2\cdot Z_{3q}^2}\right]}, \qquad (49)$$

unde, conform schemei din figura 3*b*,

$$c_{1q} = 1 + \frac{x_{q\sigma}}{x_{aq}}; \qquad r_{2q} = c_{1q}^2 \cdot \frac{r_{kq_1}}{s},$$

$$x_{0q} = c_{1q}\cdot x_{q\sigma} + c_{1q}^2 \cdot x_{ekq}; \qquad r_{3q} = c_{1q}^2 \cdot \frac{r_{kq_2}}{\sqrt{s}}, \qquad (50)$$

$$x_{2q} = c_{1q}^2 \cdot x_{kq\sigma_1}; \qquad Z_{2q} = r_{2q} + j\cdot x_{2q},$$

$$x_{3q} = c_{1q}^2 \cdot x_{kq\sigma_2}\cdot\sqrt{s}; \qquad Z_{3q} = r_{3q} + j\cdot x_{3q}.$$

Calculul caracteristicii mecanice poate fi efectuat cu ajutorul expresiilor (46) şi (47), considerînd expresiile parametrilor convenţionali introduşi (r_i, Z_i) în funcţie de alunecarea s. Problema formulată în acest cadru general se soluţionează prin utilizarea calculatoarelor electronice.

3.2. Pentru a putea reliefa influenţa structurii schemei echivalente şi a altor factori, de exemplu a saturaţiei, asupra caracteristicii mecanice, problema poate fi simplificată şi rezolvată în cadrul unor ipoteze aplicabile pentru alunecările mici ($0 \leqslant s \leqslant 0{,}01$, alunecări care prezintă interes practic pentru funcţionarea maşinii asincrone în regim asincron).

La alunecări mici, pentru valori ale parametrilor funcţionali caracteristice maşinilor turbogeneratoare de mare putere (puteri de ordinul sutelor de MW), se poate considera

$$Z_1 \simeq c_1^2 \frac{r_e}{s}; \qquad Z_2 \simeq c_1^2 \frac{r_{kd_1}}{s}; \qquad Z_3 \simeq c_1 \frac{r_{kd_2}}{s} \qquad (51)$$

și, ca atare, expresia (46) a cuplului M_d poate fi scrisă sub următoarea formă:

$$M_{d0} = U^2 \frac{s}{r_e} \cdot \frac{1 + \frac{r_e}{r_{kd_1}} + \frac{r_e}{\sqrt{s} \cdot r_{kd_2}}}{c_1^4 + s x_0^2 \left(\frac{1}{r_{kd_2}} + \sqrt{s} \frac{r_e + r_{kd_1}}{r_e \cdot r_{kd_1}} \right)^2 + \frac{2 x_0 s^2}{r_e^2 \cdot r_{kd_1}^2} (x_{e\sigma} \cdot r_{kd_1}^2 + x_{kd\sigma_1} \cdot r_e^2)} \cdot \tag{52}$$

La utilizarea expresiei (52) se vor avea în vedere următoarele:

a) în cazul cînd se neglijează efectul penelor de fixare a bobinajelor rotorice, pentru r_{kd_2} se va avea în vedere expresia

$$r_{kd_2} = r_{rd} + r_{fd}. \tag{53}$$

Cînd se consideră prezența penelor (vezi schema echivalentă din figura 4*a*), r_{kd_2} are următoarea expresie:

$$r_{kd_2} \simeq \sqrt{s} \cdot r_{fd} \frac{1 + \frac{r_{rd}}{r_{fd}} + \sqrt{s} \cdot \frac{r_{rd}}{r_{pd}}}{s \frac{r_{rd}}{r_{pd}} + \sqrt{s}}; \tag{54}$$

b) prima relație din (49) poate fi aplicată cu aproximație bună pentru alunecări $0 \leqslant s \leqslant 0{,}01$, cînd înfășurarea de excitație, la funcționarea în asincron, este conectată pe o rezistență de cîteva ori mai mare față de rezistența proprie. În caz contrar, (52) trebuie modificat, considerînd

$$z_1^2 = \frac{c_1^4 (r_e^2 + s^2 \cdot x_{e\sigma}^2)}{s^2}.$$

Expresia cuplului din axa transversală pentru alunecări mici se poate obține din (52), făcînd $r_e = \infty$ și înlocuind parametrii din axa longitudinală cu valorile caracteristice axei transversale, conform figurii 3*b* și 4*b*.

3.3. În figura 7 sînt reprezentate curbele $M_d = f(s)$ calculate pentru un turbogenerator de mare putere, $P = 200$ MVA. Curbele reprezentate scot în relief influența următorilor factori:

a) efectul penelor de fixare a bobinajelor rotorice; în figura 7*a* s-a reprezentat curba *1*, cînd se consideră efectul penelor, și curba *2*, cînd acesta se neglijează. Din comparația celor două curbe rezultă că prezența penelor conduce la o creștere a cuplului electromagnetic de ordinul procentelor (alunecări relativ mici) sau zecilor de procente (alunecări $s > 0{,}003$);

b) participarea fiecărei înfășurări din axa longitudinală la asigurarea cuplului M_d; în figura 7*b*, curbele *1*—*4* reprezintă cuplurile M_e, M_{kd_1}, M_{kd_2}, și, respectiv, M_d în cazul cînd se consideră prezența penelor

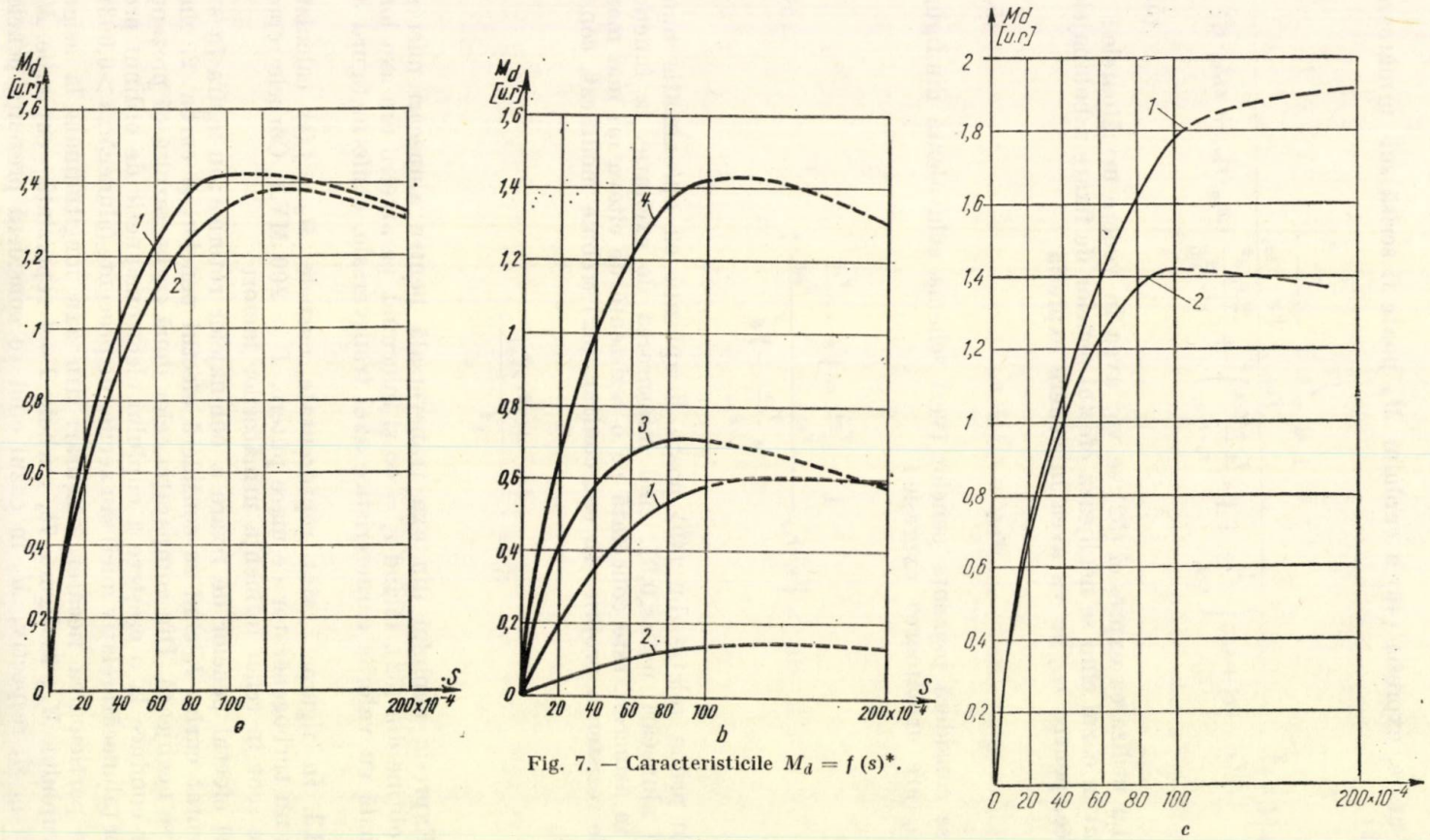


Fig. 7. — Caracteristicile $M_d = f(s)$*.

* Partea curbelor reprezentată punctat pentru $s > 0{,}01$ prezintă interes orientativ; pentru aceste alunecări, expresia simplificată (52) poate introduce erori importante;

rotorice. Din examinarea curbelor rezultă aportul important la realizarea cuplului total M_d de către coaja rotorică (curba *3*) îndeosebi la alunecări mici, de asemenea contribuţia, relativ mică, a înfăşurării de amortizare (curba *2*);

c) Influenţa structurii schemei echivalente adoptate asupra cuplului electromagnetic M_d; în figura *7c*, curba *1* reprezintă $M_d = f(s)$, calculat conform schemei clasice (fig. 1) pentru care $x_0 = c_1 \cdot x_{d\sigma}$, iar curba *2* $M_d = f(s)$ în cazul în care $x_0 = c_1 x_{d\sigma} + c_1^2 x_{ek}$, corespunzător schemei echivalente reprezentate în figura 3, respectiv în figura *6a*. Din comparaţia curbelor *1* şi *2* rezultă influenţa sensibilă a structurii schemei echivalente adoptate asupra caracteristicii mecanice, îndeosebi la alunecările cuprinse în intervalul $0{,}0036 < s < 0{,}02$.

3.4. Calculul caracteristicii mecanice $M_d = f(s)$, exemplificat la punctul 3.3, s-a efectuat pentru parametrii cojii rotorice determinaţi la o stare de saturaţie a miezului feromagnetic rotoric corespunzătoare cîmpului care se stabileşte la o pînză de curent $A = A_n$ (A_n pînza de curent corespunzătoare curentului indus nominal). În cadrul subpunctului 2.2.5 s-a indicat modul cum prin aproximaţii succesive se poate determina adîncimea de pătrundere a cîmpului în miezul rotoric Δ, considerîndu-se starea de saturaţie reală a rotorului.

Influenţa saturaţiei asupra cuplului dezvoltat de coaja rotorică, M_{kd_2}, se poate exprima analitic dacă se porneşte de la expresia adîncimii de pătrundere a cîmpului, scrisă sub forma

$$\Delta = \Delta_n \sqrt{\frac{I_{kd_2}}{s}}, \tag{55}$$

unde I_{kd_2} se exprimă în u.r., iar Δ_n, conform relaţiei (38), se determină pentru $s = 1$; $A = A_n$.

În aceste condiţii, dacă r_{kd_2} se determină corespunzător adîncimii de pătrundere a cîmpului Δ_n, iar curentul I_e se consideră practic independent de starea de saturaţie a armăturii rotorice (la $0 \leqslant s \leqslant 0{,}01$), eliminînd curentul I_{kd_2} din (55) şi (46), se obţine expresia cuplului M'_{kd_2} (la starea de saturaţie corespunzătoare curentului I_{kd_2}) sub următoarea formă aproximativă:

$$M'_{kd_2} = U^3 \frac{S}{r_{kd_2}^2} \cdot \frac{1}{\left[c_1^4 + s x_0^2 \left(\frac{1}{r_{kd_2}} + \sqrt{s} \cdot \frac{r_e + r_{kd_1}}{r_e \cdot r_{kd_1}}\right)^2 + \frac{2 x_0 s^2}{r_e^2 \cdot r_{kd_1}^2} \cdot (x_{e\sigma} \cdot r_{kd_1}^2 + x_{kd\sigma_1} \cdot r_e^2)\right]^{3/2}}. \tag{56}$$

Comparînd cuplul M'_{kd_2} dat de (56) cu M_{kd_2} definit de relaţia (52) — componenta proporţională cu $r_e/\sqrt{s} \cdot r_{kd_2}$ — pentru o stare de saturaţie a rotorului convenţională, determinată la $A = A_n$ — se observă că satu-

raţia corespunzătoare curentului I_{kd_2} are ca efect o modificare sensibilă a cuplului dezvoltat de coaja rotorică. În figura 8 se dau pentru comparaţie curbele cuplului $M_d = f(s)$ determinate pentru M'_{kd_2} calculat cu (56) (curba *1*) şi pentru M_{kd_2} calculat cu (52).

4. În lucrare s-a urmărit stabilirea principiilor de constituire a schemelor echivalente, precizarea metodicii de calcul a parametrilor funcţio-

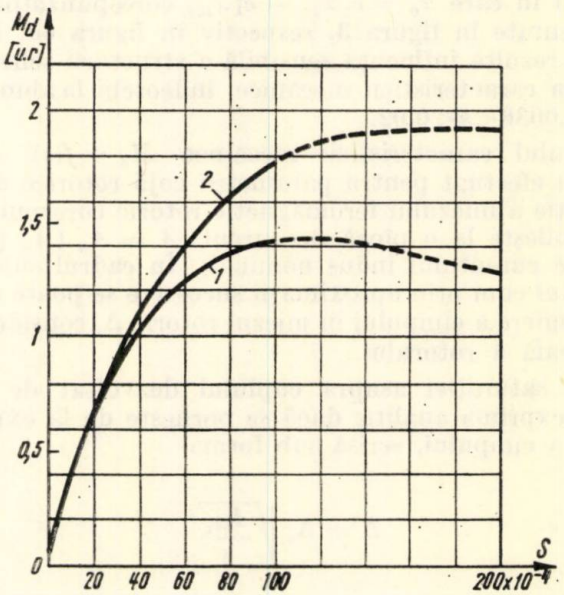


Fig. 8. — Influenţa saturaţiei asupra $M_d = f(s)$.

nali şi indicarea modului de determinare a caracteristicii mecanice la funcţionarea maşinii sincrone cu poli înecaţi în regim asincron.

Calculul caracteristicii mecanice poate fi efectuat exact prin apelarea la maşinile electronice de calcul sau aproximativ prin utilizarea unor expresii simplificate, cu o precizie suficient de bună în domeniul alunecărilor mici, caracteristice funcţionării în asincron a maşinilor sincrone turbogeneratoare de mare putere.

S-a scos în relief influenţa structurii schemei echivalente adaptate asupra caracteristicii mecanice. Starea de saturaţie a armăturii rotorice poate fi evaluată prin calcul suficient de exact prin considerarea cîmpului definit de pînza de curent, determinată de curenţii echivalenţi induşi în coaja periferică a armăturii rotorice.

Calculul parametrilor şi al caracteristicii mecanice la funcţionarea maşinii sincrone în regim asincron trebuie considerat ca un calcul orientativ, care poate fi utilizat doar la predeterminarea domeniului în care se vor încadra caracteristicile maşinii determinate ulterior pe cale experimentală. Situaţia semnalată este proprie tuturor metodelor de calcul indicate în literatură; pot interveni diferenţe doar în privinţa preciziei la determinarea domeniului definit.

BIBLIOGRAFIE

1. V. V. Titov, *Turbogheneratori — Rasciot i construcția — Energhia.* Leningradscoe otdelenie, 1967.
2. E. I. Kazovschii, *Anormalnie regimi raboti crupnih sinxronih mașin.* Izdatelstvo Nauca, 1969.
3. M. Canay, *Equivalent circuits of synchronous machines for calculating quantities of the rotor during transient processes and asynchronous starting* — Part. 1. Turbogenerators, Brown Boveri Review, 56, February, 1969.
4. C. Apetrei, M. Dogaru, *Analiza unor regimuri speciale de funcționare în circuitul de excitație al mașinii sincrone.* St. cerc. energ. electr., **21**, 2, 415—441 (1971).
5. R. Richter II, *Mașini electrice vol. II* — Editura tehnică, București, 1959.
6. B. Adkins, *The general theory of electrical machines.* Chapman and Hall Ltd., 1957.

ARBORE ELECTRIC CU RECUPERAREA MECANICĂ A ENERGIEI DE ALUNECARE

IULIAN ȚOPA

621.313.333

În lucrare se prezintă o nouă schemă de arbore electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare, utilizînd elemente semiconductoare de putere. Se deduc schema echivalentă, ecuațiile de funcționare și expresiile cuplurilor. Particularizarea formulelor cuplurilor conduce la expresiile cunoscute pentru arborele electric cu mașini auxiliare și pentru cel cu reostat comun.
Se prezintă rezultatele experimentale și se trasează caracteristicile $M_{I}/M_{cm} = f(\theta)$ și $M_{II}/M_{cm} = f(\theta)$.

Dezvoltarea elementelor semiconductoare de putere (diode cu siliciu și tiristoare) a permis reconsiderarea unor scheme de acționare electrică bazate pe recuperarea energiei de alunecare a motorului asincron. Plecînd de la principiul de recuperare pe cale mecanică a energiei de alunecare [1], în această lucrare se va prezenta schema și teoria arborelui electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare, utilizînd elemente semiconductoare de putere. Asemenea arbori se pot utiliza în sistemele de rotație sincronă de mare putere (acționarea ecluzelor, a macaralelor portuare etc.). Puterea mare a unor asemenea instalații face ca utilizarea arborelui electric cu reostat comun sau a arborelui electric cu mașini auxiliare să fie deficitară sub aspect economic și al dimensiunilor de gabarit.

1. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE

Schema arborelui electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare este reprezentată în figura 1. Mașiile asincrone identice, MA_1 și MA_2, antrenează mașinile de lucru (mecanismele executoare) ML_1 și ML_2. Pe cei doi arbori (I și II) se găsesc montate și mașinile de curent continuu cu excitație separată MR_1 și MR_2, alimentate prin intermediul punții redresoare PR din circuitul rotoric comun al mașinilor principale MA_1 și MA_2. Spre deosebire de arborele electric cu reostat comun, această

schemă permite recuperarea energiei de alunecare, ceea ce este foarte important pentru acționările de putere mare și care necesită modificarea turației. Energia de alunecare este transformată în energie de curent continuu și apoi recuperată mecanic prin intermediul mașinilor MR_1 și

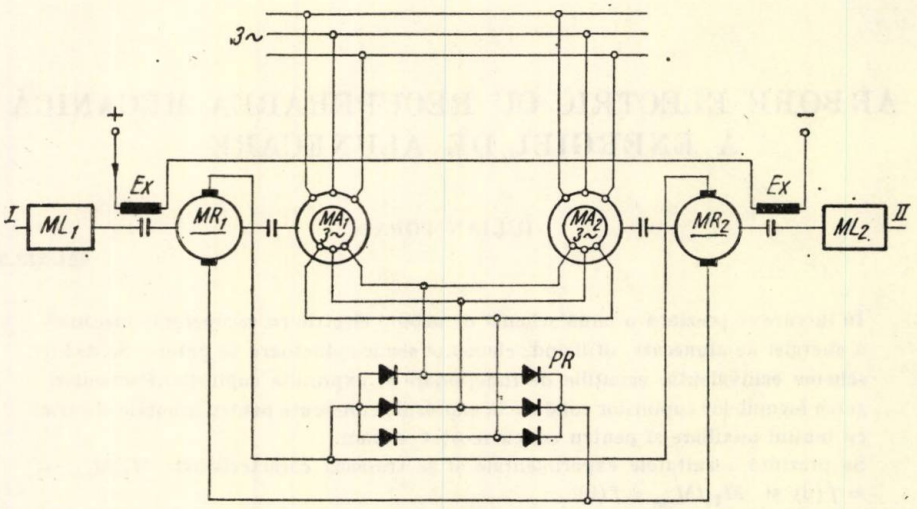


Fig. 1. — Schema arborelui electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare.

MR_2. Puterea mașinilor de curent continuu este jumătate din puterea motoarelor asincrone principale pentru gama de modificare a turației de 1 : 2.

Dacă cuplurile statice pe arborii I și II sînt egale, atunci tensiunile electromotoare și curenții rotorici pentru fiecare mașină asincronă sînt egali între ei. Unghiul de decalaj dintre cîmpul magnetic învîrtitor rotoric și statoric este același în ambele mașini asincrone. Curentul rotoric va avea valoarea necesară echilibrării sarcinii fiecărui motor. Dacă cuplurile statice pe cei doi arbori sînt diferite, în circuitul rotoric apar curenți de egalizare; componentele active ale acestora produc cupluri de egalizare a sarcinilor, permițînd astfel ca alunecarea să fie aceeași pentru cele două motoare principale de acționare.

2. PREMISE DE CALCUL

Semnificația indicilor cu care se vor scrie diversele mărimi este următoarea : primul indice se referă la circuitul mașinii, iar cel de-al doilea la arborele pe care este montată mașina. În cele ce urmează se consideră următoarele ipoteze simplificatoare : *a*) fluxul magnetic se consideră egal în ambele mașini asincrone; *b*) redresorul este constituit din diode ideale; *c*) rezistența suplimentară din circuitul rotorului motorului asincron este rezistența echivalentă, raportată la stator, cu care se exprimă rezistența indusului motorului de curent continuu [1]; *d*) se neglijează comutația

redresorului și saturația mașinilor de curent continuu; *e*) se consideră $\underline{c}_1 = c_1 = 1 + \frac{\underline{Z}\sigma_1}{\underline{Z}_m} = 1$ (pentru mașinile de putere mijlocie și mare $c = 1{,}01 \ldots 1{,}05$, ceea ce este admisibil).

3. SCHEMA ECHIVALENTĂ ȘI ECUAȚIILE DE FUNCȚIONARE

Cu ipotezele de mai sus, tensiunile electromotoare rotorice, raportate devin egale cu tensiunile de alimentare pe fază:

$$\underline{U}_{11} = \underline{U}'_{e21}; \quad \underline{U}_{12} = \underline{U}'_{e22}. \tag{1}$$

Fie cuplul static pe arborele I mai mare decît cel de pe arborele II ($M_{sI} > M_{sII}$). În acest caz, rotorul mașinii MA_1 rămîne în urma rotorului mașinii MA_2, cu un unghi θ. Ca și în cazul arborelui electric cu reostat comun, pot fi considerate următoarele tensiuni de alimentare pe fază: $\underline{U}_{11} = Ue^{j\theta}$ și $\underline{U}_{12} = U$[4]. Prin U s-a notat valoarea eficace a tensiunii aplicate pe fază în stator. Același defazaj va exista și între curenții rotorici $\underline{I}_{21}$ și $\underline{I}_{22}$ ai celor două mașini asincrone.

În cazul unui motor asincron cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare [1], imaginea în complex simplificat a tensiunii introduse în circuitul rotoric al motorului asincron, raportată la stator este

$$-\underline{U}'_2 = C_s \underline{U}_1, \tag{2}$$

unde C_s este un coeficient dependent de alunecare, iar $\underline{U}_1$ imaginea în complex simplificat a tensiunii aplicate pe fază statorului motorului asincron. Coeficientul C_s are expresia [1].

$$C_s = \frac{K_2(1 - s) K_u k}{s} \tag{3}$$

unde K_u reprezintă raportul dintre tensiunea de fază pe partea de curent alternativ și tensiunea pe partea de curent continuu a punții redresoare PR (fig. 1), iar k raportul de transformare a motorului asincron:

$$K_2 = \frac{U_{e0}}{U_1}. \tag{4}$$

În relația (4) U_{e0} este tensiunea electromotoare indusă în rotorul motorului de recuperare (MR) la viteza de sincronism a motorului asincron și corespunzătoare curentului de excitație i_e.

Rezistența echivalentă pe fază, raportată la stator, pe partea de curent alternativ cu care se exprimă rezistența indusului motorului de recuperare este dată de relația [1]

$$R'_{ea} = K_i K_u k^2 R_a, \tag{5}$$

unde K_i reprezintă raportul dintre valoarea medie a curentului redresat și valoarea efectivă a curentului rotorului motorului asincron, iar R_a rezistența indusului motorului de recuperare (MR).

Mașinile MA_1 și MA_2 fiind identice, rezultă $R_{11} = R_{12} = R_1$; $R'_{21} = R'_{22} = R'_2$; $X_{\sigma 11} = X_{\sigma 12} = X_{\sigma 1}$; $X'_{\sigma 21} = X'_{\sigma 22} = X'_{\sigma 2}$. Notînd $X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = X_c$ și $R_1 + \frac{R'_2}{s} = R_c$ rezultă $\underline{Z}'_c = R_c + jX_c$.

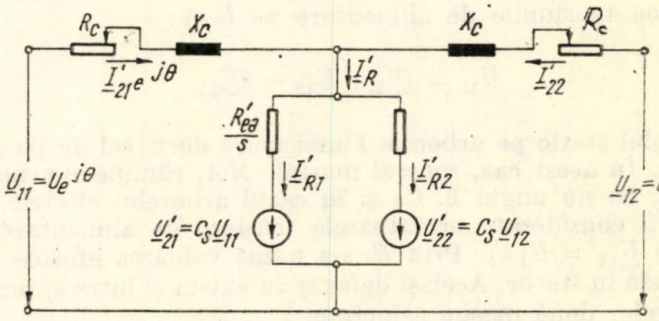


Fig. 2. — Schema echivalentă pe fază a arborelui electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare.

Utilizînd schema echivalentă a motorului asincron cu circuitul magnetizat scos la borne, în figura 2 este reprezentată schema echivalentă pe fază a arborelui electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare.

Din schema echivalentă rezultă cu ușurință

$$\underline{U}e^{j\theta} = \underline{Z}'_c\,\underline{I}'_{21}\,e^{j\theta} + \frac{R'_{ea}}{s}\,\underline{I}'_{R1} - C_s\underline{U}e^{j\theta}, \tag{6}$$

$$\underline{U} = \underline{Z}'_c\,\underline{I}'_{22} + \frac{R'_{ea}}{s}\,\underline{I}'_{R2} - C_s\,\underline{U}, \tag{7}$$

$$\underline{I}'_{R1} + \underline{I}'_{R2} = \underline{I}'_R = \underline{I}_{21}\,e^{j\theta} + \underline{I}'_{22}, \tag{8}$$

$$C_s\underline{U}e^{j\theta} - \frac{R'_{ea}}{s}\,\underline{I}'_{R1} = C_s\,\underline{U} - \frac{R'_{ea}}{s}\,\underline{I}'_{R2}. \tag{9}$$

4. EXPRESIILE CUPLURILOR

Pentru determinarea cuplurilor celor două mașini asincrone trebuie obținute expresiile componentelor active ale curenților rotorici $\underline{I}_{21}$ și $\underline{I}_{22}$.

Din ecuațiile (6), (7) și (9) rezultă

$$\underline{I}'_{21}\,e^{j\theta} = \frac{(1+C_s)Ue^{j\theta} - \dfrac{R'_{ea}}{s}\,\underline{I}'_{R1}}{\underline{Z}'_c}, \tag{10}$$

$$\underline{I}'_{22} = \frac{(1+C_s)U - \dfrac{R'_{ea}}{s}\,\underline{I}'_{R2}}{\underline{Z}'_c}, \tag{11}$$

$$\underline{I}'_{R2} = \underline{I}'_{R1} + \frac{C_s U(1-e^{j\theta})}{\dfrac{R'_{ea}}{s}}. \tag{12}$$

Introducînd relația (12) în (8) și ținînd seama de (10) și (11), se obține

$$\underline{I}'_{R1} = \frac{U}{2}\,\frac{(1+C_s)(1+e^{j\theta}) - \dfrac{C_s}{R'_{ea}}(1-e^{j\theta})(s\underline{Z}'_c + R'_{ea})}{\underline{Z}'_c + \dfrac{R'_{ea}}{s}}. \tag{13}$$

Înlocuind expresia (13) în (6), după efectuarea calculelor rezultă

$$\underline{I}'_{21} = U\,\frac{2\underline{Z}'_c + \dfrac{2R'_{ea}}{s} - (1+C_s)\dfrac{R'_{ea}}{s}(1+e^{-j\theta}) + C_s\left(\underline{Z}'_c + \dfrac{R'_{ea}}{s}\right)(1+e^{-j\theta})}{2\underline{Z}'_c\left(\underline{Z}'_c + \dfrac{R'_{ea}}{s}\right)}. \tag{14}$$

Relația (14) se poate pune și sub altă formă : adăugînd și scăzînd la numărător termenul $\underline{Z}'_c e^{-j\theta}$, după restrîngerea convenabilă a termenilor se obține

$$\underline{I}'_{21} = \frac{U}{2}\left[\frac{1-e^{-j\theta}}{\underline{Z}'_c} + \frac{(1+C_s)(1+e^{-j\theta})}{\underline{Z}'_c + \dfrac{R'_{ea}}{s}}\right]. \tag{15}$$

Componenta activă a curentului $\underline{I}'_{21}$ este

$$\underline{I}'_{21a} = \mathrm{Re}\,(\underline{I}'_{21}) = \frac{\underline{I}'_{21} + \underline{I}'^{*}_{21}}{2}, \tag{16}$$

unde $\underline{I}_{21}'^{*}$ este valoarea conjugată a curentului $\underline{I}_{21}'$. Rezultă

$$\underline{I}_{21}' = \frac{U}{2}\left[\frac{1-e^{j\theta}}{R_c+jX_c} + \frac{(1+C_s)(1+e^{-j\theta})}{R_c+\frac{R_{ea}'}{s}+jX_c}\right], \tag{17}$$

$$\underline{I}_{21}'^{*} = \frac{U}{2}\left[\frac{1-e^{j\theta}}{R_c-jX_c} + \frac{(1+C_s)(1+e^{j\theta}}{R_c+\frac{R_{ea}'}{s}-jX_c}\right]. \tag{18}$$

Înlocuind relațiile (17) și (18) în (16), după efectuarea tuturor calculelor, se obține

$$I_{21a}' = \frac{U}{2}\left\{\frac{R_c(1-\cos\theta)+X_c\sin\theta}{R_c^2+X_c^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1+C_s)\left[\left(R_c+\frac{R_{ea}'}{s}\right)(1+\cos\theta) - X_c\sin\theta\right]}{\left(R_c+\frac{R_{ea}'}{s}\right)^2+X_c^2}\right\}. \tag{19}$$

Din ecuația (9) se determină

$$\underline{I}_{R1}' = \underline{I}_{R2}' - \frac{C_s U(1-e^{j\theta})}{\frac{R_{ea}'}{s}}. \tag{20}$$

Introducînd relația (20) în (8) și ținînd seama de (10), și (11), se obține

$$\underline{I}_{R2}' = \frac{U}{2}\,\frac{(1+C_s)(1+e^{j\theta}) + \frac{C_s}{R_{ea}'}(1-e^{j\theta})(s\underline{Z}_c' + R_{ea}')}{\underline{Z}_c' + \frac{R_{ea}'}{s}}. \tag{21}$$

Dacă se înlocuiește (21), în (7), rezultă

$$\underline{I}_{22}' = U\,\frac{2\underline{Z}_c' + \frac{2R_{ea}'}{s} - (1+C_s)\frac{R_{ea}'}{s}(1+e^{j\theta}) + C_s\left(\underline{Z}_c' + \frac{R_{ea}'}{s}\right)(1+e^{j\theta})}{2\underline{Z}_c'\left(\underline{Z}_c' + \frac{R_{ea}'}{s}\right)}. \tag{22}$$

Adunînd şi scăzînd la numărătorul relaţiei (22) termenul $\underline{Z}'_c e^{j\theta}$, după efectuarea tuturor calculelor intermediare se obţine

$$\underline{I}'_{22} = \frac{U}{2}\left[\frac{1-e^{j\theta}}{\underline{Z}'_c} + \frac{(1+C_s)(1+e^{j\theta})}{\underline{Z}'_c + \frac{R'_{ea}}{s}}\right]. \tag{23}$$

Din relaţia (23) se calculează componenta activă:

$$I'_{22o} = \frac{U}{2}\left\{\frac{R_c(1-\cos\theta) - X_c\sin\theta}{R_c^2 + X_c^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1+C_s)\left[\left(R_c + \frac{R'_{ea}}{s}\right)(1+\cos\theta) + X_c\sin\theta\right]}{\left(R_c + \frac{R'_{ea}}{s}\right)^2 + X_c^2}\right\}. \tag{24}$$

Comportarea activă a curentului rotoric în funcţionarea uzuală ca motor cu rotorul în scurtcircuit este

$$I'_{2au} = U\frac{R_1 + \frac{R'_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_c^2} = U\frac{R_c}{R_c^2 + X_c^2}. \tag{25}$$

Dacă în circuitul rotoric se înseriază pe fază rezistenţa R_{ea}, se obţine

$$I'_{2aR} = U\frac{R_1 + \frac{R'_2 + R'_{ea}}{s}}{\left(R_1 + \frac{R'_2 + R'_{ea}}{s}\right)^2 + X_c^2} = U\frac{R_c + \frac{R'_{ea}}{s}}{\left(R_c + \frac{R'_{ea}}{s}\right)^2 + X_c^2}. \tag{26}$$

Fie s_c şi s'_c alunecările critice pe caracteristica mecanică naturală şi respectiv pe caracteristica reostatică cu o rezistenţă suplimentară R_{ea}, În aceste condiţii

$$s_c = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_c^2}}, \tag{27}$$

$$s'_c = \frac{R'_2 + R'_{ea}}{\sqrt{R_1^2 + X_c^2}}. \tag{28}$$

Termenii X_c/R_c și $X_c/R_c + \frac{R'_{ea}}{s}$ se pot pune și sub formele

$$\frac{X_c}{R_c} = \frac{s\sqrt{1-(as_c)^2}}{s_c(1+as)}, \tag{29}$$

$$\frac{X_c}{R_c + \frac{R'_{ea}}{s}} = \frac{s\sqrt{1-(a's'_c)^2}}{s'_c(1+a's)}. \tag{30}$$

În formulele (29) și (30), prin a și a' s-au notat rapoartele

$$a = \frac{R_1}{R'_2} \text{ și } a' = \frac{R_1}{R'_2 + R'_{ea}}.$$

Ținînd sema de (25), (26) și (29) (30), relațiile (19) și (24) se pot pune sub forma

$$I'_{21a} = \frac{1}{2}\left\{ I'_{2au}\left[1 - \cos\theta + \frac{s\sqrt{1-(as_c)^2}}{s_c(1+as)}\sin\theta\right] + \right.$$
$$\left. + I'_{2aR}(1+C_s)\left[1 + \cos\theta - \frac{s\sqrt{1-(a's'_c)^2}}{s'_c(1+a's)}\sin\theta\right]\right\}, \tag{31}$$

$$I'_{22a} = \frac{1}{2}\left\{ I'_{2au}\left[1 - \cos\theta - \frac{s\sqrt{1-(as_c)^2}}{s_c(1+as)}\sin\theta\right] + \right.$$
$$\left. + I'_{2aR}(1+C_s)\left[1 + \cos\theta + \frac{s\sqrt{1-(a's'_c)^2}}{s'_c(1+a's)}\sin\theta\right]\right\}. \tag{32}$$

Se notează

$$M_u = k_m \Phi I'_{2au} = \frac{2M_{cm}(1+as_c)}{\frac{s}{s_c} + \frac{s_c}{s} + 2as_c} \tag{33}$$

și

$$M' = k_m \Phi I'_{2aR} = \frac{2M_{cm}(1+a's'_c)}{\frac{s}{s'_c} + \frac{s'_c}{s} + 2a's'_c}. \tag{34}$$

Înmulțind relațiile (31) și (32) cu $k_m\Phi$ și ținînd seama de (33) și (34), se obțin următoarele expresii pentru cuplurile mașinilor arborelui :

$$M_{\mathrm{I}} = M_{cm}\left\{\frac{(1+as_c)\left[1-\cos\theta+\frac{s\sqrt{1-(as_c)^2}}{s_c(1+as)}\sin\theta\right]}{\frac{s}{s_c}+\frac{s_c}{s}+2as_c}+\right. \tag{35}$$

$$\left.+\frac{(1+C_s)(1+a's'_c)\left[1+\cos\theta-\frac{s\sqrt{1-(a's'_c)^2}}{s'_c(1+a's)}\sin\theta\right]}{\frac{s}{s'_c}+\frac{s'_c}{s}+2a's'_c}\right\},$$

$$M_{\mathrm{II}} = M_{cm}\left\{\frac{(1+as_c)\left[1-\cos\theta-\frac{s\sqrt{1-(as_c)^2}}{s_c(1+as)}\sin\theta\right]}{\frac{s}{s_c}+\frac{s_c}{s}+2as_c}+\right. \tag{36}$$

$$\left.+\frac{(1+C_s)(1+a's'_c)\left[1+\cos\theta+\frac{s\sqrt{1-(a's'_c)^2}}{s'_c(1+a's)}\sin\theta\right]}{\frac{s}{s'_c}+\frac{s'_c}{s}+2a's'_c}\right\}.$$

Influența mașinilor de recuperare MR_1 și MR_2 (fig. 1) este reprezentată prin cuplurile suplimentare

$$M'_{\mathrm{I}} = \frac{M_{cm}C_s\left[1+\cos\theta-\frac{s\sqrt{1-(a's'_c)^2}}{s'_c(1+a's)}\sin\theta\right]}{\frac{s}{s'_c}+\frac{s'_c}{s}+2a's'_c} \tag{37}$$

și

$$M'_{\mathrm{II}} = \frac{M_{cm}C_s\left[1+\cos\theta+\frac{s\sqrt{1-(a's'_c)^2}}{s'_c(1+a's)}\sin\theta\right]}{\frac{s}{s'_c}+\frac{s'_c}{s}+2a's'_c}. \tag{38}$$

Prin urmare, pe lîngă avantajul economic, schema arborelui electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare conduce la o mărire a cuplurilor.

Prin particularizarea relațiilor (35) și (36) pentru $C_s = 0$ (mașini de recuperare fără magnetism remanent și neexercitate) se obțin formulele arborelui electric cu reostat comun, reostatul comun avînd rezistența $\frac{R_{ea}}{2}$ pe fază, iar pentru $C_s = 0$, $R'_{ea} \to \infty$ și deci $s'_c \to \infty$ rezultă formulele corespunzătoare arborelui electric cu mașini auxiliare asincrone.

5. REZULTATE EXPERIMENTALE

Schema instalaţiei experimentale este reprezentată în figura 3.

Înainte de pornirea instalaţiei se aduc axele înfăşurărilor rotorice ale maşinilor MA_1 şi MA_2 în aceeaşi poziţie în raport cu axele cîmpurilor statorice. Pentru aceasta se alimentează monofazat statoarele motoarelor

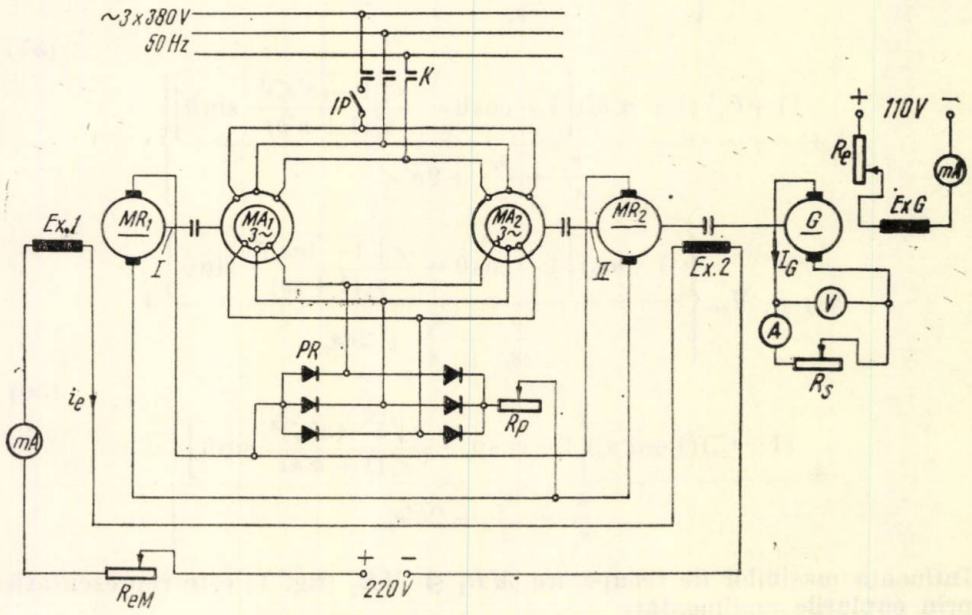


Fig. 3. — Schema instalaţiei experimentale.

asincrone (IP deschis şi contractorul K anclanşat). Pornirea instalaţiei se realizează prin anclanşarea contactorului K (întreruptorul IP închis) şi cu reostatul monofazat R_p de pe partea de curent continuu pe poziţia de rezistenţă maximă [5].

Maşinile instalaţiei experimentale au fost :

— motoarele asincrone (MA) de tip $M2$ —31—6 : 3kW ; 220/380 V ; 13,9/8 A ; 920 rot/min ; $\cos\varphi = 0{,}69$; $U_2 = 76$ V ; $I_2 = 26{,}3$ A ;

— motoarele de recuperare (MR) de tip CE 41 N ; $U_N = 220$ V ; $I_N = 19{,}5$ A ; 3 000 rot/min ; $i_{en} = 0{,}42$ A.

— generatorul (G) de tip GC_2Pa 44 a ; $U_N = 170$ V ; $I_N = 20$ A ; 1 500 rot/min.

Din datele de catalog şi din încercările motorului asincron au rezultat $k = \sqrt{20} = 4{,}47$; $R_1 = 1{,}87\Omega$; $R_2' = 2{,}27\Omega$; $X_{\sigma 1} = 2{,}18\Omega$; $X_{\sigma 2}' = 2{,}67\Omega$. Rezistenţa indusului maşinilor de recuperare la 75°C a fost $R_a = 0{,}7\ \Omega$. Din teoria redresării [6], pentru un redresor trifazat în punte se determină $K_u = 0{,}428$ şi $K_i = 1{,}22$. În aceste condiţii rezultă, conform relaţiei (5), $R_{ea}' = 7{,}309\Omega$. Cuplul critic al motorului asincron este $M_{cm} = 71{,}645$ N.m., iar alunecarea critică, calculată cu formula (27), este $s_c = 0{,}421$. Conform relaţiei (28), în care s-a considerat $X_c = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}' = 4{,}85\ \Omega$, rezultă $s_c' = 1{,}77$.

Pentru motoarele de recuperare MR (fig. 3) s-a determinat experimental caracteristica $U_{eo}=f(i_e)$, la $n=n_1=1\,000$ rot/min. Caracteristica este reprezentată în figura 4. Conform relației (4) se determină și variația $K_2=f(i_e)$, reprezentată în aceeași figură.

Folosind datele din diagrama $K_2=f(i_e)$ (fig. 4) cu ajutorul relației (3), se poate calcula variația coeficientului C_s în funcție de s pentru $i_e=$

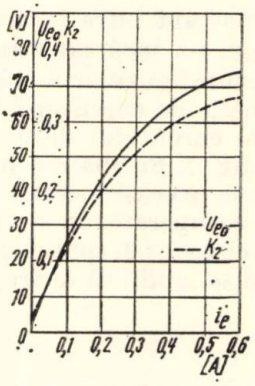


Fig. 4. — Caracteristicile $U_{eo}=f(i_e)$ și $K_2=f(i_e)$ pentru $n=n_1=1\,000$ rot/min.

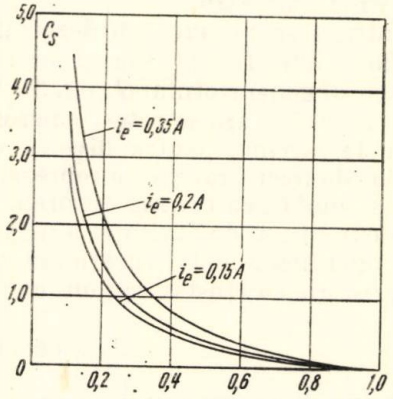


Fig. 5. — Caracteristicile $C_s=f(s)$ pentru: $i_e=0,15$ A; $i_e=0,2$ A; $i_e=0,35$ A.

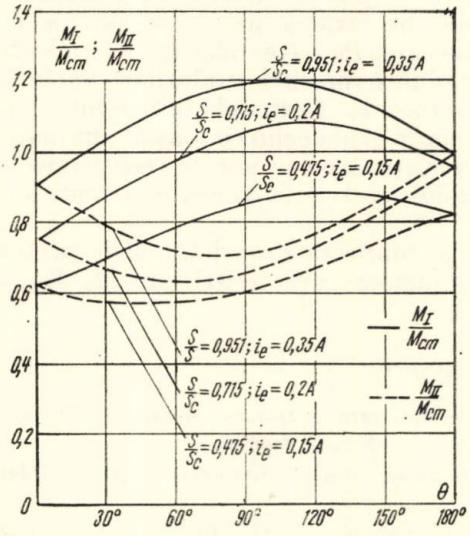


Fig. 6. — Caracteristicile $\frac{M_I}{M_{cm}}=f(\theta)$ și $\frac{M_{II}}{M_{cm}}=f(\theta)$ pentru: $\frac{s}{s_c}=0,475$ și $i_e=0,15$A; $\frac{s}{s_c}=0,715$ și $i_e=0,2$ A; $\frac{s}{s_c}=0,951$ și $i_e=0,35$ A.

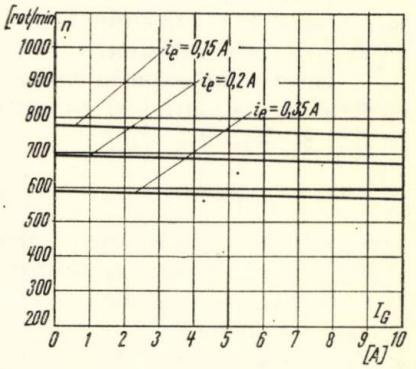


Fig. 7. — Caracteristicile $n=f(I_G)$ pentru: $i_e=0,15$ A; $i_e=0,2$A; $i_e=0,35$ A.

= const. Variaţia $C_s = f(s)$ pentru diversele valori ale curentului de excitaţie a maşinilor de recuperare este reprezentată în figura 5.

Cu ajutorul relaţiilor (35) şi (36) se pot calcula în valori relative cuplurile electromagnetice ale maşinilor asincrone MA_1 şi MA_2 (fig. 3) pentru $s/s_c = \text{const.}$ şi $i_e = \text{const.}$ Caracteristicile $M_I/M_{cm} = f(\theta)$ şi $M_{II}/M_{cm} = f(\theta)$ au fost reprezentate în figura 6. Calculele au fost efectuate la un calculator Olivetti Programma-101.

Pentru a se produce un dezechilibru important între încărcările de pe cele două axe, I şi II, ale arborelui electric, s-a încărcat numai axul II cu ajutorul generatorului G (fig. 3). Variaţia turaţiei celor două axe ale arborelui electric, care se rotesc sincron, în funcţie de curentul I_G al generatorului de sarcină, pentru diverse valori ale curentului de excitaţie a motoarelor de recuperare, este reprezentată în fig. 7. Se observă proprietatea de a se mofdifica turaţia arborelui electric la aceeaşi sarcină prin modificarea curentului de excitaţie a maşinilor de recuperare. În acest mod se obţine o modificare lină a turaţiei în gama de circa 1 : 2, spre deosebire de arborele electric cu reostat comun, unde turaţia se modifică în trepte.

6. CONCLUZII

Plecînd de la principiul recuperării mecanice a energiei de alunecare şi utilizînd elemente semiconductoare de putere, se prezintă o nouă schemă de arbore electric.

Cunoscîndu-se parametrii motoarelor asincrone de antrenare şi ai maşinilor de curent continuu, denumite maşini de recuperare, se poate deduce schema echivalentă simplificată, pe fază, a arborelui electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare. Pe baze schemei echivalente şi a ecuaţiilor de funcţionare se determină expresiile cuplurilor. Particularizarea acestor expresii generale conduce la formulele cunoscute ale cuplurilor arborelui electric cu reostat comun şi ale celui cu maşini auxiliare.

Prin modificarea curentului de excitaţie a maşinilor de recuperare se poate modifica continuu turaţia arborelui electric la valori constante ale cuplului static rezistent.

Încercările experimentale efectuate confirmă proprietatea de arbore electric a instalaţiei şi permite determinarea caracteristicilor $M_I/M_{cm} = f(\theta)$ şi $M_{II}/M_{cm} = (f(\theta)$.

BIBLIOGRAFIE

1. Iulian Ţopa, *Reglarea vitezei motoarelor asincrone prin recuperarea energiei de alunecare pe cale mecanică.* Electrotehnica, **17**, *12*, 455–461, (1969).
2. V. P. Andreev, I. A. Sabinin, *Osnovî elektroprivoda.* Moscova-Leningrad, Gosenergoizdat, 1963, 771.
3. N. V. Boţan ş.a., *Curs de acţionări electromecanice şi automatizări.* Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1962, 635.
4. Dorel Damsker, *Acţionarea electrică.* Bucureşti, Editura energetică de stat, 1955, 425.
5. I. Ţopa, *Cascada Krämer cu elemente semiconductoare în acţionările electrice.* Lucrările celei de a doua Conferinţe a electricienilor, VI, Secţia Acţionări electrice, I, Bucureşti, 23–26 septembrie 1969.
6. J. Schaefer, *Rectifier Circuits: Theory and Design.* New York-London, John Wiley and Sons, Inc., 1965, 343.

CARACTERISTICILE ELECTRICE ALE GENERATOARELOR MHD DE CURENT CONTINUU CU GAZE IONIZATE ÎN REGIM STAȚIONAR

C. I. MOCANU și I. DOGARU

538.312:537.56

Caracterizarea generatoarelor MHD de curent continuu cu gaze ionizate cu ajutorul puterilor specifice și al randamentului electric local, mărimi variabile în interiorul canalului, este nepotrivită pentru studiul comportării în rețea. În lucrare se arată că pentru orice mod de conexiune a electrozilor generatorul MHD admite o schemă echivalentă de tip Joubert. Se definesc tensiunile electromotoare și la borne și se calculează rezistența interioară, punînd în evidență creșterea acesteia ca urmare a anizotropiei plasmei. Se stabilesc diagrame globale cu ajutorul cărora se poate studia regimul staționar al generatoarelor MHD.

1. INTRODUCERE

Regimul permanent al generatoarelor magnetohidrodinamice într-un sistem energetic se poate studia cu ajutorul caracteristicilor externe, similare cu ale alternatoarelor. Pentru generatorul MHD cu gaze de combustie, nu este posibil, în general, separarea caracteristicilor generatorului de energie primară de ale generatorului de energie electrică, ca în cazul alternatorului. Conversia directă a energiei într-un canal MHD este descrisă de un sistem de ecuații din care nu pot fi deduse caracteristici termodinamice, gazodinamice și electromagnetice, depinzînd exclusiv de mărimi termice electrice și magnetice etc. Cu anumite aproximații, care privesc în principal separarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic de celelalte ecuații ale dinamicei plasmei, se pot stabili caracteristici electrice și magnetice atît în regim permanent, cît și în regim tranzitoriu, utilizînd forma macroscopică a ecuației conducției electrice în plasma monofluid.

În literatură [1]—[2], caracteristicile generatoarelor MHD sînt stabilite local, în funcție de intensitățile cîmpului electric, de densitățile curentului de conducție și de un factor local de sarcină.

Din punctul de vedere al sistemului energetic, generatorul MHD trebuie caracterizat, ca și alternatorul, prin mărimi exterioare de exci-

taţie şi de răspuns. Sistemul complet al răspunsurilor tranzitorii la diferite excitaţii de mărimi-treaptă, cum sînt viteza plasmei, inducţia magnetică etc., caracterizează generatorul MHD în orice regim de funcţionare, permanent sau tranzitoriu.

În această lucrare, pornind de la ecuaţia generalizată a conducţiei electrice în plasmă în ipoteza neglijării reacţiei magnetice a plasmei, se demonstrează că generatorul admite o schemă echivalentă de tip Joubert, în care tensiunea electromotoare corespunde inducţiei electromagnetice prin mişcare, iar rezistenţa interioară se defineşte pe modelul echivalent al unui canal MHD izotrop şi cu cîmp omogen. Se calculează factorul de creştere a rezistenţei interioare a plasmei din canalul MHD ca urmare a anizotropiei plasmei. Se arată că diagramele locale ale puterilor specifice şi ale randamentului electric, variabile în interiorul canalului MHD, nu sînt potrivite pentru caracterizarea regimurilor de funcţionare ale generatorului în reţea. Utilizînd forme integrale ale ecuaţiei conducţiei în plasmă, se definesc valori medii ale intensităţilor cîmpurilor electrice şi densităţii de curent şi se stabilesc diagrame globale pentru tensiune şi curent, pentru puterile interioară, utilă şi de pierderi prin efect electrocaloric. Acestor caracteristici le corespund în canalul izotrop cu cîmp omogen caracteristici locale, definite cu mărimi convenţionale de calcul. Cu ajutorul caracteristicilor externe stabilite în lucrare se poate studia regimul permanent de funcţionare al generatorului MHD în reţea. Într-o altă lucrare se va studia regimul tranzitoriu al generatoarelor MHD de curent continuu cu gaze ionizate.

2. ECUAŢIA GENERALIZATĂ A CONDUCŢIEI ELECTRICE ÎN PLASMĂ

Studiul macroscopic al electrodinamicii clasice a plasmei anizotrope, constituită din n fluide ionice şi neutre, se poate face fie cu n grupuri de ecuaţii ale celor n specii de fluide, fie cu $n-1$ grupuri de ecuaţii ale $n-1$ specii de fluide alese arbitrar şi cu grupul de ecuaţii ale plasmei monofluid [3]—[4].

În aproximaţia că plasma din canalul MHD, constituită din gaze de combustie, este omogenă şi bifluidă, fără viscozitate, iar forţele neelectromagnetice sînt neglijabile şi procesul de ionizare este stabilizat în sensul compensării sarcinilor rezultînd din procese de ionizare şi procese chimice ca urmare a recombinărilor, ecuaţia generalizată a conducţiei electrice în plasmă în regim variabil are forma [4]

$$\mathbf{J} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\alpha_{12}(\rho_1+\rho_2)}\left[-\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \left(\frac{\rho_{e1}^2}{\rho_1}+\frac{\rho_{e2}^2}{\rho_2}\right)(\mathbf{E}+\mathbf{u}\times\mathbf{B}) + \left(\frac{\rho_{e1}}{\rho_1}\mathbf{J}_1 + \frac{\rho_{e2}}{\rho_2}\mathbf{J}_2\right)\times\mathbf{B}\right] \quad (1)$$

în care

$\mathbf{J}_1$, $\mathbf{J}_2$, $\mathbf{J}$ reprezintă densităţile de curent ale fluidelor electronic şi ionic pozitiv, respectiv densitatea de curent a plasmei monofluid,

ρ_1, ρ_2 și ρ_{e1}, ρ_{e2} reprezintă densităţile de masă şi de sarcină electrică ale fluidelor,

α_{12} — coeficientul de proporţionalitate dintre forţa electromagnetică de interacţiune şi vitezele absolute sau de difuzie ale fluidelor,

$\mathbf{u}$ — viteza plasmei monofluid,

$\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ — intensitatea cîmpului electric în referenţialul fix şi inducţia magnetică.

Deoarece densitatea de masă ρ_1 a electronilor este mult mai mică decît a ionilor pozitivi ρ_2,

$$\rho_1 + \rho_2 = \sim \rho_2, \tag{2}$$

şi neglijînd alunecarea ionilor pozitivi în raport cu plasma monofluid, rezultă că în această aproximaţie viteza medie a plasmei $\mathbf{u}$ este egală cu viteza $\mathbf{u}_2$ a ionilor pozitivi :

$$\mathbf{u} = \frac{\rho_1 \mathbf{u}_1 + \rho_2 \mathbf{u}_2}{\rho_1 + \rho_2} = \sim \mathbf{u}_2. \tag{3}$$

În consecinţă, viteza de difuzie a ionilor pozitivi este nulă, $\mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 - \mathbf{u}$, şi deci densitatea de curent corespunzînd ionilor pozitivi este nulă, $\mathbf{J}_2 = \sim 0$, adică în plasma din canalul MHD curentul de conducţie este stabilit în principal de fluidul electronic :

$$\mathbf{J} \sim \mathbf{J}_1 = \rho_{e1} \mathbf{v}_1 ; \qquad \mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}. \tag{4}$$

Ţinînd cont de relaţiile (2)—(4), ecuaţia (1) se simplifică după cum urmează :

$$\mathbf{J} = - \tau \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \sigma_0 (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \beta_1 \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \tag{5}$$

în care τ e constanta de timp a densităţii de curent (datorată exclusiv inerţiei electronilor) :

$$\tau = \frac{\rho_1}{\alpha_{12}} \tag{6}$$

σ_0 e conductivitatea scalară a plasmei :

$$\sigma_0 = \frac{\rho_{e1}^2}{\alpha_{12}}, \tag{7}$$

şi β_1 e constanta lui Hall :

$$\beta_1 = \frac{|\rho_{e1}|}{\alpha_{12}}. \tag{8}$$

În regim staţionar, ecuaţia (5) are forma utilizată frecvent în literatură ca ecuaţie a conducţiei plasmei :

$$\mathbf{J} = \sigma_0 (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \beta_1 \mathbf{J} \times \mathbf{B}. \tag{9}$$

Pentru generatorul funcţionînd în gol (sarcina exterioară neconectată la electrozi), ecuaţia (9) devine

$$\mathbf{E}_0 + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = 0, \tag{10}$$

în care s-a notat cu $\mathbf{E}_0$ ($|\mathbf{E}| > |\mathbf{E}|$) intensitatea cîmpului electric în gol.

Ecuaţia (10) este similară cu ecuaţia echilibrului electrostatic în mediul conductor neomogen, în care cîmpul electric imprimat $\mathbf{E}'$ este cîmpul indus prin mişcare $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$, adică

$$\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' = 0. \tag{11}$$

3. TENSORUL CONDUCTIVITĂŢII ŞI TENSORUL CONSTANTEI DE TIMP A DENSITĂŢII DE CURENT

Notînd cu $\mathbf{E}^*$ intensitatea cîmpului electric în referenţialul plasmei în mişcare,

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}, \tag{12}$$

urmează că acesta e nenul numai pentru generatorul în sarcină.

Se consideră că în canalul MHD plasma se deplasează cu viteza constantă $\mathbf{u}$ şi la momentul $t = 0$ se aplică o inducţie magnetică-treaptă $\mathbf{B}1(t)$, în care s-a notat cu $1(t)$ funcţia treaptă a lui Heaviside. Din ecuaţiile (10) şi (11) rezultă un cîmp electric de intensitate-treaptă $\mathbf{E}_0 1(t) = -\mathbf{u} \times \mathbf{B}\, 1(t)$ (fig. 1). Dacă la momentul $t = t_1$ se conectează generatorul în sarcină, intensitatea cîmpului electric scade de la valoarea $\mathbf{E}_0 1(t)$ la valoarea de sarcină $|\mathbf{E}| < |\mathbf{E}_0|$ şi ecuaţia (9) devine

$$\mathbf{J}(t) = \sigma_0 |\mathbf{E}_0 (1(t) - 1(t-t_1)) + \mathbf{E}\, 1(t - t_1) + \mathbf{u} \times \mathbf{B}1(t)| - \beta_1 \mathbf{J}(t) \times \mathbf{B}1(t), \tag{13}$$

prin urmare densitatea de curent are o variaţie de forma treptei $\mathbf{J}\, 1(t-t_1)$. Deoarece densitatea de curent $\mathbf{J}$ e răspunsul la excitaţie-treaptă de cîmp magnetic, rezultă că variaţia-treaptă a densităţii de curent nu poate fi considerată decît ca un caz-limită.

În momentul conectării sarcinii ar rezulta în ecuaţia (6) că chiar şi pentru τ mic termenul $\tau \left.\dfrac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}\right|_{t = t_1} \to \infty$ şi, în consecinţă, densitatea de curent ar avea un salt Dirac (fig. 1).

În regim tranzitoriu, la conectarea generatorului în sarcină, ecuaţia generalizată a lui Ohm în regim variabil (6) pune în evidenţă întîrzierea densităţii de curent în raport cu funcţia treaptă.

Într-un sistem de coordonate carteziene în care fluidul se deplasează în direcţia ox şi inducţia magnetică e orientată în sens opus axei oz (fig. 2), ecuaţia (5) se descompune după cele trei axe în ecuaţiile

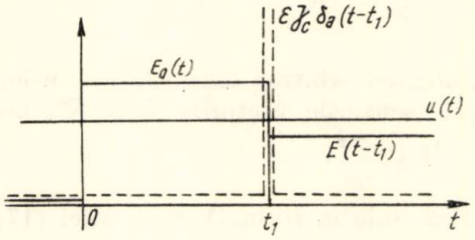


Fig. 1. — Diagramele intensităţilor cîmpurilor electric şi densităţii de curent.

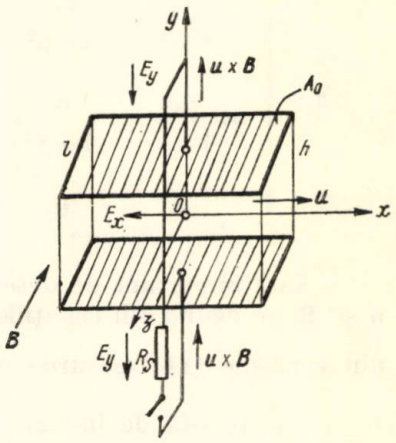


Fig. 2. — Canal MHD şi sensurile intensităţilor cîmpurilor electric şi magnetic.

$$J_x - \beta J_y = \sigma_0 E_x^* - \tau \frac{\partial J_x}{\partial t},$$

$$\beta J_x + J_y = \sigma_0 E_y^* - \tau \frac{\partial J_y}{\partial t}, \tag{14}$$

$$J_z = \sigma_0 E_z^* - \tau \frac{\partial J_z}{\partial t}$$

sau, sub formă matriceală,

$$\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \frac{1}{1+\beta^2} \begin{bmatrix} 1, & \beta, & 0 \\ -\beta, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 1+\beta^2 \end{bmatrix} \left\{ \sigma_0 \begin{bmatrix} E_x^* \\ E_y^* \\ E_z^* \end{bmatrix} - \tau \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} \right\}, \tag{15}$$

în care $E_z = E^*_z$, $J_z = 0$, iar cu β s-a notat parametrul lui Hall:

$$\beta = \beta_1 B. \tag{16}$$

Restrîns, sistemul de ecuaţii (15) se scrie sub forma

$$\mathbf{J} = \overline{\overline{\sigma}}\, \mathbf{E}^* - \overline{\overline{\tau}} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}, \tag{17}$$

în care $\bar{\bar{\sigma}}$ este tensorul conductivității și $\bar{\bar{\tau}}$ este tensorul constantei de timp a densității de curent:

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}, & \frac{\sigma_0\beta}{1+\beta^2}, & 0 \\ -\frac{\sigma_0\beta}{1+\beta^2}, & \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}, & 0 \\ 0, & 0, & \sigma_0 \end{bmatrix}; \quad \bar{\bar{\tau}} = \begin{bmatrix} \frac{\tau}{1+\beta^2}, & \frac{\tau\beta}{1+\beta^2}, & 0 \\ -\frac{\tau\beta}{1+\beta^2}, & \frac{\tau}{1+\beta^2}, & 0 \\ 0, & 0, & \tau \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Este important de observat că, alegînd arbitrar sensurile vectorilor **u** și **B**, se deduc din ecuațiile (10)—(12) sensurile vectorilor **E** și **E***, iar din ecuațiile (14) sensurile vectorilor **J** și $\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$.

La treaptă de inducție magnetică, soluția formală a ecuației (17) este

$$\mathbf{J} = \bar{\bar{\sigma}} (1 - e^{-t/\bar{\bar{\tau}}}) \mathbf{E}^*, \tag{19}$$

care pentru $t \to \infty$ trece în soluția cunoscută în literatură pentru regimul permanent:

$$\mathbf{J} = \bar{\bar{\sigma}} \mathbf{E}^*. \tag{20}$$

Observație. Din ecuațiile (6)—(8) rezultă următoarea relație între conductivitatea scalară σ_0, constanta β_1 și constanta de timp scalară τ:

$$\tau = \frac{\rho_1 \beta_1^2}{\sigma_0}; \tag{21}$$

Deoarece în generatoarele MHD $\rho_1 = \sim 10^{-11}$ kg/m^3 și $\sigma_0 = 10 - 10^2$ S/m, urmează că τ e de ordinul 10^{-11} și deci neglijabil chiar la frecvențe de ordinul sutelor de MHz [1]. Dacă se ține însă cont de contribuția ionilor, a căror inerție e mult mai mare, constanta de timp crește la 10^{-5}. Cu toate că și această valoare e mult prea mică pentru a fi luată în considerare într-un generator de curent continuu, totuși ea justifică prin intermediul inductanței interioare echivalente întîrzierea stabilirii curentului în raport cu inducția magnetică, a cărei variație se presupune treaptă. Urmează că întîrzierea curentului în raport cu tensiunea electromotoare se datorează în principal reacției magnetice a plasmei în raport cu care influența inerției purtătorilor de sarcină e neglijabilă.

4. CONSIDERAȚII CRITICE ASUPRA DIAGRAMELOR LOCALE FUNCȚII SPAȚIALE ALE GENERATOARELOR MHD

4.1. Ecuațiile și diagramele locale funcții spațiale

Performanțele generatoarelor MHD de curent continu cu diferite conexiuni ale electrozilor sînt studiate în literatură [1]—[2] cu diagrame locale ale intensităților cîmpului electric, densității de curent și puterilor interioară, utilă și de pierderi interioare prin efect electrocaloric și randamentului electric.

În regim staționar, cu $E_z = E^*_z = 0$ și $J_z = 0$, în aproximația problemei planparalele, mărimile de cîmp sînt independente de coordonata z. În sarcină, ecuațiile (12) și (15) au următoarele forme:

$$E^*_x(x, y) = -E_x(x, y); \qquad E^*_y = uB - E_y(x, y), \tag{22}$$

$$J_x(x, y) = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}[E^*_x(x, y) + \beta E^*_y(x, y)] =$$

$$= \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}[\beta uB - E_x(x, y) - \beta E_y(x, y)], \tag{23}$$

$$\mathbf{J}_y(x, y) = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}[-\beta E^*_x + E^*_y] = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}[\beta E_x(x, y) - E_y(x, y) + uB], \tag{24}$$

în care se consideră σ_0 și β constante.

Din ecuațiile (22)—(24) se deduc relațiile care definesc caracteristicile generatoarelor pentru diferite moduri de conexiuni. După modul de conexiune al electrozilor se disting diferite tipuri de generatoare: generatorul cu electrozi continui (fig. 3) are electrozii extinși pe toată suprafața și nu necesită conexiuni interioare. Segmentarea electrozilor permite realizarea unor conexiuni fie cu sarcini separate (fig. 4), fie cu o singură sarcină ca urmare a conectării electrozilor în serie sau în paralel sub diferite unghiuri φ, formate de planurile de conexiuni cu cîmpul indus.

Conexiunea-serie se obține conectînd cîte un electrod pozitiv cu un electrod negativ în montaj aval, primul și ultimul fiind conectați la bornele accesibile ale generatorului. Dacă unghiul φ format de planul conexiunii și cîmpul indus e diferit de zero, generatorul se numește cu electrozi segmentați și conexiune diagonală serie (fig. 6*a*). Dacă $\varphi = 0$, se obține generatorul cu conexiune Hall (fig. 5).

Conexiunea paralel rezultă conectînd sarcini distincte la fiecare pereche de electrozi conectați în montaj amonte (fig. 7*a*). Dacă unghiul de conexiune ψ e nul, se obține generatorul cu conexiune Faraday (fig. 4).

Conexiunile mixte sînt evitate datorită curenților de circulație interioară.

a. *Generator cu electrozi continui* (fig. 3), în care componenta longitudinală a cîmpului electric e nulă în fiecare punct din canal,

$$E_x = 0. \tag{25}$$

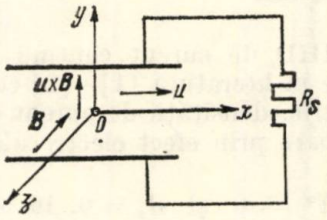


Fig. 3. — Generator cu electrozi continui.

Ţinînd cont de condiţia (25), ecuaţiile (22)—(24) devin

$$E_x(x, y) = 0\,;\; E_x^*(x, y) = 0\,;\; J_x(x, y) = \frac{\sigma_0 \beta u B}{1 + \beta^2}\,[1 - k_F'(x, y)], \tag{26}$$

$$E_y(x, y) = uBk_F'(x, y)\,;\; E_y^*(x, y) =$$

$$= uB[1 - k_F'(x, y)]\,;\; J_y(x, y) = \frac{\sigma_0 uB}{1 + \beta^2}\,[1 - k_F'(x, y)],$$

în care s-a notat cu $k_F'(x, y)$ raportul modulelor componentei $E_y(x, y)$ şi cîmpului indus uB, numit factorul Faraday de sarcină, subunitar în orice punct din canal şi egal cu unitatea la mersul în gol:

$$k_F'(x, y) = \frac{E_y(x, y)}{uB};\quad 0 \leqslant k_F'(x, y) \leqslant 1. \tag{27}$$

Cu formulele (26) se calculează densităţile de volum ale puterilor interioară p_i, utile p_u, de pierderi Joule p_j şi randamentului local η_e:

$$p_i(x, y) = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\,\mathbf{J} = uBJ_y(x, y) = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1 + \beta^2}\,[1 - k_F'(x, y)], \tag{28}$$

$$p_u(x, y) = -\,\mathbf{EJ} = E_y(x, y)\,J_y(x, y) =$$

$$= \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1 + \beta^2}\,k_F'(x, y)[1 - k_F'(x, y)]. \tag{29}$$

$$p_j(x, y) = p_i - p_u = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1 + \beta^2}\,[1 - k_F'(x, y)]^2, \tag{30}$$

$$\eta_e(x, y) = \frac{p_u(x, y)}{p_i(x, y)} = k_F'(x, y). \tag{31}$$

b. *Generator cu electrozi segmentați și conexiune Faraday* (fig. 4). Dacă segmentarea electrozilor e infinită și fiecare pereche de electrozi debitează pe rezistențe de sarcină R_S distincte, se anulează componenta longitudinală a densității de curent J_x :

$$J_x(x, y) = 0. \tag{32}$$

Din ecuațiile (22)—(24) rezultă relațiile

$$E_x(x, y) = \beta uB\,[1 - k'_F(x, y)];$$

$$E^*_x(x, y) = -\beta uB\,[1 - k'_F(x, y)];\quad J_x(x,y) = 0,$$

$$E_y(x, y) = uBk'_F(x, y);\quad E^*_y(x, y) = uB[1 - k'_F(x, y)];$$

$$J_y(x, y) = \sigma_0 uB[1 - k'_F(x, y)]. \tag{33}$$

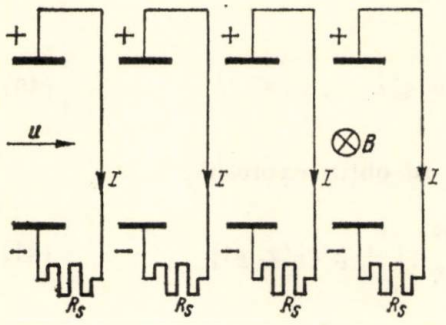


Fig. 4. — Generator cu electrozi segmentați și conexiune Faraday.

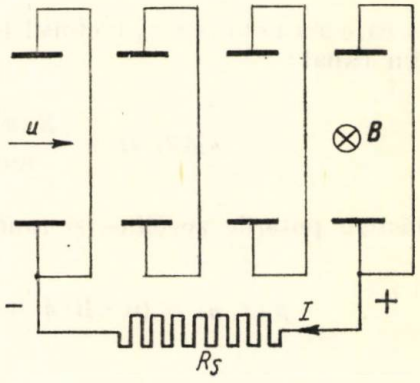


Fig. 5. — Generator cu electrozi segmentați și conexiune Hall.

Procedînd la fel, se obțin pentru puterile specifice și pentru randamentul electric expresiile

$$p_i(x, y) = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\,\mathbf{J} = uBJ_y(x, y) = \sigma_0 u^2 B^2[1 - k'_F(x, y)], \tag{34}$$

$$p_u(x, y) = -\mathbf{EJ} = E_y(x, y)\,J_y(x, y) = \sigma_0 u^2 B^2 k'_F(x, y)[1 - k'_F(x, y)], \tag{35}$$

$$p_j(x, y) = p_i - p_u = \sigma_0 u^2 B^2[1 - k'_F(x, y)]^2, \tag{36}$$

$$\eta_e(x, y) = k'_F(x, y). \tag{37}$$

c. *Generator cu electrozi segmentați și conexiune Hall* (fig. 5). Scurt-circuitînd fiecare pereche de electrozi, tensiunea electrică la borne e dată

exclusiv de componenta axială a cîmpului electric. În consecinţă, se admite anularea componentei transversale a cîmpului electric:

$$E_y(x, y) = 0, \tag{38}$$

astfel încît cu această condiţie ecuaţiile (22)—(24) devin

$$E_x(x, y) = \beta u B k'_H(x, y);\ E^*_x(x, y) = -\beta u B k'_H(x, y);\ J_x(x, y) =$$

$$= \frac{\sigma_0 \beta u B}{1 + \beta^2} [1 - k'_H(x, y)], \tag{39}$$

$$E_y(x, y) = 0;\ E^*_y(x, y) = uB;\ J_y(x, y) =$$

$$= \frac{\sigma_0 u B}{1 + \beta^2} [1 + \beta^2 k'_H(x, y)],$$

în care s-a notat cu k'_H factorul Hall de sarcină, subunitar în orice punct din canal:

$$k'_H(x, y) = \frac{|E_x(x, y)|}{\beta u B};\ 0 \leqslant k'_H(x, y) \leqslant 1. \tag{40}$$

Pentru puterile specifice şi randament se obţin expresiile

$$p_i(x, y) = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\,\mathbf{J} = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1 + \beta^2} [1 + \beta^2 k'_H(x, y)], \tag{41}$$

$$p_u(x, y) = -\mathbf{EJ} = \frac{\sigma_0 \beta^2 u^2 B^2}{1 + \beta^2} k'_H(x, y)[1 - k'_H(x, y)], \tag{42}$$

$$p_j(x, y) = p_i - p_u = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1 + \beta^2} [1 + \beta^2 k'^2_H(x, y)], \tag{43}$$

$$\eta_e(x, y) = \frac{\beta^2}{1 + \beta^2 k'_H(x, y)} k'_H(x, y)[1 - k'_H(x, y)]. \tag{44}$$

d. *Generator cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în serie* (fig. 6). Conectînd electrozii diagonal în serie, rezultă că la mersul în gol planul conexiunii e echipotenţial în montajul aval (fig. 6*b*) şi, prin urmare, raportul componentelor în gol E_{x0} şi E_{y0} e constant:

$$\frac{E_{y0}(x, y)}{E_{x0}(x, y)} = \operatorname{tg} \varphi = \alpha. \tag{45}$$

În aceleași condiții există relația următoare pentru densitățile J_{x0} și J_{y0} la mers în gol al generatorului:

$$\frac{J_{x0}(x, y)}{J_{y0}(x, y)} = -\alpha. \tag{46}$$

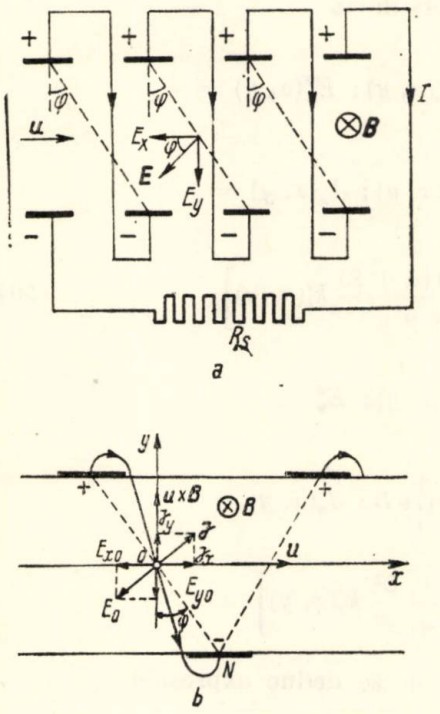


Fig. 6. — Generator cu electrozi segmentați și conexiune diagonal serie, montaj aval (*a*); sensurile componentelor intensității cîmpului electric și densității de curent (*b*).

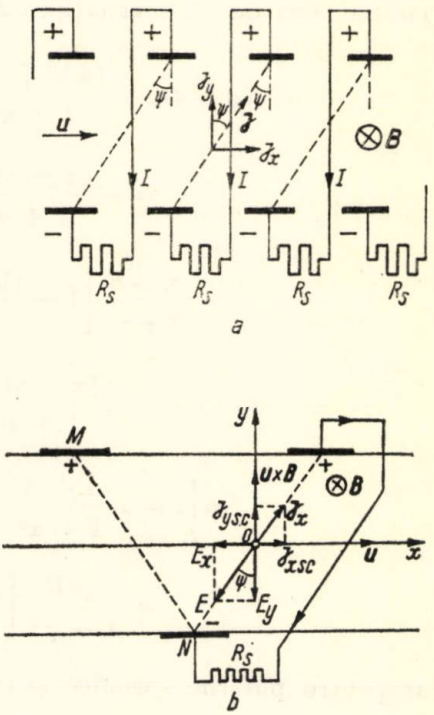


Fig. 7. — Generator cu electrozi segmentați și conexiune diagonal paralel, montaj amonte (*a*); sensurile componentelor intensității cîmpului electric și densității de curent (*b*).

Din ecuațiile (22)—(24), (45) și (46) se deduc următoarele relații la funcționarea în gol a generatorului:

$$\frac{E_{y0}(x, y)}{uB\alpha} \cdot \frac{1 + \alpha^2}{\alpha + \beta} = \frac{E_{x0}(x, y)}{uB} \cdot \frac{1 + \alpha^2}{\alpha + \beta} = 1. \tag{47}$$

Deoarece în sarcină $E_y(x, y) \leqslant E_{y0}(x, y)$ și $E_x(x, y) \leqslant E_{x0}(x, y)$, rezultă din ecuația (47) următoarele inegalități la conexiune dată (unghiul φ const):

$$0 \leqslant \frac{E_y(x, y)}{uB\alpha} \cdot \frac{1 + \alpha^2}{\alpha + \beta} \leqslant 1; \quad 0 \leqslant \frac{E_x}{uB} \cdot \frac{1 + \alpha^2}{\alpha + \beta} \leqslant 1. \tag{48}$$

Inegalitățile (48) sugerează definirea factorului de sarcină k_s' prin oricare dintre relațiile următoare:

$$k_s'(x, y) = \frac{E_y(x, y)}{uB\alpha} \cdot \frac{1 + \alpha^2}{\alpha + \beta} = \frac{E_x(x, y)}{uB} \cdot \frac{1 + \alpha^2}{\alpha + \beta}. \tag{49}$$

Ținînd cont de (49), ecuațiile (22)—(24) devin

$$E_x(x, y) = \frac{(\alpha + \beta)\, uB}{1 + \alpha^2}\, k_s'(x, y);\ E_x^*(x, y) =$$

$$= -\frac{(\alpha + \beta) uB}{1 + \alpha^2}\, k_s'(x, y);\ J_x(x, y) =$$

$$= \frac{\sigma_0 \beta uB}{1 + \beta^2}\left[1 - \frac{(1 + \alpha\beta)(\alpha + \beta)}{\beta(1 + \alpha^2)}\, k_s'(x, y)\right], \tag{50}$$

$$E_y(x, y) = \frac{\alpha(\alpha + \beta) uB}{1 + \alpha^2}\, k_s'(x, y);\ E_y^* =$$

$$= \left[1 - \alpha \frac{\alpha + \beta}{1 + \alpha^2}\, k_s'(x, y)\right] uB;\ J_y(x, y) =$$

$$= \frac{\sigma_0 uB}{1 + \beta^2}\left[1 - \frac{\alpha^2 - \beta^2}{1 + \alpha^2}\, k_s'(x, y)\right],$$

iar pentru puterile specifice și randament se deduc expresiile

$$p_i(x, y) = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\mathbf{J} = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1 + \beta^2}\left[1 - \frac{\alpha^2 - \beta^2}{1 + \alpha^2}\, k_s'(x, y)\right], \tag{51}$$

$$p_u(x, y) = -\mathbf{EJ} = E_x J_x + E_y J_y =$$

$$= \frac{\sigma_0(\alpha + \beta)^2 u^2 B^2}{(1 + \alpha^2)(1 + \beta^2)}\, k_s'(x, y)[1 - k_s'(x, y)]\Big], \tag{52}$$

$$p_j(x, y) = p_i - p_u = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1 + \beta^2}\left[1 - \frac{\alpha^2 - \beta^2}{1 + \alpha^2} k_s'(x, y) -\right.$$

$$\left. - \frac{(\alpha + \beta)^2}{1 + \alpha^2}\, k_s'(x, y)\,(1 - k_s'(x, y))\right], \tag{53}$$

$$\eta_e(x, y) = \frac{(\alpha + \beta)^2 k_s'(x, y)[1 - k_s'(x, y)]}{1 + \alpha^2 + (\beta^2 - \alpha^2)\, k_s'(x, y)}. \tag{54}$$

Se observă că pentru $\alpha \to \infty$ relaţiile (50)—(54) trec în relaţiile (26)—(31) ale generatorului cu electrozi continui (a), iar pentru $\alpha = 0$ relaţiile (50)—(54) trec în (39)—(44) şi generatorul este de tip Hall (c).

e. *Generator cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în paralel* (fig. 7). Conectînd electrozii diagonal în paralel, rezultă că la funcţionarea în scurtcircuit densitatea de curent normală pe planul conexiunii e nulă în montajul amonte (fig. 7*b*) şi, prin urmare, raportul componentelor J_{xsc} şi J_{ysc} e constant:

$$\frac{J_{xsc}(x, y)}{J_{ysc}(x, y)} = \operatorname{tg} \psi = \gamma. \tag{55}$$

În aceleaşi condiţii există relaţia următoare pentru componentele E_{xsc} şi E_{ysc}, impusă de anularea tensiunii la borne în scurtcircuit:

$$\frac{E_{ysc}(x, y)}{E_{xsc}(x, y)} = -\operatorname{tg} \psi = -\gamma. \tag{56}$$

Din ecuaţiile (22)—(24), (55) şi (56) se deduc următoarele relaţii la funcţionarea în scurtcircuit a generatorului:

$$1 - \frac{E_{xsc}(1 + \gamma^2)}{uB(\beta - \gamma)} = 0; \quad 1 + \frac{E_{ysc}(1 + \gamma^2)}{\beta uB(\beta - \gamma)} = 0. \tag{57}$$

Deoarece la funcţionarea în sarcină relaţiile (57) trec în inegalităţi, rezultă posibilitatea definirii factorului de sarcină k'_p prin oricare dintre relaţiile următoare:

$$k'_p(x, y) = 1 - \frac{E_x(1 + \gamma^2)}{uB(\beta - \gamma)} = + \frac{E_y(1 + \gamma^2)}{uB(1 + \gamma\beta)}. \tag{58}$$

Ţinînd cont de (58), ecuaţiile (22) — (24) devin

$$E_x(x, y) = \frac{\beta - \gamma}{1 + \gamma^2} [1 - k'_p(x, y)] uB; \quad E^*_x(x, y) =$$

$$= -\frac{\beta - \gamma}{1 + \gamma^2} uB[1 - k'_p(x, y)]; \; J_x(x, y) = \frac{\gamma}{1 + \gamma^2} \sigma_0 uB[1 - k'_p(x, y)],$$

$$E_y(x, y) = \left\{1 - \left[1 - k'_p(x, y)\right]\frac{1 + \gamma\beta}{1 + \gamma^2}\right\} uB; \; E^*_y(x, y) = \tag{59}$$

$$= \left\{1 - \left[1 - [1 - k'_p(x, y)]\frac{1 + \gamma\beta}{1 + \gamma^2}\right]\right\} uB; \; J_y(x, y) = \frac{\sigma_0 uB}{1 + \gamma^2} [1 - k'_p(x, y)],$$

iar pentru puterile specifice şi randament se deduc expresiile

$$p_i(x, y) = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\mathbf{J} = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1 + \gamma^2} [1 - k'_p(x, y)], \tag{60}$$

$$p_u(x, y) = -\mathbf{EJ} = E_x J_x + E_y J_y = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1+\gamma^2} k'_p(x, y)[1 - k'_p(x, y)], \quad (61)$$

$$p_j(x, y) = p_i - p_u = \frac{\sigma_0 u^2 B^2}{1+\gamma^2} [1 - k'_p(x, y)]^2, \quad (62)$$

$$\eta_e(x, y) = k'_p(x, y). \quad (63)$$

Se observă că pentru $\gamma = 0$ relaţiile (58)—(62) trec în relaţiile (32)—(37) şi generatorul e de tip Faraday (*b*).

La toate tipurile de generatoare examinate, densitatea puterii utile e maximă pentru factorul de sarcină egal cu 0,5, în acord cu teorema transferului puterii maxime.

4.2. Consideraţii critice asupra diagramelor locale funcţii spaţiale

Studiul comportării generatorului MHD cu plasmă cu ajutorul diagramelor locale exprimate prin mărimi de cîmp funcţii de punct şi de un factor local de sarcină, variabil în interiorul canalului, nu e potrivit din punctul de vedere al reţelei electrice la care e conectat generatorul.

Mărimile de cîmp în regim de sarcină sînt variabile în plasma din canal şi numai în planul de simetrie sînt îndeplinite condiţiile care caracterizează diferite moduri de conectare a electrozilor. Dacă în gol cîmpul

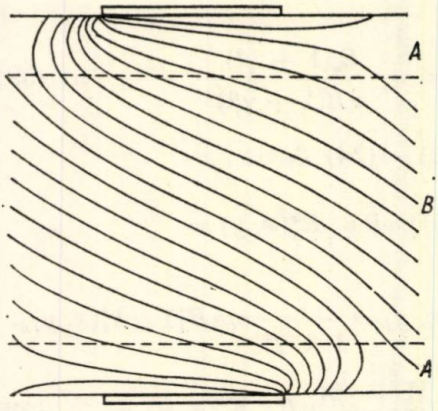


Fig. 8. — Suprafeţele echipotenţiale pentru cîmpul $\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}$.

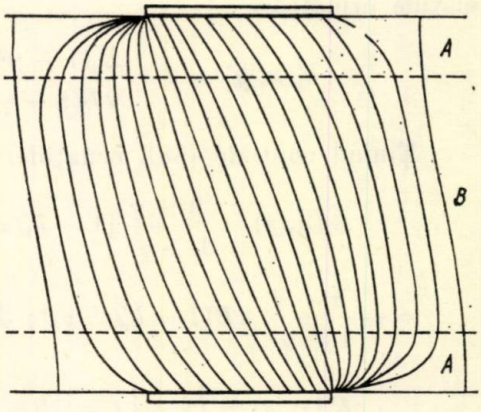


Fig. 9. — Spectrul liniilor densităţii de curent.

electric este omogen şi liniile cîmpului indus uB sînt drepte paralele şi de sens opus cu ale cîmpului E_{y0}, în sarcină spectrele cîmpului electric şi densităţii de curent sînt distorsionate. În figurile 8 şi 9, spectrele suprafeţelor echipotenţiale ale vectorului $\mathbf{E}^*$ şi ale densităţii de curent $\mathbf{J}$ [5] pun în evidenţă neuniformitatea cîmpului, în special în vecinătatea electrozilor. În consecinţă, relaţiile (25), (32) şi (38), care definesc tipurile de

generatoare după modul de conectare al electrozilor, sînt valabile exclusiv în planul $y = 0$. Urmează de aici valabilitatea numai în acelaşi plan a formulelor (26)—(31), (33)—(37) şi (39)—(44) pentru caracterizarea mărimilor de cîmp, a puterilor specifice şi a randamentului. Dintr-un sistem de relaţii stabilite numai în planul de simetrie al canalului nu pot fi deduse diagrame pentru comportarea globală a generatorului şi nici chiar local în punctele situate în afara planului $y = 0$. Factorul de sarcină definit local în planul de simetrie al canalului MHD nu e potrivit pentru studiul regimului permanent al generatorului în reţea. Parametrul de sarcină trebuie exprimat în funcţie de tensiunea la borne şi de intensitatea curentului pentru a pune în evidenţă variaţia acestor mărimi, a puterilor şi a randamentului în funcţie de sarcina reţelei.

În principiu, puterile totale pot fi calculate prin integrale de volum ale densităţilor de putere, însă e dificil a le exprima în funcţie de un factor global de sarcină, exprimabil prin tensiunea la borne.

5. ECUAŢIA JOUBERT A GENERATORULUI MHD. PARAMETRII INTERNI AI SCHEMEI ELECTRICE ECHIVALENTE

Se consideră canalul MHD prevăzut cu electrozi înclinaţi (fig. 10). Intensitatea curentului I printr-un electrod de lăţime l (după axa oz)

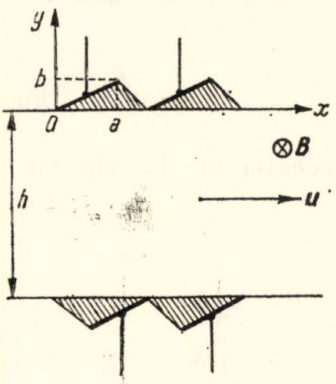


Fig. 10. — Generator cu electrozi înclinaţi.

se obţine multiplicînd ecuaţia (23) cu $l\,dy$ şi integrînd de la 0 la a şi apoi însumînd cu ecuaţia (24) multiplicată cu $l\,dx$ şi integrată de la 0 la b, adică

$$I = l\int_0^b J_x\,dy + l\int_0^a J_y dx = \frac{\sigma_0 l}{1+\beta^2}\Big[(a+\beta b)\,uB - \int_0^a (-\beta E_x +$$

$$+ E_y)\,dx - \int_0^b (E_x + \beta E_y)\,dy\Big] = \frac{\sigma_0(a+\beta b)\,l}{(1+\beta^2)\,h}\,[U_e - U_b], \qquad (64)$$

în care U_e e tensiunea electromotoare indusă prin mişcare:

$$U_e = uBh; \qquad (65)$$

U_b e tensiunea la borne :

$$U_b = \frac{h}{(a+\beta b)}\left[\int_0^a (-\beta E_x + E_y)\,dx + \right.$$

$$\left. + \int_0^b (E_x + \beta E_y)\,dy\right] = \frac{h}{a+\beta b}(a\widetilde{E}_x + b\widetilde{E}_y), \tag{66}$$

şi $\widetilde{E}_x$ şi $\widetilde{E}_y$ sînt mediile componentelor E_x şi E_y ale cîmpului electric după axele ox şi oy :

$$\widetilde{E}_x = \frac{1}{a}\int_0^a (-\beta E_x + E_y)\,dx; \quad \widetilde{E}_y = \frac{1}{b}\int_0^b (E_x + \beta E_y)\,dy. \tag{67}$$

Ecuaţia (64), scrisă sub forma

$$U_e - U_b = R_i I, \tag{68}$$

în care s-a notat cu R_i rezistenţa echivalentă a plasmei din canal corespunzînd electrodului considerat :

$$R_i = \frac{(1+\beta^2)\,h}{l(a+\beta b)\sigma_0}, \tag{69}$$

reprezintă ecuaţia lui Joubert cu schema echivalentă din figura 11.

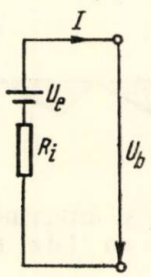


Fig. 11. — Schema echivalentă a generatorului MHD.

Urmează că într-un sistem energetic generatorul MHD funcţionînd în regim staţionar este echivalent cu un dipol activ, avînd tensiunea electromotoare U_e (65), tensiunea la borne U_b (66) şi rezistenţa internă R_i (69). Se observă că tensiunea la borne este egală cu suma componentei longitudinale U_{bx} şi transversale U_{by} :

$$U_{bx} = \frac{h}{a+\beta b}\,a\widetilde{E}_x; \quad U_{by} = \frac{h}{a+\beta b}\,b\widetilde{E}_y. \tag{70}$$

Pentru $b = 0$ se obține generatorul cu electrozi neînclinați (fig. 2). Din ecuația (70) rezultă că tensiunea transversală e nulă și tensiunea la borne e stabilită numai de componenta U_{bx}:

$$U_b = U_{bx} = h\tilde{E}_x = \frac{h}{a}\int_0^a (-\beta E_x + E_y)\,dx. \tag{71}$$

Rezistența R_i (69) poate fi pusă sub forma

$$R_i = \frac{h(1+\beta^2)}{al\sigma_0} = (1+\beta^2)R_0;\ R_0 = \frac{h}{al\sigma_0}, \tag{72}$$

în care s-a notat cu R_0 rezistența electrică a tronsonului de plasmă paralelipipedic, de arie $A_0 = al$ și înălțime h (fig. 2), în cîmp electric uniform. Deoarece spectrul densității de curent e neomogen, rezistența R_i e mai mare decît rezistența R_0, corespunzînd spectrului omogen. Raportul supraunitar

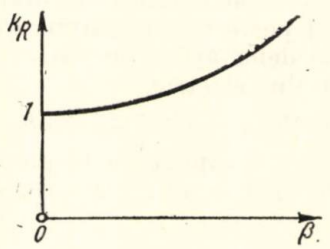


Fig. 12. — Graficul k_r (β).

$$k_R = \frac{R_i}{R_0} = 1+\beta^2;\ R_0 = \frac{h}{\sigma_0 A_0} \tag{73}$$

e factorul de creștere a rezistenței datorat efectului de anizotropie a plasmei. În figura 12 s-a reprezentat curba $k_R(\beta)$, care pune în evidență creșterea rezistenței R_i cu β și, prin urmare, cu inducția magnetică, în concordanță cu rezultatul obținut de Fishman [5].

6. DIAGRAMELE GLOBALE ȘI LOCALE ALE GENERATOARELOR MHD

Se vor considera în cele ce urmează numai generatoare cu electrozi neînclinați (fig. 2). Notînd cu $\tilde{\tilde{E}}_x$, $\tilde{\tilde{E}}_x^*$, $\tilde{\tilde{E}}_y$ și $\tilde{\tilde{E}}_y^*$ mediile componentelor intensităților cîmpurilor electrice calculate pe aria $S = ah$:

$$\tilde{\tilde{E}}_x = \frac{1}{S}\int_0^a\int_0^h E_x(x, y)\,dx\,dy;\ \tilde{\tilde{E}}_y = \frac{1}{S}\int_0^a\int_0^h E_y(x, y)\,dx\,dy, \tag{74}$$

ecuaţiile (22) se transformă după cum urmează :

$$\tilde{\tilde{J}}_x = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}\,[\tilde{\tilde{E}}_x^* + \beta\tilde{\tilde{E}}_y^*];\ \tilde{\tilde{E}}_x^* = -\tilde{\tilde{E}}_x,$$

$$\tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}\,[-\beta\tilde{\tilde{E}}_x^* + \tilde{\tilde{E}}_y^*];\ \tilde{\tilde{E}}_y^* = uB - \tilde{\tilde{E}}_y, \tag{75}$$

în care s-au notat cu $\tilde{\tilde{J}}_x$ şi $\tilde{\tilde{J}}_y$ mediile componentelor densităţii de curent definite de formulele

$$\tilde{\tilde{J}}_x = \frac{1}{S}\int_0^a\int_0^h J_x(x, y)\,dx\,dy;\ \tilde{\tilde{J}}_y = \frac{1}{S}\int_0^a\int_0^h J_y(x, y)\,dx\,dy. \tag{76}$$

Sistemul ecuaţiilor (75) corespunde unui canal MHD fictiv, în interiorul căruia componentele intensităţilor cîmpurilor electrice şi densităţii de curent sînt peste tot constante. Cu aceste mărimi se pot calcula valorile medii ale densităţilor de putere interioară, utilă şi de pierderi Joule şi randamentului electric.

a. *Generator cu electrozi continui.* Pentru generatorul cu electrozi continui (fig. 3), componenta longitudinală a cîmpului electric $\tilde{\tilde{E}}_x$ e nulă. Din ecuaţiile (75) rezultă următoarele relaţii :

$$\tilde{\tilde{E}}_x = 0;\ \tilde{\tilde{E}}_x^* = 0;\ \tilde{\tilde{J}}_x = \frac{\sigma_0\beta}{1+\beta^2}\,(1-k_F)\,uB,$$

$$\tilde{\tilde{E}}_y = k_F uB;\ \tilde{\tilde{E}}_y^* = (1-k_F)uB;\ \tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}\,(1-k_F)\,uB, \tag{77}$$

în care s-a notat cu k_F factorul lui Faraday de sarcină, constant în orice punct din canal şi egal cu raportul modulelor componentei E_y şi cîmpului indus uB, adică dintre tensiunea la borne U_b şi tensiunea electromotoare U_e :

$$k_F = \frac{\tilde{\tilde{E}}_y}{uB} = \frac{U_b}{U_e};\ 0 \leqslant k_F \leqslant 1. \tag{78}$$

În figura 13 s-au reprezentat diagramele de funcţionare în gol, scurtcircuit şi în sarcină ale componentelor intensităţilor cîmpurilor şi densităţii de curent pentru diferite valori ale lui β.

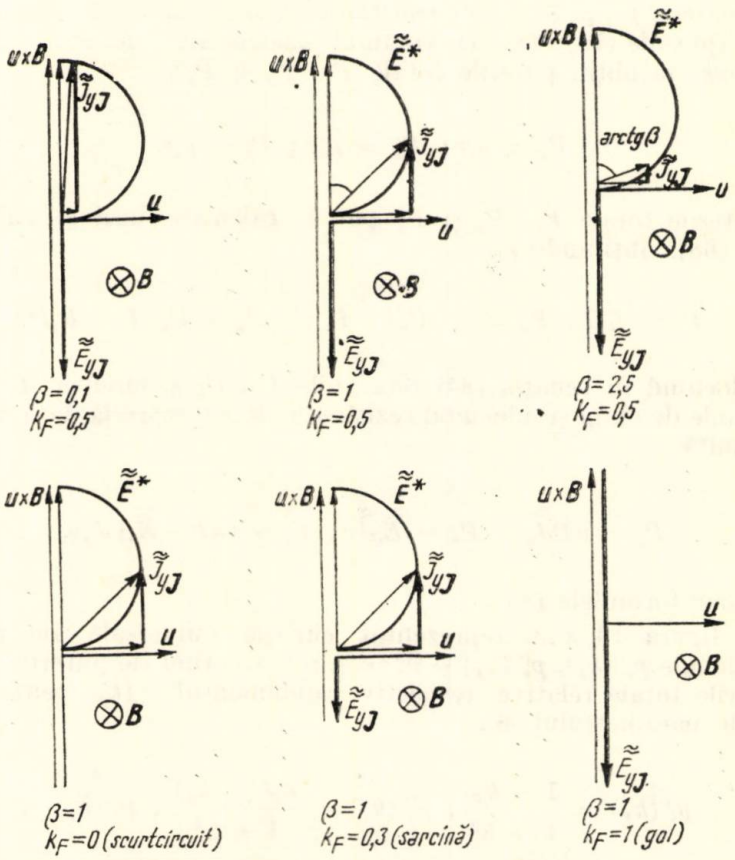


Fig. 13. — Diagramele intensităţilor cîmpurilor şi densităţii de curent pentru generatorul cu electrozi continui.

Cu formulele (77) se calculează densităţile de volum ale puterii interioare p_i, utile p_u, de pierderi Joule p_j şi randamentului η_e după cum urmează :

$$p_i = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\,\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = uB\tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}(1-k_F)\,u^2B^2, \tag{79}$$

$$p_u = -\,\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = \tilde{\tilde{E}}_y\tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}k_F(1-k_F)u^2B^2\,;\; p_{u\max} = \frac{\sigma_0 u^2B^2}{4(1+\beta^2)}, \tag{80}$$

$$p_j = p_i - p_u = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}(1-k_F)^2u^2B^2, \tag{81}$$

$$\eta_e = \frac{p_u}{p_i} = k_F. \tag{82}$$

Deoarece p_i, p_u și p_j sînt constante în orice punct din canal, multiplicînd expresiile (79)—(81) cu volumul plasmei din zona activă a canalului $v = alh$, se obțin puterile totale P_i, P_u și P_j:

$$P_i = p_i v; \; P_u = p_u v; \; P_j = p_j v. \tag{83}$$

Puterile totale P_i, P_u și P_j pot fi calculate însă și cu ajutorul ecuației (68), obținîndu-se

$$P_i = U_e I; \; P_u = -\, U_b I; \; P_j = |\, U_e - U_b \,| \, I = R_i I^2. \tag{84}$$

Înlocuind în ecuația (84) tensiunile U_e, U_b și curentul I în funcție de mărimile de cîmp și înlocuind rezistența R_i cu expresia dată de ecuația (69), rezultă

$$P_i = uB\tilde{\tilde{J}}_y v; \; P_u = \tilde{\tilde{E}}_y \tilde{\tilde{J}} v; \; P_j = (uB - \tilde{\tilde{E}}_y) J_y v, \tag{85}$$

adică chiar formulele (84).

În figura 14 s-au reprezentat curbele universale ale mărimilor adimensionale $p_i^{(r)}(k_F)$, $p_u^{(r)}(k_F)$ și $p_j^{(r)}(k_F)$, reprezentînd fie puterile specifice, fie puterile totale relative, respectiv randamentul $\eta_e(k_F)$ pentru diferite valori ale parametrului β:

$$p_i^{(r)}(k_F) = \frac{1 - k_F}{1 + \beta^2}; \; p_u^{(r)}(k_F) = \frac{k_F(1 - k_F)}{1 + \beta^2}; \; p_j^{(r)}(k_F) =$$

$$= \frac{(1 - k_F)^2}{1 + \beta^2}; \; \eta_e(k_F) = k_F. \tag{86}$$

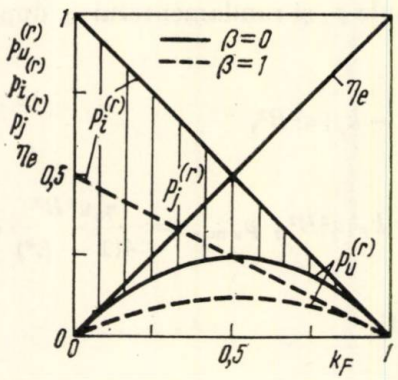


Fig. 14. — Curbele universale ale puterilor specifice relative și randamentului pentru generatorul cu electrozi continui.

Se observă că toate puterile scad odată cu creșterea lui β, însă randamentul e independent de acest parametru.

b. *Generator cu electrozi segmentați și conexiune Faraday* (fig. 4). Considerînd segmentarea infinită și fiecare pereche de electrozi debitînd pe rezistențe de sarcină R_s distincte, se anulează componenta axială a curentului $\tilde{\tilde{J}}_x = 0$ și ecuațiile (75) devin

$$\tilde{\tilde{E}}_x = \beta(1 - k_F)\, uB;\ \tilde{\tilde{E}}_x^* = -\beta(1 - k_F)\, uB;\ \tilde{\tilde{J}}_x = 0,$$

$$\tilde{\tilde{E}}_y = k_F uB;\ \tilde{\tilde{E}}_y^* = (1 - k_F)\, uB;\ \tilde{\tilde{J}}_y = \sigma_0(1 - k_F)\, uB. \tag{87}$$

Se observă că nici una dintre componentele $\tilde{\tilde{E}}_y$ și $\tilde{\tilde{J}}_y$ care intervin în expresiile tensiunii și curentului, respectiv ale puterii utile, nu depind

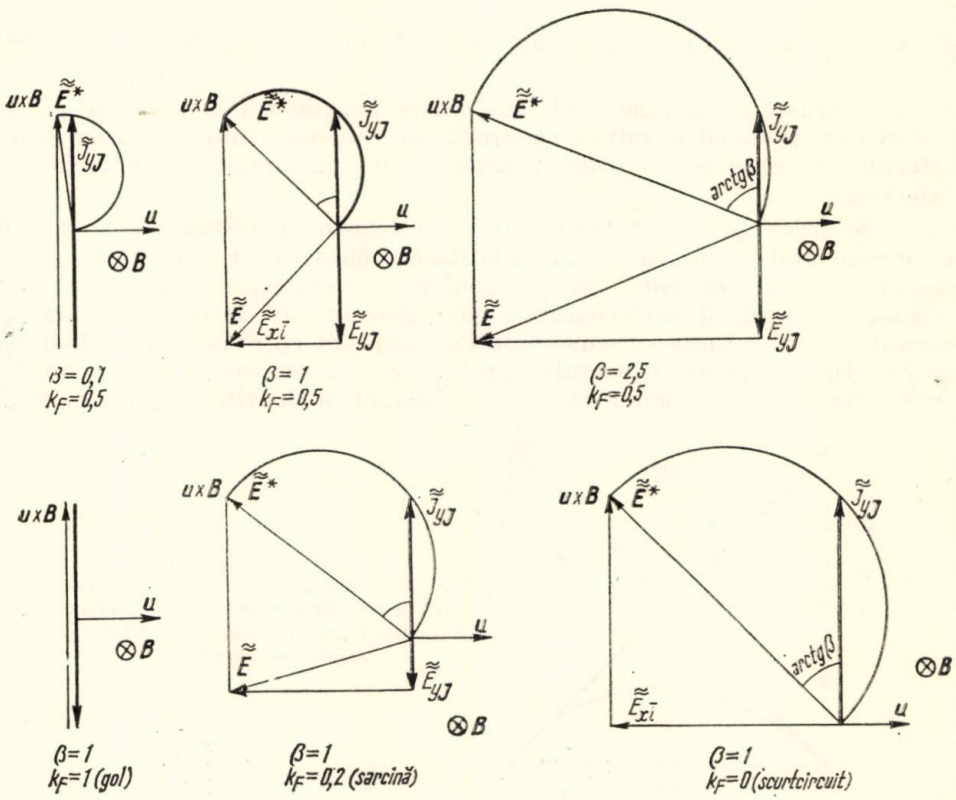


Fig. 15. — Diagramele intensităților cîmpurilor și densității de curent pentru generatorul cu electrozi segmentați și conexiune Faraday.

de parametrul β. În figura 15 s-au reprezentat graficele componentelor de cîmp și densității de curent pentru diferite valori ale lui k_F și β.

Pentru puterile specifice şi randamentul electric se deduc din (87) expresiile următoare :

$$p_i = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\,\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = uB\tilde{\tilde{J}}_y = \sigma_0(1 - k_F)\,u^2B^2, \tag{88}$$

$$p_u = -\,\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}\,\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = \tilde{\tilde{E}}_y\tilde{\tilde{J}}_y = \sigma_0 k_F(1 - k_F)\,u^2B^2\,; \qquad p_{u\,\max} = \frac{\sigma_0 u^2B^2}{4}, \tag{89}$$

$$p_j = p_i - p_u = \sigma_0(1 - k_F)^2\,u^2B^2, \tag{90}$$

$$\eta_e = k_F. \tag{91}$$

Ca şi în cazul precedent, se obţin pentru puterile totale P_i, P_u şi P_j expresii identice cu ajutorul formulelor (88)—(90) sau al ecuaţiei (84).

În figura 16 s-au trasat curbele universale ale puterilor relative şi randamentului :

$$p_i^{(r)}(k_F)=1-k_F\,;\; p_u^{(r)}(k_F)=k_F(1-k_F)\,;\; p_j^{(r)}(k_F)=(1-k_F)^2\,;\; \eta_e(k_F)=k_F. \tag{92}$$

Pentru această conexiune, nici una dintre mărimi nu depinde de β. Se observă că, divizînd la infinit electrozii, se regăsesc caracteristicele generatorului cu electrozi continui pentru $\beta = 0$ (dar numai ale puterilor şi randamentului).

Deoarece pentru generatorul cu electrozi continui cazul $\beta = 0$ nu e realizabil şi fiindcă divizarea infinită a electrozilor e un model ideal pentru îndeplinirea condiţiei de anulare a densităţii longitudinale de curent, urmează că performanţele generatorului cu electrozi segmentaţi şi cu dimensiuni finite cu conexiune Faraday sînt cuprinse între cele două limite. Determinarea raportului optim de segmentare se poate obţine numai rezolvînd problema de cîmp în plasmă în diferite ipoteze, privind

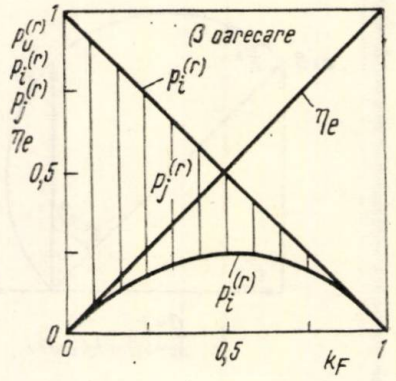


Fig. 16. — Curbele universale ale puterilor specifice relative şi randamentului pentru generatorul cu electrozi segmentaţi şi conexiune Faraday.

conductivitatea plasmei electrozilor şi izolantului dintre aceştia. Principalul dezavantaj al acestui generator este însă numărul mare de sarcini.

c. *Generator cu electrozi segmentaţi şi conexiune Hall* (fig. 5). Conectînd în scurtcircuit fiecare pereche de electrozi, se anulează componenta

transversală a cîmpului electric $\tilde{\tilde{E}}_y = 0$ și ecuațiile (75) se transformă astfel:

$$\tilde{\tilde{E}}_x = \beta u B k_H; \quad \tilde{\tilde{E}}_x^* = -\beta u B k_H; \quad \tilde{\tilde{J}}_x = \frac{\sigma_0 \beta}{1+\beta^2}(1-k_H)\, uB,$$
$$\tilde{\tilde{E}}_y = 0; \quad \tilde{\tilde{E}}_y^* = uB; \quad \tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}(1+k_H\beta^2)\, uB, \tag{93}$$

în care s-a notat cu k_H factorul de sarcină Hall, constant, subunitar și egal cu unitatea la mersul în gol:

$$k_H = \frac{\tilde{\tilde{E}}_x}{\beta u B}; \quad 0 \leqslant k_H \leqslant 1. \tag{94}$$

Pentru puterile specifice și randament se deduc expresiile

$$p_i = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\, \tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}(1+k_H\beta^2)\, u^2B^2, \tag{95}$$

$$p_u = -\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}\,\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = \frac{\sigma_0\beta^2}{1+\beta^2} k_H(1-k_H)\, u^2B^2; \quad p_{u\,\max} = \frac{\sigma_0\beta^2u^2B^2}{4(1+\beta^2)}, \tag{96}$$

$$p_j = p_i - p_u = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}(1+\beta^2k_H^2)\, u^2B^2, \tag{97}$$

$$\eta_e = \frac{\beta^2}{1+k_H\beta^2} k_H(1-k_H). \tag{98}$$

În figura 17 s-au reprezentat graficele ecuațiilor (93), iar în figura 18 curbele universale ale puterilor relative și randamentului pentru diferite valori ale lui β:

$$p_i^{(r)}(k_H) = \frac{1+k_H\beta^2}{1+\beta^2}; \quad p_u^{(r)}(k_H) = \frac{\beta^2k_H(1-k_H)}{1+\beta^2};$$
$$p_j^{(r)}(k_H) = \frac{1+\beta^2k_H^2}{1+\beta^2}; \quad \eta_e(k_H) = \frac{\beta^2k_H(1-k_H)}{1+k_H\beta^2}. \tag{99}$$

Din modul de variație a puterii utile cu parametrul β rezultă că generatorul Hall e convenabil numai la valori mari ale acestui parametru. Odată cu creșterea lui β, componenta $\tilde{\tilde{E}}_x$ crește și componenta $\tilde{\tilde{J}}_x$ scade,

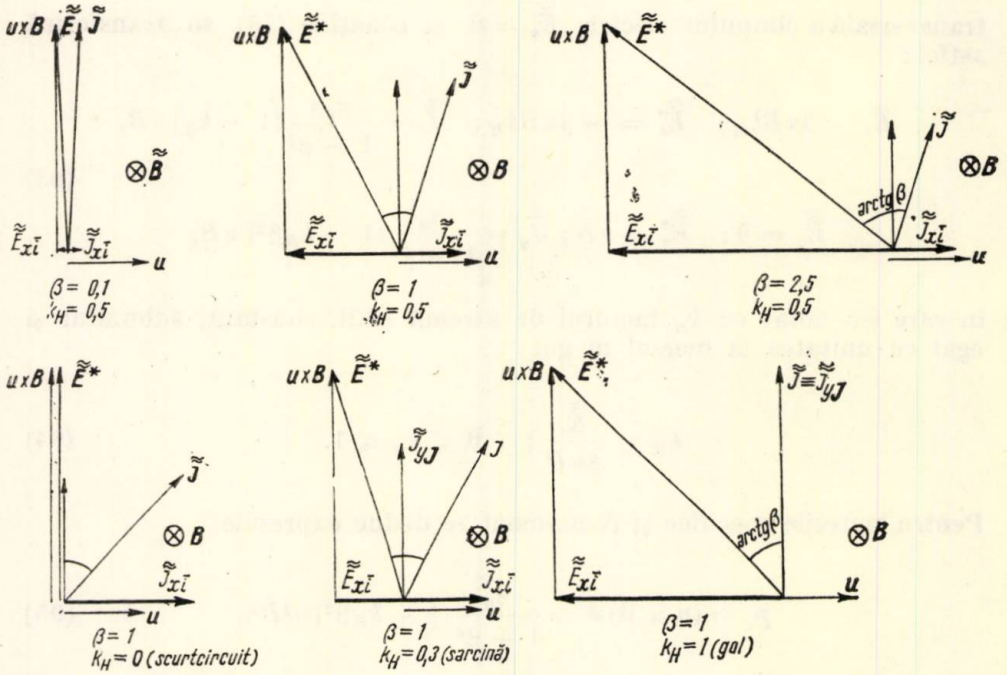


Fig. 17. — Diagramele intensităţilor cîmpurilor şi densităţii de curent pentru generatorul Hall.

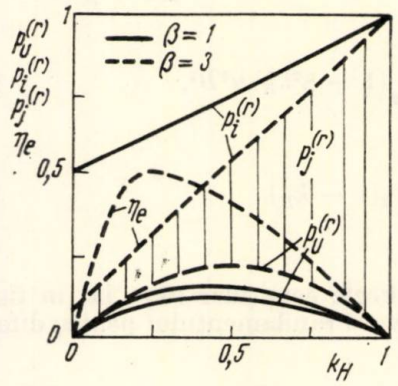


Fig. 18. — Curbele universale ale puterilor specifice relative şi randamentului pentru generatorul Hall.

prin urmare acest tip de generator funcţionează la curenţi mici şi tensiuni ridicate. Principalul avantaj al conexiunii Hall este însă sarcina unică.

d. *Generator cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în serie*, (fig. 6). Conectînd electrozii dispuşi diagonal în serie după montajul aval (fig. 6*a*), rezultă după un calcul similar cu cel de la paragraful 3.1*d* următoarele expresii ale factorului de sarcină :

$$k_s = \frac{\tilde{\tilde{E}}_y}{\alpha u B} \frac{1+\alpha^2}{\alpha+\beta} = \frac{\tilde{\tilde{E}}_x}{uB} \frac{1+\alpha^2}{\alpha+\beta}. \qquad (100)$$

Ţinînd cont de relaţiile (100), ecuaţiile (75) devin

$$\tilde{\tilde{E}}_x = \frac{\alpha+\beta}{1+\alpha^2} k_s u B; \quad \tilde{\tilde{E}}_x^* = -\frac{\alpha+\beta}{1+\alpha^2} k_s u B;$$

$$\tilde{\tilde{J}}_x = \frac{\sigma_0 \beta}{1+\beta^2}\left[1 - \frac{1+\alpha\beta}{1+\alpha^2}\,\frac{\alpha+\beta}{\beta} k_s\right] u B, \tag{101}$$

$$\tilde{\tilde{E}}_y = \frac{\alpha(\alpha+\beta)}{1+\alpha^2} k_s u B; \quad \tilde{\tilde{E}}_y^* = \left(1 - \alpha\frac{\alpha+\beta}{1+\alpha^2} k_s\right) u B;$$

$$\tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}\left(1 - \frac{\alpha^2-\beta^2}{1+\alpha^2} k_s\right) u B.$$

Din ecuaţiile (100) şi (101) se deduc formulele puterilor specifice şi randamentului :

$$p_i = (\mathbf{u} \times \mathbf{B})\,\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}\left(1 - \frac{\alpha^2-\beta^2}{1+\alpha^2} k_s\right) u^2 B^2, \tag{102}$$

$$p_u = -\,\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}\,\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = \tilde{\tilde{E}}_x \tilde{\tilde{J}}_x + \tilde{\tilde{E}}_y \tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0(\alpha+\beta)^2}{(1+\alpha^2)(1+\beta^2)} k_s(1-k_s)\, u^2 B^2, \tag{103}$$

$$p_j = p_i - p_u = \frac{\sigma_0}{1+\beta^2}\left[1 - \frac{\alpha^2-\beta^2}{1+\alpha^2} k_s - \frac{(\alpha+\beta)^2}{1+\alpha^2} k_s(1-k_s)\right] u^2 B^2, \tag{104}$$

$$\eta_e = \frac{(\alpha+\beta)^2 k_s(1-k_s)}{1+\alpha^2+k_s(\beta^2-\alpha^2)}. \tag{105}$$

În figura 19 s-au trasat diagramele de funcţionare în gol, scurtcircuit şi sarcină ale componentelor cîmpului electric şi densităţii de curent pentru diferite valori ale lui α şi β. Pentru puterile relative şi randamentul η_e :

$$p_i^{(r)}(k_s) = \frac{1}{1+\beta^2}\left(1 - \frac{\alpha^2-\beta^2}{1+\alpha^2} k_s\right); \quad p_u^{(r)}(k_s) = \frac{(\alpha+\beta)^2 k_s(1-k_s)}{(1+\alpha^2)(1+\beta^2)},$$

$$p_j^{(r)}(k_s) = \frac{1}{1+\beta^2}\left[1 - \frac{\alpha^2-\beta^2}{1+\alpha^2} k_s - \right. \tag{106}$$

$$\left. - \frac{(\alpha+\beta)^2}{1+\alpha^2} k_s(1-k_s)\right]; \quad \eta_e(k_s) = \frac{(\alpha+\beta)^2 k_s(1-k_s)}{1+\alpha^2+k_s(\beta^2-\alpha^2)},$$

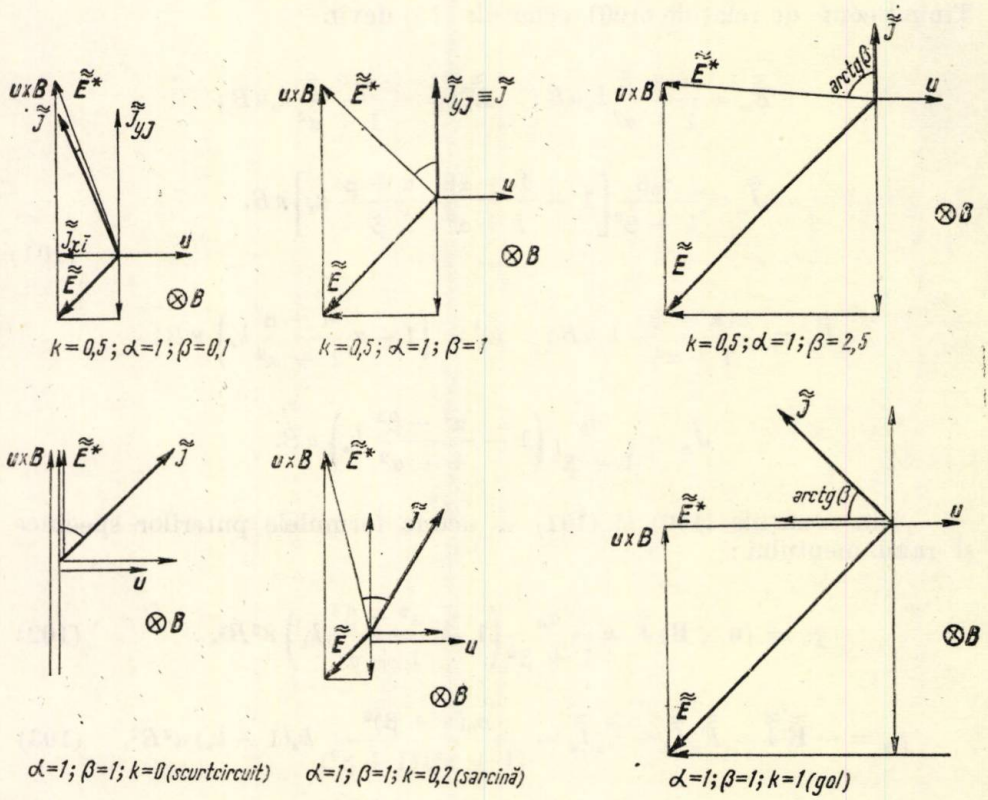


Fig. 19. — Diagramele intensităţilor cîmpurilor şi densităţii de ɔnrent pentru geueratorul cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în serie.

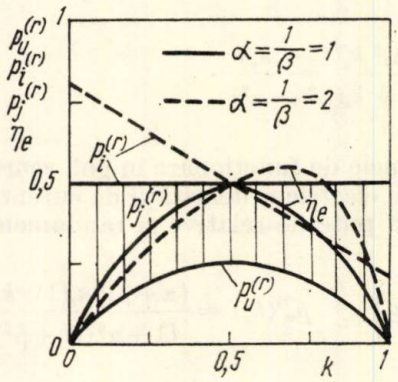


Fig. 20. — Curbele universale ale puterilor specifice relative şi randamentului pentru generatorul cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în serie.

s-au trasat în figura 20 curbele universale pentru diferite valori ale lui α şi β. Dacă $\alpha \to \infty$, relaţiile (100)—(106) trec în (77)—(82) şi generatorul este cu electrozi continui (a), iar dacă $\alpha = 0$ relaţiile (100)—(106) trec în (93)—(99) şi generatorul este de tip Hall (*c*).

În tabela 1 sînt date principalele relaţii de calcul pentru generatorul cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în serie.

Tabela 1

	$0 < \alpha < \infty$	$\alpha = \infty$	$\alpha = 0$
$\tilde{\tilde{E}}_x$	$\frac{\alpha+\beta}{1+\alpha^2} kuB$	0	βkuB
$\tilde{\tilde{E}}_y$	$\alpha \frac{\alpha+\beta}{1+\alpha^2} kuB$	kuB	0
$\tilde{\tilde{E}}_x^*$	$-\frac{\alpha+\beta}{1+\alpha^2} kuB$	0	$-\beta kuB$
$\tilde{\tilde{E}}_y^*$	$\left(1 - \alpha \frac{\alpha+\beta}{1+\alpha^2} k\right) uB$	$(1-k)\,uB$	uB
$\tilde{\tilde{J}}_x$	$\frac{\beta}{1+\beta^2}\left(1 - \frac{1+\alpha\beta}{1+\alpha^2} \cdot \frac{\alpha+\beta}{\beta} k\right) \sigma_0 uB$	$\frac{\beta}{1+\beta^2}(1-k)\,\sigma_0 uB$	$\frac{\beta}{1+\beta^2}(1-k)\,\sigma_0 uB$
$\tilde{\tilde{J}}_y$	$\frac{1}{1+\beta^2}\left(1 - \frac{\alpha^2-\beta^2}{1+\alpha^2} k\right) \sigma_0 uB$	$\frac{1}{1+\beta_2}(1-k)\,\sigma_0 uB$	$\frac{1}{1+\beta^2}(1+\beta^2 k)\,\sigma_0 uB$
k	$+\frac{\tilde{\tilde{E}}_y}{uB} \cdot \frac{1+\alpha^2}{\alpha(\alpha+\beta)} = +\frac{\tilde{\tilde{E}}_x}{uB} \cdot \frac{1+\alpha^2}{\alpha+\beta}$	$+\frac{\tilde{\tilde{E}}_y}{uB}$	$+\frac{\tilde{\tilde{E}}_x}{\beta uB}$
p_u	$\frac{(\alpha+\beta)^2}{(1+\alpha^2)(1+\beta^2)} k(1-k)\sigma_0 u^2 B^2$	$\frac{1}{1+\beta^2} k(1-k)\sigma_0 u^2 B^2$	$\frac{\beta^2}{1+\beta^2} k(1-k)\sigma_0 u^2 B^2$
p_i	$\frac{1}{1+\beta^2}\left(1 - \frac{\alpha^2-\beta^2}{1+\alpha^2} k\right) \sigma_0 u^2 B^2$	$\frac{1}{1+\beta^2}(1-k)\,\sigma_0 u^2 B^2$	$\frac{1}{1+\beta^2}(1+\beta^2 k)\sigma_0 u^2 B^2$
p_j	$\frac{1}{1+\beta^2}\left[1 - \frac{\alpha^2-\beta^2}{1+\alpha^2} k - \frac{(\alpha+\beta)^2}{1+\alpha^2} k(1-k)\right] \sigma_0 u^2 B^2$	$\frac{1}{1+\beta^2}(1-k)^2\,\sigma_0 u^2 B^2$	$\frac{1+\beta k^2}{1+\beta^2}\,\sigma_0 u^2 B^2$
η_e	$\frac{(\alpha+\beta)^2}{1+\alpha^2+k(\beta^2-\alpha^2)} k(1-k)$	k	$\frac{\beta^2}{1+k\beta^2} k(1-k)$
	$k \equiv k_s$	$k \equiv k_F$	$k \equiv k_H$

e. *Generator cu electrozi segmentați și conectați diagonal în paralel* (fig. 7). Conectînd electrozii dispuși diagonal în paralel după montajul amonte (fig. 7*b*), rezultă după un calcul similar cu cel de la paragraful 3.1.*e* următoarele expresii ale factorului de sarcină:

$$k_p = 1 - \frac{\tilde{\tilde{E}}_x}{uB}\,\frac{1+\gamma^2}{\beta-\gamma} = -\frac{\tilde{\tilde{E}}_y(1+\gamma^2)}{uB(1+\gamma\beta)}. \tag{107}$$

Ținînd cont de relațiile (107), ecuațiile (75) devin

$$\begin{gathered}
\tilde{\tilde{E}}_x = \frac{\beta-\gamma}{1+\gamma^2}uB(1-k_p);\quad \tilde{\tilde{E}}_x^* = -\frac{\beta-\gamma}{1+\gamma^2}uB(1-k_p);\\
\tilde{\tilde{J}}_x = \frac{\gamma}{1+\gamma^2}\sigma_0 uB(1-k_p),\\
\tilde{\tilde{E}}_y = \left[1-(1-k_p)\frac{1+\gamma\beta}{1+\gamma^2}\right]uB;\\
\tilde{\tilde{E}}_y^* = \left\{1-\left[1-(1-k_p)\frac{1+\gamma\beta}{1+\gamma^2}\right]\right\}uB;\quad \tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0 uB}{1+\gamma^2}(1-k_p).
\end{gathered} \tag{108}$$

Din ecuațiile (107) și (108) se deduc formulele puterilor specifice și randamentului:

$$p_i = (\mathbf{u}\times\mathbf{B})\,\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = \frac{\sigma_0 u^2B^2}{1+\gamma^2}(1-k_p), \tag{109}$$

$$p_u = -\,\tilde{\tilde{\mathbf{E}}}\,\tilde{\tilde{\mathbf{J}}} = \tilde{\tilde{E}}_x\tilde{\tilde{J}}_x + \tilde{\tilde{E}}_y\tilde{\tilde{J}}_y = \frac{\sigma_0 u^2B^2}{1+\gamma^2}k_p(1-k_p), \tag{110}$$

$$p_j = \frac{\sigma_0 u^2B^2}{1+\gamma^2}(1-k_p)^2, \tag{111}$$

$$\eta_e = k_p, \tag{112}$$

În figura 21 s-au trasat diagramele de funcționare în gol, scurtcircuit și sarcină ale componentelor cîmpului electric și densității de curent pentru diferite valori ale lui β și γ. Pentru puterile relative și randamentul η_e:

$$\begin{gathered}
p_i^{(r)}(k_p) = \frac{1-k_p}{1+\gamma^2};\qquad p_u^{(r)}(k_p) = \frac{k_p(1-k_p)}{1+\gamma^2},\\
p_j^{(r)}(k_p) = \frac{(1-k_p)^2}{1+\gamma^2};\qquad \eta_e(k_p) = k_p,
\end{gathered} \tag{113}$$

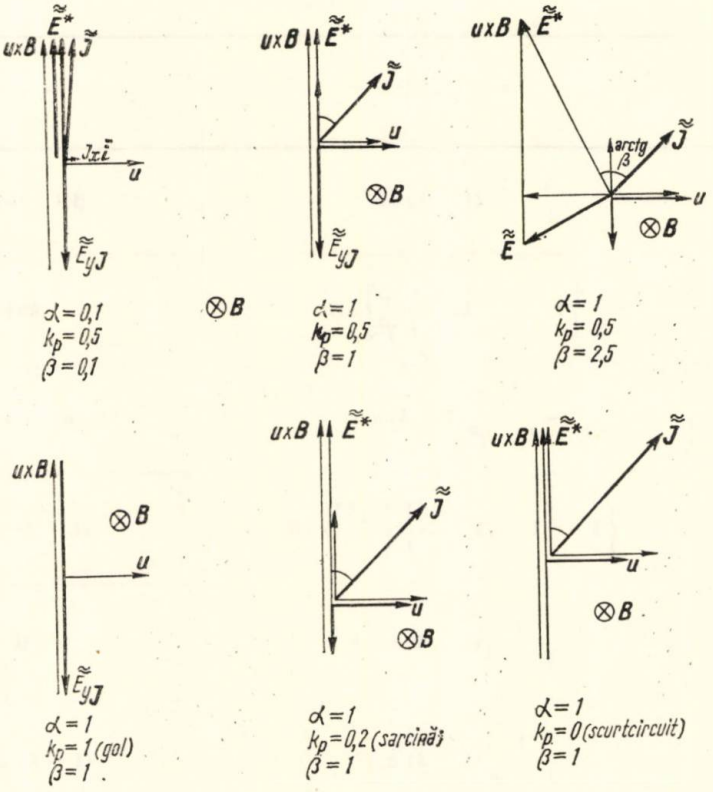


Fig. 21. — Diagramele intensităţilor cîmpurilor şi densităţii de curent pentru generatorul cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în paralel.

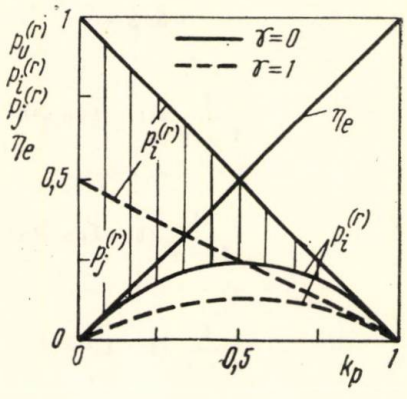


Fig. 22. — Curbele universale ale puterilor specifice relative şi randamentului pentru generatorul cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în paralel.

s-au trasat în figura 22 curbele universale pentru diferite valori ale lui γ. Dacă $\gamma = 0$, relaţiile (107)—(113) trec în (87)—(92) şi generatorul este de tip Faraday, cu electrozi segmentaţi şi sarcini distincte.

În tabela 2 sînt date principalele relaţii de calcul ale generatoarelor cu electrozi segmentaţi şi conectaţi diagonal în paralel.

Tabela 2

	$0 < \gamma < \infty$	$\gamma = 0$
$\widetilde{\widetilde{E}}_x$	$\frac{\beta - \gamma}{1 + \gamma^2}(1 - k)\, uB$	$\beta(1 - k)\, uB$
$\widetilde{\widetilde{E}}_y$	$\left[1 - (1 - k)\frac{1 + \gamma\beta}{1 + \gamma^2}\right] uB$	kuB
$\widetilde{\widetilde{E}}_x^*$	$-\frac{\beta - \gamma}{1 + \gamma^2}(1 - k)\, uB$	$-\beta(1 - k)\, uB$
$\widetilde{\widetilde{E}}_y^*$	$\left\{1 - \left[1 - (1 - k)\frac{1 + \gamma\beta}{1 + \gamma^2}\right]\right\} uB$	$(1 - k)\, uB$
$\widetilde{\widetilde{J}}_x$	$\frac{\gamma}{1 + \gamma^2}(1 - k)\, \sigma_0 uB$	0
$\widetilde{\widetilde{J}}_y$	$\frac{1}{1 + \gamma^2}(1 - k)\, \sigma_0 uB$	$(1 - k)\, \sigma_0 uB$
k	$-\frac{\widetilde{\widetilde{E}}_x}{uB}\frac{1 + \gamma^2}{\beta - \gamma} + 1$	$+\frac{\widetilde{\widetilde{E}}_y}{uB} = 1 - \frac{\widetilde{\widetilde{E}}_x}{\beta uB}$
p_u	$\frac{1}{1 + \gamma^2} k(1 - k)\, \sigma_0 u^2 B^2$	$k(1 - k)\, \sigma_0 u^2 B^2$
p_i	$\frac{1}{1 + \gamma^2}(1 - k)\, \sigma_0 u^2 B^2$	$(1 - k)\, \sigma_0 u^2 B^2$
p_j	$\frac{1}{1 + \gamma^2}(1 - k)^2\, \sigma_0 u^2 B^2$	$(1 - k)^2\, \sigma_0 u^2 B^2$
η_e	k	k
	$k \equiv k_p$	$k \equiv k_F$

7. CONCLUZII

Generatoarele MHD de curent continuu cu gaze ionizate admit în regim staţionar o schemă echivalentă de tip Joubert, în care tensiunea electromotoare e stabilită de cîmpul electric indus prin mişcarea plasmei, tensiunea la borne e dată de cîmpul electric reperat în referenţialul fix, iar rezistenţa interioară corespunde tronsonului de plasmă situat între electrozi.

La orice sarcină şi pentru orice mod de conexiune al electrozilor se pot defini valori medii ale intensităţilor cîmpului electric şi densităţii de curent la tensiune electromotoare dată.

Studiul performanţelor generatoarelor MHD cu ajutorul caracteristicilor externe calculate cu valori medii ale mărimilor de cîmp este mai potrivit decît prin caracteristici interne locale, deoarece se ţine cont şi de neuniformităţile de cîmp din straturile-limită.

BIBLIOGRAFIE

1. R. J. Rosa, *Magnetohydrodynamic Energy Conversion*, New York, McGraw-Hill Co., 1968.
2. G. W. Sutton, A. Sherman, *Engineering Magnetohydrodynamics*, McGraw-Hill Book Co., 1965.
3. Shih I Pai, *Magnetogasdynamic and Plasma Dynamics*, Berlin, Springer-Verlag, 1962.
4. C. I. Mocanu, *Contribution à l'étude de la conduction électrique dans le plasma*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **14**, *1*, 37—51 (1969).
5. F. J. Fishman, *Effect of Electrode Nonuniformities along the Magnetic Field in MHD Generators*, Adv. Energy Conv., *4*, 223—236 (1964).
6. Z. Celinski, *Analysis of Dc MHD Generator with stationary Gas Flow*, Magnetohydrodynamic power generation, **11**, 585—587 (1964).

PROCESE DE COMUTAŢIE LA BORNELE ÎNTRERUPTOARELOR LA ELIMINAREA SCURTCIRCUITELOR DIN REŢELELE CU NEUTRUL LEGAT LA PĂMÎNT PRIN INDUCTANŢĂ

GH. IACOBESCU şi I. IORDĂNESCU

621.316.1.052.32 : 621.3.064

Se analizează curenţii de oscilaţie de înaltă frecvenţă care apar la eliminarea scurtcircuitului pus la pămînt şi influenţa lor asupra valorii supratensiunilor şi vitezei de variaţie a curentului de rupere în apropierea trecerii sale prin zero.

1. CONSIDERAŢII GENERALE

La întreruperea curenţilor inductivi mici, arcul electric tinde să devină instabil înainte ca curentul să treacă prin zero şi să-şi piardă conductivitatea sa după cîteva microsecunde [1], [2]. Acest proces de instabilitate a arcului electric produce curenţi de oscilaţie de înaltă frecvenţă [3], [5], care favorizează „ruperea anticipată" sau „smulgerea" [4] curentului din întreruptor.

Fenomene asemănătoare pot apărea nu numai la ruperea curenţilor inductivi mici ca urmare a instabilităţii arcului electric, ci şi la deconectarea scurtcircuitelor cu punere la pămînt, fără a ţine seama de arcul electric. Pentru punerea în evidenţă a acestui nou aspect al întreruperii, se consideră o reţea cu neutrul legat la pămînt printr-o inductanţă, avariată de un scurtcircuit trifazat cu punere la pămînt şi se demonstrează că eliminarea defectului se poate face în trei etape succesive de deconectare, care nu sînt independente una de alta. La ruperea curenţilor de scurtcircuit, procesul de comutaţie este însoţit de apariţia unor curenţi de oscilaţie de înaltă frecvenţă, care influenţează forma curentului din camera de rupere a polilor şi momentul stingerii (ruperii) acestuia. Fenomenul poate fi intens mai ales la deconectarea ultimului pol şi explică atît supratensiunile care apar pe neutrul transformatorului, cît şi influenţa vitezei de variaţie a curentului în apropierea trecerii sale prin zero asupra capacităţii de rupere a întreruptorului.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 705—722, 1972

În cadrul lucrării se stabilesc mai întîi etapele întreruperii, curenţii de rupere din polii întreruptorului şi tensiunile de restabilire şi apoi curenţii de oscilaţie de înaltă frecvenţă şi supratensiunile posibile care pot apărea în reţeaua cu neutrul legat la pămînt prin inductanţă. În anexa III se indică un exemplu de calcul, scoţîndu-se în evidenţă elementele care caracterizează procesul de rupere.

2. DETERMINAREA CURENŢILOR DE RUPERE LA DECONECTAREA SCURTCIRCUITULUI TRIFAZAT CU PUNERE LA PĂMÂNT

Fie reţeaua trifazată din figura 1 cu neutrul legat la pămînt prin inductanţa L_N, în care s-a produs un scurtcircuit trifazat cu punere la pămînt. Dacă se consideră numai reactanţa reţelei, atunci în momentul producerii scurtcircuitului fiecare pol al întreruptorului este pregătit să rupă curenţii de scurtcircuit trifazat:

$$i_1 = \frac{\hat{E}}{X} \sin \omega t,$$

$$i_2 = \frac{\hat{E}}{X} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right), \tag{1}$$

$$i_3 = \frac{\hat{E}}{X} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Dacă curentul i_1 trece primul prin valoarea zero, după separarea contactelor polul poate întrerupe faza respectivă a reţelei. În reţea rămîn

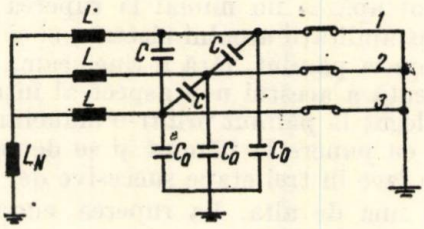


Fig. 1. — Scurtcircuit trifazat cu punere la pămînt în reţea cu neutru tratat prin bobină.

curenţii i_2 şi i_3, care se modifică în comparaţie cu situaţia ei iniţială în funcţie de modul de legare la pămînt a neutrului.

2.1. *Determinarea curenţilor din polii 2 şi 3 la ruperea curentului* i_1. La ruperea curentului i_1, tensiunea punctului neutru este dată de relaţia

$$U_N = -E \frac{X_N}{X + 2X_N} = E \frac{1 - \lambda}{1 + 2\lambda}, \tag{2}$$

în care s-a notat $\lambda = \frac{X_0}{X}$ și s-a ținut seama că

$$X_N = \frac{X_0 - X}{3}. \tag{3}$$

Tensiunea de restabilire a polului 1 la deconectarea acestuia este determinată de relația

$$U_1 = 3E \frac{\lambda}{1 + 2\lambda}, \tag{4}$$

iar curenții în fazele a doua și a treia sînt

$$\underline{I}'_2 = \frac{a^2 E - U_N}{jX} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{E}{X} \cdot \frac{\lambda - a}{\lambda + \frac{1}{2}} \tag{5}$$

și

$$\underline{I}'_3 = \frac{aE - U_N}{jX} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{E}{X} \cdot \frac{\lambda - a^2}{\lambda + \frac{1}{2}}. \tag{6}$$

Valoarea efectivă a curenților din fazele a doua și a treia este aceeași:

$$I'_2 = I'_3 = \frac{E}{X} \cdot \frac{\sqrt{3(\lambda^2 + \lambda + 1)}}{2\lambda + 1}, \tag{7}$$

iar fazele lor în momentul ruperii curentului i_1, considerate față de maximul acestuia, sînt

$$\operatorname{tg} \varphi'_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2\lambda + 1} \tag{8}$$

și

$$\operatorname{tg} \varphi'_3 = \frac{\sqrt{3}}{2\lambda + 1}. \tag{9}$$

Analiza relațiilor (2), (7)— (9) pun în evidență următoarele situații posibile:

a) cînd $\lambda = 1$ pt ($X_0 = X$), rețeaua este legată direct la pămînt ($X_N = 0$). În acest caz, tensiunea punctului neutru este zero, tensiunea de restabilire a polului 1 corespunde tensiunii pe fază a rețelei, decalajele curenților sînt egale cu $\pm 30°$, iar valoarea efectivă a acestora este egală cu cea a curentului de scurtcircuit trifazat $I^{(3)} = \frac{E}{X}$. Întreruperea curenților se poate efectua succesiv la trecerile prin zero, conform figurii 2;

b) cînd $\lambda = \infty$ (scurtcircuit trifazat sau rețea cu neutru izolat), tensiunea punctului neutru devine egală cu $-0{,}5\ E$, tensiunea de restabilire a polului 1 crește prin salt la valoarea $1{,}5\ E$, valoarea efectivă a curenților devine $\frac{\sqrt{3}}{2} I^{(3)}$, iar decalajele φ_2' și φ_3' sînt egale cu zero. În acest caz, ruperea celor doi curenți nu se poate efectua decît simultan, variația lor în timp corespunzînd figurii 3;

c) cînd λ are o valoare oarecare, mărimile analizate corespund unor valori intermediare celor date la punctele *a* și *b*, iar ruperea curenților se poate efectua succesiv. În acest caz, curbele de variație ale curenților se modifică conform figurii 4 (curbele punctate) și relațiilor

$$i_2' = \hat{I}^{(3)} \frac{\sqrt{3(\lambda^2 + \lambda + 1)}}{2\lambda + 1} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varphi'\right) \tag{10}$$

și

$$i_3' = \hat{I}^{(3)} \frac{\sqrt{3(\lambda^2 + \lambda + 1)}}{2\lambda + 1} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi'\right), \tag{11}$$

în care decalajul φ' al curenților variază în limitele $0 < \varphi' < 30°$ și corespunde relațiilor (8) și (9), particularizate pentru situațiile prevăzute la punctele *a* și *b*.

La întreruperea curentului i_1, curenții rămași în circuit nu au componență aperiodică. Într-adevăr, la momentul $t_1 = 0$, componentele aperiodice sînt date de relațiile

$$[I_{2a}]_{t_1=0} = -\frac{E}{X}\left[\sin\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3(\lambda^2 + \lambda + 1)}}{2\lambda + 1} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi'\right)\right] \equiv 0 \tag{12}$$

și

$$[I_{3a}]_{t_1=0} = \frac{E}{X}\left[\sin\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3(\lambda^2 + \lambda + 1)}}{2\lambda + 1} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi'\right)\right] \equiv 0, \tag{13}$$

în care s-a ținut seama că

$$\cos\varphi' = \frac{2\lambda + 1}{2\sqrt{\lambda^2 + \lambda + 1}}. \tag{14}$$

Curentul de defect, care parcurge inductanța de legare la pămînt, rezultă în permanență din suma curenților i_2 și i_3 și are valoarea dată de relația

$$i_n = -2\hat{I}^{(3)} \frac{\sqrt{3(\lambda^2 + \lambda + 1)}}{2\lambda + 1} \sin\omega t \sin\varphi' = -3\frac{\hat{I}^{(3)}}{2\lambda + 1} \sin\omega t, \tag{15}$$

în care s-a ținut seama că

$$\sin\varphi' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{\lambda^2 + \lambda + 1}}. \tag{16}$$

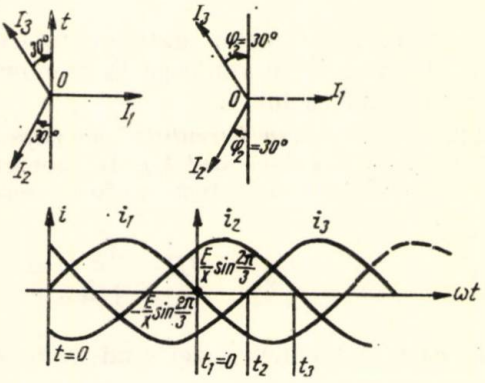


Fig. 2. — Diagrama fazorială și de variație în timp a curentului de scurtcircuit trifazat.

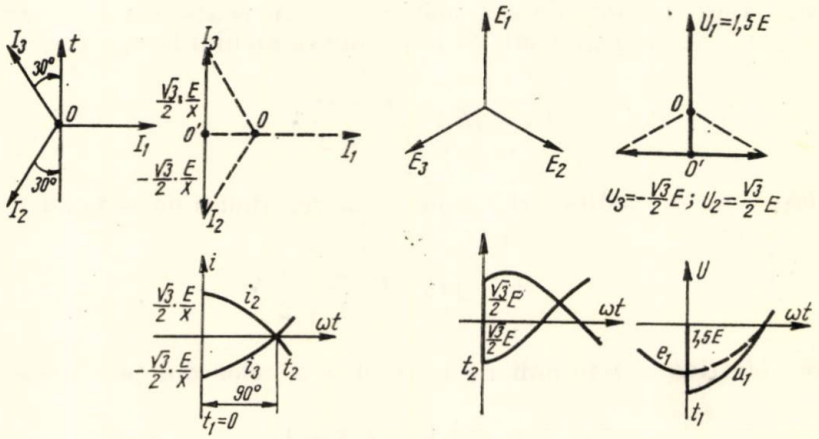


Fig. 3. — Diagramele curenților de scurtcircuit și a tensiunii de restabilire după reuperea primului pol.

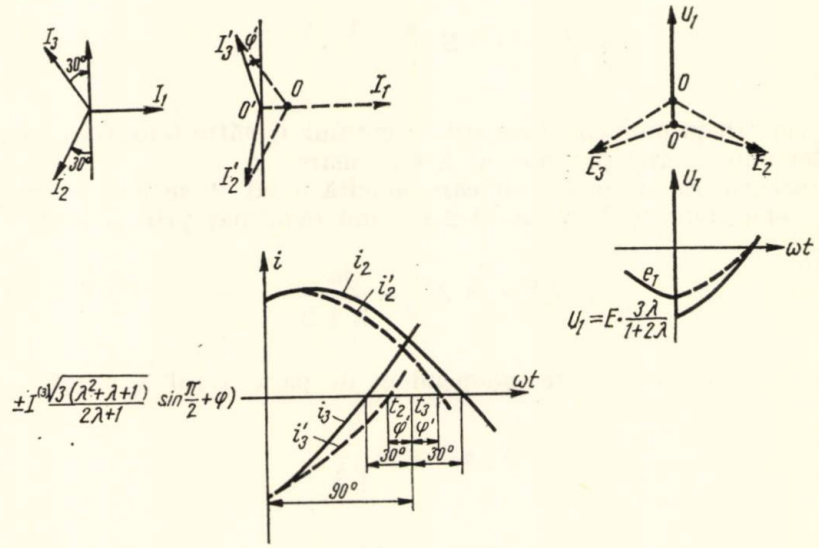


Fig. 4. — Diagramele curenților de scurtcircuit și tensiunilor de restabilire la ruperea polului 3.

Conform diagramelor date în figurile 2 și 4 după momentul t_1, curentul din faza 3 se anulează la momentul t_2 și, prin urmare, polul 3 poate rupe după polul 1.

2.2. *Determinarea curentului de rupere din ultimul pol al întreruptorului cînd* $i'_3 = 0$ *(momentul* t_2*).* În momentul t_2, cînd $i'_3 = 0$, tensiunea punctului neutru se modifică conform relației

$$\underline{U}_N = a^2 E \frac{X_N}{X + X_N} = a^2 E \frac{\lambda - 1}{\lambda + 2} \tag{17}$$

și tinde către tensiunea fazei cînd valoarea parametrului λ este foarte mare.

Tensiunea de restabilire a polului 3, care poate rupe curentul în această etapă, variază prin salt de la tensiunea arcului la valoarea

$$\underline{U}_3 = jE\sqrt{3}\frac{\lambda - a^2}{\lambda + 2}. \tag{18}$$

În același timp se modifică și tensiunea de restabilire de la polul 1, care devine

$$\underline{U}'_1 = -ja\sqrt{3}E\frac{\lambda - 1}{\lambda + 2}. \tag{19}$$

Valoarea efectivă a tensiunii de restabilire a celor doi poli întrerupți:

$$U_3 = E\frac{\sqrt{3(\lambda^2 + \lambda + 1)}}{\lambda + 2} \tag{18'}$$

și

$$U'_1 = \sqrt{3}E\frac{\lambda - 1}{\lambda + 2}, \tag{19'}$$

tinde prin salt în momentul ruperii curentului i'_3 către tensiunea compusă a rețelei numai cînd parametrul λ este mare.

Curentul rămas în circuit care solicită polul 2 se poate determina analog celor indicate la punctul 2.1, fiind exprimat prin relația

$$\underline{I}''_2 = -3\frac{E}{X}\cdot\frac{ja^2}{\lambda + 2}, \tag{20}$$

al cărui defasaj inițial este independent de parametrul λ, adică

$$\operatorname{tg}\varphi''_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \tag{21}$$

sau

$$\varphi''_2 = -30°. \tag{22}$$

Valoarea instantanee a acestui curent este dată de relația

$$i_2''' = \hat{I}^{(3)} \frac{3}{2+\lambda} \sin(\omega t - 120°). \tag{23}$$

Se poate verifica și în acest caz că nu există componență aperiodică de curent, deoarece

$$[I'_{2a}]_{\omega t = -\left(\frac{\pi}{2}+\varphi'\right)} = [i'_2 - i''_2] =$$

$$= \hat{I}^{(3)} \left[\frac{\sqrt{3(\lambda^2+\lambda+1)}}{2\lambda+1} \sin 2\varphi' - \frac{3}{2+\lambda} \left(\frac{\cos\varphi'}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\varphi'' \right) \right] \equiv 0. \tag{24}$$

în care s-a considerat valoarea declajului φ', dată de relația (9).

Conform ecuației (23), în momentul ruperii curentului i'_3, curentul din polul 2 revine la faza inițială. Întreruperea acestuia se efectuează la trecerea prin zero sub o tensiune de restabilire corespunzătoare tensiunii de fază a rețelei.

3. DETERMINAREA CURENȚILOR DE OSCILAȚIE DE ÎNALTĂ FRECVENȚĂ ȘI A SUPRATENSIUNILOR POSIBILE LA DECONECTAREA REȚELEI

În realitate, procesul de rupere al curenților este mai complicat ca urmare a unor fenomene tranzitorii care condiționează o legătură strînsă între ruperea unui pol și cea a polului următor. Această legătură este determinată de curenții tranzitorii de frecvență înaltă, care modifică curba curenților de scurtcircuit în polii neîntrerupți. Ca urmare, dacă procesul tranzitoriu la ruperea polului precedent nu este amortizat rapid, trecerea prin zero a curenților de rupere în polii următori este influențată, în sensul că ea poate avea loc înaintea trecerii naturale prin zero. Fenomenul este însoțit de apariția unor supratensiuni, ale căror valori depind atît de constantele rețelei, cît și de momentul anulării curentului de rupere. El apare mai ales cînd se întrerup curenți de intensitate redusă, ceea ce în cazul de față este în directă legătură cu etapa întreruperii și cu valoarea inductanței de legare la pămînt a rețelei.

Pentru determinarea curenților de oscilație de înaltă frecvență se va considera că procesul de rupere are loc în condiții ideale și că în momentul întreruperii curentului ($t = 0$) tensiunea tranzitorie de restabilire are valoarea zero. Acest lucru presupune că în momentul întreruperii curentului tensiunea oscilantă la bornele capacității rețelei deconectate egalează tensiunea impusă de rețea (tensiunea de restabilire de frecvență industrială). Pornind de la acest fapt, curenții de oscilație de înaltă frecvență sînt determinați pentru momentul întreruperii, ulterior desfășurarea procesului considerîndu-se neamortizată.

3.1. *Întreruperea primului pol al întreruptorului.* Schema echivalentă a rețelei corespunde figurii 5. Tensiunea la bornele polului 1 înaintea

ruperii curentului era egală cu tensiunea arcului, iar în momentul imediat următor ruperii devine egală cu tensiunea de restabilire (de frecvență industrială), dată de relația 4.

Tensiunea capacității $(C_0 + 2C)$, care reprezintă de asemenea tensiunea de restabilire la bornele polului respectiv, va tinde să egaleze în

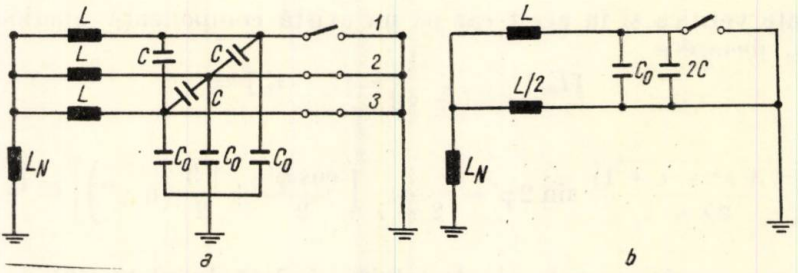


Fig. 5. — Schema echivalentă a rețelei la deconectarea primei faze : *a* — schema inițială ; *b* — schema echivalentă.

momentul ruperii tensiunea impusă de sursă, oscilînd în jurul unor valori cuprinse între tensiunea de fază a rețelei E și 1,5 E (în funcție de λ), cu pulsația proprie ν_0, impusă de schema echivalentă din figura 5.

Ea va determina un curent de oscilație de înaltă frecvență, a cărei amplitudine variază în funcție de parametrul λ (vezi anexa I) astfel :

— pentru $\lambda = 1$ (rețea legată direct la pămînt) :

$$\hat{I}_0 = \frac{\hat{E}}{L\nu_0}; \tag{25}$$

— pentru $\lambda = \infty$ (rețea cu neutrul izolat sau legat la pămînt prin bobină de stingere :

$$\hat{I}_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\hat{E}}{L\nu_0}, \tag{26}$$

unde $\nu_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C_0 + 2C)}}$ reprezintă pulsația proprie de oscilație a fazei.

Acest curent se suprapune peste curenții de frecvență industrială din fazele a două și a treia fiind foarte puțin probabil să influențeze procesul ruperii în etapele următoare.

3.2. *Întreruperea celui de-al treilea pol al întreruptorului* $(i'_3 = 0)$. Conform celor arătate la punctul 2, polul 3 al întreruptorului poate rupe curentul după polul 1. Înaintea ruperii, tensiunea la bornele polului 3 era egală cu tensiunea arcului și imediat după rupere are valoarea efectivă dată de relația (18′). Din diagramele curenților și tensiunilor, date în figura 4, se poate constata că aceasta este sensibilă în cvadratură cu curentul de rupere, ceea ce înseamnă că în momentul ruperii ea se va afla în apropierea valorii sale maxime.

Tensiunea la bornele capacității fazei deconectate este egală cu tensiunea de restabilire a polului întrerupt și va tinde să egaleze în mo-

mentul ruperii tensiunea impusă de rețea, oscilînd în jurul unui regim forțat cu frecvențele proprii ale rețelei deconectate, a cărei schemă echivalentă se prezintă în figura 6.

Curenții de oscilație de înaltă frecvență care apar corespund celor trei circuite oscilante din figura 6. Curentul de oscilație corespunzător

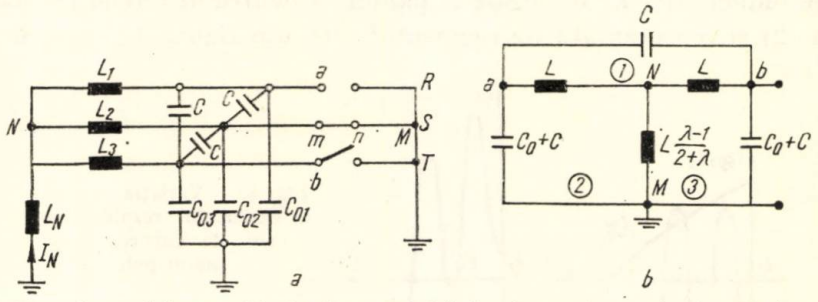


Fig. 6. — Schema echivalentă a rețelei la deconectarea fazei a treia: *a* — schema inițială; *b* — schema echivalentă.

circuitului 1 se închide prin capacitatea C dintre fazele întîi și a treia și inductanțele L_1 și L_3, fără să afecteze faza neîntreruptă. Se poate face abstracție și de variația regimului fazei întîi întrerupte anterior (vezi anexa II), considerîndu-se că regimul oscilant este condiționat numai de circuitul fazei întrerupte în această etapă: $(C_{03}+C)$, L_3, N, $L_2 \| L_N$, mn, M (circuitul 3).

În aceste condiții, curentul de oscilație care interesează procesul de rupere a curentului de scurtcircuit monofazat din polul 2, calculat în anexa II este dat de ecuația (2.2). Dacă $\lambda = 1$, curentul de oscilație este dat de ecuația (2.4) și, dacă $\lambda > 2$, de ecuația (2.5). În acest ultim caz se poate considera că închiderea curenților de scurtcircuit și osiclație

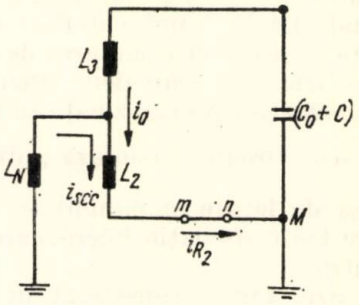


Fig. 7. — Suprapunerea curentului de scurtcircuit monofazat și a curentului de oscilație de înaltă frecvență în camera de rupere a ultimului pol.

de înaltă frecvență are loc ca în figura 7, unde s-a notat cu i_{R_2} curentul total de rupere din polul 2 al întreruptorului.

3.3. *Întreruperea celui de-al doilea pol al întreruptorului.* Curentul de rupere i_{E_2} din polul 2, care va întrerupe în ultima etapă, are o curbă de variație diferită de cea a curentului de scurtcircuit monofazat, începînd cu momentul de întrerupere a polului 3.

În funcție de constantele fizice ale circuitului întrerupt, curentul de oscilație de înaltă frecvență poate avea intensitate mai mică, egală

sau chiar mai mare decît intensitatea curentului de frecvență industrială. Ca urmare, el poate determina o anulare sau chiar o schimbare de semn a curentului i_{R_2} din camera de rupere a întreruptorului, în avans față de momentul t_3, indicat orientativ în figura 8.

Înaintea întreruperii polului 3, tensiunea de regim permanent la bornele inductanței L_N de legare la pământ a neutrului rețelei era dată de relația (2) și reprezentată de segmentul $\overline{OO'}$ din figura 4. După întrerupere curentului din polul 3, această tensiune de regim este reprezentată de relația (17) și de proiecția fazorului tensiunii fazei 2, care crește și atinge valoarea sa de creastă după un unghi egal cu 30°.

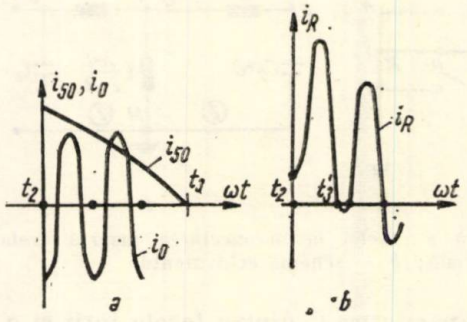


Fig. 8. — Variația în timp a curentului rezultant în camera de rupere a ultimului pol.

În același interval, curentul din reactanța de legare la pământ, care, conform figurii 7, după întreruperea fazei 3 corespunde curentului de defect între o fază și pământ, va descreşte la zero (fig. 8). În timpul acestei descreșteri, curentul de oscilație de înaltă frecvență poate să provoace o trecere forțată prin zero a curentului rezultant din camera de ruperea polului 2, care să permită deconectarea fazei. Întreruptorul trebuie să fie capabil să rupă un curent a cărui intensitate corespunde curentului de scurtcircuit monofazat, dar a cărei frecvență de oscilație este diferită de cea industrială. Cînd curentul din polul 2 este întrerupt ($i_{R_2} = 0$), inductanța L_N este încă parcursă de curentul I_N (Iscc), ceea ce din punct de vedere fizic este echivalent unei întreruperi bruște a acestui curent. Energia magnetică înmagazinată în inductanța L_N corespunzătoare curentului de scurtcircuit monofazat, din faza a doua este $\frac{1}{2} L_N I_N^2$. Între inductanța de legare la pământ și capacitatea față de pământ a fazelor rețelei are loc o oscilație liberă, care determină o supratensiune a punctului neutru.

În cazul optim considerat în care nu au loc pierderi de energie, cele două energii vor fi egale, adică

$$L_N I_N^2 = 3C_0 V_N^2, \tag{27}$$

astfel încît la bornele inductanței de legare la pământ supratensiunea are valoarea

$$V_N = I_N \sqrt{\frac{L_N}{3C_0}}. \tag{28}$$

În momentul ruperii curentului în polul 2 al întreruptorului, intensitatea curentului I_N este egală cu cea a curentului de oscilație de înaltă frecvență și este dată de relația (2.5), iar supratensiunea V_N a punctului neutru este

$$V_N \cong E \sqrt{\frac{(C_0 + C)}{2\,C_0} \cdot \frac{\lambda - 1}{3}}. \tag{29}$$

Dacă se consideră că pentru o linie electrică aeriană raportul capacităților de sub semnul radical este aproximativ egal cu 2, rezultă

$$V_N \simeq E \sqrt{\frac{\lambda - 1}{3}} = K_{SN} \cdot E,^{1}) \tag{30}$$

unde s-a notat prin K_{SN} factorul de supratensiune al neutrului rețelei.

Supratensiunea punctului neutru se adaugă la fiecare din tensiunea fazelor față de pământ. Considerînd că întreruperea ultimului pol are loc cînd tensiunea compusă a rețelei este maximă și dacă se ține seama că în acest moment tensiunile pe faze sînt

$$E_1 = 0\,; \quad E_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} E\,; \quad E_3 = -\frac{\sqrt{3}}{E} E,$$

rezultă următoarele supratensiuni ale fazelor față de pământ:

$$\begin{aligned} U_{s1} &= E \sqrt{\frac{\lambda - 1}{3}} = K_1 E, \\ U_{s2} &= E \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda - 1}{3}} \right] = K_2 E, \\ U_{s3} &= E \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{\frac{\lambda - 1}{3}} \right] = K_3 E, \end{aligned} \tag{31}$$

care corespund tensiunilor de restabilire a polilor la ultima întrerupere

Conform ecuației (30), în rețelele legate la pământ printr-o inductanță L_N afectată de un scurtcircuit trifazat cu pământul, factorul de supratensiune pe neutrul acestora devine supraunitar cînd $\lambda > 4$ sau $L_N > L$. În aceleași condiții, factorii de supratensiune determinați de ecuațiile (31) devin

$$K_1 > E\,; \quad K_2 > 1{,}865\,E\,; \quad K_3 > 0{,}135\,E.$$

[1]) Conform celor arătate anterior (vezi 2.1 b) condiția $\lambda = \infty$ nu apare, deoarece în acest caz întreruperea se efectuează în două etape, și anume faza întîi și apoi fazele a doua și a treia simultan.

Pentru calculele efectuate sînt de menţionat însă următoarele două observaţii :

a) analiza ruperii curenţilor s-a făcut neţinînd seama de arcul electric. În unele cazuri, mai ales cînd intensitatea curentului de rupere este mică, arcul electric din polii întreruptorului datorită instabilităţii sale, poate provoca, întreţine şi chiar amplifica amplitudinea curenţilor de oscilaţie din întreruptor, ceea ce complică procesul de întrerupere;

b) momentul anulării curentului din polul 2 al întreruptorului va depinde de intensitatea curentului de scurtcircuit şi a curentului de oscilaţie de înaltă frecvenţă, precum şi de intervalul de timp dintre etapele succesive ale întreruperii polilor 1 şi 3 ai întreruptorului (defazajul φ'). În calculele efectuate, acest moment a fost determinat ţinînd seama că ruperea curentului în polul 2 al întreruptorului are loc la prima creastă a curentului de oscilaţie de înaltă frecvenţă, la începutul perioadei de amortizare.

4. INFLUENŢA CURENTULUI DE OSCILAŢIE DE ÎNALTĂ FRECVENŢĂ ASUPRA CAPACITĂŢII DE RUPERE A ÎNTRERUPTORULUI

Anularea curentului din ultimul pol al întreruptorului la eliminarea unui scurtcircuit trifazat cu punere la pămînt poate avea loc la prima sau la următoarele valori de creastă ale curentului de oscilaţie de înaltă frecvenţă. În ambele cazuri, dacă se neglijează amortizarea, supratensiunile care iau naştere sînt aceleaşi.

Momentul ruperii curentului şi fenomenele secundare legate de acest proces sînt influenţate de amplitudinea şi de frecvenţa curentului de oscilaţie. O frecvenţă joasă (capacitate mare) impune o modificare mai înceată a curbei de variaţie a curentului rezultant la trecerea lui prin zero, în timp ce o frecvenţă ridicată creşte panta de trecere prin zero a acestuia. În acelaşi mod se poate interpreta şi influenţa amplitudinii curentului de oscilaţie, iar capacitatea de rupere a întreruptorului este legată de un curent rezultant cu o curbă de variaţie diferită de cea a curentului de scurtcircuit. Frecvenţa şi amplitudinea curentului de oscilaţie sînt mărimi care variază în sens invers, astfel că se poate presupune că întreruptorul este capabil să rupă un curent de amplitudine cu atît mai mare, cu cît frecvenţa proprie de oscilaţie (impusă de parametrii reţelei) este mai mică. Această observaţie permite să se caracterizeze capacitatea de rupere a întreruptorului şi prin viteza de trecere prin zero a curentului total, care, prin analogie cu viteza de creştere a tensiunii tranzitorii de restabilire, poate fi definită [5] cu relaţia

$$v = 4 f_0 \hat{I}_0 \left[\frac{A}{s}\right], \tag{32}$$

în care $\hat{I}_0$ reprezintă amplitudinea curentului de oscilaţie (în cazul studiat egală cu amplitudinea curentului de scurtcircuit monofazat), iar f_0 frecvenţa de oscilaţie a curentului întrerupt.

La întreruperea unui curent de scurtcircuit corespunzător capacităţii nominale de rupere a întreruptorului, $\hat{I}_{nr}$, viteza de trecere a acestuia

prin zero reprezintă o limită superioară și corespunde frecvenței impuse de rețea, adică

$$v_{max} = 4.50 \cdot \hat{I}_{nr}. \tag{33}$$

Ținînd seama că raportul dintre intensitatea curentului de scurtcircuit și cea a curentului de oscilație este invers proporțional cu cel al frecvențelor, adică

$$\frac{I_{scc}}{I_0} = K \cdot \frac{f_0}{50} \simeq \left(\frac{f_0}{50}\right)^{2)}, \tag{34}$$

se poate obține o imagine asupra variației capacității de rupere a întreruptorului cu frecvența proprie de oscilație a rețelei. Se observă că, introducînd relația (34) în (33), se obține relația (32), ceea ce permite să se tragă următoarea concluzie: cînd alte condiții rămîn identice, pentru o anumită viteză de trecere prin zero a curentului de rupere la care întreruptorul trebuie să funcționeze în condiții bune, factorii relațiilor (32) sau (33) trebuie să varieze în sens invers. Dacă intensitatea curentului de rupere scade, frecvența proprie poate crește în aceeași măsură sau invers. Se poate presupune, de exemplu, că un întreruptor a cărei capacitate de rupere este de 5 000 A la frecvența industrială este capabil să rupă numai 50A la o frecvență proprie de 5 000 Hz. În aceste condiții, viteza de trecere prin zero a curentului este aceeași.

5. CONCLUZII

Din cele expuse în cadrul lucrării se pot trage următoarele concluzii:

a) deconectarea scurtcircuitului trifazat cu punere la pămînt în rețelele cu neutrul tratat se poate efectua în trei etape;

b) intensitățile curenților de rupere sînt diferite pentru etapele de întrerupere și depind de valoarea inductanței de legare la pămînt. Pentru polul care întrerupe în etapa 1, intensitatea curentului de scurt circuit are valoarea cea mai mare, fiind egală cu cea a curentului de scurtcircuit trifazat;

c) La ruperea curenților apare tensiunea de restabilire, care are valoarea cea mai mare pentru polul care întrerupe în etapa doua;

d) etapele a doua și a treia ale deconectării rețelei pot fi influențate de curenții de oscilație de înaltă frecvență, care sînt determinați de fenomenele tranzitorii apărute la întreruperea precedentă. Suprapunerea acestor curenți peste curentul de scurtcircuit de frecvență industrială schimbă, mai ales la întreruperea ultimului pol, forma curentului de rupere și poate da naștere la supratensiuni în rețea pe neutrul transformatorului și la bornele întreruptorului;

e) la întreruperea ultimului pol al întreruptorului, supratensiunea care ia naștere pe neutrul transformatorului este proporțională cu ră-

---

[2]) Coeficientul K este puțin diferit de valoarea unitară, așa cum se poate constata din rezultatele de calcul obținute în Anexa II.

dăcina patrată dintre inductanța L_N de legare la pămînt și inductanța L a transformatorului (parametrul λ);

f) în cazul legării la pămînt printr-o reactanță inductivă, factorul de supratensiune pe neutrul transformatorului $k_{sN} > 1$, dacă inductanța de legare la pămînt $L_N > L$. În aceste condiții, factorul maxim de supratensiune *în* rețea, determinat de relația (31), este mai mare decît 1,865;

g) cînd neutrul este legat la pămînt printr-o reactanță inductivă, aceasta trebuie să limiteze curentul de defect la pămînt la o valoare compatibilă cu alte exigențe, ca, de exemplu, inducția electromagnetică în liniile de telefonie, efectele electrodinamice etc. Aceasta este unul dintre motivele care au condus în cîteva țări la considerarea unei intensități maxime a curentului de defect monofazat pînă la 300 A pe rețelele aeriene și 1 000 A pe rețele de cablu [5]. În aceste cazuri s-a putut constata într-o rețea aeriană de 15 kV [5] că, dacă curentul de defect dintre o fază și pămînt era limitat la 300 A, liniile influențau prin inductanța lor, reducînd apreciabil supratensiunea, ceea ce nu se întîmpla cînd intensitatea curentului de defect la pămînt era în jur de 100 A. În acest ultim caz se pot produce supratensiuni, mai ales dacă rețeaua este relativ scurtă sau capacitatea ei este mare;

h) capacitatea de rupere a întreruptorului, poate fi interpretată în strînsă legătură cu viteza de trecere prin zero a curentului. Dacă frecvența de oscilație a curentului total de rupere este mare în comparație cu frecvența industrială, atunci amplitudinea acestuia trebuie să descrească în același raport în care frecvența crește față de cea a curentului nominal de rupere la 50 Hz. Această concluzie poate reda imaginea generală de variație a capacității de rupere a unui întreruptor cu frecvența de oscilație a rețelei.

ANEXA I

Pentru rețeaua din figura 5 se poate scrie

$$(C_0 + 2C)U_1^2 = L_t I_0^2, \tag{1.1}$$

unde

U_1 reprezintă tensiunea la bornele capacității echivalente a schemei la deconectarea primei faze, egală cu tensiunea de restabilire dată de ecuația (4),

L_t — inductanța totală a rețelei, a cărei valoare este dată de expresia

$$L_t = 3L\frac{\lambda}{1 + 2\lambda}. \tag{1.2}$$

Ținînd seama de relațiile (4) și (1.2), în (1.1) se deduce

$$\hat{I}_0 = \frac{\hat{E}}{L\nu_0}\cdot\sqrt{\frac{3\lambda}{1 + 2\lambda}}, \tag{1.3}$$

în care $\nu_0 = \frac{1}{\sqrt{L[C_0 + 2C]}}$ și $L\nu_0$ reprezintă pulsația și, respectiv, reactanța de înaltă frecvență a fazei.

Amplitudinea curentului de înaltă frecvență este funcție de parametrul λ, astfel:

1) pentru $\lambda = 1$ (rețea cu neutru legat direct la pământ), amplitudinea lui este

$$\hat{I}_0 = \frac{\hat{E}}{L\nu_0}. \tag{1.4}$$

Se observă din schema echivalentă dată în figura 5 că în acest caz inductanța rețelei la deconectarea primei faze este L, capacitatea echivalentă este $(C_0 + 2C)$, iar tensiunea de restabilire a polului este egală cu tensiunea fazei, E;

2) pentru $\lambda = \infty$ (rețea cu neutrul izolat), amplitudinea curentului de oscilație crește la valoarea

$$\hat{I}_0' = \sqrt{1{,}5}\,\hat{I}_0. \tag{1.5}$$

Este de menționat faptul că pentru această situație, deși din punctul de vedere al tensiunii de restabilire și al curenților de scurtcircuit este indiferent dacă scurtcircuitul este sau nu legat la pământ, pulsația proprie de oscilație nu este totuși aceeași. În primul caz, ecuația energiilor este identică cu (1.1), în timp ce în al doilea caz ea devine

$$\left(\frac{2}{3}C_0 + 2C\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\hat{E}\right)^2 = \frac{3}{2}L\hat{I}_0^2 \tag{1.6}$$

și

$$\hat{I}_0 = \frac{\hat{E}}{L\nu_0'}, \tag{1.7}$$

unde

$$\nu_0' = \frac{1}{\sqrt{L[C_0 + 3C]}}. \tag{1.8}$$

ANEXA II

La bornele capacităților (C_0+C) conectate în punctele a și b din figura 6, precum și la cele ale capacității C conectate între punctele a și b, se aplică la ruperea curentului din faza a treia, tensiunile de restabilire date de relațiile (18) și (19) sau de diferența geometrică a acestora.

Conform schemelor echivalente din figura 6, la rupere vor apărea în rețea trei curenți de oscilație de înaltă frecvență, corespunzători celor trei circuite oscilante. Curentul de oscilație corespunzător circuitului 1 se închide prin capacitatea C dintre fazele întîi și a treia și inductanțele

L_1 și L_3 fără să afecteze faza neîntreruptă. Ca urmare, se poate presupune că regimul oscilant este determinat numai de circuitele $(C_{01} + C)$, L_1, N, $L_2 || L_N$, mn, M și $(C_{03} + C)$, L_3, N, $L_2 || L_N$, mn, M, care au aceeași frecvență proprie.

În această etapă, variația tensiunii de restabilire la bornele polului 1 are loc în limite reduse, deoarece saltul acesteia presupune trecerea de la tensiunea dată de relația (4) la cea dată de (19a). De aceea se va face abstracție și de influența circuitului primei faze, ținînd seama numai de circuitul fazei întrerupte în această etapă.

Ca urmare, curentul de oscilație calculat în aceste ipoteze va reieși din relațiile

$$3\hat{E}^2 \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\lambda + 2)^2}(C_0 + C) = L\hat{I}_0^2 \frac{2\lambda + 1}{\lambda + 2} \tag{2.1}$$

și

$$\hat{I}_{03} = \frac{\sqrt{3}\hat{E}}{L\nu_{03}} \cdot \sqrt{\frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{2\lambda^2 + 5\lambda + 2}}, \tag{2.2}$$

unde

$$\nu_{03} = \frac{1}{\sqrt{L[C_0 + C]}}. \tag{2.3}$$

Dacă $\lambda = 1$, potențialul punctului neutru N este zero, iar tensiunea de restabilire care se aplică capacității paralele este egală cu tensiunea fazei. Curentul circuitului oscilant luat în considerare are amplitudinea

$$\hat{I}_{02} = \hat{E}\sqrt{\frac{C_0 + C}{L}} = \frac{\hat{E}}{L\nu_{03}}, \tag{2.4}$$

în care ν_{03} este dat de relația (2.3).

Dacă $\lambda > 2$, potențialul punctului neutru are o valoare diferită de zero, care influențează tensiunea de restabilire a polului care întrerupe în această etapă. Pentru valori mari ale parametrului λ, curentul de oscilație dat poate fi exprimat sub o formă mai simplă prin relația aproximativă

$$\hat{I}_0 \cong \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\hat{E}}{L\nu_{03}}, \tag{2.5}$$

ceea ce permite o mai ușoară explicație a fenomenului fizic și apropie repartiția curenților de cea indicată în figura 7.

ANEXA III

Se consideră rețeaua electrică cu caracteristicile date în tabela 1. Să se studieze condițiile de întrerupere în cazul unui scurtcircuit trifazat cu punerea la pămînt cînd neutrul este legat la pămînt printr-o inductanță.

Tabela 3.1

Tensiunea nominală a rețelei, V	Curentul de scurt-circuit trifazat, A	Inductanța de scurt-circuit a rețelei, mH	Inductanța de legare la pămînt, L_N	Raportul $\lambda = \frac{L_0}{L}$
30 000	5 000	10	3L	10
30 000	5 000	10	5L	16
30 000	5 000	10	7L	22

În tabele 3.2, 3.3 și 3.4 se indică mărimile care interesează procesul ruperii în cele trei etape.

Tabela 3.2

Polul întrerupt	Tensiunea de restabilire de frecvență industrială	Intensitatea curentului de scurtcircuit trifazat, A	Intensitatea curenților în polii rămași conectați la întreruperea polului, A	Decalajul curenților I_2 și I_3 la întreruperea curentului I_1	Obs. λ
1	1,43 E	5 000	4 350	4°45′	10
1	1,45 E	5 000	4 350	3°	16
1	1,49 E	5 000	4 350	2°10′	22

Tabela 3.3

Polul întrerupt	Tensiunea de restabilire de frecvență industrială	Intensitatea curentului în polul 2 la întreruperea polului 3, A	Intensitatea curentului de oscilație [3]), A	Capacitatea echivalentă ($C_0 + C$) considerată, μF	Obs. λ
3	1,52 E	717	220 312	1 2	10
3	1,57 E	452	220 312	1 2	16
3	1,61 E	325	220 312	1 2	22

Tabela 3.4

Polul întrerupt	Factorii de supratensiune [4])				Parametrul λ	Frecvența proprie de oscilație, Hz	Capacitatea rețelei, μF	Viteza de trecere prin zero a curentului, A/μS
	K_{SN}	K_1	K_2	K_3				
2	1,73	1,73	2,59	0,87	10	1 600	1	2
2	2,24	2,24	3,1	1,37	16	1 130	2	2
2	2,65	2,65	3,52	1,78	22			

[3]) În calculul intensității curentului de oscilație s-a considerat relația (2.5), care este independentă de parametrul λ. Un calcul exact efectuat cu ajutorul relației (2.2) arată că variațiile acestuia sînt mici cu parametrul λ.

[4]) Calculați în aceleași condiții simplificate.

Din datele prezentate în tabelele 3.2 şi 3.3 şi 3.4 rezultă următoarele :

1. Întreruperea polului 3 (etapa a doua) nu poate fi influenţată de curentul de oscilaţie de înaltă frecvenţă, deoarece intensitatea acestuia din urmă modifică în prea mică măsură viteza de trecere prin zero a curentului rezultat în camera de rupere a polului.

Dacă se presupune intervalul de timp $t>3{,}33$ m S, după ruperea polului 1 în care curentul de rupere din polul 3 se anulează, acesta poate fi influenţat numai în apropierea trecerii lui prin zero, cînd este puţin probabil ca procesul de oscilaţie să nu fie amortizat.

2. Pentru reţelele de tensiune medie cu neutrul legat la pămînt printr-o inductanţă, curentul din bobină descreşte la zero 30° după momentul întreruperii polului 3, adică după un timp $t = 1{,}67$ m S. În acest interval de timp, curentul de oscilaţie de înaltă frecvenţă poate provoca o trecere forţată prin zero a curentului rezultant din camera de rupere a polului 2, aşa cum se arată în figura 8. Momentul ruperii curentului din întreruptor este t'_3 (fig. 8) înaintea momentului t_3, care corespunde trecerii naturale prin zero a curentului de scurtcircuit monofazat. Apariţia ruperii curentului în întreruptor este cu atît mai probabilă, cu cît intensitatea curentului de oscilaţie este mai mare (capacitatea reţelei legată galvanic la bare este mai mare).

3. Factorii de supratensiune în reţea depind de constantele reţelei întrerupte şi de parametrul λ.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Baltenssperger, *Surtensions lors du déclenchement des faibles courants inductifs.* CIGRE, Rapp. *116* (1950).
2. — *Forme et grandeur des surtensions apparaissant lors de la coupure des faibles courants inductifs et capacitifs dans les réseaux de hautes tensions.* RBB *47*, *4*, 195—224 (1960).
3. Gh. Iacobescu, Ion Iordănescu, *Supratensiuni la deconectare în gol a transformatoarelor.* Rev. Energetică *10*, 452—460 (1968).
4. Gh. Hortopan, *Aparate electrice.* Ed. didactică şi pedagogică, 1967, 300—316.
5. P. Le Verre, *Les surtensions lors de l'élimination de court-circuits sur les réseaux dont le neutre este mis à la terre par une réactance.* Bull. de la Société Française des électriciens I, 200—217 (1960).

METODĂ DE ANALIZĂ ȘI CALCUL A SUPRATENSIUNILOR DATORITE COMUTAȚIEI LA LINII ELECTRICE DE ÎNALTĂ TENSIUNE CU ELEMENTE TERMINALE DE TIP TRANSFORMATOR

MIRCEA NEMEȘ

621.315.1.015.38:621.314.21

Se prezintă o metodă de analiză și calcul a supratensiunilor datorite comutației pentru situația unui element terminal al liniei electrice de tip complex, transformatorul. Funcția de răspuns tranzitoriu se calculează considerînd transformatorul printr-o schemă cu parametri uniform repartizați, secțiunea elementară fiind o spiră sau un galet.

1. INTRODUCERE

Interesul pentru cunoașterea proceselor tranzitorii datorite comutației în sistemele electroenergetice este reclamat de problemele de coordonare a izolației și de evaluare a riscului pentru elementele sistemului. Metodele de analiză și calcul în situația unor condiții terminale simple sînt cunoscute [1]—[6].

Problema supratensiunilor în cazul existenței unor transformatoare terminale la liniile electrice a fost analizată experimental pentru anumite situații pe analizoare tranzitorii de rețea în lucrări anterioare [7], [8]. Investigația cu ajutorul modelelor analogice sau analogice și fizice este avantajoasă prin capacitatea de analiză a multor situații, însă prezintă inconvenientul necesității unei instalații costisitoare și extrem de pretențioase în privința acurateței rezultatelor.

Concluziile desprinse din aceste lucrări atestă existența unor valori maxime pentru supratensiuni mai mari decît în cazul liniilor electrice în gol.

În lucrare se prezintă o metodă de analiză și calcul bazată pe metoda operațională și pe metoda răspunsului tranzitoriu.

Metoda propusă acceptă un număr redus de ipoteze simplificatoare, neesențiale dealtfel, oferind maleabilitate, precizie și rapiditate în ipoteza utilizării unui calculator numeric cu performanțe ridicate (sute de mii

operații simple pe secundă). Trebuie remarcat faptul că metoda poate fi extinsă și la studiul supratensiunilor la linii electrice de înaltă tensiune cu transformatorul ca element de legătură între două nivele de tensiune.

2. TEORIA

Se consideră o linie trifazată alimentată de la un sistem de putere infinită, la capătul căreia este conectat un autotransformator cu neutrul legat rigid la pământ și cu secundarul în gol (fig. 1).

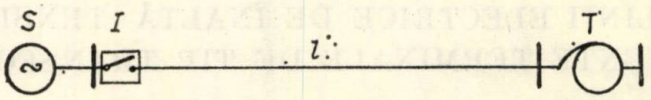


Fig. 1. — Linie cu element terminal — autotransformator.

Aplicînd teoremele lui Kirchhoff pentru linia trifazată cu parametri uniform distribuiți, se obțin ecuațiile diferențiale de ordinul întîi ale tensiunilor și curenților:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_{11}\frac{\partial}{\partial t} & L_{12}\frac{\partial}{\partial t} & L_{13}\frac{\partial}{\partial t} \\ L_{21}\frac{\partial}{\partial t} & R_2 + L_{22}\frac{\partial}{\partial t} & L_{23}\frac{\partial}{\partial t} \\ L_{31}\frac{\partial}{\partial t} & L_{32}\frac{\partial}{\partial t} & R_3 + L_{33}\frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + C_{11}\frac{\partial}{\partial t} & -C_{12}\frac{\partial}{\partial t} & -C_{13}\frac{\partial}{\partial t} \\ -C_{21}\frac{\partial}{\partial t} & G_2 + C_{22}\frac{\partial}{\partial t} & -C_{23}\frac{\partial}{\partial t} \\ -C_{31}\frac{\partial}{\partial t} & -C_{32}\frac{\partial}{\partial t} & G_3 + C_{33}\frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \tag{2}$$

unde

$$C_{11} = C_{10} + C_{12} + C_{13},$$

$$C_{22} = C_{20} + C_{21} + C_{23},$$

$$C_{33} = C_{30} + C_{31} + C_{32}.$$

Parametrii sînt consideraţi pe unitate de lungime.

Derivînd ecuaţia (1) în raport cu variabila x şi utilizînd relaţia (2) prin aplicarea transformării Laplace, se obţine

$$\frac{d^2}{dx^2}[U] = [Z][Y][U], \tag{3}$$

în care

$[U]$ este matricea-coloană a tensiunilor de fază imagine,

$[Z]$ este matricea pătrată a impedanţelor-imagine,

$[Y]$ este matricea pătrată a admitanţelor-imagine.

Rezolvarea ecuaţiei diferenţiale matriceale (3) se face relativ uşor dacă, printr-o transformare potrivită de componente, matricea la pătrat a constantelor de propagare imagine, $[\gamma]^2 = [Z][Y]$, devine diagonală. În caz general, avînd în vedere coronamentul liniei, transformarea componente de fază — componente naturale asigură diagonalizarea matricei $[\gamma]^2$ [9]. Cazul liniei transpuse indică simetria matricelor $[Z]$ şi $[Y]$, respectiv $[\gamma]^2$, transformarea dorită fiind satisfăcută de componentele α, β, 0 (Clarke), cu matricea de transformare normată

$$[T] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Aplicînd transformarea în componente α, β, 0, relaţia (3) devine

$$\frac{d^2}{dx^2}[U_t] = [T]^{-1}[\gamma]^2[T][U_t] = [\gamma_t]^2[U_t], \tag{5}$$

unde s-a notat $[\gamma_t]^2 = [T]^{-1}[\gamma]^2[T]$.

Considerînd linia de înaltă tensiune fără pierderi, matricele $[Z]$ şi $[Y]$ au forma

$$[Z] = \begin{bmatrix} pL & pL' & pL' \\ pL' & pL & pL' \\ pL' & pL' & pL \end{bmatrix}; \qquad [Y] = \begin{bmatrix} pC & -pC' & -pC' \\ -pC' & pC & -pC' \\ -pC' & -pC' & pC \end{bmatrix}.$$

Detaliat, relația (5) se va prezenta astfel:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\begin{bmatrix} U_\alpha \\ U_\beta \\ U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_\alpha^2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_0^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_\alpha \\ U_\beta \\ U_0 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

unde

$$\gamma_\alpha^2 = \gamma_\beta^2 = (pL - pL')(pC + 2pC') = p^2 L_\alpha C_\alpha,$$

$$\gamma_0^2 = (pL + 2pL')(pC - pC') = p^2 L_0 C_0.$$

Rezolvarea unei ecuații diferențiale de forma

$$\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}x^2} = \gamma^2 U$$

conduce simplu la soluția

$$U(x, p) = U_0 \frac{\lambda \operatorname{ch} \gamma x + \operatorname{sh} \gamma x}{\lambda \operatorname{ch} \gamma l + \operatorname{sh} \gamma l}, \tag{7}$$

în care abscisa x se măsoară de la sfîrșit spre începutul liniei, l este lungimea liniei, $\gamma = p\sqrt{LC}$, $\lambda = Z_T \sqrt{\frac{C}{L}}$, Z_T impedanța imagine conectată la sfîrșitul liniei, iar U_0 tensiunea imagine de la începutul liniei. Relația (7) este aceeași pentru componentele α, β, 0, din ecuația (6) diferind doar parametrii.

Problema determinării componentelor α, β, 0 pentru impedanța-imagine Z_T necesită o analiză atentă a autotransformatorului. Datorită morfologiei extrem de complexe a ecuațiilor diferențiale ale tensiunii și curentului în cazul general, se impun următoarele ipoteze simplificatoare: simetria parametrilor fazelor, neglijarea pierderilor, caracteristica de magnetizare liniară, neglijarea capacităților între spirele nevecine și a inductivităților mutuale. Aceste ipoteze simplificatoare nu influențează esențial fenomenul nici calitativ și nici cantitativ [10].

Se consideră un autotransformator cu neutrul legat rigid la pămînt (fig. 2). Pentru o secțiune elementară formată dintr-o spiră sau dintr-un grup de spire, de obicei un galet, ecuațiile diferențiale ale curentului prin inductivitate și ale tensiunii de fază sînt

$$\begin{aligned} -\frac{\partial i}{\partial x} &= C_p \frac{\partial u}{\partial t} - C_s \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}, \\ -\frac{\partial u}{\partial x} &= L_s \frac{\partial i}{\partial t}. \end{aligned} \tag{8}$$

Derivînd ecuația a doua în raport cu x, iar prima în raport cu t, prin eliminarea curentului se obține

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L_s C_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - L_s C_s \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2}. \tag{9}$$

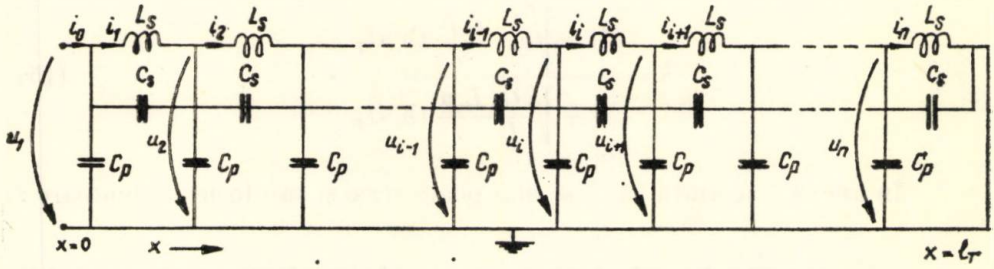


Fig. 2. — Schema echivalentă a unei înfășurări a autotransformatorului ideal cu neutrul legat rigid la pămînt.

Aplicînd transformarea Laplace ecuației (9), rezultă

$$\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}x^2} = \frac{p^2 L_s C_s}{L_s C_p p^2 + 1} U = \nu^2 U. \tag{10}$$

Rezolvarea ecuației diferențiale (10) ținînd seama de condițiile la limită date (la $x = 0$: $U = U_0$, la $x = l_T$: $U_{lT} = 0$) permite obținerea tensiunii-imagine într-un punct oarecare al înfășurării la distanța x:

$$U(x, p) = U_0 \frac{\operatorname{sh} \nu (l_T - x)}{\operatorname{sh} \nu l_T}. \tag{11}$$

Din ecuațiile (8) rezultă expresia curentului:

$$I(x, p) = U_0 \frac{\nu}{L_s p} \frac{\operatorname{ch} \nu (l_T - x)}{\operatorname{sh} \nu l_T}. \tag{12}$$

Impedanța Z_T reprezintă valoarea de intrare pentru autotransformator:

$$Z_T = \frac{U(0, p)}{I(0, p)} = \frac{L_s p}{\nu} \operatorname{th} \nu l_T, \tag{13}$$

în care

$$\nu = \sqrt{\frac{p^2 L_s C_p}{L_s C_s p^2 + 1}}.$$

Introducînd valoarea Z_T în relaţia (7) şi exprimînd funcţiile hiperbolice prin funcţia exponenţială, se obţine

$$U(x,p) = U_0 \frac{\exp[-p(l-x)\sqrt{LC}] - \delta \exp[-p(l+x)\sqrt{LC}]}{1 - \delta \exp(-2pl\sqrt{LC})}, \quad (14)$$

unde

$$\delta = \frac{1 - \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{L_s p}{\nu} \operatorname{th} \nu l_T}{1 + \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{L_s p}{\nu} \operatorname{th} \nu l_T}. \quad (15)$$

În anexa 1 se arată că δ se mai poate scrie şi sub forma următoare :

$$\delta = \sum_{n=0}^{\infty} \{\eta^n \exp[-2\nu(n+1)l_T] - \eta^{n+1} \exp[-2\nu n l_T]\}. \quad (16)$$

În expresia de mai sus,

$$\eta = \frac{\sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{\frac{L_s}{C_p}} \left(1 + \frac{p^2 L_s C_p}{2}\right) - 1}{\sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{\frac{L_s}{C_p}} \left(1 + \frac{p^2 L_s C_p}{2}\right) + 1}.$$

Cu observaţia că δ şi, respectiv, $\exp(-2\nu n l_T)$ pentru $\operatorname{Re}\{p\} > 0$ sînt mai mici în modul decît unitatea, relaţia (14) devine

$$U(x,p) = U_0 \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \delta^m \exp[-p[(2m+1)l - x]\sqrt{LC}] - \right.$$

$$\left. - \sum_{m=0}^{\infty} \delta^{m+1} \exp[-p[(2m+1)l + x]\sqrt{LC}] \right\} \quad (17)$$

sau

$$U(x,p) = U_0 \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} [\eta^n \exp[-2\nu(n+1)]l_T - \eta^{n+1} \exp(-2\nu n l_T)]^m \cdot \right.\right.$$

$$\left. \cdot \exp[-p[(2m+1)l - x]\sqrt{LC}] \right\} - \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} [\eta^n \exp[-2\nu(n+1)]l_T - \right.$$

$$\left.\left. - \eta^{n+1} \cdot \exp(-2\nu n l_T)]^{m+1} \exp[-p[(2m+1)l + x]\sqrt{LC}] \right\} \right\}. \quad (18)$$

Relaţia (18) reprezintă imaginea tensiunii într-un punct oarecare pe linie, abscisa x măsurîndu-se de la sfîrşitul acesteia.

Determinarea tensiunii original constă în a determina originalul unei funcții de tipul $U_0\eta^n$, apoi, folosind teorema întîrzierii, rezultă valoarea finală ca o sumă cu o infinitate de termeni.

Referitor la relația de mai sus se observă că $\operatorname{Re}\left\{\frac{p^2L_sC_s}{2}\right\} \ll 1$, deoarece valorile parametrilor L_s și C_s au ordinul de mărime 10^{-5} H, respectiv 10^{-7} F, și deci se poate scrie $\nu = p\sqrt{L_sC_p}$.

Considerînd aplicată la începutul liniei o tensiune oarecare U_0, originalul unei funcții de forma $U_0\eta^n$ se poate scrie, conform anexei 2, astfel:

$$\Omega_n(t) = \Omega_{n-1}(t) + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\sqrt{\varepsilon_2}}\int_0^t \Omega_{n-1}(\theta)\sin\sqrt{\varepsilon_2}(t-\theta)\,\mathrm{d}\theta. \tag{19}$$

Valoarea funcției $\Omega_n(t)$ pentru o valoare a variabilei t se calculează cu relația de recurență (19), știind că $\Omega_0(t) = u_0$.

Rezultă astfel, pentru o excitație tensiune u_0 la începutul liniei, funcția de răspuns tranzitoriu pentru un punct oarecare al liniei, de forma

$$\begin{aligned}
u(x,t) = u_0\Big\{ & 1[t-(\tau - x\sqrt{LC})] - \\
& - \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n[t-2(n+1)\tau_T - (\tau + x\sqrt{LC})] + \\
& + \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n+1}[t-2n\tau_T - (\tau + x\sqrt{LC})] + \\
& + \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n[t-2(n+1)\tau_T - (3\tau - x\sqrt{LC})] - \\
& - \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n+1}[t-2n\tau_T - (3\tau - x\sqrt{LC})] - \\
& - \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} \Omega_{n+m}[t-2(n+m+2)\tau_T - (3\tau + x\sqrt{LC})] + \\
& + 2\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} \Omega_{n+m+1}[t-2(n+m+1)\tau_T - (3\tau + x\sqrt{LC})] - \\
& - \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} \Omega_{n+m+2}[t-2(n+m)\tau_T - (3\tau + x\sqrt{LC})] + \ldots\Big\}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Observație. Funcțiile $\Omega(t')$ sînt diferite de zero pentru $t \geqslant N\tau_T + M\tau + x\sqrt{LC}$, în care N și M sînt coeficienții care înmulțesc pe τ_T și, respectiv, pe $\tau \cdot \tau_T = l_T\sqrt{L_sC_p}$, iar $\tau = l\sqrt{LC}$.

Numărul termenilor din sumele relaţiei (20) sînt funcţie de mărimea variabilei t pînă la care se face investigaţia, astfel încît să rezulte toate argumentele egale sau mai mari decît zero. Precizia rezultatelor este dependentă de rezolvarea integralei definite din relaţia (19). Verificările numerice făcute în acest sens relevă necesitatea rezolvării acestei integrale cu un pas de calcul timp discret de $\tau_T/10$ pentru o eroare sub 1%.

Relaţia (20) permite obţinerea funcţiei de răspuns tranzitoriu în componente α, β, 0, f_α, f_β, f_0 pentru o excitaţie treaptă-unitate cînd $u_0(t) = 1$ pentru $t \geqslant 0$. Utilizînd integrala Duhamel şi transformarea din componente α, β, 0 în componente de fază se obţin tensiunile fazelor într-un punct oarecare al liniei, cînd la începutul acesteia se aplică simultan sau nesimultan tensiuni de formă oarecare. Tensiunile la sfîrşitul liniei se obţin pentru $x = 0$:

$$\begin{bmatrix} u_{1e}(t) \\ u_{2e}(t) \\ u_{3e}(t) \end{bmatrix} = [T] \left\{ \begin{bmatrix} u_{\alpha i}(0) \cdot f_\alpha(t) \\ u_{\beta i}(0) \cdot f_\beta(t) \\ u_{0i}(0) \cdot f_0(t) \end{bmatrix} + \int_0^t \begin{bmatrix} u'_{\alpha i}(\theta) \cdot f_\alpha(t-\theta) \\ u'_{\beta i}(\theta) \cdot f_\beta(t-\theta) \\ u'_{0i}(\theta) \cdot f_0(t-\theta) \end{bmatrix} \mathrm{d}\theta \right\}. \tag{21}$$

În relaţia matriceală (21), cu indicele e s-au notat mărimile de la sfîrşitul liniei, iar cu indicele i mărimile de la începutul acesteia. Se observă maleabilitatea deosebită pe care o oferă referitor la forma tensiunii aplicate şi nesimultaneitatea aplicării.

3. CONCLUZII

În lucrare s-a prezentat o metodă pentru calculul supratensiunilor datorite comutaţiei în situaţia existenţei unui element terminal al liniei : complex-autotransformatorul. S-a determinat funcţia de răspuns tranzitoriu sub o formă uşor aplicabilă unui calculator numeric (relaţia (20)).

Simplificările acceptate în lucrare influenţează în măsură redusă rezultatele, atît cantitativ, cît şi calitativ, atunci cînd este vorba de partea de înaltă tensiune a sistemului electric.

Într-o lucrare viitoare se vor compara rezultatele obţinute prin calcul cu încercările pe un analizor tranzitoriu de reţea, precum şi o comparaţie între o reprezentare a autotransformatorului cu parametri uniform repartizaţi şi o schemă echivalentă cu parametri concentraţi.

ANEXA 1

Relaţia (15) poate fi scrisă şi sub forma

$$\delta = \frac{1 - \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{L_s p \sqrt{L_s C_s p^2 + 1}}{p \sqrt{L_s C_p}} \frac{\operatorname{sh} \nu l_T}{\operatorname{ch} \nu l_T}}{1 + \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{L_s p \sqrt{L_s C_s p^2 + 1}}{p \sqrt{L_s C_p}} \frac{\operatorname{sh} \nu l_T}{\operatorname{ch} \nu l_T}}.$$

Avînd în vedere că Re $\{L_s C_s p^2\} \ll 1$, deoarece ordinul de mărime al parametrilor L_s și C_s este 10^{-5} H, respectiv 10^{-7} F, rezultă

$$\delta = \frac{\operatorname{ch} \nu l_T - \sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{\frac{L_s}{C_p}} \left(1 + \frac{p^2 L_s C_s}{2}\right) \operatorname{sh} \nu l_T}{\operatorname{ch} \nu l_T + \sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{\frac{L_s}{C_p}} \left(1 + \frac{p^2 L_s C_s}{2}\right) \operatorname{sh} \nu l_T}.$$

Exprimînd funcțiile hiperbolice sub formă exponențială și făcînd anumite transformări, se obține

$$\delta = \frac{\exp(-2\nu l_T) - \eta}{1 - \exp(-2\nu l_T) \cdot \eta},$$

în care

$$\eta = \frac{\sqrt{\frac{CL_s}{LC_p}} \left(1 + \frac{p^2 L_s C_s}{2}\right) - 1}{\sqrt{\frac{CL_s}{LC_p}} \left(1 + \frac{p^2 L_s C_s}{2}\right) + 1}.$$

Observăm că pentru Re $\{p\} > 0$, $|\eta| < 1$ și $|\exp(-2\nu l_T)| < 1$. Prin urmare,

$$\delta = \sum_{n=0}^{\infty} \eta^n \exp[-2\nu(n+1) l_T] - \sum_{n=0}^{\infty} \eta^{n+1} \exp(-2\nu n l_T).$$

ANEXA 2

Pentru determinarea funcției original $u(x, t)$, trebuie determinat originalul funcției $U_0 \delta^m$ din (17). Se observă că în expresia funcției $U_0 \delta^m$ intră funcții de forma $U_0 \eta^n$, pentru care este ușor să se stabilească o relație de recurență cu determinarea succesivă a funcțiilor original.

Originalul unei funcții de forma $U_0 \eta^n$ se calculează după cum urmează, cu observația că în compoziția funcției intră o sumă de termeni de acest fel:

$$\mathcal{L}^{-1}[U_0 \eta^n] = \mathcal{L}^{-1}\left\{ U_0 \left[\frac{\frac{A-1}{AB} + p^2}{\frac{A+1}{AB} + p^2} \right]^n \right\},$$

unde

$$A = \sqrt{\frac{CL_s}{LC_p}}; \qquad B = \frac{L_s C_s}{2},$$

deci

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{U_0\left[\frac{\varepsilon_1+p^2}{\varepsilon_2+p^2}\right]^n\right\}.$$

Notăm

$$\Omega_n(p)=U_0\left[\frac{\varepsilon_1+p^2}{\varepsilon_2+p^2}\right]^n,$$

$$\varepsilon_1=\frac{A-1}{AB} \quad \text{şi} \quad \varepsilon_2=\frac{A+1}{AB}.$$

Determinarea originalului funcţiei $\Omega_n(p)$ se face astfel:

$$\Omega_n(p)=U_0\left(\frac{\varepsilon_1+p^2}{\varepsilon_2+p^2}\right)^n=U_0\left(\frac{\varepsilon_1+p^2}{\varepsilon_2+p^2}\right)^{n-1}\left[1+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\frac{1}{\varepsilon_2+p^2}\right],$$

deci

$$\Omega_n(p)=\Omega_{n-1}(p)\left[1+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\frac{1}{\varepsilon_2+p^2}\right].$$

Aplicînd teorema lui Borel, rezultă

$$\Omega_n(t)=\Omega_{n-1}(t)+\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\sqrt{\varepsilon_2}}\int_0^t \Omega_{n-1}(\theta)\sin\sqrt{\varepsilon_2}(t-\theta)\,\mathrm{d}\theta.$$

Această relaţie de recurenţă permite să se determine, pornind de la $n=0$, funcţia $\Omega_n(t)$, care, introdusă în (18), cu aplicarea teoremei întîrzierii, permite obţinerea directă a valorii $u(x, t)$ pentru orice punct al liniei.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Angot, *Complemente de matematici*, Bucureşti, Ed. tehnică, 1965.
2. P. Hammarlund, *Transient Recovery Voltage*, Stockholm, Handlingar, 1946.
3. A. Timotin, V. Hortopan, ş.a, *Lecţii de Bazele Electrotehnicii*, vol. II, Bucureşti, Ed. didactică şi pedagogică, 1964.
4. L. Bergeron, *Du coup de bélier en hydraulique, au coup de foudre en éléctricité*. Paris, Dunod, 1950.
5. H. Peterson, *Transients in Power Systems*. New-York, Dover Publications, Inc., 1951.

6. I. P. Barrét, *Développements récents de méthodes d'étude des tensions transitoires de manoeuvres sur les réseaux à haute tension.* R.G.E., *5*, 420—430 (1965).
7. I. B. Johnson, A. I. Schultz, *Switching Surge on Energizing a Transformer-Terminated Line.* A.I.E.E. Trans. on P.A.S., **48**, *6*, 241—245 (1960).
8. D. D. Wilson, *Phase — Phase Switching Surges on 500 kV Transformer-Terminated Lines.* Part. I: 500 kV Circuit-Breaker Operation, I.E.E. Trans. on P.A.S. **89**, *5*, 685—691 (1970).
9. D. E. Hedman, *Propagation on Overhead Transmision Lines.* Part. I *Theory of modal analysis*, idem, **84**, *3*, 205—211 (1965).
10. B. Heller, A. Veverka, *Les phënomènes de choc dans les machines électriques*, Paris, Dunod, 1963.

O NOUĂ METODĂ DE OBȚINERE A ECUAȚIILOR DE STARE PENTRU CIRCUITE CU ELEMENTE ÎN EXCES

M. PREDA, I. BREAZU

621.3.001.11

Se prezintă o nouă metodă de obținere directă a ecuațiilor de stare pentru circuite cu surse independente, de tip RLC cu elemente în exces.

Pentru stabilirea formulelor propuse se utilizează un circuit de calcul cu surse care redau intensitățile curenților din condensatoare și tensiunile la bornele bobinelor în absența elementelor în exces.

Folosind o analogie matematică se deduc expresii topologice pentru mărimile care leagă coeficienții ecuațiilor de stare în prezența elementelor în exces de transmitanțele care determină coeficienții ecuațiilor de stare ale circuitului fără elemente în exces.

INTRODUCERE

Forma normală a ecuațiilor de stare pentru circuite cu surse independente de tip RLC este

$$[\dot{X}] = [A]\cdot[X] + [B]\cdot[U],$$

unde $[X]$ este vectorul (mărimilor) de stare, $[U]$ este vectorul (mărimilor) surselor independente iar matricele coeficienților constanți $[A]$ și $[B]$ au semnificațiile definite chiar de această ecuație. Matricea $[A]$ se numește matrice a sistemului.

În cazul circuitelor cu elemente în exces, avînd bucle formate numai din condensatoare și surse de tensiune și secțiuni formate numai din bobine și surse de curent, forma ecuațiilor de stare este următoarea:

$$[\dot{X}] = [A]\cdot[X] + [B]\cdot[U] + [C][\dot{U}],$$

unde $[\dot{U}]$ este vectorul derivatelor mărimilor surselor independente iar matricea coeficienților constanți $[C]$ are semnificația dată de ecuația de stare.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 735—749, 1972

Dintre metodele propuse pentru evaluarea matricelor $[A]$, $[B]$, $[C]$, aceea datorită lui Bryant este cea mai directă și aplicabilă la orice circuit RLC cu surse independente.

Această metodă implică însă calcule care în cazul circuitelor complicate, cer un consum mare de timp și necesită calculatoare cu o memorie vastă.

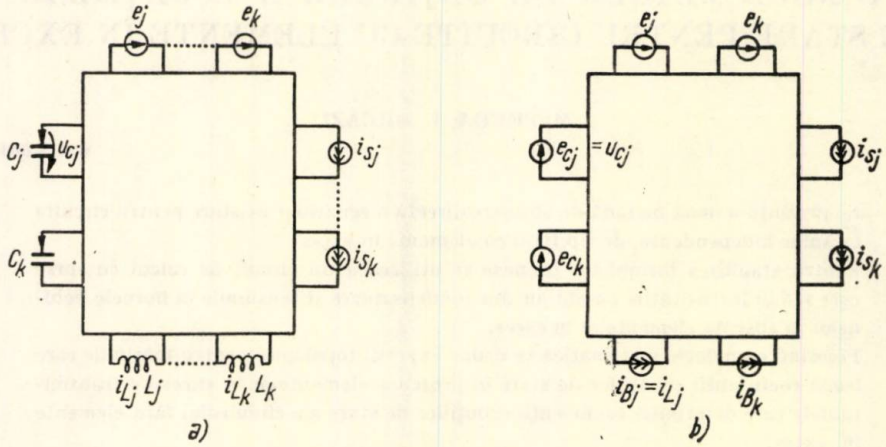


Fig. 1. — Circuit cu bobine și condensatoare (a). Circuitul cu surse echivalente ce înlocuiesc bobinele și condensatoarele (b).

La circuitele fără elemente în exces, tensiunile pe condensatoare și curenți prin bobine pot fi tratați ca variabile independente.

Aplicînd teorema superpoziției în circuitul în care fiecare condensator a fost înlocuit printr-o sursă echivalentă de tensiune cu $u_{C_j} = e_{C_j}$ și fiecare bobină printr-o sursă echivalentă de curent cu $i_{B_j}=i_{L_j}$ (fig. 1a, 1b), coeficienții matricelor $[A]$ și $[B]$ se deduc unul cîte unul.

Se obțin ecuații de forma

$$\frac{\mathrm{d}u_{C_k}}{\mathrm{d}t} = \sum_{c_j \in S_C} \frac{T_{C_k C_j}}{C_k} u_{C_j} + \sum_{B_j \in S_B} \frac{T_{C_k B_j}}{C_k} i_{B_j} + \sum_{e_j \in S_e} \frac{T_{C_k e_j}}{C_k} e_j + \sum_{i_{S_j} \in S_i} \frac{T_{C_k i_{S_j}}}{C_k} i_{S_j} \quad (1)$$

$$\frac{\mathrm{d}i_{B_k}}{\mathrm{d}t} = \sum_{c_j \in S_C} \frac{T_{B_k C_j}}{L_k} u_{C_j} + \sum_{B_j \in S_B} \frac{T_{B_k B_j}}{L_k} i_{B_j} + \sum_{e_j \in S_e} \frac{T_{B_k e_j}}{L_k} e_j + \sum_{i_{S_j} \in S_i} \frac{T_{B_k i_{Sj}}}{L_k} i_{S_j} \quad (2)$$

unde cu: $T_{C_k C_j}$, $T_{C_k B_j}$, $T_{C_k e_j}$, $T_{C_k i_{S_j}}$, $T_{B_k C_j}$, $T_{B_k B_j}$, $T_{B_k e_j}$, $T_{B_k i_{S_j}}$ s-au notat respectiv transmitanțele dintre diferitele laturi condensator, bobină și surse independente iar cu S_C, S_B, S_e, S_i s-au notat respectiv sistemul condensatoarelor, al bobinelor, al surselor de tensiune independente și al surselor de curent independente din circuit.

STABILIREA ECUAȚIILOR DE STARE ALE CIRCUITELOR CU ELEMENTE ÎN EXCES

Metoda propusă în cele ce urmează este o metodă de secționare a problemei complexe a formării ecuațiilor de stare la circuite complexe cu elemente în exces în mai multe probleme mai simple care sistematizează rezolvarea și reduc memoria necesară calculatoarelor utilizate la rezolvarea problemei.

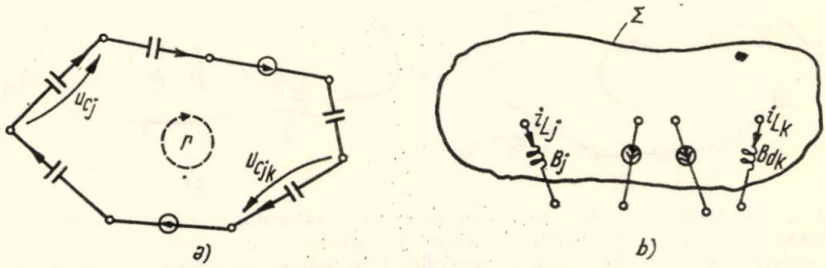


Fig. 2. — Buclă formată numai din condensatoare și surse de tensiune (*a*). Secțiune formată numai din bobine și surse de curent (*b*).

Se consideră circuitele (fig. 2*a*, *b*) care conțin bucle independente formate numai din surse independente de tensiune și condensatoare sau numai din condensatoare și secțiuni independente formate numai din surse de curent independente și bobine sau numai din bobine. Aceste circuite numite circuite cu elemente în exces nu au ca mărimi de stare toate tensiunile condensatoarelor și toate intensitățile curenților din bobine, deoarece o parte dintre aceste mărimi rezultă din teoremele lui Kirchhoff în funcție de celelalte mărimi de aceeași natură.

Pentru fiecare buclă independentă de tipul considerat, din a doua teoremă a lui Kirchhoff se poate exprima cîte o tensiune la bornele unui condensator notat C_{dk}, numit condensator în exces, cu tensiune dependentă

$$u_{C_{dk}} = -\sum_{j\in\mathcal{C}_{C_{dk}}} u_{C_j} + \sum_{j\in\mathcal{C}_{C_{dk}}} e_j, \qquad k = 1,2\ldots n_{C_i}, \tag{3}$$

unde sumele se fac de-a lungul căilor $\mathcal{C}_{C_{dk}}$ care fiecare împreună cu latura condensator C_{dk} respectivă formează conturul independent. Sensurile de referință considerate în relația (3) sînt orientate în același sens de-a lungul conturului independent.

Analog pentru fiecare secțiune independentă de tipul considerat din prima teoremă a lui Kirchhoff se poate exprima intensitatea curentului unei bobine B_{dk}, numită bobină în exces, cu curent dependent

$$i_{B_{dk}} = -\sum_{j\in\mathcal{S}_{B_{dk}}} i_{B_j} - \sum_{j\in\mathcal{S}_{B_{dk}}} i_{S_j}, \qquad k = 1,2\ldots n_{S_i} \tag{4}$$

unde sumele se fac pentru indicii corespunzători laturilor care împreună cu bobina B_{dk} formează secțiunea independentă.

Sensurile de referinţă faţă de care se exprimă intensităţile curenţilor în relaţia (4), sînt la fel orientate faţă de suprafaţa închisă care determină secţiunea.

Condensatoarele şi bobinele care nu sînt elemente în exces (dependente) se numesc elemente esenţiale (independente).

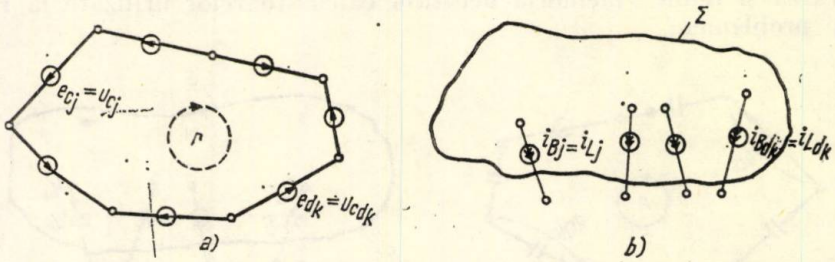


Fig. 3. — Exprimarea tensiunii la borne a condensatorului în exces în funcţie de tensiunile la borne ale condensatoarelor şi surselor de tensiune din bucla de condensatoare (*a*). Exprimarea curentului prin bobina în exces în funcţie de curenţii bobinelor şi surselor de curent din secţiunea de bobine (*b*).

Din relaţiile (3) şi (4) se observă că în circuitul cu surse echivalente corespunzător circuitului cu elemente în exces (fig. 3*a*, *b*) nu este posibilă aplicarea teoremei superpoziţiei pentru efectele separate ale acestor surse.

În cele ce urmează se înlătură această dificultate observînd că înlăturarea surselor corespunzătoare elementelor în exces poate modifica numai curenţii surselor de tensiune introduse în locul condensatoarelor esenţiale şi tensiunile surselor de curent introduse în locul bobinelor esenţiale.

Se consideră cazul circuitelor fără cuplaje magnetice şi cu elemente constante în timp.

DEDUCEREA ECUAŢIILOR DE STARE PENTRU CIRCUITE AVÎND BUCLE FORMATE DIN CONDENSATOARE ŞI SURSE DE TENSIUNE.

Fie un circuit care conţine bucle formate numai din condensatoare şi eventuale surse de tensiune (fig. 4). La acest circuit se elimină prin întrerupere toate laturile care nu sînt condensatoare şi toate laturile care nu sînt surse de tensiune în buclele amintite. Se obţine un circuit auxiliar de condensatoare (fig. 5*a*). Dacă acest circuit auxiliar este separabil, se studiază pe rînd fiecare dintre părţile sale neseparabile. Părţile neseparabile ale circuitului auxiliar de condensatoare se numesc în cele ce urmează circuite de condensatoare neseparabile în reţeaua dată.

Se consideră un astfel de circuit de condensatoare neseparabil şi secţiunile care taie cîte un singur condensator esenţial.

Curentul fiecăreia dintre aceste secţiuni (nul) mai puţin curenţii condensatoarelor secţiunii în circuitul dat avînd toate elementele se ataşează unei surse complementare de curent (fig. 6*a*). Se observă că expresiile acestor curenţi ai surselor complementare se pot determina în funcţie de

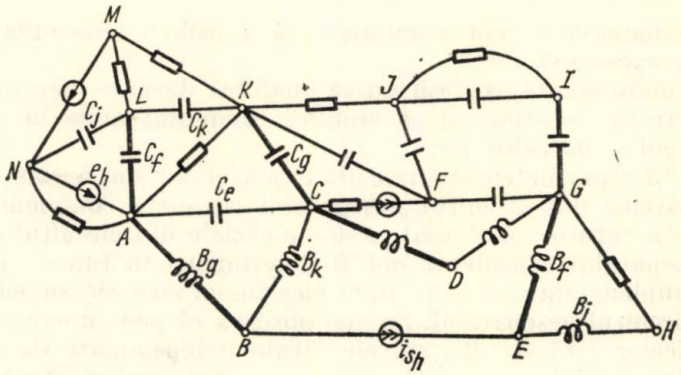


Fig. 4. — Exemplu de circuit cu elemente în exces.

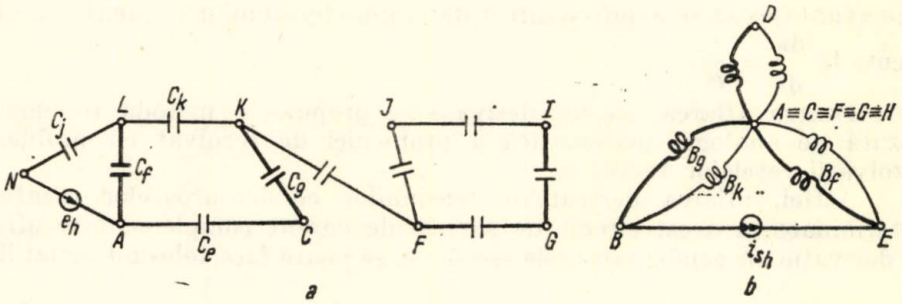


Fig. 5. — Formarea circuitului auxiliar de condensatoare (*a*). Formarea circuitului auxiliar de bobine (*b*).

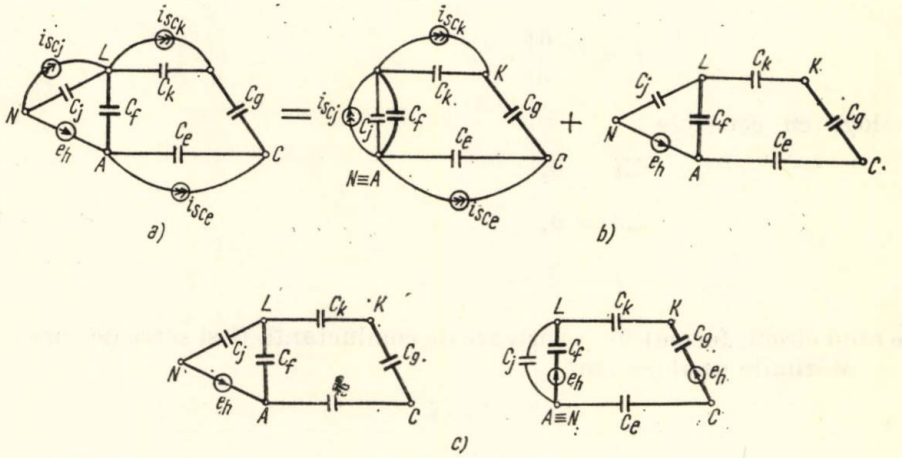


Fig. 6. — Introducerea surselor de curent într-un circuit de condensatoare neseparabili în vederea menținerii curenților din condensatoare la intensitățile din circuitul dat (*a*). Aplicarea teoremei superpoziției la calculul curenților în circuitul de condensatoare neseparabili (*b*). Aplicarea teoremei generalizată a lui Vaschy pentru studiul efectului surselor $e_h(C)$.

tensiunile condensatoarelor esențiale fără a utiliza tensiunile condensatoarelor în exces (3).

Ca urmare aceste expresii nu se modifică dacă se mențin tensiunile condensatoarelor esențiale și se elimină condensatoarele în exces, prin lăsarea în gol a bornelor lor.

Curenții prin condensatoarele din circuitul dat sînt aceiași cu curenții condensatoarelor din circuitul neseparabil cu surse complementare.

Curenții tuturor condensatoarelor esențiale din circuitul de condensatoare neseparabil considerat pot fi determinați în funcție de curenții surselor complementare și tensiunile electromotoare ale surselor de tensiune din circuitul neseparabil. Se mai observă că pentru calculul elementelor matricelor $[A]$ și $[B]$, sursele ideale independente de tensiune e_h care aparțin buclelor ce conțin în rest numai condensatoare, (fig 6*b*) trebuie pasivizate, efectul lor urmînd a fi considerat ulterior pe baza teoremei superpoziției.

Deoarece se urmărește obținerea coeficienților ecuațiilor de stare este avantajos să se exprime direct derivatele tensiunilor condensatoarelor esențiale $\frac{du}{dt} = \frac{i}{C}$.

Pentru aflarea acestor derivate se propune o metodă topologică bazată pe analogia matematică a problemei de rezolvat cu problema rezolvării rețelelor rezistive.

Astfel, aflarea derivatelor tensiunilor condensatoarelor esențiale determinate în acest circuit de sursele de curent complementare aflate în derivație cu condensatoarele esențiale, se poate face folosind ecuațiile :

$$\begin{aligned} &\Sigma i = 0, \\ &\Sigma \frac{du}{dt} = 0 \ \text{(dedusă din } \Sigma u = 0), \\ &i = C \frac{du}{dt}, \end{aligned} \tag{5}$$

analoge cu ecuațiile

$$\begin{aligned} &\Sigma i = 0, \\ &\Sigma u = 0, \\ &i = G \cdot u, \end{aligned} \tag{6}$$

ale unui circuit format din rezistoare de conductanță G și surse de curent i_s.

Mărimile analoge sînt

$$\begin{aligned} &i \longleftrightarrow i \\ &\frac{du}{dt} \longleftrightarrow u \\ &C \longleftrightarrow G. \end{aligned} \tag{7}$$

Mărimile de transfer $T^*_{C_kC_j}$ corespunzătoare ecuațiilor (5), respectiv circuitului cărora le sînt atașate sînt definite de relațiile

$$\frac{du_{C_k}}{dt} = \sum_{C_j \in R_{n_{C_k}}} T^*_{C_kC_j} \cdot i_{s_{C_j}}, \tag{8}$$

cu $C_k \in R_{n_{C_k}}$, unde cu $R_{n_{C_k}}$ s-a notat circuitul de condensatoare neseparabil conținînd condensatorul C_j, cu sursele de tensiune pasivizate și eliminate prin suprapunerea bornelor lor. Suma se face pentru condensatoarele aparținînd acestui circuit neseparabil .

Pe baza analogiei (6) folosind formulele topologice cunoscute [7], pentru rezistența de transfer, rezultă

$$T^*_{C_kC_j} = \frac{\sum_{S \in A_{-1,jk}} \varepsilon(S)\ V_S(C)}{\sum_{S \in A} V_S(C)}, \tag{9}$$

unde s-au folosit notațiile

$V_s(C)$ produsul capacităților laturilor subgrafului S;

A mulțimea arborilor circuitului de condensatoare neseparabil $R_{n_{C_k}}$ care îl conține pe C_k;

$A_{-1, jk}$ mulțimea subgrafelor care completate fie cu latura C_j fie cu latura C_k dau un arbore al mulțimii A ;

$\varepsilon(S)$ factorul de semn egal cu $+1$, sau -1, după cum laturile j și k adăugate la subgraful $S \in A_{-1\,jk}$, au sensuri opuse sau același sens de-a lungul buclei pe care o formează; $\sum_{S \in A}$ suma efectuată pentru subgrafurile S aparținînd mulțimii arborilor A. Mărimile $T^*_{C_kC_j}$ au dimensiunea elastanței adică a inversului unei capacități și au deci ca unitate (1/F).

Examinînd schema unui circuit de condensatoare neseparabil se observă că, curentul fiecărei surse complementare de curent exprimă curentul condensatorului esențial corespunzător (în paralel cu acea sursă) în rețeaua dată fără elemente în exces (condensatoarele în exces eliminate prin întreruperi).

Prin urmare expresiile curenților acestor surse se pot determina cu ajutorul transmitanțelor $T_{\alpha\beta}$ definite pentru circuitul cu surse echivalente corespunzător circuitului fără elemente în exces, obținut așa cum se indică mai sus.

Coeficienții matricelor $[A]$ și $[B]$ sînt deci dați de expresiile

$$a_{C_j\alpha} = \sum_{\nu \in R_{n_{C_j}}} T^*_{C_j\nu} \cdot T_{\nu\alpha}, \tag{10}$$

$$b_{C\,\alpha} = \sum_{\nu \in R_{n_{C_j}}} T^*_{C_j\nu} \cdot T_{\nu\alpha}, \tag{11}$$

după cum α corespunde respectiv unui condensator esențial sau unei bobine esențiale (10) respectiv unei surse de tensiune sau de curent independente (11).

Pentru determinarea componentei lui $\frac{du_{C_k}}{dt}$ dată de aceste surse e_h se poate determina tensiunea U_{C_k} a unui condensator oarecare C_k folosind schema din figura 6*c*.

Ecuațiile pentru determinarea tensiunilor electrice variabile în această schemă pot fi exprimate în forma

$$\begin{aligned} &q = Cu_C \text{ (pentru fiecare condensator)} \\ &\Sigma q = 0 \text{ (pentru fiecare nod independent)} \\ &\Sigma u = 0 \text{ (pentru fiecare buclă independentă)} \\ &u_e = -e \text{ (pentru fiecare sursă).} \end{aligned} \tag{12}$$

Pentru rezolvarea acestor ecuații este avantajoasă utilizarea analogiei lor formale cu ecuațiile care determină tensiunile într-un circuit pur rezistiv cu surse ideale de tensiune

$$\begin{aligned} &i = Gu \\ &\Sigma i = 0 \\ &\Sigma u = 0. \\ &u_e = -e. \end{aligned} \tag{13}$$

Aplicînd teorema lui Vaschy generalizată, sursa de tensiune e_h se poate trece în serie cu condensatoarele în exces (fig. 6*c*) aflate într-o aceeași secțiune a circuitului neseparabil.

Analogia dintre relațiile (12) și (13) permite exprimarea tensiunilor u_C pe baza formulelor topologice cunoscute ale conductanțelor de transfer la un circuit rezistiv [7].

Astfel rezultă

$$\frac{du_{C_k}}{dt} = -\sum_{C_{df} \in \mathcal{S}_{n_{e_h}}} s_{C_{df}, e_h} T^*_{C_k C_{df}} \cdot \frac{de_h}{dt}, \tag{14}$$

$$T^*_{C_k C_{df}} = C_{df} \frac{\sum_{S \in A_{-1,\, kf}} \varepsilon(S)\, V_S(C)}{\sum_{S \in A} V_S(C)}, \tag{15}$$

unde semnificația simbolurilor este aceeași ca la relațiile (8) și (9).

Cu $\mathcal{S}_{n_{e_h}}$ s-a notat secțiunea laturii e_h în circuitul cu condensatoare neseparabil $R_{n_{C_k}}$ corespunzător condensatorului C_k, această secțiune conținînd numai condensatoare în exces.

Factorul de semn s_{C_{df}, e_h}, este $+1$, respectiv -1, după cum e_h și latura C_d au același sens sau sensuri contrare de referință față de secțiunea $\mathcal{S}_{n_{e_h}}$.

Coeficienții matricei $[C]$ rezultă de forma

$$c_{C_k e_h} = \sum_{C_{df} \in R_{n C_k}} T^*_{C_k C_{df}} . \tag{16}$$

În cazul în care sursa e_h este legată în serie cu un condensator care se va nota cu C_h, coeficienții matricei $[C]$ se pot determina mai simplu utilizînd formulele

$$c_{C_k C_h} = C_h \cdot T^*_{C_k C_h} \tag{17}$$

în care $T^*_{C_k C_h}$ sînt transmitanțele deja calculate.

STABILIREA ECUAȚIILOR DE STARE PENTRU CIRCUITE CU SECȚIUNI FORMATE NUMAI DIN BOBINE ȘI SURSE DE CURENT

Fie un circuit care conține secțiuni formate numai din bobine și eventuale surse de curent (fig. 4). Dacă la acest cicuit se elimină prin scurtcircuitare toate laturile care nu sînt surse de curent în secțiunile amintite, și nici bobine, se obține un circuit auxiliar de bobine (fig. 5*b*). Dacă acest circuit auxiliar este separabil, se studiază pe rînd fiecare dintre părțile sale neseparabile. Părțile neseparabile ale circuitului auxiliar de bobine se numesc în cele ce urmează circuite de bobine neseparabile în rețeaua dată.

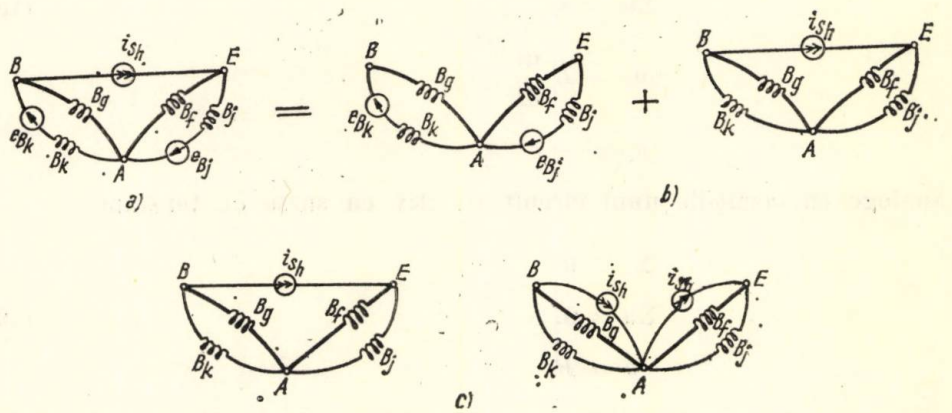


Fig. 7. — Introducerea surselor de tensiune într-un circuit de bobine neseparabil în vederea menținerii tensiunilor pe bobine la valorile din circuitul dat (*a*). Aplicarea teoremei superpoziției la calculul tensiunilor în circuitul de bobine neseparabil (*b*). Aplicarea teoremei generalizate a lui Vaschy pentru studiul efectului surselor i_{s_h} (*C*).

Se consideră un astfel de circuit de bobine neseparabil și buclele care conțin cîte o singură bobină esențială.

Tensiunea de-a lungul fiecărei asemenea bucle (nulă) mai puțin tensiunile la bornele bobinelor buclei în circuitul avînd toate elementele se atașează unei surse complementare de tensiune (fig. 7*a*)

Se observă că expresiile tensiunilor la borne ale surselor complementare de tensiune, se pot determina în funcţie de curenţii bobinelor esenţiale fără a utiliza curenţii bobinelor în exces (4). Ca urmare aceste expresii nu se modifică dacă se menţin curenţii bobinelor esenţiale şi se elimină bobinele în exces prin scurtcircuitarea bornelor lor.

Tensiunile la bornele bobinelor din circuitul dat sînt aceleaşi cu tensiunile bobinelor din circuitul neseparabil cu surse complementare. Aceste tensiuni pot fi determinate în funcţie de tensiunile la borne ale surselor complementare şi intensităţile surselor independente de curent din circuitul neseparabil.

În etapa determinării coeficienţilor matricelor $[A]$ şi $[B]$, sursele ideale independente de curent i_{s_k}, care aparţin secţiunilor ce conţin în rest numai bobine se pasivizează prin lăsarea bornelor lor în gol, efectul acestora urmînd să fie considerat ulterior pe baza teoremei superpoziţiei (fig. 7*b*).

Deoarece se urmăreşte obţinerea coeficienţilor ecuaţiilor de stare, este avantajos să se exprime direct derivatele curenţilor prin bobinele esenţiale : $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{u}{L}$.

Pentru aflarea derivatelor menţionate se observă că, acestea se pot determina din ecuaţiile de forma :

$$\Sigma \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0 \text{ (dedusă din } \Sigma i = 0)$$

$$\Sigma u = 0 \tag{18}$$

$$u_L = L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$u_e = -e$$

analoge cu ecuaţiile unui circuit rezistiv cu surse de tensiune

$$\Sigma i = 0$$

$$\Sigma u = 0. \tag{19}$$

$$u = R_i$$

$$u_e = -e.$$

Mărimi analoge

$$\frac{\mathrm{d}i}{dt} \longleftrightarrow i$$

$$u \longleftrightarrow u \tag{20}$$

$$L \longleftrightarrow R .$$

Pe baza analogiei de mai sus, utilizînd formulele topologice cunoscute pentru conductanța de transfer, rezultă

$$\frac{di_{B_k}}{dt} = \sum_{B_j \in R_{nB_k}} T^*_{B_k B_j} \cdot e_{B_j}, \tag{21}$$

unde R_{nB_k} este circuitul neseparabil de bobine care conține bobina B_k și are sursele independente de curent pasivizate, lăsînd bornele între care erau legate în gol;

$$T^*_{B_k B_j} = \frac{\sum_{S \in C_{-1,kj}} \varepsilon(S) V_S(L)}{\sum_{S \in C} V_S(L)}, \tag{22}$$

unde C este mulțimea coarborilor circuitului de bobine neseparabil R_{nB_k}.

$C_{-1,kj}$ mulțimea subgrafurilor circuitului de bobine neseparabile R_{nB_k} care completate fie cu latura k fie cu latura j dau un coarbore.

$\varepsilon(s)$ are valoare $+1$ respectiv -1 după cum laturile j și k au același sens sau sensuri contrare în bucla subgrafului $A_{+1,jk}$, complementar lui S.

Din schema circuitului de bobine neseparabil se observă că t.e.m. a fiecărei surse complementare de tensiune exprimă tensiunea la bornele bobinei esențiale cu care este înseriată atunci cînd elementele în exces sînt eliminate (bobinele în exces înlocuindu-se prin scurtcircuite).

Prin urmare expresiile t.e.m. ale acestor surse se pot determina cu ajutorul transmitanțelor $T_{\alpha\beta}$ definite pentru circuitul cu surse echivalente corespunzător circuitului fără elemente în exces obținut așa cum s-a indicat mai sus.

Coeficienții matricelor $[A]$ și $[B]$ au deci expresiile

$$a_{B_j \alpha} = \sum_{\nu \in R_{nB_j}} T^*_{B_j \nu} \cdot T_{\nu\alpha}, \tag{23}$$

$$b_{B_j \alpha} = \sum_{\nu \in R_{nB_j}} T^*_{B_j \nu} \cdot T_{\nu\alpha}, \tag{24}$$

după cum α corespunde unei bobine esențiale, condensator esențial sau unei surse independente.

Sursele de curent independente din circuitele neseparabile de bobine dau componente suplimentare ale mărimilor $\frac{di_{B_j}}{dt}$ care se pot determina folosind schema din figura 7*c*.

Ecuațiile pentru determinarea valorilor variabile ale curenților bobinelor în această schemă pot fi exprimate în forma

$$\begin{aligned} &\Phi = Li \text{ (pentru fiecare bobină)} \\ &\Sigma\Phi = 0 \text{ (pentru fiecare buclă independentă)} \\ &\Sigma i = 0 \text{ (pentru fiecare nod independent)} \\ &i = i_S \text{ (pentru fiecare sursă de curent).} \end{aligned} \tag{25}$$

Se observă că acest sistem este analog cu sistemul de ecuații corespunzător unui circuit rezistiv cu surse de curent. Aplicînd teorema lui Vaschy generalizată, sursa de curent i_{S_h} se poate trece în paralel cu bobinele în exces (fig. 7c) aflate într-o aceeași buclă a circuitului neseparabil.

Analogia amintită mai sus permite exprimarea curenților i_L pe baza formulelor topologice cunoscute ale rezistențelor de transfer la un circuit rezistiv.

Astfel rezultă:

$$\frac{\mathrm{d}i_{B_j}}{\mathrm{d}t} = -\sum_{B_{df}\in\mathcal{C}_{ni_{S_h}}} s_{B_{df},\,i_{S_h}} T^*_{B_jB_{df}} \frac{\mathrm{d}i_{S_h}}{\mathrm{d}t} \tag{26}$$

unde cu $\mathcal{C}_{ni_{S_h}}$ s-a notat conturul sursei i_{S_h} în circuitul cu bobine neseparabil corespunzător bobinei B_j, acest contur conținînd numai bobine în exces.

Factorul de semn $s_{B_{df},\,i_{S_h}}$ este $+1$, -1 după cum laturile i_{S_h} și B_{df} au sau nu au același sens de-a lungul conturului $\mathcal{C}_{ni_{S_h}}$ al sursei i_{S_h} care nu trece prin laturi bobină esențiale.

Transmitanțele din acest circuit neseparabil de bobine au analog expresia:

$$T^*_{B_jB_{df}} = L_{df}\frac{\sum_{S\in C_{-1,jf}} \varepsilon(S)\, V_S(L)}{\sum_{S\in C} V_S(L)}, \tag{27}$$

cu factorul de semn considerat față de sensul laturilor B_{df} corespunzător transferării surselor de curent pe ele, pe baza teoremei surselor de curent cu acțiune nulă (fig. 7c).

Rezultă

$$c_{B_j i_{S_h}} = \sum_{B_{df}\in R_{n_{B_j}}} T^*_{B_jB_{df}} \tag{28}$$

În cazul în care sursa i_{S_h} este legată în paralel cu o bobină care se notează cu B_h, coeficienții matricei $[C]$ se pot determina mai simplu utilizînd formulele

$$c_{B_jB_h} = L_h T^*_{B_jB_h}, \tag{29}$$

în care $T^*_{B_jB_h}$ sînt transmitanțele deja calculate (22).

Se remarcă faptul că pentru fiecare grup μ de condensatoare sau de bobine care formează un circuit neseparabil, calculul coeficienților matricelor $[A]$ și $[B]$ se poate face matricial folosind partiționarea matricelor:

$$[a_{\mu\nu}] = [T^*_{\mu\nu}]\cdot[T_{\mu\nu}],$$
$$[b_{\mu\nu}] = [T^*_{\mu\nu}]\cdot[T_{\mu\nu}]. \tag{30}$$

CONCLUZII

Formarea ecuațiilor de stare la circuitele cu elemente în exces, liniare, cu parametri constanți în timp, se poate face simplu și sistematic parcurgînd separat următoarele etape:

1) Se elimină elementele în exces și apoi se calculează transmitanțele $T_{\alpha\beta}$ utilizate obișnuit la calculul coeficienților ecuațiilor de stare ale circuitelor avînd numai elemente esențiale. 2) Se formează din rețeaua dată circuitele auxiliare de condensatoare și bobine. Se calculează transmitanțele auxiliare $T^*_{\alpha\beta}$ separat pentru fiecare dintre circuitele neseparabile ale circuitelor auxiliare. 3) Se calculează diferitele tipuri de coeficienți ai ecuațiilor de stare ale circuitelor cu elemente în exces folosind respectiv formulele: (30), (16), (28).

Metoda propusă ușurează formarea ecuațiilor de stare la circuite cu elemente în exces divizîndu-se problema în probleme mai simple prin utilizarea conceptului de circuit auxiliar și a circuitelor neseparabile de condensatoare, respectiv bobine.

APLICAȚIA 1

1. Circuitul din figura 8 conține o secțiune formată numai din bobine. Alegînd bobina L_3 ca bobină dependentă și aplicînd formulele (23), (24), se obține

$$[a]=\begin{bmatrix} \dfrac{L_2+L_3}{\Delta} & -\dfrac{L_3}{\Delta} \\ -\dfrac{L_3}{\Delta} & \dfrac{L_1+L_3}{\Delta} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -R_4 & 0 \\ 0 & -R_5 \end{bmatrix}=\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} -(L_2+L_3)R_4 & L_3R_5 \\ L_3R_4 & -(L_1+L_3)R_5 \end{bmatrix}$$

unde: $\Delta = L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1$;

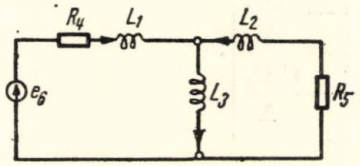


Fig. 8. — Exemplu de circuit cu bobine în exces.

$$[b]=\begin{bmatrix} \dfrac{L_2+L_3}{\Delta} & -\dfrac{L_3}{\Delta} \\ -\dfrac{L_3}{\Delta} & \dfrac{L_1+L_3}{\Delta} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}=\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} L_2+L_3 \\ -L_3 \end{bmatrix}\cdot$$

Ecuațiile de stare sînt deci

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{L_1}}{dt} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} -(L_2+L_3)R_4 & L_3R_5 \\ L_3R_4 & -(L_1+L_3)R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} L_1+L_3 \\ -L_3 \end{bmatrix} e_6.$$

APLICAȚIA 2

2. Circuitul din figura 9 conține un circuit neseparabil de condensatoare și sursa de tensiune e_5.

Alegînd drept condensatoare în exces pe C_2 și C_3 și aplicînd formulele (10), (11), (16) rezultă

$$[a] = \begin{bmatrix} \frac{C_3+C_4}{\Delta} & -\frac{C_3}{\Delta} \\ -\frac{C_3}{\Delta} & \frac{C_1+C_3}{\Delta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_7} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_3+C_4}{R_7\Delta} & 0 \\ \frac{C_3}{R_7\Delta} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta = C_1C_4 + C_4C_3 + C_3C_1$$

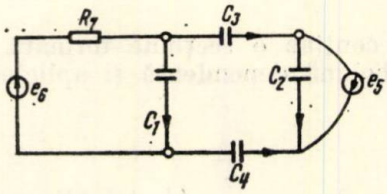


Fig. 9. — Exemplu de circuit cu condensatoare în exces.

$$[b] = \begin{bmatrix} \frac{C_3+C_4}{\Delta} & -\frac{C_3}{\Delta} \\ -\frac{C_3}{\Delta} & \frac{C_1+C_3}{\Delta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{R_7} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_3+C_4}{R_7\Delta} \\ -\frac{C_3}{R_7\Delta} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} -\frac{C_3C_4}{\Delta} \\ -\frac{C_1C_3}{\Delta} \end{bmatrix}.$$

Ecuațiile de stare sînt deci

$$\begin{bmatrix} \frac{du_{C_1}}{dt} \\ \frac{du_{C_4}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_3+C_4}{R_7\Delta} & 0 \\ \frac{C_3}{R_7\Delta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{C_1} \\ u_{C_4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_3+C_4}{R_7\Delta} \\ -\frac{C_3}{R_7\Delta} \end{bmatrix} e_6 + \begin{bmatrix} -\frac{C_3C_4}{\Delta} \\ -\frac{C_1C_3}{\Delta} \end{bmatrix} \frac{de_5}{dt}$$

BIBLIOGRAFIE

1. T. R. Bashkow, *The A Matrix, New Network Description*, Trans I.R.E., CT—**4**, 117—180 September (1957).
2. P. R. Bryant, *The Order of Complexity of Electrical Networks.* Proc. I.R.E., **106** C., 174—188, June (1959).
3. P. R. Bryant, *The Explicit Form of Bashkow's A Matrix.* Bashkow's *A Matrix.* Transaction, CT—**9**, 303—306 Sept. (1962).
4. A. Dervisoghe, *Bashkow's A Matrix for Active R.L.C. Networks.* I.E.E.E. Transaction, CT—**4**, 404—407, September (1964).
4. F. F. Kuo, J. F. Kaiser, *System Analysis by Digital Computer.* John Wiley, New-York, 1966.
6. D. A. Calahan, *Computer sided network design*, Mc. Grow-Hill Book Company, New-York, 1967.
7. M. Preda, *Analiza și sinteza circuitelor electrice.* Ed. tehnică, București, 1968.
8. M. Preda, I. Breazu, N. Nicoară, *Ecuațiile de stare ale circuitelor cu bucle de condensatoare și secțiuni de bobine.* Electrotehnica (1972).

NOI STRUCTURI PENTRU SINTEZA IMPEDANȚELOR

CR. VASILIU

621.316.7.001 : 621.391

Se prezintă 12 structuri noi pentru sinteza impedanțelor de ordinul doi. Se deduc condițiile de realizabilitate și valorile elementelor în funcție de coeficienții impedanței.

1. INTRODUCERE

În problemele practice de sinteză a dipolului, impedanța de intrare de ordinul doi, adică impedanța de forma

$$Z(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \tag{1}$$

are o importanță particulară, datorită frecvenței cu care este întîlnită. Se știe că sinteza fără transformator ideal sau perfect (elemente neconvenabile pentru realizarea fizică a dipolului) a acestei impedanțe se poate face în cazul cel mai general prin metoda Bott-Duffin, care duce la un dipol în punte care conține opt elemente (cinci reactive și trei rezistive). În anumite condiții particulare satisfăcute de coeficienții acestei impedanțe, sinteza se poate face și cu mai puțin de opt elemente. Cunoașterea acestor condiții particulare și a structurii dipolului corespunzător este deci importantă din punct de vedere practic pentru a se putea realiza impedanța cu minimum de elemente.

În două articole anterioare [2] și [3] am arătat că problema de a găsi cazurile în care sinteza impedanței de forma (1) se poate face cu mai puțin de opt elemente n-a fost rezolvată în întregime. În aceleași articole am prezentat toate cazurile cunoscute în literatură care răspund acestei probleme.

Scopul lucrării de față este să prezinte 12 noi structuri care permit sinteza impedanței (1) cu mai puțin de opt elemente.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 751—760, 1972

2. STRUCTURA DE BAZĂ ŞI ELIMINAREA REŢELELOR NECORESPUNZĂTOARE

Structura de bază folosită este arătată în figura 1*a*. Figura 1*b* reprezintă structura inversă cu 1*a*. Este însă suficient să analizăm numai structura 1*a*, deoarece rezultatele obţinute se pot aplica structurii inverse

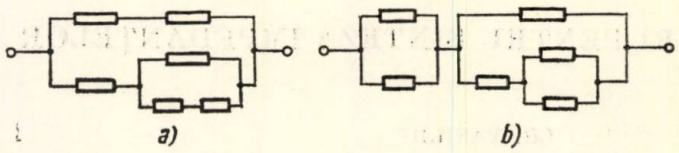


Fig. 1. — Structura de bază şi structura inversă.

printr-o substituţie simplă [2]. Fiecărui dreptunghi îi corespunde un singur element R, L sau C, adică această structură este compusă din şase elemente. Atribuind fiecărui dreptunghi cîte un element în diverse combinaţii, se pot obţine toate reţelele corespunzătoare.

O primă problemă este să se elimine dintre aceste reţele pe toate acele care duc la impedanţe de forma (1) şi care pot fi realizate cu mai puţin de şase elemente. Aceste reţele sînt considerate necorespunzătoare, deoarece au totdeauna o reţea echivalentă mai economică, adică nu realizează impedanţa care le corespunde cu minimum de elemente. Cea mai mare parte a acestui proces de eliminare se poate face fără o asignare prealabilă a structurii de bază cu elemente R, L sau C.

În primul rînd, toate reţelele care ar cuprinde numai unul sau două elemente reactive sînt totdeauna reductibile la o reţea echivalentă cu numai cinci elemente [1]. Pe de altă parte, impedanţa reţelelor cu un singur element rezistiv are un pol sau un zero (sau şi pol şi zero) pe axa imaginară, adică nu este de reactanţă şi susceptanţă minimă, şi, dacă această impedanţă este reductibilă la forma (1), ea poate fi realizată cu patru elemente sau mai puţin [2]. În sfîrşit, structurile de şase elemente dintre care trei reactive au fost studiate în totalitate [1].

Rămîne deci să ne ocupăm în continuare de reţelele care rezultă din structura de bază din figura 1*a*, în care patru elemente sînt reactive şi două rezistive. Vom elimina însă reţelele care cuprind două elemente de acelaşi fel în serie sau în paralel, acestea combinîndu-se într-unul singur şi reţeaua reducîndu-se astfel la una cu cinci elemente. Jumătate din structurile care au rămas neeliminate sînt reprezentate în figura 2. Cealaltă jumătate se poate obţine prin substituţia $s \to 1/s$, adică înlocuirea capacităţilor cu inductanţe şi invers [2] şi nu este deci necesar să fie analizate separat.

Dacă ne referim acum la reţelele din figura 2, se poate cu uşurinţă constata că structurile 2*d*, 2*e* şi 2*f* trebuie eliminate ca necorespunzătoare. Într-adevăr, impedanţa reţelelor 2*d* şi 2*f* are un pol la infinit, iar impedanţa reţelei 2*e* are un zero la infinit şi, aşa cum s-a arătat mai sus, aceste reţele sînt reductibile la structuri mai simple.

Aşadar, în urma procesului de eliminare făcut, au rămas să fie studiate în continuare numai reţelele 2*a*, 2*b* şi 2*c*. Avînd patru elemente reactive, impedanţa acestor reţele va fi, în general, de ordinul patru.

Analiza care urmează trebuie să găsească condițiile în care impedanța este reductibilă la forma (1), condițiile de realizabilitate fizică și valorile elementelor în funcție de coeficienții impedanței (1), astfel încît sinteza să se poată face prin simpla înlocuire a unor litere cu valori numerice.

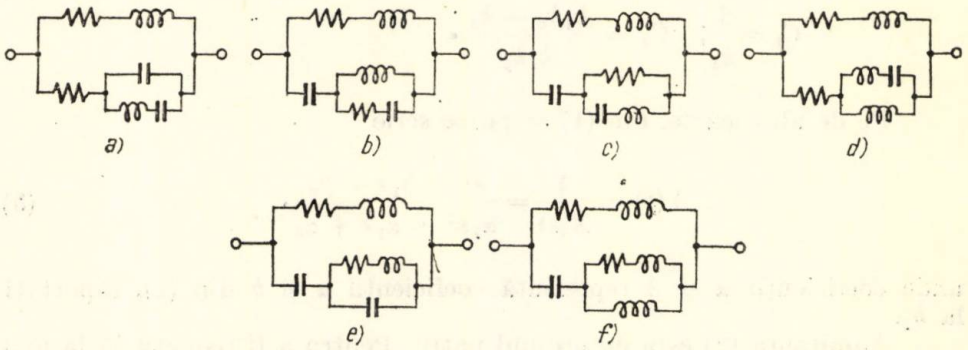


Fig. 2. — Jumătate din structurile rămase după primul proces de eliminare.

3. CONDIȚIILE DE REALIZABILITATE ȘI SINTEZA IMPEDANȚELOR STRUCTURILOR RĂMASE

Cele trei structuri rămase trebuie analizate separat. Calea urmată va fi exemplificată prin analiza structurii 2*a*, reprodusă în figura 3.

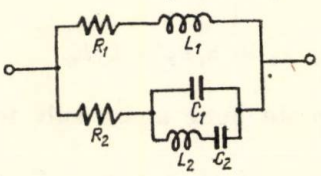


Fig. 3. — Structura analizată.

Admitanța acestei rețele se poate scrie sub forma

$$Y(s) = \frac{k_1}{s + k_2} + \frac{s^3 + k_6 s}{k_3 s^3 + k_4 s^2 + k_3 k_6 s + k_5}, \tag{2}$$

unde

$$k_1 = \frac{1}{L_1}; \quad k_2 = \frac{R_1}{L_1}; \quad k_3 = R_2,$$

$$k_4 = \frac{1}{C_1}; \quad k_5 = \frac{1}{L_2 C_1 C_2}; \quad k_6 = \frac{C_1 + C_2}{L_2 C_1 C_2} \tag{3}$$

şi deci

$$R_1 = \frac{k_1}{k_2}; \quad R_2 = k_3; \quad L_1 = \frac{1}{k_1}; \quad L_2 = \frac{k_5}{k_4 k_6 - k_5},$$
$$C_1 = \frac{1}{k_4}; \quad C_2 = \frac{k_4 k_6 - k_5}{k_4 k_5}. \tag{4}$$

Pe de altă parte, din (1) se poate scrie

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}, \tag{5}$$

unde coeficienţii α şi β reprezintă coeficienţii a şi b din (1), raportaţi la b_2.

Admitanţa (2) este de ordinul patru. Pentru a fi reductibilă la una de ordinul doi, ca în (5), este necesar în primul rînd ca polinomul de gradul trei de la numărătorul termenului al doilea din (2) să aibă ca factor pe $s+k_2$, ceea ce duce la egalitatea

$$k_3 s^3 + k_4 s^2 + k_3 k_6 s + k_5 = (s + k_2)(\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0). \tag{6}$$

Din această egalitate se obţin următoarele ecuaţii:

$$1)\ \alpha_2 = k_3; \quad 2)\ \alpha_1 + \alpha_2 k_2 = k_4,$$
$$3)\ \alpha_0 k_2 = k_5; \quad 4)\ \alpha_0 + \alpha_1 k_2 = k_3 k_6. \tag{7}$$

Admitanţa din (2) se poate pune acum sub forma

$$Y(s) = \frac{s^3 + \alpha_2 k_1 s^2 + (\alpha_1 k_1 + k_6) s + \alpha_0 k_1}{k_3 s^3 + k_4 s^2 + k_3 k_6 s + k_5}, \tag{8}$$

redusă astfel la ordinul trei. Numitorul acestei expresii conţine pe $s+k_2$ ca factor. Dacă şi numărătorul ar conţine acest factor, admitanţa s-ar reduce la una de ordinul doi. Pentru aceasta este necesar să aibă loc egalitatea

$$s^3 + \alpha_2 k_1 s^2 + (\alpha_1 k_1 + k_6) s + \alpha_0 k_1 = (s + k_2)(s^2 + \beta_1 s + \beta_0), \tag{9}$$

ceea ce duce la ecuaţiile

$$5)\ \alpha_2 k_1 = \beta_1 + k_2; \quad 6)\ \alpha_0 k_1 = \beta_0 k_2,$$
$$7)\ \alpha_1 k_1 + k_6 = \beta_0 + \beta_1 k_2. \tag{10}$$

În acest fel, admitanța de ordinul patru din (2) a fost redusă la una de ordinul doi de forma (5), impunîndu-se condițiile exprimate prin ecuațiile (7) și (10). Considerînd admitanța (5) dată, pentru sinteză este necesar să cunoaștem elementele rețelei în funcție de coeficienții acestei admitanțe. Numărul acestor elemente este șase, iar numărul ecuațiilor disponibile șapte. Șase ecuații vor fi folosite pentru determinarea necunoscutelor, iar a șaptea va reprezenta o relație între coeficienții admitanței (5), ca o condiție de realizabilitate a acesteia prin structura din figura 3.

Primele trei ecuații din (7), împreună cu cele trei ecuații din (10) rezolvate în raport cu necunoscutele k, duc la egalitățile următoare:

$$k_1 = \frac{\beta_0 \beta_1}{\beta_0 \alpha_2 - \alpha_0}; \quad k_2 = \frac{\beta_1 \alpha_0}{\beta_0 \alpha_2 - \alpha_0},$$

$$k_3 = \alpha_2; \quad k_4 = \frac{\alpha_2(\alpha_0 \beta_1 + \beta_0 \alpha_1) - \alpha_0 \alpha_1}{2\beta_0 - \alpha_0}, \tag{11}$$

$$k_5 = \frac{\beta_1 \alpha_0^2}{\alpha_2 \beta_0 - \alpha_0}; \quad k_6 = \frac{\alpha_2 \beta_0^2 - \alpha_0 \beta_0 + \alpha_0 \beta_1^2 - \beta_0 \beta_1 \alpha_1}{\alpha_2 \beta_0 - \alpha_0}.$$

Ultima dintre ecuațiile din (7), împreună cu (11), dă următoarea legătură între coeficienți:

$$(\alpha_2 \beta_0 - \alpha_0)^2 - \alpha_1 \beta_1(\alpha_2 \beta_0 + \alpha_0) + \alpha_0 \alpha_2 \beta_1^2 = 0. \tag{12}$$

Dacă în (11) și (12) se înlocuiesc coeficienții α și β cu a și b raportați la b_2 și apoi se folosesc egalitățile (4), se obțin valorile elementelor rețelei, și anume

$$R_1 = \frac{a_0}{b_0}; \quad R_2 = \frac{a_2}{b_2},$$

$$C_1 = \frac{b_2 \delta_{20}}{a_0 a_2 b_1 + a_1 \delta_{20}}; \quad C_2 = \frac{2a_1^2 b_0 b_2}{a_0(a_0 a_2 b_1 + a_1 \delta_{20})}, \tag{13}$$

$$L_1 = \frac{\delta_{20}}{b_0 b_1}; \quad L_2 = \frac{(a_0 a_2 b_1 + a_1 \delta_{20})^2}{2a_0 a_1^2 b_0 b_1 b_2}.$$

iar pentru legătura dintre coeficienți se obține din (12) expresia

$$a_1 b_1 = \frac{\delta_{20}^2 + a_0 a_2 b_1^2}{a_2 b_0 + a_0 b_2}, \tag{14}$$

În relațiile (13) și (14) s-a folosit notația

$$\delta_{20} = a_2 b_0 - a_0 b_2. \tag{15}$$

Din (13) se constată că rețeaua este realizabilă fizic (valori pozitive pentru elemente) numai dacă $\delta_{20} > 0$. Rezultă atunci că o impedanță dată de forma (1) este realizabilă prin structura din figura 3 dacă și numai

dacă toți coeficienții acestei impedanțe sînt nenegativi (strict pozitivi) și două între acești coeficienți există relația (14), iar $\delta_{20} > 0$ în (15).

Au fost găsite, așadar, condițiile de realizabilitate fizică și expresiile necesare pentru sinteza unei impedanțe de forma (1) prin structura din figura 3. Între elementele rețelei astfel sintetizate trebuie să existe două relații. Într-adevăr, numărul de coeficienți independenți în impedanța dată sînt patru (cinci coeficienți în (5), legați prin egalitatea (12),iar elementele rețelei sînt în număr de șase. Pentru a obține aceste două relații se folosesc ecuațiile (7) și (10). Cinci dintre aceste ecuații permit determinarea celor cinci coeficienți α și β, iar cele două rămase dau relațiile dintre coeficienții k, iar acestea, prin intermediul egalităților (4), relațiile dintre elemente. Astfel din (7) se obține egalitatea

$$\frac{k_5}{k_2} + (k_4 - k_2 k_3)\, k_2 = k_3 k_6, \tag{16}$$

din care, folosind (3), se ajunge la prima relație căutată, și anume

$$L_1^2[R_1 R_2(C_1 + C_2 - L_1)] + R_1^2 L_2 C_2 (R_1 R_2 C_1 - L_1) = 0. \tag{17}$$

Tot așa, din primele trei ecuații (7) și din (10) se găsește egalitatea

$$k_1 k_5 (k_4 - k_2 k_3) + k_5 k_6 - k_1 + k_2 k_5 (k_2 - k_1 k_3) = 0, \tag{18}$$

din care se obține a doua relație între elemente, dată de expresia

$$L_1 L_2 C_2 + L_1^2 (C_1 + C_2) + L_2 C_1 C_2 (R_1 - R_2 - R_1 R_2 - L_1 L_2 C_1 C_2) = 0. \tag{19}$$

Cu aceste două relații, analiza structurii considerate s-a încheiat.

4. REZULTATELE FINALE

În cele de mai sus s-a arătat modul în care a fost condusă analiza structurii din figura 2*a*. În mod analog s-a procedat și pentru structurile din figura 2*b* și 2*c*. Schema rețelei, condițiile de realizabilitate fizică și valorile elementelor componente în funcție de coeficienții impedanței pentru aceste trei structuri au fost trecute în prima linie a celor trei tabele. Plecînd de la acest grup de trei structuri, mai pot fi deduse încă nouă structuri prin substituțiile cunoscute [2]. Astfel, linia a doua din cele trei tabele se obține din prima linie luînd structura inversă, iar celelalte două linii se deduc din primele prin substituția $s \to 1/s$.

Pentru sinteza unei impedanțe de forma (1) cu coeficienții dați numeric, se verifică mai întîi dacă sînt satisfăcute condițiile de realizabilitate date în coloana a doua din tabele și, în caz afirmativ, se calculează valorile elementelor cu ajutorul formulelor din coloana a treia. Se reamintește că coeficienții impedanței date trebuie să fie pozitivi. Se mai face precizarea că ar fi posibil ca anumite impedanțe date, care satisfac condițiile de realizabilitate corespunzătoare unei structuri din aceste trei tabele, să le satisfacă în același timp și pe cele ale unei structuri mai simple cu numai cinci elemente, arătate în tabela 1 din [2]. Acest lucru

Tabela 1

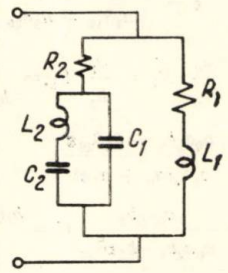
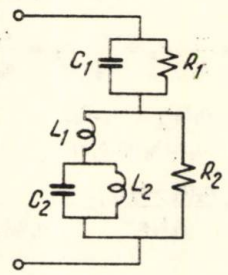
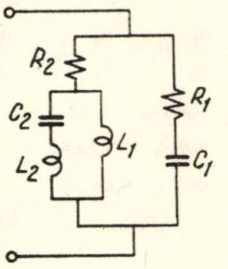
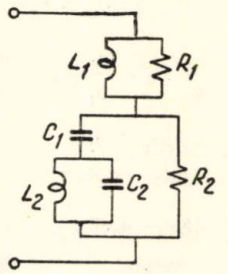
Tip	Structura	Condiții de realizabilitate	Valorile elementelor
1		a) $\delta_{20} > 0$ b) $a_1 b_1 = \dfrac{\delta_{20}^2 + a_0 a_2 b_1^2}{a_2 b_0 + a_0 b_2}$ $\delta_{20} = a_2 b_0 - a_0 b_2$	$R_1 = \dfrac{a_0}{b_0}$ $C_1 = \dfrac{b_2 \delta_{20}}{a_1 \delta_{20} + a_0 a_2 b_1}$ $R_2 = \dfrac{a_2}{b_2}$ $C_2 = \dfrac{2 a_1^2 b_0 b_2}{a_0 (a_0 a_2 b_1 + a_1 \delta_{20})}$ $L_1 = \dfrac{\delta_{20}}{b_0 b_1}$ $L_2 = \dfrac{(a_0 a_2 b_1 + a_1 \delta_{20})^2}{2 a_0 a_1^2 b_0 b_1 b_2}$
2		a) $\delta_{20} < 0$ b) $a_1 b_1 = \dfrac{\delta_{20}^2 + b_0 b_2 a_1^2}{a_2 b_0 + a_0 b_2}$ $\delta_{20} = a_2 b_0 - a_0 b_2$	$R_1 = \dfrac{a_0}{b_0}$ $L_1 = \dfrac{-a_2 \delta_{20}}{b_0 b_2 a_1 - b_1 \delta_{20}}$ $R_2 = \dfrac{a_2}{b_2}$ $L_2 = \dfrac{2 a_0 a_2 b_1^2}{b_0 (a_1 b_0 b_2 - b_1 \delta_{20})}$ $C_1 = \dfrac{-\delta_{20}}{a_0 a_1}$ $C_2 = \dfrac{(a_1 b_0 b_2 - b_1 \delta_{20})^2}{2 a_0 a_1 a_2 b_0 b_1^2}$
3		a) $\delta_{20} < 0$ b) $a_1 b_1 = \dfrac{\delta_{20}^2 + a_0 a_2 b_1^2}{a_2 b_0 + a_0 b_2}$ $\delta_{20} = a_2 b_0 - a_0 b_2$	$R_1 = \dfrac{a_2}{b_2}$ $L_1 = \dfrac{a_0 a_2 b_1 - a_1 \delta_{20}}{-b_0 \delta_{20}}$ $R_2 = \dfrac{a_0}{b_0}$ $L_2 = \dfrac{a_2 (a_0 a_2 b_1 - a_1 \delta_{20})}{2 a_1^2 b_0 b_2}$ $C_1 = \dfrac{-\delta_{20}}{b_1 b_2}$ $C_2 = \dfrac{2 a_1^2 a_2 b_0 b_1 b_2}{(a_0 a_2 b_1 - a_1 \delta_{20})^2}$
4		a) $\delta_{20} > 0$ b) $a_1 b_1 = \dfrac{\delta_{20}^2 + a_1^2 b_0 b_2}{a_2 b_0 + a_0 b_2}$ $\delta_{20} = a_2 b_0 - a_0 b_2$	$R_1 = \dfrac{a_0}{b_2}$ $C_1 = \dfrac{b_1 \delta_{20} + a_1 b_0 b_2}{a_0 \delta_{20}}$ $R_2 = \dfrac{a_0}{b_0}$ $C_2 = \dfrac{b_2 (a_1 b_0 b_2 + b_1 \delta_{20})}{2 a_0 a_2 b_1^2}$ $L_1 = \dfrac{a_1 a_2}{\delta_{20}}$ $L_2 = \dfrac{2 a_0 a_1 a_2 b_1^2 b_2}{(a_1 b_0 b_2 + b_1 \delta_{20})^2}$

Tabela 1 (continuare)

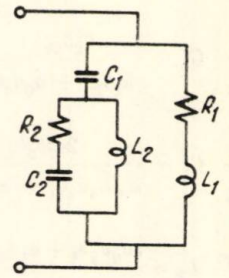
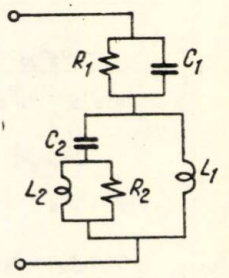
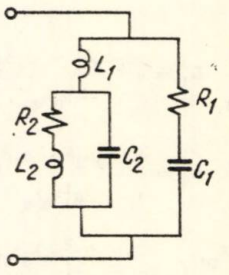
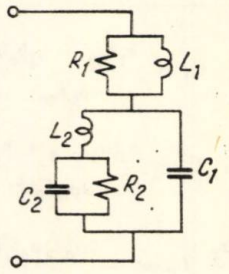
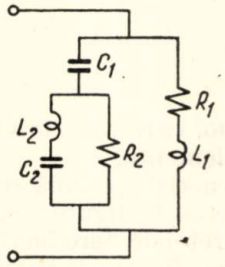
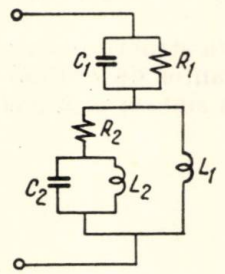
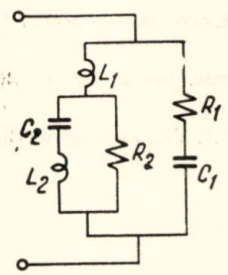
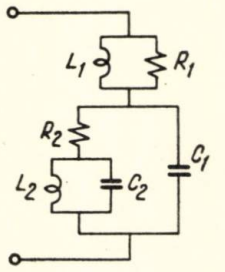
Tip	Structura	Condiții de realizabilitate	Valorile elementelor
5		a) $\delta_{20} < 0$ b) $a_1b_1 < a_2b_0 + a_0b_2$ c) $a_1\delta_{10} - a_0\delta_{20} = \frac{a_1a_2b_0\delta_{10}}{a_1b_1 - a_0b_2}$ $\delta_{10} = a_1b_0 - a_0b_1$ $\delta_{20} = a_2b_0 - a_0b_2$	$\varepsilon = \frac{a_0\sqrt{b_0}}{\sqrt{a_1\delta_{10} - a_0\delta_{20}}}$ $R_1 = \frac{a_0}{b_0}\ R_2 = \frac{a_2}{b_2}\ L_1 = \frac{a_0}{b_0\varepsilon}$ $C_1 = \frac{a_0a_2b_1 - b_2\delta_{20}\varepsilon}{a_2b_2(a_0 + a_1\varepsilon)}$ $L_2 = \frac{a_0a_2b_2}{a_0a_2b_1 - b_2\varepsilon\delta_{20}}\ C = \frac{b_2(a_0 + a_1\varepsilon)}{a_0a_2\varepsilon}$
6		a) $\delta_{20} > 0$ b) $a_1b_1 < a_2b_0 + a_0b_2$ c) $b_1\delta_{10} - b_0\delta_{20} = \frac{a_0b_1b_2\delta_{10}}{a_1b_1 - a_2b_0}$ $\delta_{10} = a_1b_0 - a_0b_1$ $\delta_{20} = a_2b_0 - a_0b_2$	$\varepsilon = \frac{b_0\sqrt{a_0}}{\sqrt{b_0\delta_{20} - b_1\delta_{10}}}$ $R_1 = \frac{a_0}{b_0}\ R_2 = \frac{a_2}{b_2}\ C_1 = \frac{b_0}{a_0\varepsilon}$ $L_1 = \frac{a_1b_0b_2 + a_2\varepsilon\delta_{20}}{a_2b_2(b_0 + b_1\varepsilon)}$ $L_2 = \frac{a_2(b_0 + b_1\varepsilon)}{b_0b_2\varepsilon}\ C_2 = \frac{a_2b_0b_2}{a_1b_0b_2 + a_2\varepsilon\delta_{20}}$
7		a) $\delta_{20} > 0$ b) $a_1b_1 < a_2b_0 + a_0b_2$ c) $a_1\delta_{21} - a_2\delta_{20} = \frac{a_0a_1b_2\delta_{21}}{a_1b_1 - a_2b_0}$ $\delta_{21} = a_2b_1 - a_1b_2$ $\delta_{20} = a_2b_0 - a_0b_2$	$\varepsilon = \frac{a_2\sqrt{b_2}}{\sqrt{a_2\delta_{20} - a_1\delta_{21}}}$ $R_1 = \frac{a_2}{b_2}\ R_2 = \frac{a_0}{b_0}\ C_1 = \frac{b_2\varepsilon}{a_2}$ $L_1 = \frac{a_0b_0(a_2 + a_1\varepsilon)}{a_0a_2b_1 + b_0\delta_{20}\varepsilon}$ $C_2 = \frac{a_0a_2b_1 + b_0\varepsilon\delta_{20}}{a_0a_2b_0}\ L_2 = \frac{a_0a_2\varepsilon}{b_0(a_2 + a_1\varepsilon)}$
8		a) $\delta_{20} < 0$ b) $b_1\delta_{21} - b_2\delta_{20} = \frac{a_2a_0b_1\delta_{21}}{a_1b_1 - a_0b_2}$ c) $a_1b_1 < a_2b_0 + a_0b_2$ $\delta_{21} = a_2b_1 - a_1b_2$ $\delta_{20} = a_2b_0 - a_0b_2$	$\varepsilon = \frac{b_2\sqrt{a_2}}{\sqrt{b_1\delta_{21} - b_2\delta_{20}}}$ $R_1 = \frac{a_2}{b_2}\ R_2 = \frac{a_0}{b_0}\ L_1 = \frac{a_2\varepsilon}{b_2}$ $C_1 = \frac{a_0b_0(b_2 + b_1\varepsilon)}{a_1b_0b_2 - a_0\delta_{20}\varepsilon}$ $L_2 = \frac{a_1b_0b_2 - a_0\varepsilon\delta_{20}}{a_0b_0b_2}\ C_2 = \frac{b_0b_2\varepsilon}{a_0(b_2 + b_1\varepsilon)}$

Tabela 1 (continuare)

Tip	Structura	Condiţii de realizabilitate	Valorile elementelor
9		*a)* ε rădăcină pozitivă comună ecuaţiilor : $a_2\delta_{10}x^2 + (a_1\delta_{10} - a_0\delta_{20})\,x = a_0a_1b_0$ $a_2\delta_{20}x^2 + 2a_2\delta_{10}\,x = a_0\,(a_1b_1 + \delta_{20})$ *b)* $a_0b_0 - \delta_{10}\varepsilon > 0$ c) $a_0b_1 - \delta_{20}\varepsilon > 0$ $\delta_{10} = a_1b_0 - a_0b_1 \quad \delta_{20} = a_2b_0 - a_0b_2$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0} \quad R_2 = \frac{a_2}{b_2} \quad L_1 = \frac{a_0\varepsilon}{b_0}$ $L_2 = \frac{a_0a_2}{a_0b_1 - \varepsilon\delta_{20}}$ $C_1 = \frac{b_2}{a_1 + a_2\varepsilon}$ $C_2 = \frac{b_2(a_0b_1 - \varepsilon\delta_{20})}{a_2(a_0b_0 - \delta_{10}\varepsilon)}$
10		*a)* ε rădăcină pozitivă comună ecuaţiilor : $b_2\delta_{10}x^2 + (b_1\delta_{10} - b_0\delta_{20})\,x = -a_0b_0b_1$ $b_2\delta_{20}x^2 + 2b_2\delta_{10}\,x = b_0(\delta_{20} - a_1b_1)$ *b)* $a_0b_0 + \delta_{10}\varepsilon > 0$ *c)* $a_1b_0 + \delta_{20}\varepsilon > 0$ $\delta_{10} = a_1b_0 - a_0b_1 \quad \delta_{20} = a_2b_0 - a_0b_2$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0} \quad R_2 = \frac{a_2}{b_2} \quad C_1 = \frac{b_0\varepsilon}{a_0}$ $C_2 = \frac{b_0b_2}{a_1b_0 + \varepsilon\delta_{20}}$ $L_1 = \frac{a_2}{b_1 + b_2\varepsilon}$ $L_2 = \frac{a_2(a_1b_0 + \delta_{20}\varepsilon)}{b_2(a_0b_0 + \delta_{10}\varepsilon)}$
11		*a)* ε rădăcină pozitivă comună ecuaţiilor : $a_0\delta_{21}x^2 + (a_1\delta_{21} - a_2\delta_{20})\,x = -a_1a_2b_2$ $a_0\delta_2x^2 + 2a_0\delta_{21}\,x = a_2(\delta_{20} - a_1b_1)$ *b)* $a_2b_2 + \varepsilon\delta_{21} > 0$ *c)* $a_2b_1 + \varepsilon\delta_{20} > 0$ $\delta_{21} = a_2b_1 - a_1b_2 \quad \delta_{20} = a_2b_0 - a_0b_2$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2} \quad R_2 = \frac{a_0}{b_0} \quad C_1 = \frac{b_2}{a_2\varepsilon}$ $C_2 = \frac{a_2b_1 + \varepsilon\delta_{20}}{a_0a_2}$ $L_1 = \frac{a_1 + a_0\varepsilon}{b_0}$ $L_2 = \frac{a_0(a_2b_2 + \varepsilon\delta_{21})}{b_0(a_2b_1 + \varepsilon\delta_{20})}$
12		*a)* ε rădăcină pozitivă comună ecuaţiilor : $b_0\delta_{21}x^2 + (b_1\delta_{21} - b_2\delta_{20})\,x = a_2b_1b_2$ $b_0\delta_{20}x^2 + 2b_0\delta_{21}\,x = b_2(a_1b_1 + \delta_{20})$ *b)* $a_2b_2 - \varepsilon\delta_{21} > 0$ *c)* $a_1b_2 - \varepsilon\delta_{20} > 0$ $\delta_{21} = a_2b_1 - a_1b_2 \quad \delta_{20} = a_2b_0 - a_0b_2$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2} \quad R_2 = \frac{a_0}{b_0} \quad L_1 = \frac{a_2}{b_2\varepsilon}$ $L_2 = \frac{a_1b_2 - \varepsilon\delta_{20}}{b_0b_2}$ $C_1 = \frac{b_1 + b_0\varepsilon}{a_0}$ $C_2 = \frac{b_0(a_2b_2 - \varepsilon\delta_{21})}{a_0(a_1b_2 - \varepsilon\delta_{20})}$

nu are loc însă totdeauna (cum se poate constata cu uşurinţă prin exemple particulare), adică structurile prezentate în cele trei tabele nu sînt totdeauna reductibile la structuri mai simple şi prin aceasta ele intră în categoria structurilor care sintetizează impedanţa (1) cu număr minim de elemente.

5. CONCLUZII

În lucrarea de faţă s-au analizat 12 structuri noi care pot sintetiza impedanţa de ordinul doi cu un număr minim de elemente.

Structurile prezentate conţin patru elemente reactive şi două rezistive. S-a plecat de la o structură de bază, prezentată în figura 1*a*, şi, printr-un proces de eliminare, s-au reţinut numai reţelele nereductibile la altele care ar conţine un număr mai mic de elemente. Pentru structurile astfel selectate s-au dedus condiţiile de realizabilitate fizică şi relaţiile care dau valorile elementelor componente în funcţie de coeficienţii impedanţei ce trebuie sintetizată.

În acest fel s-au completat (fără a se epuiza) lista structurilor cunoscute pînă acum în literatură pentru sinteza impedanţei de ordinul doi cu un număr de elemente mai mic decît cel necesar la sinteza prin metoda generală Bott-Duffin.

BIBLIOGRAFIE

1. Cr. Vasiliu, *Series Parallel Six-Element Synthesis of the Biquadratic Impedances.* IEEE Transactions on Circuit Theory, **CT**—17, Febr. (1970).
2. — *Sinteză în serie-paralel a funcţiei de intrare bipătratică*, St. cerc. energ. electr., **19**, *3*, 617—635 (1969).
3. — *Sinteza în punte a funcţiei de intrare bipătratică.* St. cerc. energ. electr., **20**, *1*, 203—218, (1970).
4. — *Three-R active Five Element Biquadratic Structures.* IEEE Transactions on Circuit Theory, CT—**16**, Febr. (1969).

SISTEME SUBOPTIMALE LINIARE PENTRU PROBLEMA OPTIMALĂ LINIAR-PĂTRATICĂ

L. LUPAŞ

621.316.7.001

În acest articol se tratează problema elaborării comenzilor suboptimale liniare pentru problema optimală liniar-pătratică (sistem liniar cu criteriu de performanţă pătratic). Se dau algoritmele de calcul pentru construcţia efectivă a unor comenzi suboptimale liniare care se obţin prin considerarea unor subsoluţii sau suprasoluţii ale ecuaţiei matriceale diferenţiale (algebrice) Riccati. Exemplele de calcul date verifică rezultatele teoretice stabilite.

1. INTRODUCERE

Problema liniar-pătratică este foarte răspîndită în aplicaţiile practice şi, deci, posibilitatea determinării unei soluţii aproximative a acesteia suscită un interes deosebit.

Cu toate că soluţia problemei optimale liniar-pătratice este binecunoscută, vezi Kalman [1], totuşi obţinerea ei ridică unele dificultăţi de calcul, datorită necesităţii rezolvării unei ecuaţii matriceale diferenţiale sau algebrice Riccati. În acelaşi timp, de multe ori, se pune problema obţinerii unei comenzi optimale sau suboptimale care să fie cît mai uşor sintetizate, de exemplu să se obţină o matrice factor de amplificare constantă sau constantă pe porţiuni, chiar dacă se studiază problema liniar-pătratică cu timp final finit. Totodată nu trebuie neglijate unele cerinţe restrictive impuse factorului de amplificare a regulatorului liniar. În acest sens, în ultimii ani, s-au efectuat cercetări intense în vederea obţinerii unor regulatoare liniare suboptimale construite numai pe baza stărilor măsurabile [13]—[18], evitîndu-se astfel reconstrucţia stărilor nemăsurabile (de exemplu printr-un observer Luenberger [9], [10], sau un filtru Kalman sau un compensator dinamic [11], [12]).

În această lucrare s-a pus accentul pe construcţia efectivă a unor comenzi suboptimale liniare care provin din considerarea unor subsoluţii sau suprasoluţii ale ecuaţiei matriceale diferenţiale (algebrice) Riccati. Pentru construcţia suprasoluţiilor ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati s-a introdus problema optimală duală în paragraful 3. Legătura între o

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 761—776, 1972

subsoluţie şi o suprasoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati este stabilită în lema 1. În continuare se prezintă procedeele iterative de obţinere a soluţiilor suboptimale, care necesită rezolvarea unor ecuaţii matriceale diferenţiale liniare. Trebuie subliniat faptul că există posibilitatea de a opri procedeul iterativ cînd s-a obţinut o comandă suboptimală cu un grad de suboptimalitate mai mic decît gradul de suboptimalitate impus [8]. În cazul sistemelor invariante în timp cu timp final infinit se obţin rezultate similare, prezentate în lema 2 şi în lema 3, care stau la baza construcţiei de subsoluţii şi suprasoluţii ale ecuaţiei matriceale algebrice Riccati. Pentru construcţia de subsoluţii şi suprasoluţii ale ecuaţiei matriceale algebrice Riccati s-au scris programele de calcul în limbajul FORTRAN IV.

2. FORMULAREA ŞI SOLUŢIA PROBLEMEI OPTIMALE LINIAR-PĂTRATICE CONSIDERATE

Fie sistemul liniar caracterizat de

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \tag{1}$$

$$x(t_0) = x_0$$

şi

$$y(t) = C(t)x(t), \tag{2}$$

unde $x(t)$ reprezintă un vector n-dimensional, $u(t)$ un vector r-dimensional, $y(t)$ un vector m-dimensional, $A(t)$, $B(t)$ şi $C(t)$ matrice de forma $n \times n$, $n \times r$, şi, respectiv, $m \times n$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$.

Se urmăreşte determinarea comenzii optimale $u^*(t)$ care minimizează funcţionala

$$J(u) = x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [y^T(t)Q(t)y(t) + u^T(t)R(t)u(t)]dt, \tag{3}$$

unde matricele F, $Q(t)$ şi $R(t)$ sînt matrice simetrice pozitive definite, de forma $n \times n$, $n \times m$ şi, respectiv, $r \times r$; matricele $Q(t)$ şi $R(t)$ sînt matrice cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$. Se presupune că t_f este fixat şi nu există restricţii asupra comenzii [1]).

După cum este cunoscut [1], [2] comanda optimală $u^*(t)$ este dată de relaţia

$$u^*(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)K(t)x(t) \tag{4}$$

unde matricea $K(t)$ este soluţia unică, pozitiv definită a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati

$$\dot{K}(t) + A^T(t)K(t) + K(t)A(t) - K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t) + C^T(t)Q(t)C(t) = 0, \tag{5}$$

$$K(t_f) = F.$$

[1]) Formularea considerată nu este cea mai generală formulare a problemei optimale liniar-pătratice [2].

Valoarea optimală a funcționalei (3) este

$$J^* \triangleq J(u^*) = x^T(t_0)K(t_0)x(t_0), \tag{6}$$

iar sistemul optimal în circuit închis va fi descris de

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [A(t) - B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,K(t)]\,x(t), \\ x(t_0) &= x_0, \\ y(t) &= C(t)x(t). \end{aligned} \tag{7}$$

3. FORMULAREA ȘI SOLUȚIA PROBLEMEI OPTIMALE DUALE

Se consideră următoarea problemă optimală duală în raport cu problema optimală formulată în paragraful 2. Fie sistemul liniar caracterizat de

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= -A^T(t)\,\tilde{x}(t) + C^T(t)\,\tilde{u}(t) \\ \tilde{x}(t_0) &= \tilde{x}_0 \end{aligned} \tag{8}$$

și

$$\tilde{y}(t) = B^T(t)\tilde{x}(t) \tag{9}$$

unde $\tilde{x}(t)$ reprezintă un vector n-dimensional, $\tilde{u}(t)$ un vector m-dimensional, $\tilde{y}(t)$ un vector r-dimensional, $A(t)$, $B(t)$ și $C(t)$ matrice de forma $n \times n$, $n \times r$ și, respectiv, $m \times n$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$.

Se urmărește determinarea comenzii optimale $\tilde{u}^*(t)$ care minimizează funcționala

$$\tilde{J}(\tilde{u}) = \tilde{x}^T(t_f)F^{-1}\tilde{x}(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [\tilde{y}^T(t)\,R^{-1}(t)\tilde{y}(t) + \tilde{u}^T(t)\,Q^{-1}(t)\,\tilde{u}(t)]\,dt, \tag{10}$$

unde matricele F, $Q(t)$, $R(t)$ sînt matrice simetrice, pozitiv definite, de forma $n \times n$, $m \times n$ și, respectiv, $r \times r$; matricele $Q(t)$ și $R(t)$ sînt matrice cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$. Se presupune că t_f este fixat și că nu există restricții asupra comenzii.

Comanda optimală a problemei optimale duale este [1], [2]

$$\tilde{u}^*(t) = -Q(t)\,C(t)\,\tilde{K}(t)\,\tilde{x}(t), \tag{11}$$

unde matricea $\tilde{K}(t)$ este soluția unică, pozitiv definită a ecuației matriceale diferențiale Riccati duale

$$\dot{\tilde{K}}(t) - \tilde{K}(t)A^T(t) - A(t)\tilde{K}(t) - \tilde{K}(t)C^T(t)Q(t)C(t)\tilde{K}(t) + B(t)R^{-1}(t)B^T(t) = 0, \tag{12}$$

$$\tilde{K}(t_f) = F^{-1}.$$

Avem următoarele corespondenţe între problema optimală şi problema optimală duală :

Problema optimală		*Problema optimală duală*
A	$\longrightarrow$	$-A^T$
B	$\longrightarrow$	C^T
C	$\longrightarrow$	B^T
Q	$\longrightarrow$	R^{-1}
R	$\longrightarrow$	Q^{-1}
F	$\longrightarrow$	F^{-1}
L	$\longrightarrow$	$\tilde{L}$
K	$\longrightarrow$	$\tilde{K}$
$H = A - BR^{-1}B^TL$	$\longrightarrow$	$\tilde{H} = -A^T - C^TQC\tilde{L}$

În cele ce urmează se va utiliza numai legătura dintre ecuaţia matriceală Riccati duală şi ecuaţia matriceală Riccati şi de aceea formularea propriu-zisă a problemei optimale duale poate fi evitată.

4. CONSTRUCŢIA COMENZILOR SUBOPTIMALE LINIARE PRIN CONSIDERAREA DE SUBSOLUŢII ŞI SUPRASOLUŢII ALE ECUAŢIEI MATRICEALE DIFERENŢIALE RICCATI

În acest paragraf se va demonstra o lemă, care se va folosi la construcţia subsoluţiilor/suprasoluţiilor ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati. Totodată, se va pune în evidenţă legătura dintre soluţiile problemei optimale şi problemei optimale duale. În continuare se va indica modalitatea de construire a subsoluţiilor şi suprasoluţiilor ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati.

DEFINIŢIA 1. Matricea simetrică pozitiv definită $L(t)$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$, este o suprasoluţie (subsoluţie) a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati dacă avem

$$\dot{L}(t) + L(t)A(t) + A^T(t)L(t) - L(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)L(t) + \\ + C^T(t)Q(t)C(t) = S(t) \tag{13}$$

$$L(t_f) = F$$

unde

$$S(t) \geqslant 0 \ (S(t) \leqslant 0), \quad \forall t \in [t_0, t_f]. \ ^{2})$$

LEMA 1. *Dacă matricea (simetrică) pozitiv definită $L(t)$, de forma $n \times n$, cu elemente continue în intervalul $[t_0, t_f]$, este o subsoluţie (supra-*

---

[2]) În cazul sistemelor invariante în timp se va considera cazul $S > 0$ ($S < 0$) şi, bineînţeles, intervin numai matrice constante.

soluție) a ecuației matriceale diferențiale Riccati atunci matricea $L^{-1}(t)$ este o suprasoluție (subsolație) a ecuației matriceale diferențiale Riccati duale și reciproc.

Demonstrație: Dacă matricea $L(t) > 0$ este subsoluție (suprasoluție) a ecuației matriceale diferențiale Riccati atunci

$$\dot{L}(t) + L(t)A(t) + A^T(t)L(t) - L(t)\,B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,L(t) + \\ + C^T(t)\,Q(t)\,C(t) = S(t), \tag{14}$$

$$L(t_f) = F$$

unde

$$S(t) \leqslant 0 \quad (S(t) \geqslant 0) \ \forall t \in [t_0,\ t_f]. \tag{15}$$

Notăm

$$L^{-1}(t) = \tilde{L}(t), \tag{16}$$

atunci

$$\dot{L}(t) = -\tilde{L}^{-1}(t)\,\dot{\tilde{L}}(t)\,L^{-1}(t),$$

$$L(t) = \tilde{L}^{-1}(t), \tag{17}$$

$$\tilde{L}(t_f) = L^{-1}(t_f) = F^{-1}.$$

Înlocuind relațiile (17) în (14) se obține

$$-\tilde{L}^{-1}(t)\dot{\tilde{L}}(t)\tilde{L}^{-1}(t) + \tilde{L}^{-1}(t)A(t) + A^T(t)\tilde{L}^{-1}(t) - \\ -\tilde{L}^{-1}(t)\,B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,\tilde{L}^{-1}(t) + C^T(t)\,Q(t)\,C(t) = S(t), \tag{18}$$

$$\tilde{L}(t_f) = F^{-1}.$$

Înmulțind la stînga și la dreapta prima relație din (18) cu $\tilde{L}(t)$ și schimbînd semnul se obține

$$\dot{\tilde{L}}(t) - A(t)\,\tilde{L}(t) - \tilde{L}(t)A^T(t) - \tilde{L}(t)\,C^T(t)\,Q(t)\,C(t)\,\tilde{L}(t) + \\ + B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t) = -\tilde{L}(t)\,S(t)\,\tilde{L}(t), \tag{19}$$

$$\tilde{L}(t_f) = F^{-1}.$$

Dacă $S(t) \geqslant 0$, $\forall t \in [t_0,\ t_f]$, adică matricea $L(t)$ este suprasoluție a ecuației matriceale diferențiale Riccati, atunci $-\tilde{L}(t)S(t)\tilde{L}(t) \leqslant 0$, ceea

ce înseamnă că matricea $\widetilde{L}(t)$ este o subsoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati duale; iar dacă $S(t) \leqslant 0$, $\forall t \in [t_0, t_f]$), adică matricea $L(t)$ este subsoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati, atunci $-\widetilde{L}(t)\,S(t)\,\widetilde{L}(t) \geqslant 0$, ceea ce înseamnă că matricea $\widetilde{L}(t)$ este o suprasoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati duale. Proprietatea reciprocă se demonstrează similar.

O b s e r v a ţ i e : Pentru $S(t) = 0$, $\forall t$ rezultă legătura dintre soluţia ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati şi soluţia ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati duale şi anume

$$K(t) = \widetilde{K}^{-1}(t). \tag{20}$$

4.1. *Construcţia unei subsoluţii a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati.* Fie o matrice simetrică, arbitrară, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$, de forma $n \times n$, $M(t)$ şi matricea simetrică de forma $n \times n$, $L(t)$ soluţia ecuaţiei matriceale diferenţiale liniare

$$\begin{aligned} &\dot{L}(t) + L(t)[A(t) - B(t)R^{-1}(t)\,B^T(t)\,M(t)] + \\ &+[A(t) - B(t)R^{-1}(t)\,B^T(t)\,M(t)]^T L(t) + C^T(t)\,Q(t)\,C(t) + \\ &+ M(t)\,B(t)R^{-1}(t)\,B^T(t)\,M(t) = 0, \\ &L(t_f) = F. \end{aligned} \tag{21}$$

Din rezolvarea ecuaţiei matriceale diferenţiale liniare (21) se obţine matricea simetrică $L(t)$ care este pozitiv definită deoarece

$$C^T(t)\,Q(t)\,C(t) + M(t)\,B(t)R^{-1}(t)\,B^T(t)\,M(t) \geqslant 0 \text{ şi } F > 0.$$

Vom arăta că matricea $L(t)$ este subsoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati. Într-adevăr din relaţia (21) rezultă că

$$\begin{aligned} &\dot{L}(t) + L(t)\,A(t) + A^T(t)\,L(t) - L(t)\,B(t)R^{-1}(t)\,B^T(t)\,L(t) + \\ &+ C^T(t)\,Q(t)\,C(t) = -L(t)\,B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,L(t) + L(t)\,B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)M(t) + \\ &+ M(t)\,B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,L(t) - M(t)\,B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,M(t) = \\ &= -[L(t) - M(t)]B(t)R^{-1}(t)B^T(t)[L(t) - M(t)] \leqslant 0 \end{aligned} \tag{22}$$

şi

$$L(t_f) = F$$

deci matricea $L(t)$ este o subsoluţie a ecuaţiei natriceale diferenţiale Riccati.

Calculul efectiv al subsoluţiei ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati se reduce la rezolvarea ecuaţiei matriceale diferenţiale liniare cu condiţia finală (21).

Procedeul de obţinere a unei subsoluţii a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati este cunoscut în literatura de specialitate, de exemplu Kleinman [3], McClamroch [4] pentru sisteme invariante cu timp final infinit, şi echivalează cu rezolvarea prin metoda Newton-Raphson a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati.

4.2. *Construcţia unei suprasoluţii a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati.* Fie o matrice simetrică, arbitrară, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$ de forma $n \times n$, $M(t)$ şi matricea simetrică de forma $n \times n$, $\tilde{L}(t)$ soluţia ecuaţiei matriceale diferenţiale liniare

$$\begin{aligned}
&\dot{\tilde{L}}(t) + [-A^T(t) - C^T(t)\,Q(t)\,C(t)\,\tilde{M}(t)]^T \tilde{L}(t) + \\
&+ \tilde{L}(t)[-A^T(t) - C^T(t)\,Q(t)\,C(t)\,\tilde{M}(t)] + \tilde{M}(t)\,C^T(t)\,Q(t)\,C(t)\tilde{M}(t) + \\
&+ B(t)R^{-1}(t)\,B^T(t) = 0, \qquad (23)\\
&\tilde{L}(t_f) = F^{-1}.
\end{aligned}$$

Din rezolvarea ecuaţiei matriceale diferenţiale liniare (23) se obţine matricea simetrică $\tilde{L}(t)$ care este pozitiv definită deoarece

$$\tilde{M}(t)C^T(t)\,Q(t)\,C(t)\,\tilde{M}(t) + B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t) \geqslant 0 \text{ şi } F^{-1} > 0.$$

Pentru a arăta că matricea $\tilde{L}(t)$ este subsoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati duale, relaţia (23) se scrie sub forma

$$\begin{aligned}
&\dot{\tilde{L}}(t) - A(t)\,\tilde{L}(t) - \tilde{L}(t)\,A^T(t) + B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t) - \\
&- \tilde{L}(t)\,C^T(t)\,Q(t)\,C(t)\,\tilde{L}(t) = \\
&= -\,[\tilde{L}(t) - \tilde{M}(t)]\,C^T(t)\,Q(t)\,C(t)\,[\tilde{L}(t) - \tilde{M}(t)], \qquad (24)\\
&\tilde{L}(t_f) = F^{-1}.
\end{aligned}$$

Conform lemei 1, deoarece matricea $\tilde{L}(t)$ este subsoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati duale, rezultă că matricea $L(t)$ dată de relaţia

$$L(t) = \tilde{L}^{-1}(t)$$

este suprasoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati.

Calculul efectiv al suprasoluției ecuației matriceale diferențiale Riccati constă în determinarea matricei $\tilde{L}(t)$ prin rezolvarea ecuației matriceale diferențiale liniare cu condiția finală (23) și inversarea matricei $\tilde{L}(t)$.

5. TRATAREA PROBLEMEI SUBOPTIMALE ÎN CAZUL SISTEMELOR LINIARE INVARIANTE ÎN TIMP CU TIMP FINAL INFINIT

Pentru sisteme invariante în timp cu timp final infinit, $t_f \to \infty$, problema optimală formulată în paragraful 2 se transformă astfel

— matricele A, B, C, Q și R sînt constante, iar $F = 0$;

— perechea (A, B) este complet controlabilă și perechea (C, A) este complet observabilă.

Matricea constantă pozitiv definită K este dată de ecuația matriceală algebrică Riccati

$$A^T K + KA - KBR^{-1}B^T K + C^T QC = 0. \tag{26}$$

Pentru ca sistemul în circuit închis să fie stabil este suficient ca perechea $(\sqrt{Q}C, A)$ să fie complet observabilă [5], ceea ce este echivalent cu perechea (C, A) complet observabilă, deoarece [19] (C, A) complet observabil $\Leftrightarrow$ (A^T, C^T) complet controlabil $\Leftrightarrow$ $(A^T, C^T(\sqrt{Q})^T)$ complet controlabil $\Leftrightarrow$ $(\sqrt{Q}C, A)$ complet controlabil.

Transformări similare au loc și în problema optimală duală. Matricea constantă pozitiv definită $\tilde{K}$ este dată de ecuația matriceală algebrică Riccati duală

$$-\tilde{K}A^T - A\tilde{K} - \tilde{K}C^T QC\tilde{K} + BR^{-1}B^T = 0. \tag{27}$$

Relația (20) devine

$$K = \tilde{K}^{-1}. \tag{28}$$

În cazul sistemelor liniare invariante în timp cu timp final infinit lema 1 se va înlocui cu lema 2 și lema 3.

LEMA 2. *Fie matricea constantă (simetrică) pozitiv definită L, suprasoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati (26), adică*

$$A^T L + LA - LBR^{-1}B^T L + C^T QC = D^T D > 0, \tag{29}$$

unde

$$H \overset{\Delta}{=} (A - BR^{-1}B^T L) \text{ stabilă}$$

(A, B) *complet controlabil*

(C, A) *complet observabil*

atunci matriea L^{-1} *este o subsoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati duale (27) și totodată*

$$\widetilde{H} \stackrel{\Delta}{=} (-A^T - C^T Q C L^{-1}) \text{ stabilă}$$

$$(-A^T,\ C^T) \text{ complet controlabil}$$

$$(B^T,\ -A^T) \text{ complet observabil.}$$

Demonstrație: Înmulțind la stînga și la dreapta relația (29) cu L^{-1} și schimbînd semnul se obține

$$-L^{-1}A^T - AL^{-1} - L^{-1}C^T Q C L^{-1} + BR^{-1}B^T = -L^{-1}D^T D L^{-1} < 0, \quad (30)$$

deci matricea L^{-1} este subsoluția a ecuației matriceale algebrice Riccati duale. Totodată avem

$$L^{-1}(-A^T - C^T Q C L^{-1}) + (-A^T - C^T Q C L^{-1})^T L^{-1} =$$

$$= -BR^{-1}B^T - L^{-1}C^T Q C L^{-1} - L^{-1}D^T D L^{-1} =$$

$$\stackrel{\Delta}{=} -S^T S < 0. \quad (31)$$

Relația (31) este o ecuație matriceală de tip Liapunov și deoarece $L^{-1} > 0$ și $-S^T S < 0$ rezultă că matricea $\widetilde{H}$ este stabilă.

De asemenea avem echivalențele:

(A, B) complet controlabil $\Leftrightarrow$ $(-A, B)$ complet controlabil $\Leftrightarrow$ $(B^T, -A^T)$ complet observabil

și (C, A) complet observabil $\Leftrightarrow$ $(C, -A)$complet observabil $\Leftrightarrow$ $(-A^T, C^T)$ complet controlabil

ceea ce trebuie demonstrat.

Observație: În relația (29) se poate considera și semnul egal cu condiția suplimentară ca

$$S^T S = L^{-1}D^T D L^{-1} + BR^{-1}B^T + L^{-1}C^T Q C L^{-1} > 0.$$

LEMA 3. *Fie matricea constantă (simetrică) pozitiv definită L subsoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati (26), adică*

$$A^T L + LA - LBR^{-1}B^T L + C^T Q C = -D^T D < 0, \quad (32)$$

unde

$H \stackrel{\Delta}{=} (A - BR^{-1}B^T L)$ *stabilă*

(A, B) *complet controlabil*

(C, A) *complet observabil*

atunci L^{-1} *este o suprasoluţie a ecuaţiei matriceale algebrice Riccati duale* (27) *şi totodată*

$$\widetilde{H} \overset{\Delta}{=} (-A^T - C^TQCL^{-1}) \text{ stabilă}$$
$$(-A^T, C^T) \text{ complet controlabil}$$
$$(B^T, -A^T) \text{ complet observabil}$$

dacă este îndeplinită una din următoarele condiţii:

$$(a) \quad LBR^{-1}B^TL + C^TQC > D^TD \tag{33}$$

$$(b) \quad A^TL + LA + 2C^TQC > 0. \tag{34}$$

Demonstraţie: Înmulţind la dreapta şi la stînga relaţia (32) cu matricea L^{-1} şi schimbînd semnul se obţine

$$-L^{-1}A^T - AL^{-1} + BR^{-1}B^T - L^{-1}C^TQCL^{-1} = L^{-1}D^TDL^{-1} > 0, \tag{35}$$

deci matricea L^{-1} este suprasoluţie a ecuaţiei matriceale algebrice Riccati duale. Totodată avem

$$\begin{aligned} L^{-1}(-A^T - C^TQCL^{-1}) + (-A^T - C^TQCL^{-1})^TL^{-1} = \\ = -BR^{-1}B^T - L^{-1}C^TQCL^{-1} + L^{-1}D^TDL^{-1} = \\ = -L^{-1}(LBR^{-1}B^TL + C^TQC - D^TD)L^{-1} \overset{\Delta}{=} -S^TS < 0, \end{aligned} \tag{36}$$

presupunînd condiţia (a) îndeplinită. Ţinînd seama de relaţia (32) condiţiile (*a*) şi (*b*) sînt echivalente. Ecuaţia (36) este o ecuaţie matriceală de tip Liapunov şi deoarece $L^{-1} > 0$ şi $-S^TS < 0$ rezultă că matricea $\widetilde{H}$ este stabilă. De asemenea avem

(A, B) complet controlabil $\Leftrightarrow$ $(-A, B)$ complet controlabil
$\Leftrightarrow$ $(B^T, -A^T)$ complet observabil

şi (C, A) complet observabil $\Leftrightarrow$ $(C, -A)$ complet observabil
$\Leftrightarrow$ $(-A^T, C^T)$ complet controlabil

ceea ce trebuie demonstrat.

O b s e r v a ţ i i: 1) În lema 2 şi lema 3 este suficient ca matricea Q să fie pozitiv semidefinită (şi nu pozitiv definită), dacă se lucrează cu ecuaţia matriceală algebrică Riccati şi cu ecuaţia matriceală algebrică Riccati duală, fără a enunţa problema optimală duală. Evident această observaţie este valabilă şi în cazul problemei optimale formulate în paragraful 2.

2) Trebuie remarcat faptul că o suprasoluţie (subsoluţie) a ecuaţiei matriceale algebrice Riccati satisface o inegalitate matriceală de tip Kalman [5], [6]. Într-adevăr, fie o matrice L o suprasoluţie a ecuaţiei matriceale algebrice Riccati, adică

$$A^TL + LA - L\hat{B}\hat{B}^TL + \hat{C}^T\hat{C} = D^TD$$

unde s-a notat

$$\hat{B} = B\sqrt{R^{-1}}$$

$$\hat{C} = \sqrt{Q}\,C.$$

Adunînd şi scăzînd termenul sI se obţine

$$(-sI - A + \hat{B}\hat{B}^T L)^T L + L(sI - A + \hat{B}\hat{B}^T L) =$$

$$= \hat{C}^T\hat{C} - D^T D + L\hat{B}\hat{B}^T L. \tag{37}$$

Notăm

$$\Theta_L(s) = (sI - A + \hat{B}\hat{B}^T L)^{-1}$$

$$S_L = L\hat{B}$$

$$H_L(s) = C\Theta_L(s)\,\hat{B}$$

$$G(s) = D\Theta_L(s)\,\hat{B}.$$

Înmulţind la dreapta şi la stînga relaţia (37) cu $\hat{B}^T\Theta_L^T(-s)$ şi, respectiv, $\Theta_L(s)\hat{B}$, se obţine

$$\hat{B}^T L\Theta_L(s)\,\hat{B} + \hat{B}^T\Theta_L^T(-s)L\hat{B} =$$

$$= \hat{B}^T\Theta_L^T(-s)\,\hat{C}^T\hat{C}\Theta_L(s)\,\hat{B} - \hat{B}^T\Theta_L^T(-s)\,\hat{D}^T D\Theta_L(s)\,\hat{B} +$$

$$+ \hat{B}^T\Theta_L^T(-s)\,L\hat{B}\hat{B}^T L\Theta_L(s)\,\hat{B},$$

sau

$$\hat{B}^T\Theta_L^T(-s)\,D^T D\Theta_L(s)\,\hat{B} = \hat{B}^T\Theta_L^T(-s)\,\hat{C}^T\hat{C}\Theta_L(s)\,\hat{B} +$$

$$+ [I - \hat{B}^T\Theta_L(-s)\,S_L]\;[I - S_L^T\Theta_L(s)\,\hat{B}] - \mathrm{I}$$

deci

$$G^T(-s)\,G(s) = H_L^T(-s)\,H_L(s) +$$

$$+ [I - \hat{B}^T\Theta_L(-s)\,S_L]\;[I - S_L^T\Theta_L(s)\,\hat{B}] - I. \tag{38}$$

Înlocuind, $s = jw$, în relația (38) se obține

$$G^T(-jw)\,G(jw) = H_L^T(-jw)\,H_L(jw) +$$

$$+ [I - \hat{B}^T\Theta_L^T(-jw)\;S_L]\;[I - S_L^T\Theta_L(jw)\,\hat{B}] - I. \qquad (39)$$

Din relația (39) rezultă că dacă L este o suprasoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati atunci există inegalitatea

$$H_L^T(-jw)H_L(jw) + [I - \hat{B}^T\Theta_L^T(-jw)\,S_L]\,[I - S_L^T\Theta_L(jw)\hat{B}] - I \geqslant 0,\ \forall w \qquad (40)$$

și reciproc. Pentru o subsoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati se obține inegalitatea (40) cu sens schimbat. Trebuie subliniat faptul că în relația (40) semnul egal are loc numai dacă comanda utilizată este comandă optimală [5].

Relația (39) are o interpretare imediată în cazul sistemelor simple [6], deoarece $H_L(s)$ este funcția de transfer a sistemului în circuit închis iar $(1 - S_L^T\Theta_L(s)\hat{B})^{-1}$ este funcția de transfer a sistemului deschis pentru comanda $u = -S_L x$.

Inegalitatea frecvențială (40) se poate utiliza direct la construcția comenzilor suboptimale (6), care sînt suprasoluții sau subsoluții ale ecuației matriceale algebrice Riccati.

5.1. *Construcția unei subsoluții a ecuației matriceale algebrice Riccati.* Fie matricea constantă simetrică pozitiv definită M astfel ca matricea $H_0 = A - BR^{-1}B^TM$ să fie stabilă; formularea problemei optimale asigură existența matricei M [1], [2]. Considerăm matricea L soluția ecuației matriceale liniare de tip Liapunov

$$L(A - BR^{-1}B^TM) + (A - BR^{-1}B^TM)^TL = -C^TQC - MBR^{-1}B^TM. \qquad (41)$$

Se poate arăta că, prin procedee similare cu acelea folosite în paragrafele 3 și 4, matricea L este subsoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati și că matricea $H = A - BR^{-1}B^TL$ este stabilă [4]. Relația (41) se poate deduce din rezolvarea prin metoda iterativă Newton-Raphson a ecuației matriceale algebrice Riccati.

Construcția efectivă a unei subsoluții a ecuației matriceale algebrice Riccati constă în efectuarea următoarelor etape: (1) alegerea unei matrice simetrice, pozitiv definite M astfel ca matricea $H_0 = A - BR^{-1}B^TM$ să fie stabilă. În această lucrare se va utiliza procedeul propus de Kleinman [7] pentru determinarea matricei M care stabilizează sistemul.

(2) Rezolvarea ecuației matriceale algebrice liniare (41).

5.2. *Construcția unei suprasoluții a ecuației matriceale algebrice Riccati.* Pentru construcția unei suprasoluții a ecuației matriceale algebrice Riccati vom construi în primul rînd o subsoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati duale care satisface condițiile suplimentare impuse de lema 3 — de exemplu condiția (34). Fie o matrice constantă simetrică (pozitiv definită) $\tilde{M}$ astfel ca matricea $\tilde{H}_0 = (-A^T - C^TQC\tilde{M})$ să fie

stabilă. Considerăm matricea pozitiv definită $\widetilde{L}$ soluția ecuației matriceale liniare de tip Liapunov

$$(-A^T-C^TQC\widetilde{M})^T\widetilde{L}+\widetilde{L}(-A^T-C^TQC\widetilde{M}) = -\widetilde{M}C^TQC\widetilde{M}-B^TR^{-1}B. \quad (42)$$

Matricea $\widetilde{L}$ este o subsoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati duale deoarece relația (42) se poate scrie și sub forma

$$-A\widetilde{L}-\widetilde{L}A^T-\widetilde{L}C^TQC\widetilde{L}+BR^{-1}B^T=-(\widetilde{M}-\widetilde{L})C^TQC(\widetilde{M}-\widetilde{L}). \quad (43)$$

Urmînd procedeul folosit în lema 3 rezultă imediat că matricea $L=\widetilde{L}^{-1}$ este suprasoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati dacă este satisfăcută condiția (34), care în acest caz este

$$-A\widetilde{L}-\widetilde{L}A^T+2BR^{-1}B^T>0. \quad (44)$$

Construcția efectivă a unei suprasoluții a ecuației matriceale algebrice Riccati necesită următoarele etape:

(1) alegerea unei matrice simetrice, pozitiv definite $\widetilde{M}$ astfel ca matricea $\widetilde{H}_0=(-A^T-C^TQC\widetilde{M})$ să fie stabilă. În această lucrare se va folosi procedeul propus de Kleinman [7] pentru construcția matricei $\widetilde{M}$.

(2) Determinarea unei subsoluții $\widetilde{L}$ a ecuației matriceale algebrice Riccati duale (procedeu iterativ), astfel ca să fie îndeplinită una din condițiile

$$-A\widetilde{L}-\widetilde{L}A^T+2BR^{-1}B^T>0, \quad (44)$$

sau

$$\widetilde{L}C^TQC\widetilde{L}+BR^{-1}B^T>(\widetilde{M}-\widetilde{L})C^TQC(\widetilde{M}-\widetilde{L}). \quad (45)$$

(Condiția (45) sau (44) este îndeplinită în cazul unei comenzi optimale, ceea ce justifică aplicarea procedeului iterativ).

(3) Inversarea matricei $\widetilde{L}$ și deci obținerea matricei $L=\widetilde{L}^{-1}$ care este o suprasoluție a ecuației matriceale algebrice Riccati.

6. EXEMPLE DE CALCUL

Pentru problema optimală liniar-pătratică, cazul sistemelor invariante în timp cu timp final infinit, s-au scris programe de calcul bazate pe algoritmele date în paragrafele 5.1 și 5.2, programe ce realizează determinarea regulatorului suboptimal de tip proporțional cu un grad de suboptimalitate impus [8].

Programele de calcul au posibilitatea de a efectua un număr de iterații impus sau de a efectua un număr de iterații pînă cînd se obține o comandă suboptimală cu un grad de suboptimalitate mai mic decît un

grad de suboptimalitate impus. Determinarea gradului de suboptimalitate s-a făcut fără utilizarea comenzii optimale [8], descrierea algoritmului de calcul pentru calculul gradului de suboptimalitate urmează să se dea într-un alt articol.

În exemplele date mai jos se folosesc notaţiile din text.

Exemplul 1

Fie

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}; \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \qquad C = [-1 \quad 2]$$

$$Q = [1]; \qquad R = [1]$$

Matricea optimală K este

$$K = \begin{bmatrix} 10{,}49621 & 0{,}1231056 \\ 0{,}1231056 & 2{,}0606337 \end{bmatrix}$$

iar comanda optimală este

$$u^* = -R^{-1}B^TKx = -[0{,}1231056 \quad 2{,}0606337]x.$$

a) Subsoluţia ecuaţiei matriceale algebrice Riccati, după două iteraţii, este

$$L = \begin{bmatrix} 10{,}525138 & 0{,}1343628 \\ 0{,}1343628 & 2{,}0792334 \end{bmatrix}$$

iar comanda suboptimală este

$$u_s = -R^{-1}B^TLx = -[0{,}1343628 \quad 2{,}0792334]x.$$

b) Suprasoluţia ecuaţiei matriceale algebrice Riccati, după două iteraţii, este

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 10{,}461544 & 0{,}1157371 \\ 0{,}1157371 & 2{,}04014 \end{bmatrix}$$

iar comanda suboptimală este

$$\hat{u}_s = -R^{-1}B^T\hat{L}x = -[\,0{,}1157371 \quad 2{,}04014]x.$$

Exemplul 2

Fie

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix}; \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad R = [1]$$

Matricea optimală K este

$$K = \begin{bmatrix} 1{,}5527878 & 1{,}2074366 & 0{,}2247449 \\ 1{,}2074366 & 3{,}7406769 & 0{,}9008403 \\ 0{,}2247449 & 0{,}9008403 & 0{,}4353577 \end{bmatrix}$$

iar comanda optimală este

$$u^* = -R^{-1}B^TKx = -\,[0{,}2247449 \quad 0{,}9008403 \quad 0{,}435577]x.$$

a) Subsoluția ecuației matriceale algebrice Riccati, după șapte iterații, este

$$L = \begin{bmatrix} 1{,}5753651 & 1{,}2553989 & 0{,}2405321 \\ 1{,}2553989 & 3{,}8557381 & 0{,}9397354 \\ 0{,}2405321 & 0{,}9397354 & 0{,}4485759 \end{bmatrix}$$

iar comanda suboptimală este

$$u_s = -\,R^{-1}B^TLx = -\,[0{,}2405321 \quad 0{,}9397354 \quad 0{,}4485759]x.$$

b) Suprasoluția ecuației matriceale algebrice Riccati, după patru iterații, este

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 1{,}5457659 & 1{,}1915289 & 0{,}2194561 \\ 1{,}1915289 & 3{,}6924986 & 0{,}8839272 \\ 0{,}2194561 & 0{,}8839272 & 0{,}4293708 \end{bmatrix}$$

iar comanda suboptimală este

$$\hat{u}_s = -\,R^{-1}B^T\hat{L}x = -\,[0{,}2194561 \quad 0{,}8839272 \quad 0{,}4293708]x.$$

BIBLIOGRAFIE

1. R. E. KALMAN, *Contributions to the theory of optimal control*, Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana, **5**, 102—109, (1960).
2. M. ATHANS, P. L. FALB, *Optimal control*. McGraw Hill Co., 1966.
3. D. L. KLEINMAN, *On an iterative technique for Riccati equation computations*. IEEE Trans. AC—**13**, *1*, 114—115 (1968).
4. N. H. Mc CLAMROCH, *Duality and bounds for the matrix Riccati equation*. Journal of Mathematical Analysis and Applications, **25**, 3, 622—627 (1969).
5. R. E. KALMAN, *When is a linear control system optimal?* Trans. ASME, seria D, **86**, 51—60 (1964).
6. R. CANALES, *A lower bound on the performance of optimal regulators*. IEEE Trans. AC—**15** *4*, 409—415 (1970).
7. D. L. KLEINMAN, *An easy way to stabilize a linear constant system*. IEEE Trans. AC—**15** *6*, 692 (1970).
8. L. LUPAŞ, *Studiul unor clase de sisteme suboptimale*. Teză de doctorat, 1972.
9. D. G. LUENBERGER, *Observing the state of a linear system*. IEEE Trans. MIL**8**, *2*, 74 — 80 (1964).
10. J. J. BONGIORNO, D. C. YOULA, *On observers in multivariable control systems*. Int. Journal of Control, **8**, *3*, 221—243 (1968).
11. T. L. JOHNSON, M. ATHANS, *On the design of optimal constrained dynamic compensators for linear constant systems*. IEEE Trans. AC—**15**, *6*, 658—660 (1970).
12. A. JAMESON, D. ROTHSCHILD, *A direct approach to the design of asymptotically optimal controllers*. Int. Journal of Control, **13**, *6*, 1041—1050 (1971).
13. K. P. DABKE, *Suboptimal linear regulators with incomplete state feedback*, IEEE Trans. AC——**15**, 3, 384—386 (1970).
14. L. S. KOSUT, *Suboptimal control of linear time — invariant systems subject to control structure constraints*. IEEE Trans. AC—**15**, *5*, 557—561 (1970).
15. J. D. FERGUSON, Z. V. REKASIUS, *Optimal linear control systems with incomplete state measurement*. IEEE Trans. AC—**14**, *2*, 135—140 (1969).
16. M. SCHOENBERGER, *Optimal regulators with fixed structure*. Int. Journal of Control, **11**, *6*, 1011—1019 (1970).
17. J. B. PEARSON, C. Y. DING, *Compensator design for multivariable linear systems*. IEEE Trans. Ac—**14**, *2*, 130—134 (1969).
18. M. M. NEWMANN, *Suboptimal linear control of the linear regulator using incomplete state feedback*. Electronics Letters, **6**, *2*, 360—362 (1970).
19. V. M. POPOV, *Hiperstabilitatea sistemelor automate*. Editura Academiei, 1966.

CIRCUITE CU COMUTAȚIE PERIODICĂ ÎN REGIM PERMANENT

J. MARCOVICI

621.316(075.8)

În lucrare se prezintă relațiile de calcul ale diferitelor mărimi utile în analiza și proiectarea circuitelor și sistemelor cu comutație periodică.
Se utilizează metoda variabilelor de stare, care permite rezolvarea problemei pentru circuitul parametric în regim de comutație periodică, ținînd seama de regimurile permanente în circuitele neparametrice corespunzătoare diferitelor stări ale contactelor.
Procedeul indicat are un larg cîmp de aplicabilitate în tehnică, de exemplu la studiul redresoarelor necomandate și comandate, invertoarelor, variatoarelor de tensiune, oscilatoarelor, sistemelor de reglaj automat etc.

1. GENERALITĂȚI

În unele circuite electronice de curenți slabi sau tari, precum și în unele mașini electrice, există întreruptoare sau elemente de circuit care pot fi asimilate cu întreruptoare (ventile redresoare necomandate și comandate, tranzistoare, tuburi electronice etc.) care se închid și se deschid în mod periodic.

Comutația periodică stă la baza funcționării unei serii de dispozitive utilizate în tehnica modernă : redresoare, multiplicatoare de tensiune, redresoare comandate, mutatoare reversibile, convertizoare statice, invertoare (onduloare), variatoare de tensiune continuă și alternativă, rezistențe comandabile, amplificatoare de clasă AB, B și C, amplificatoare basculante, oscilatoare, sisteme de automatizare, mașini electrice cu colector etc.

În literatura tehnică, aceste probleme sînt abordate cu o foarte mare aproximație. De exemplu, în [1] — [3] studiul invertoarelor se efectuează luînd în considerare în mod exact regimul tranzitoriu care apare la comutarea ventilelor comandate, dar pornind de la valori inițiale cu totul aproximative, ceea ce reduce precizia relațiilor cantitative de proiectare și verificare. Un alt exemplu simplu este cazul redresorului care alimentează

o sarcină reactivă (fig. 1). Calculele se efectuează uneori înlocuind tensiunea u_2 cu o sursă de tensiune corespunzînd semialternanţelor pozitive ale tensiunii u_1, uşor de descompus în serie Fourier. Dar sursa de tensiune permite şi trecerea unui curent în sens invers t.e.m., pe cînd redresorul nu permite. Metoda este valabilă pentru un număr foarte restrîns de cazuri, cum este cel al redresorului bialternanţă care alimentează o sarcină inductivă.

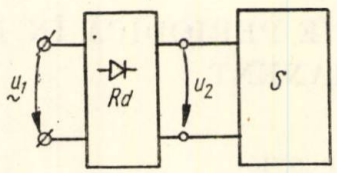


Fig. 1. — Redresor monofazat alimentînd o sarcină reactivă.

Situaţia se schimbă dacă sarcina este capacitivă, în acest caz înlocuirea redresorului şi sursei u_1 cu o sursă de tensiune echivalentă conducînd la rezultatele eronate. Tot rezultate eronate se obţin şi în cazul redresorului monoalternanţă, chiar pentru sarcini inductive, în cazul în care se lucrează în modul expus mai sus.

Pentru a rezolva în mod corect problema, diodele trebuie înlocuite cu contacte cu comutaţie periodică, care trebuie să fie închise un timp T_1 şi deschise un timp $T_2 = T - T_1$, T_1 depinzînd de felul sarcinii. În figura 2 este prezentată schema cu comutaţie periodică corespunzătoare unui redresor monoalternanţă.

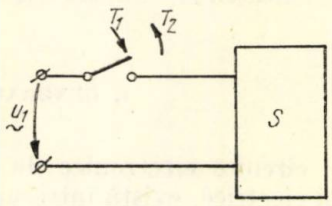


Fig. 2. — Schema de comutaţie periodică pentru un redresor monoalternanţă.

În [4] este prezentată o teorie a circuitelor cu comutaţie cu eşantionare din punctul de vedere al calculului filtrelor trece-bandă de înaltă calitate fără inductivităţi, valabilă numai pentru o singură intrare de formă cu totul particulară, contactele avînd acţionare comandată. Metoda prezentată în lucrarea de faţă este valabilă, prin particularizare, şi în acest caz.

Circuitele cu comutaţie periodică se pot rezolva, în principiu, după regulile obişnuite ale regimului tranzitoriu. În aplicaţiile practice interesează în special regimul permanent, care se stabileşte de obicei după un număr relativ mare de comutaţii. În acest caz, tehnicile de calcul din regimul tranzitoriu devin inoperante, mai ales dacă numărul de contacte este mare.

În lucrare se prezintă o metodă de calcul direct al regimului permanent periodic în circuitele cu comutaţie periodică. Se tratează cazul unor surse periodice şi al unor contacte care comută cu o perioadă comensurabilă cu a surselor, caz care conduce la mărimi periodice şi care prezintă cel mai mare interes practic.

2. VECTORUL DE STARE AL CIRCUITELOR CU COMUTAȚIE PERIODICĂ ÎN REGIM PERMANENT

În circuitele cu comutație periodică apare un regim permanent periodic numai dacă perioadele de comutație ale contactelor sînt comensurabile cu perioadele surselor. În consecință, perioadele de comutație trebuie să fie comensurabile între ele, la fel și perioadele surselor.

Prin perioadă a vectorului de intrare se înțelege cel mai mic multiplu comun al perioadelor mărimilor de intrare.

Comutarea unor contacte este echivalentă cu modificarea matricelor din ecuațiile de stare

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B\mathbf{v}, \\ \mathbf{y} &= C\mathbf{x} + D\mathbf{v}. \end{aligned} \tag{1}$$

La circuitele cu comutație periodică, matricele A,B,C și D se modifică, luînd valorile A_h, B_h, C_h, D_h, $h = 1, 2, \cdots, m$, astfel încît, după o perioadă, succesiunea acestor valori se repetă. Perioada de comutație rezultă astfel ca fiind cel mai mic multiplu comun al perioadelor de comutație ale diferitelor contacte.

Se consideră că perioada de comutare a unui contact este aceeași dacă se măsoară între două închideri sau deschideri consecutive.

Perioada T a fenomenelor permanente (vectorului de stare) care apar într-un astfel de circuit este c.m.m.m.c. al perioadei vectorului de intrare și perioadele de comutație.

În cazul incomensurabilității perioadelor de comutație și al vectorului de intrare, teoretic vectorul de ieșire nu mai este periodic. Practic însă fenomenele sînt aproape periodice, dar cu o perioadă mult mai mare decît perioadele de comutație și ale mărimilor de intrare. În aplicațiile practice, în majoritatea cazurilor, perioadele în discuție sînt comensurabile.

Condiția de periodicitate se impune asupra vectorului de stare, astfel încît acesta, calculat la finele perioadei, să fie egal cu cel corespunzător începutului perioadei (cu precauțiile menționate în anexa I dacă A_1 sau A_1^{-1} sînt singulare):

$$\mathbf{x}_n(T) = \mathbf{x}_1(0). \tag{2}$$

Se presupune că într-o perioadă T apar n modificări ale matricei A, unde n este un multiplu întreg al numărului m de modificări ale matricei A într-o perioadă de comutare. În acest mod, perioada T se împarte în n intervale de durate T_1, $T_2, \cdots, T_n$, în care matricea A ia valorile $A_1, A_2, \cdots, A_n$, iar vectorul de stare în regim permanent periodic corespunzător vectorilor de intrare $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2, \cdots, \mathbf{v}_n$ ia valorile $\mathbf{x}_{p1}(t)$, $\mathbf{x}_{p2}(t), \cdots$ $\cdots, \mathbf{x}_{pn}(t)$, ușor de calculat pe cale clasică. Se înțelege că $T_1 + T_2 + \cdots + T_n = T$. Se presupune, de asemenea, că matricele A_h au valorile proprii cu partea reală negativă.

Starea circuitului la sfîrșitul perioadei se calculează cu relația (21) din anexa I pentru $t = t_j = T$:

$$\mathbf{x}_n(T) = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{h=n}^{k} \mathrm{e}^{A_h T_h} \right) \Delta \mathbf{x}_p(t_{k-1}) + \mathbf{x}_{pn}(T). \tag{3}$$

Ținînd seama că $\Delta \mathbf{x}_p(0) = \mathbf{x}_1(0) - \mathbf{x}_{p1}(0)$, relația (3) devine, separînd termenul pentru $k = n$,

$$\mathbf{x}_n(T) = \prod_{h=n}^{1} \mathrm{e}^{A_h T_h}(\mathbf{x}_1(0) - \mathbf{x}_{p1}(0)) + \sum_{k=2}^{n} \left(\prod_{h=n}^{k} \mathrm{e}^{A_h T_h} \right) \Delta \mathbf{x}_p(t_{k-1}) + \mathbf{x}_{pn}(T), \tag{4}$$

unde s-a ales $t_0 = 0$ pentru simplitate.

Din (2) și (4) se poate determina starea circuitului în momentul inițial:

$$\mathbf{x}_1(0) = \mathbf{x}_n(T) = \left(1 - \prod_{h=n}^{1} \mathrm{e}^{A_h T_h} \right)^{-1} \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{h=n}^{k} \mathrm{e}^{A_h T_h} \right) \Delta \mathbf{x}_p(t_{k-1}) + \mathbf{x}_{pn}(T). \tag{5}$$

Schimbînd originea timpului în momentele $t_1 = T_1$, $t_2 = T_1 + T_2$, $\cdots$ $\cdots$, $t_{n-1} = T_1 + T_2 + \cdots + T_{n-1}$, se pot obține cu ușurință stările circuitului în regimul considerat în momentele respective.

În fiecare interval, starea circuitului este dată de relația (21), anexa I.

3. CAZURI PARTICULARE

În aplicațiile practice apar, în general, situații care permit operarea cu relații mult mai simple decît (5).

3.1. *Comutația periodică bipozițională.* Pentru $n = 2$ se obține cazul în care există un sistem de contacte care comută simultan cu perioada T, un timp T_1 circuitul avînd configurația corespunzătoare matricei A_1, în regim permanent stabilindu-se vectorul $\mathbf{x}_{p1}(t)$, în restul perioadei circuitul modificîndu-se la matricea A_2, vectorul de stare în regim permanent fiind $\mathbf{x}_{p2}(t)$.

În această situație, vectorii de stare în momentele 0 și T_1 vor fi

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(0) &= \mathbf{x}_2(T) = \\ &= (1 - \mathrm{e}^{A_2 T_2} \mathrm{e}^{A_1 T_1})^{-1} [\mathrm{e}^{A_2 T_2} \mathrm{e}^{A_1 T_1} \Delta \mathbf{x}_p(0) + \mathrm{e}^{A_2 T_2} \Delta \mathbf{x}_p(T_1)] + \mathbf{x}_{p2}(0), \\ \mathbf{x}_1(T_1) &= \mathbf{x}_2(T_1) = \\ &= (1 - \mathrm{e}^{A_1 T_1} \mathrm{e}^{A_2 T_2})^{-1} [\mathrm{e}^{A_1 T_1} \mathrm{e}^{A_2 T_2} \Delta \mathbf{x}_p(T_1) + \mathrm{e}^{A_1 T_1} \Delta \mathbf{x}_p(0)] + \mathbf{x}_{p1}(T_1), \end{aligned} \tag{6}$$

dacă perioada T este un multiplu întreg al perioadei vectorului de intrare.

Dacă perioada vectorului de intrare este un multiplu întreg al perioadei de comutare $T_v = pT$, atunci avem $2p$ modificări bipoziționale de configurație a circuitului.

Pentru $p = 2$ se obține

$$\mathbf{x}_1(0) = \mathbf{x}_4(2T) = [1 - (e^{A_2T_2}e^{A_1T_1})^2]\,[(e^{A_2T_2}e^{A_1T_1})^2\,\Delta\mathbf{x}_p(0) +$$

$$+ e^{A_1T_1}e^{A_2T_2}e^{A_1T_1}\Delta\mathbf{x}_p(T_1) + e^{A_2T_2}e^{A_1T_1}\Delta\mathbf{x}_p(T) +$$

$$+ e^{A_1T_1}\Delta\mathbf{x}_p(T + T_1)] + \mathbf{x}_{p2}(2T).$$

3.2. *Comutația bipozițională în circuite cu surse de tensiune sau curent continuu* are, de asemenea, o mare importanță practică, mai ales în studiul invertoarelor, reglajului bipozițional etc.

Vectorii de stare în regim permanent fiind $\mathbf{x}_{p1}$ și $\mathbf{x}_{p2}$, constanți în timp, nu se impune nici o restricție asupra perioadei de comutație.

Relațiile (6), cunoscînd că

$$\Delta\mathbf{x}_p(0) = \mathbf{x}_{p2}(0) - \mathbf{x}_{p1}(0)$$

$$\Delta\mathbf{x}_p(T_1) = \mathbf{x}_{p1}(T_1) - \mathbf{x}_{p2}(T_1) = -\Delta\mathbf{x}_p(0),$$

devin

$$\mathbf{x}_1(0) = (1 - e^{A_2T_2}e^{A_1T_1})^{-1}\,e^{A_2T_2}(e^{A_1T_1} - 1)\,\Delta\mathbf{x}_p(0) + \mathbf{x}_{p2}(0)$$

sau

$$\mathbf{x}_1(0) = (e^{-A_2T_2} - e^{A_1T_1})^{-1}\,(e^{A_1T_1} - 1)\,\Delta\mathbf{x}_p(0) + \mathbf{x}_{p2}(0)$$

și

$$\mathbf{x}_2(T_1) = (e^{-A_1T_1} - e^{A_2T_2})^{-1}\,(1 - e^{A_2T_2})\,\Delta\mathbf{x}_p(0) + \mathbf{x}_{p1}(T_1). \qquad (7)$$

Înlocuind în relația (15) din anexa I, se obține

$$\mathbf{x}_1(t) = e^{A_1t}(e^{-A_2T_2} - e^{A_1T_1})^{-1}\,(e^{-A_2T_2} - 1)\,\Delta\mathbf{x}_p(0) + \mathbf{x}_{p1}$$

și

$$\mathbf{x}_2(t) = e^{A_2(t-T_1)}\,(e^{-A_1T_1} - e^{A_2T_2})^{-1}\,(1 - e^{-A_1T_1})\,\Delta\mathbf{x}_p(0) + \mathbf{x}_{p2}. \qquad (8)$$

Se menționează că $\mathbf{x}_{p1}$ și $\mathbf{x}_{p2}$ se pot calcula cu ușurință după regulile din curent continuu. Cunoscînd ecuația intrare-stare, în curent continuu avem

$$\mathbf{x}_{pi} = -A_i^{-1}B_i\mathbf{v}_i, \qquad i = 1, 2, \cdots,$$

și deci

$$\Delta\mathbf{x}_p(T_i) = A_{i+1}^{-1}B_{i+1}\mathbf{v}_{i+1} - A_i^{-1}B_i\mathbf{v}_i, \quad i = 1, 2, \cdots$$

4. ELEMENTE DE CIRCUIT COMUTABILE

Teoria comutației periodice prezentată în lucrare are un larg cîmp de aplicabilitate în majoritatea circuitelor cu diode, tranzistoare și tuburi electronice în anumite regimuri, tiristoare, tiratroane etc.

Aceste elemente de circuit pot fi asimilate în regim de comutație periodică cu contacte electrice. Din punctul de vedere al momentelor de comutație se pot distinge trei categorii de contacte :

a) contacte cu acționare comandată ;

b) contacte cu închidere comandată și deschidere dependentă de mărimile din circuit, de obicei la trecerea prin zero a curentului ;

c) contacte cu acționare dependentă.

În prima categorie pot fi incluse tranzistoarele, tiristoarele speciale GTO cu stingere comandată la $i \neq 0$, unele contacte acționate mecanic etc.

Din categoria a doua fac parte tiristoarele, tiratroanele, tranzistoarele și tuburile electronice în anumite regimuri (cuprinzînd zona de tăiere a curentului), iar din ultima categorie diodele și elementele neliniare liniarizate pe porțiuni.

Contactele din prima categorie pot fi considerate liniare, iar celelalte neliniare.

Din punctul de vedere al calculului, circuitele care conțin contacte neliniare comportă anumite dificultăți, necesitînd operații iterative.

În lucrare se consideră contactele ideale care nu formează arc electric și care au conductanță nulă în poziția deschisă și rezistență nulă în poziția închisă. Unele contacte reale pot fi înlocuite cu contacte ideale, avînd în serie și în paralel rezistoare ideale.

5. CONCLUZII

În lucrare se prezintă relații de calcul care permit studiul circuitelor cu comutație periodică și cîteva dintre domeniile practice în care prezintă interes acest studiu.

Vectorii de stare în regim permanent se pot determina cu ușurință prin metoda variabilelor de stare, considerîndu-se că modificarea configurației circuitului datorită comutației se reflectă în modificarea matricelor din ecuațiile de stare.

În lucrare s-au tratat cazurile în care perioadele surselor și perioadele de comutație ale contactelor sînt comensurabile, astfel încît regimul rezultant să fie periodic. S-a considerat de asemenea că valorile proprii ale circuitului au partea reală negativă.

Relațiile de calcul sînt deosebit de ușor de manevrat în calcule, deoarece în acestea se ține seama de regimul permanent și de matricele corespunzătoare diferitelor poziții staționare ale contactelor. Studiul este valabil și în cazul schimbării numărului de variabile de stare ca urmare a comutării.

Cazurile particulare care se întîlnesc cel mai des în aplicațiile practice sînt cele corespunzătoare comutației periodice bipoziționale cu surse periodice și cu surse de tensiune sau curent continuu. Pentru acestea s-au dedus relații mult mai simple decît cele generale.

Metoda prezentată în lucrare nu comportă dificultăți pentru contactele liniare (cu acționare comandată), dar devine mai laborioasă pentru cele neliniare.

Cele prezentate în lucrare se pot extinde la studiul unor circuite parametrice și neliniare în regim tranzitoriu și permanent.

ANEXA I

CIRCUITE PARAMETRICE CU CONTACTE ÎN REGIM TRANZITORIU

Se consideră un circuit electric liniar cu o grupă de contacte acționate la momentul $t = t_0$.

Cunoscîndu-se prima dintre ecuațiile (1), soluția relației intrarestare este pentru matricele A și B constante în intervalul $[t_0, t]$

$$\mathbf{x} = \mathrm{e}^{A(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \mathrm{e}^{A(t-\tau)}B\mathbf{v}(\tau)\,\mathrm{d}\tau. \tag{9}$$

Soluția de regim permanent este

$$\mathbf{x}_p = \int_{-\infty}^{t} \mathrm{e}^{A(t-\tau)}B\mathbf{v}(\tau)\,\mathrm{d}\tau. \tag{10}$$

Integrala din membrul II al relației (9) se poate pune sub forma

$$\int_{t_0}^{t} \mathrm{e}^{A(t-\tau)}B\mathbf{v}(\tau)\,\mathrm{d}\tau = \mathbf{x}_p(t) - \mathrm{e}^{A(t-t_0)}\mathbf{x}_p(t_0), \tag{11}$$

cunoscînd că integrala din relația (10) poate fi descompusă în două integrale în intervalele $[-\infty, t_0]$ și $[t_0, t]$, astfel încît

$$\int_{t_0}^{t} = \int_{-\infty}^{t} - \int_{-\infty}^{t_0}. \tag{12}$$

Cu (11), relația (9) ia forma deosebit de avantajoasă, mai ales cînd se poate determina pe altă cale starea în regim permanent,

$$\mathbf{x} = \mathrm{e}^{A(t-t_0)}\,[\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}_p(t_0)] + \mathbf{x}_p(t). \tag{13}$$

Pentru un circuit cu mai multe grupe de contacte care comută într-o anumită secvență la momentele $t = t_0$, $t = t_1$, $\cdots$, $t = t_n$, se ține seama de faptul că în intervalul dintre două comutări succesive matricele A și B sînt constante, luînd valorile A_h, B_h pentru $h = 1, 2, \cdots, j$.

În primul interval, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, relația (13) se poate scrie

$$\mathbf{x}_1(t) = e^{A_1(t-t_0)}[\mathbf{x}_1(t_0) - \mathbf{x}_{p1}(t_0)] + \mathbf{x}_{p1}(t), \tag{14}$$

iar în intervalul j

$$\mathbf{x}_j(t) = e^{A_j(t-t_{j-1})}[\mathbf{x}_j(t_{j-1}) - \mathbf{x}_{pj}(t_{j-1})] + \mathbf{x}_{pj}(t), \tag{15}$$

pentru $t_{j-1} < t < t_j$.

La finele primului interval, starea va fi

$$\mathbf{x}_1(t_1) = e^{A_1T_1}[\mathbf{x}_1(t_0) - \mathbf{x}_{p1}(t_0)] + \mathbf{x}_{p1}(t_1), \tag{16}$$

unde T_1 este durata primului interval ($T_1 = t_1 - t_0$).

Dacă vectorii de stare sînt funcții continue de timp, ceea ce se întîmplă pentru circuitele la care A_h sau A_h^{-1} sînt nesingulare, se poate scrie

$$\mathbf{x}_j(t_{j-1}) = \mathbf{x}_{j-1}(t_{j-1}). \tag{17}$$

În caz contrar, în momentul comutării apare o discontinuitate [1]), astfel că condiția (17) se scrie pentru momentul dinaintea punctului de discontinuitate.

Pentru al doilea interval se obține

$$\mathbf{x}_2(t) = e^{A_2(t-t_1)}\{e^{A_1T_1}[\mathbf{x}_1(t_0) - \mathbf{x}_{p1}(t_0)] + \mathbf{x}_{p1}(t_1) - \mathbf{x}_{p2}(t_1)\} + \mathbf{x}_{p2}(t),$$

astfel încît la finele acestuia starea va fi

$$\mathbf{x}_2(t_2) = e^{A_2T_2}e^{A_1T_1}\Delta\mathbf{x}_p(t_0) + e^{A_2T_2}\Delta\mathbf{x}_p(t_1) + \mathbf{x}_{p2}(t_2), \tag{18}$$

unde s-au utilizat notațiile

$$\Delta\mathbf{x}_p(t_k) = \mathbf{x}_{pk}(t_k) - \mathbf{x}_{pk+1}(t_k), \tag{19}$$

$$\mathbf{x}_{p0}(t_0) = \mathbf{x}_1(t_0)$$

și

$$T_j = t_j - t_{j-1}.$$

---

[1]) Se poate arăta că o funcție exponențială de o matrice singulară conține distribuții.

Continuînd pentru intervalele al treilea și ulterior, se obține

$$\mathbf{x}_j(t_{j-1}) = \mathbf{x}_{j-1}(t_{j-1}) = \sum_{k=1}^{j-1}\left(\prod_{h=j-1}^{k} e^{A_h T_h}\right)\Delta\mathbf{x}_p(t_{k-1}) + \mathbf{x}_{pj-1}(t_{j-1}), \qquad (20)$$

unde produsul conține funcțiile exponențiale de matricele A_h T_h cu indici descrescători de la stînga la dreapta.

Cu (20), vectorul de stare în intervalul j este

$$\mathbf{x}_j(t) = e^{A_j(t-t_{j-1})}\,[\mathbf{x}_j(t_{j-1}) - \mathbf{x}_{pj}(t_{j-1})] + \mathbf{x}_{pj}(t), \qquad (21)$$

din care se obține

$$\mathbf{x}_j(t_j) = \sum_{k=1}^{j}\left(\prod_{h=j}^{k} e^{A_h T_h}\right)\Delta\mathbf{x}_p(t_{k-1}) + \mathbf{x}_{pj}(t_j). \qquad (22)$$

Ca exemplu, pentru $j = 3$ se obține

$$\mathbf{x}_3(t_3) = e^{A_3T_3}\,e^{A_2T_2}\,e^{A_1T_1}\,\Delta\mathbf{x}_p(t_0) + e^{A_3T_3}\,e^{A_2T_2}\,\Delta\mathbf{x}_p(t_1) + \qquad (23)$$

$$+ e^{A_3T_3}\,\Delta\mathbf{x}_p(t_2) + \mathbf{x}_{p_3}(t_3).$$

Relația (22) permite calculul vectorului de stare dintr-un circuit electric, cunoscînd configurația circuitului, vectorul de stare inițială $\mathbf{x}_1(t_0)$, vectorii de stare corespunzători regimurilor permanente la capetele intervalelor, precum și vectorul de stare în regim permanent corespunzător intervalului care interesează.

EXEMPLE DE CALCUL

1. Fie circuitul de reglaj bipoziționat al curentului mediu prin bobina de excitație a unei mașini de curent continuu din figura 3.

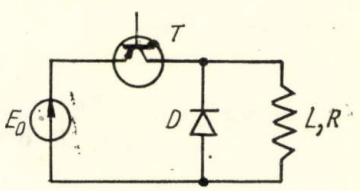


Fig. 3. — Circuitul de reglaj bipoziționat al curentului mediu prin bobina de excitație a unei mașini de curent continuu.

Se cere valoarea medie a curentului prin bobina de excitație.

În figura 4 este dat circuitul idealizat în care tranzistorul T și dioda D au fost înlocuite cu întrerupătoare cu comutație periodică, astfel încît,

cînd contactul T este închis pe poziţia 1, contactul D este deschis un timp T_1, iar poziţiile lor inverse sînt menţinute un timp T_2, perioada fiind $T_1 + T_2$. Rezistorul r înlocuieşte rezistenţele electrice ale sursei de tensiune E_0 şi tranzistorului T.

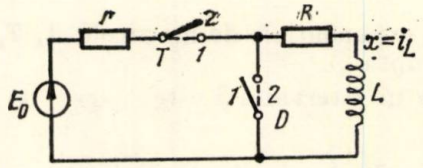


Fig. 4. — Schema idealizată cu comutaţie periodică a circuitului din figura 3.

Matricele A_1 şi A_2 în cele două poziţii corespunzătoare figurii 4, alegînd ca variabilă de stare curentul i_L, sînt

$$A_1 = -\frac{r+R}{L},$$

$$A_2 = -\frac{R}{L}.$$

Conform relaţiei (7), starea bobinei la $t = 0$ este

$$\mathbf{x}_1(0) = -\frac{E_0}{r+R}(e^{-A_2T_2} - e^{A_1T_1})^{-1}(e^{A_1T_1} - 1) = \frac{E_0}{r+R}\cdot\frac{1 - e^{A_1T_1}}{e^{-A_2T_2} - e^{A_1T_1}},$$

unde s-a înlocuit

$$\Delta\mathbf{x}_p(T_1) = \mathbf{x}_{p1}(T_1) - \mathbf{x}_{p2}(T_1) = \frac{E_0}{r+R}$$

şi

$$\Delta\mathbf{x}_p(0) = \Delta\mathbf{x}_p(T_2) = -\frac{E_0}{r+R}.$$

Analog se obţine

$$\mathbf{x}_1(T_1) = \mathbf{x}_2(T_1) = \frac{E_0}{r+R}\cdot\frac{1 - e^{A_1T_1}}{e^{-A_2T_2} - e^{A_1T_1}}e^{-A_2T_2} = e^{-A_2T_2}\mathbf{x}_1(0).$$

În intervalul $0 < t < T_1$, curentul prin bobină este

$$\mathbf{x}_1(t) = e^{A_1t}[\mathbf{x}_1(0) - \mathbf{x}_{p1}(0)] + \mathbf{x}_{p1}(t) = \frac{E_0}{r+R}\left[e^{A_1t}\frac{1 - e^{-A_2T_2}}{e^{-A_2T_2} - e^{A_1T_1}} + 1\right].$$

Analog,

$$\mathbf{x}_2(t) = \frac{E_0}{r+R} e^{A_2(t-T_1-T_2)} \cdot \frac{1 - e^{A_1 T_1}}{e^{-A_2 T_2} - e^{A_1 T_1}},$$

pentru $T_1 < t < T_2$.

Valoarea medie a curentului prin bobină este

$$\mathbf{x}_m = \frac{1}{T}\left(\int_0^{T_1} \mathbf{x}_1 \, dt + \int_{T_1}^{T} \mathbf{x}_2 \, dt\right) =$$

$$= \frac{E_0 L(e^{-A_2 T_2} - 1)}{RT(R+r)(e^{-A_2 T_2} - e^{-A_1 T_1})}\left[1 - \frac{r}{r+R} e^{A_1 T_1}\right] + \frac{E_0 T_1}{T(R+r)}.$$

2. Se dă circuitul din figura 5, care constituie schema idealizată a unor circuite de redresare și filtrare folosite deseori în tehnică.

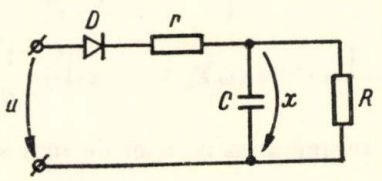


Fig. 5. — Circuit de redresare monoalternanță și filtrare.

Tensiunea de alimentare este sinusoidală. Se cere să se găsească relația dintre timpul de conducție al diodei redresoare D și momentul începerii conducției acesteia în raport cu momentul trecerii prin zero a sinusoidei tensiunii prin valori crescătoare.

Se înlocuiește dioda cu un contact periodic.

Dioda conduce numai atît timp cît curentul prin aceasta este pozitiv, $T_c = T_1$, restul perioadei $T_2 = T - T_1$, contactul care înlocuiește dioda fiind deschis. În primul caz avem $A_1 = -\frac{R+r}{Rrc}$, iar în al doilea

$$A_2 = -\frac{1}{RC}.$$

În regim permanent, considerînd că $u = U_m \sin(\omega t + \gamma)$, starea condensatorului va fi $\mathbf{x}_{p1} = u_c = U_{cm} \sin(\omega t + \gamma - \varphi_1)$ cînd dioda conduce și $\mathbf{x}_{p2} = 0$ cînd dioda nu conduce, cu

$$\varphi_1 = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega r R C}{r+R}.$$

Conform relației (7), starea condensatorului la momentul $t = 0$ va fi

$$\mathbf{x}_1(0) = (1 - e^{A_1 T_1} e^{A_2 T_2})^{-1} e^{A_2 T_2} U_{cm}[\sin(\omega T_1 + \gamma - \varphi_1) - e^{A_1 T_1} \sin(\gamma - \varphi_1)].$$

Originea timpului s-a luat la momentul $t = \frac{\gamma - \varphi_1}{\omega}$ față de trecerea prin zero cu valori crescătoare a lui x_{p1}. În acest mod, tensiunea la bornele condensatorului ca funcție de timp este

$$x_1(t) = e^{A_1 t}[x_1(0) - x_{p1}(0)] + x_{p1}(t).$$

Curentul prin diodă este

$$i(t) = C\dot{x}_1 + \frac{x_1}{R} = CA_1 e^{A_1 t}[x_1(0) - x_{p1}(0)] + C\dot{x}_{p1}(t) + \frac{x_1(t)}{R}.$$

Înlocuind $t = 0$ și $t = T_1$ și ținînd seama că dioda conduce pentru valorile γ și T_1 pentru care $i(0) = i(T_1) = 0$, cu ajutorul expresiei

$$e^{A_1 T_1} i(0) - i(T_1) = 0$$

se obține

$$e^{A_1 T_1}\left[\omega C \cos(\gamma - \varphi_1) + \frac{1}{R}\sin(\gamma - \varphi_1)\right] -$$

$$-\left[\omega C \cos(\omega T_1 + \gamma - \varphi_1) + \frac{1}{R}\sin(\omega T_1 + \gamma - \varphi_1)\right] = 0.$$

Prin prelucrarea relației de mai sus rezultă

$$\frac{\cos(\gamma - \varphi_1 - \varphi_2)}{\cos(\omega T_1 + \gamma - \varphi_1 - \varphi_2)} = e^{A_1 T_1},$$

unde

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{1}{\omega r C}.$$

Calcule trigonometrice elementare conduc la

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\cos(\omega T_1 + \varphi_2 - \varphi_1) - e^{-A_1 T_1}(\cos \varphi_1 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2)}{\sin(\omega T_1 + \varphi_2 - \varphi_1) + e^{-A_1 T_1}(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2)}.$$

BIBLIOGRAFIE

1. Gottfried Möltgen, *Tiristoarele în practică*. Ed. tehnică, București, 1970.
2. Manfred Meyer, *Mutatoare cu comutație forțată*. Ed. tehnică, București, 1970.
3. Fr. Brichant, *L'ondistor*, Ed. Dunod, Paris, 1970.
4. Yuh Sun, I. Frisch, *A General Theory of commutated Networks*, TAIEE, CT—14, 4 (1969).
5. S. Gupta, *Transform and State variable Methods in Linear Systems*, John Wiley & Sons Inc. N. Y., London, Sydney, 1968.
6. H. Kröger, K. W. Bonfig, *Teoretische Grundlagen zum Entwurf geschalteter Spanungsregler*. Archiv für technisches Messen und industrielle Messtechnik, 3 (1970).

I. S. Gheorghiu și Al. S. Fransua, *Tratat de mașini electrice, vol. IV, Mașini sincrone*, București, Editura Academiei, 1972, 482 pag., 270 fig. 26 ref. bibl.

Cu volumul al patrulea al *Tratatului de mașini electrice* se încheie elaborarea uneia dintre cele mai însemnate lucrări din domeniul mașinilor electrice apărute în ultima vreme.

Deosebit de completă și prezentată cu o claritate rar întîlnită în lucrări de un asemenea nivel, cartea este unanim apreciată de specialiști.

Acest ultim volum, al patrulea, tratează problemele mașinilor sincrone, mașini larg răspîndite în practică atît ca motoare, cît mai ales ca generatoare, acestea reprezentînd în stadiul actual sursa unică de energie electrică în centrale, fie ele termocentrale, hidrocentrale, sau centrale atomoelectrice.

Într-un prim capitol se abordează, în continuarea problemelor expuse în celelalte trei, volume ale tratatului, probleme referitoare la cîmpurile magnetice ale mașinii sincrone trifazate, ținîndu-se seama de particularitățile constructive și funcționale ale acesteia. Principalele elemente constructive ale acestor mașini sînt descrise în capitolul al doilea. Pe parcursul altor trei capitole sînt prezentate regimurile de funcționare ale mașinii sincrone și teoria fizică și tehnică a generatorului sincron trifazat cu poli înecați și cu poli aparenți.

Pentru studiul regimurilor tranzitorii ale mașinii sincrone se utilizează în mod curent ecuațiile Park-Blondel. Problema stabilirii acestor ecuații precum și introducerea mărimilor relative și a parametrilor tranzitorii și supratranzitorii, fac obiectul capitolului al șaselea. Tratarea, deosebit de completă și de clară a acestor probleme, contribuie mult la creșterea valorii cărții.

Un generator sincron poate funcționa în mai multe situații din punctul de vedere al legăturii sale cu sarcina pe care debitează. În capitolele 7 și 8 sînt prezentate caracteristicile generatorului sincron în situațiile în care funcționează pe o rețea receptoare proprie, respectiv pe rețeaua de putere infinită.

Problemele care apar în cazul funcționării generatoarelor sincrone în regimuri nesimetrice permanente sînt abordate în capitolul al nouălea.

Regimul tranzitoriu al scurtcircuitului brusc trifazat al generatorului sincron, care reprezintă una dintre cele mai răspîndite și mai dificile avarii ale sistemelor electroenergetice, este analizat în capitolul al zecelea. Ca și pe întreg cuprinsul volumului, în acest capitol găsim alături de considerațiile teoretice de înalt nivel și foarte multe precizări privind procesele fizice care au loc.

Deoarece mașina sincronă implică necesitatea unei corespondențe riguroase între viteza unghiulară de rotație și frecvența rețelei de curent alternativ la care este cuplată, este necesar

a se asigura condiţii de funcţionare stabilă şi amortizarea pendulaţiilor, iar în cazul cuplării la reţea trebuie luate precauţii suplimentare.

Problemele referitoare la aceste aspecte sînt tratate în capitolele al unsprezecelea şi al doisprezecelea.

În capitolul 13 sînt abordate aspecte ale funcţionării maşinii sincrone în asincron.

Cîteva chestiuni privind sistemele de excitaţie ale maşinilor sincrone fac obiectul capitolului 14.

Deşi dintre maşinile sincrone cea mai largă răspîndire în practică o au generatoarele, motoarele sincrone sînt utilizate şi ele în numeroase aplicaţii. În acest volum al tratatului, capitolul 15 este consacrat motorului sincron şi compensatorului sincron.

Pentru descrierea comportării maşinii sincrone în regimuri de funcţionare staţionare sau tranzitorii, este necesară cunoaşterea parametrilor. În etapa de proiectare este necesar calculul acestora, iar în cazul unei maşini date, parametrii trebuie determinaţi pe cale experimentală. Aceste probleme sînt dezvoltate în prezentul tratat în capitolele 16 — calculul parametrilor, respectiv 17 — determinarea lor experimentală. Ca şi în celelalte capitole, şi aici sînt introduse cele mai noi rezultate ale cercetării şi contribuţii originale ale autorilor.

În capitolul 18 sînt prezentate încercările maşinilor sincrone.

Maşinile sincrone speciale, larg răspîndite în zilele noastre în automatică şi instalaţii de mică putere, sînt descrise în capitolul 19.

Capitolul 20, care încheie tratatul, abordează una dintre cele mai actuale preocupări din domeniul maşinilor sincrone, anume funcţionarea acestora la turaţie variabilă, analog maşinilor de curent continuu, utilizînd comutatorul electronic în locul celui mecanic — colectorul, din cazul maşinii de curent continuu.

Bibliografia indicată la sfîrşitul volumului cuprinde cele mai reprezentative lucrări din domeniu, din literatura românească şi străină.

Pe întreg parcursul volumului se remarcă prezentarea deosebit de interesantă a problemelor, la un nivel teoretic corespunzător. Sînt incluse şi probleme dintre cele mai noi, rezultate ale cercetării româneşti şi străine, precum şi numeroase contribuţii originale ale autorilor.

Tratatul de maşini electrice, una dintre cele mai valoroase lucrări de specialitate din ţara noastră, aduce o însemnată contribuţie la dezvoltarea şcolii electrotehnice româneşti, punînd la dispoziţia celor interesaţi un material complet, amplu documentat, în care sînt abordate cele mai variate aspecte teoretice şi practice ale tuturor tipurilor de maşini electrice.

Aurel Dobraniş

Prof. dr. docent GH. CARTIANU (membru corespondent al Academiei R.S.R.) *Analiza şi sinteza circuitelor electrice*, Editura didactică şi pedagogică Bucureşti, 1972; 694 pag.

Apărută la sfîrşitul lunii februarie *Analiza şi sinteza circuitelor electrice* este o lucrare de bază, destinată studenţilor şi inginerilor din specialitatea electronică şi telecomunicaţii.

După o scurtă prezentare a posturilor ce stau la baza materialului tratat, se face o introducere în analiza matricială a reţelelor liniare, definindu-se factorul şi funcţia de transfer a unui sistem modul de reprezentare şi timpul de întîrziere de grup.

Capitolul 2 se ocupă de analiza semnalelor deterministe utilizînd dezvoltarea în serie Fourier şi transformata Fourier pe baza cărora se deduce o relaţie numită principiul incertitudinii", datorită similitudinii formale cu relaţiile lui Heisenberg.

Se prezintă apoi teorema eşantionării a lui Shannon — Kotelnikov, pornind de la considerentele de ordin fizic, şi avantajele unui astfel de mod de transmisie a informaţiei, pentru ca de aici să se treacă la transformata Fourier discretă, pe baza căreia se prezintă o metodă rapidă de dezvoltare în serie Fourier.

Capitolul 3 este consacrat principalului procedeu de transmisie a informaţiei în radiotehnică şi sistemele cu curenţi purtători, modulaţia.

Sînt studiate modulaţia de amplitudine, de fază şi de frecvenţă şi variantele cele mai des utilizate, cu diagramele vectoriale, spectrul şi lărgimea de bandă corespunzătoare, precum şi modul principal de realizare.

În paragraful afectat producerii oscilaţiilor *MF*, se scrie ecuaţia circuitului oscilant cu parametrii variabili în timp, pentru care se găseşte o soluţie de regim cuasistaţionar.

În cadrul modulaţiei discrete se prezintă avantajele, tipurile şi modul de realizare a *MAI*, *MDI*, *MPI* şi *MFI*.

După definirea conceptului de semnal analitic pe baza transformării Hilbert, se deduc expresiile amplitudinii, fazei şi frecvenţei instantanee.

Răspunsul circuitelor la semnale formează obiectul capitolului 4 ; sînt studiate transformata Fourier, transformata Laplace unilaterală şi bilaterală precum şi transformata Laplace — Stieltjes (transformata *z*). În continuare se arată modul de deducere a răspunsului sistemelor liniare cu ajutorul integralei Duhamel şi metodele de corelaţie.

Capitolul 5 se ocupă de sinteza reţelelor pasive reactive prin metodele Otto Brune, Darlington, Cauer şi Foster, arătîndu-se distribuţia polilor şi zerourilor diferitelor tipuri de reţele, după care se expun metodele de aproximare Taylor şi Cebîşev utilizate la sinteza în domeniul frecvenţă.

Relaţiile Bayard — Bode formează obiectul capitolului 6 în care se dau cîteva reprezentări particulare şi relaţiile între derivatele părţi reale şi imaginare ale funcţiilor reţelelor.

În capitolul 7 sînt studiate sistemele cu reacţie şi metodele generale de calcul ale factorului de reacţie, impedanţa de intrare şi ieşire cu exemple ; de asemenea se studiază influenţa reacţiei asupra variaţiei impedanţei de ieşire şi asupra caracteristicilor factorilor de transfer în funcţie de frecvenţă .

Se defineşte în continuare senzitivitatea factorului de transfer şi se arată care este efectul reacţiei asupra perturbaţiilor şi distorsiunilor.

Capitolul 8 tratează stabilitatea sistemelor liniare plecînd de la criteriile de stabilitate ale soluţiilor ecuaţiilor diferenţiale ale lui Liapunov.

Se expun criteriile algebrice de stabilitate ale lui Routh şi Hurwitz, criteriul frecvenţial al lui Nyquist şi criteriul geometric de stabilitate al lui Mihailov.

Capitolul 9 e în întregime consacrat grafurilor de transfer insistîndu-se asupra grafurilor Coates. După o introducere în problemă, se stabilesc cîteva echivalenţe elementare prin absorbţia şi despicarea nodurilor, apoi se prezintă formula lui Mason şi modul concret de aplicare în cazul circuitelor electrice.

Capitolul 10 se ocupă de studiul cvadripolilor ; se deduc relaţiile de bază reprezentate matricial şi se explică sensul fizic al parametrilor caracteristici ai cvadripolilor. Sînt prezentate tipurile fundamentale de cvadripoli cu diverse exemple, moduri de conectare a cvadripolilor, teoreme privind cvadripolii simetrici, lanţurile de cvadripoli şi modurile fundamentale de lucru ale cvadripolilor (pe impedanţă imagine şi pe impedanţă interativă) precum şi efectele neadaptării impedanţelor la intrarea şi ieşirea cvadripolilor.

Reţelele de adptare de impedanţe de diverse tipuri, modul cum se calculează sau se determină grafic, sînt prezentate în capitolul 11.

În capitolul 12 sînt studiate filtrele convenţionale în scară în T şi π, filtrele în scară de tip k constant cu variantele *TJ*, *TS* şi *TB*, filtrele derivate de tip m *TJ*, *TS* şi *TB*, sec-

țiunile derivate m_1 Q, m_2, filtrele în punte, filtrele cu cuarț, precum și răspunsul tranzitoriu la impulsuri al unei structuri recurente de cvadripoli cu aplicație în cazul filtrelor.

Ultimul capitol e afectat liniilor lungi. După scrierea ecuațiilor liniei se studiază fenomenul de propagare pe linie, distribuția curenților și tensiunilor și se definesc mărimile caracteristice; se determină expresia impedanței de intrare a liniei și diagrama Smith foarte des utilizată în calcule.

După prezentarea liniei ca element de circuit sau circuit rezonant se studiază problema transmisiei de putere pe linie, la frecvențe înalte.

Este tratată adaptarea de impedanțe la liniile de transmisiune și modurile în care poate fi realizată, apoi se studiază linia exponențială și modul ei de calcul. Se trec în revistă liniile artificiale de întîrziere utilizate în tehnica impulsurilor și se studiază răspunsul liniilor la impulsuri prin metoda armonică, transformata Laplace și metoda reflexiilor succesive.

Fiecare capitol se termină cu o bibliografie ce cuprinde în genere lucrări clasice, astfel că cei interesați le pot consulta.

Deși pe parcursul lucrării revin frecvent aplicațiile din tehnica curenților slabi, tratarea teoretică se adresează diverselor categorii de ingineri electricieni, pentru care consultarea cărții va fi de un real folos.

F. Apostoliu

MŰSZAKI KÖNYVTÁRI SZOLGÁLAT 1883

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN REV. SCI. TECHN. SERIE. –ENERG.– –ELECTR.Nr. 3, 1972.

621.451.15.008 : 023.113

O metodă de calcul a cîmpului de temperaturi în interiorul cilindrului unui motor cu aprindere prin scînteie

B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU

Pentru aplicarea ecuațiilor de cinetică chimică în vederea determinării mai exacte a concentrațiilor de noxe din gazele arse, este necesar să se cunoască tabloul temperaturilor din cilindru. În acest scop, în ultimii ani au fost propuse mai multe metode de determinare a temperaturii gazelor arse din cilindru. Metoda propusă în lucrarea de față urmărește diferențierea termică pe tranșe a fluidului motor, considerîndu-se schimbul de căldură cu pereții și fenomenul de disociere în flacără și în gazele arse.

În aceste condiții de calcul, nivelul cîmpului de temperatură se reduce cu aproximativ 300°K, ceea ce are evidente implicații asupra preciziei de evaluare a cineticii chimice.

ED. NICOLAU

621.3.013 : 538.31

Relații de reciprocitate și de conservare în electromagnetism pentru o dependență temporală generală

În prima parte se dă o scurtă schiță a relațiilor de reciprocitate în electromagnetism. În partea a doua se stabilesc o serie de relații de reciprocitate, care în cazuri particulare devin relații de reciprocitate, care în cazuri particulare devin relații de conservare.

R. MĂRCULESCU

621.3.017

Studiul parametrilor tranzitorii ai unor bare conductoare plate pe un model analogic cu rețea R – C

Folosindu-se un model analogic constituit dintr-o rețea plană R – C (rezistență-capacitate) se pot determina prin măsurători directe atît mărimile de cîmp cît și parametri tranzitorii ai unor sisteme de bare conductoare plate și paralele.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 3, p. 793–795, 1972

FĂNICĂ SPINEI 537.313 : 621 3.09

Circuite de curent cu rezistoare neliniare monotone

Lucrarea prezintă o demonstrație simplă pentru unicitatea soluțiilor în circuitele de curent continuu cu rezistoare nelineare monotone. Este prezentată o metodă de analiză pentru circuitele ale căror rezistoare au caracteristici care satisfac relația $R_d/R_s > 1$ (sau < 1). Lucrarea se încheie cu o aplicație în care metoda este utilizată pentru alegerea valorilor inițiale (inițializare) necesare în cazul folosirii metodelor numerice.

STELIAN POPESCU 621.316.925

Contribuții la obținerea unor caracteristici funcționale noi ale sistemelor de protecție de distanță

Utilizarea sistemelor de distanță pentru protecția liniilor de înaltă tensiune este în prezent unanim acceptată ca una dintre cele mai eficiente soluții aplicate rețelelor moderne cu configurație complexă și puternic încărcate.

În lucrare sînt prezentate o serie de caracteristici de măsurare noi care înglobînd mai bine poligonul de defect din planul impedanței și fiind ușor de modelat fizic satisfac în condiții optime exigențele mereu crescînde ale protecției prin relee.

V. VINIȚCHI 541.13
681.2.087.92.082.75
530.10
530.145
578.088.7

Cîteva particularități ale celulelor cvasisimetrice Al-Al într-un mediu conductor electrolitic

Se dau și se analizează cîteva rezultate ale unor experiențe de control asupra sensibilității unor sisteme electrochimice cvasisimetrice la diferiți factori fizici perturbatori, în special la cei avînd o variație lentă în timp. Sînt, de asemenea, descrise două proprietăți ale unui asemenea sistem : dependența forței electromotoare de mărimea suprafeței electrozilor și comportarea lui ca element cu „rezistență negativă" într-un circuit electric.

VL. RĂSVAN 62.501.32

Criterii frecvențiale de stabilitate absolută a sistemelor automate cu întîrziere și mai multe neliniarități. Partea a III-a : sisteme liniare și neliniare cu factor de amplificare monoton

În lucrare se prezintă noi aplicații ale rezultatelor generale privind stabilitatea sistemelor cu întîrziere, obținute în partea I. Se obține o îmbunătățire a criteriului lui Bongiorno ; această îmbunătățire se ilustrează printr-un exemplu.

V. GHIA, A. PĂLTÎNEA **621.356 : 662.99**

Micşorarea consumului de căldură la cuptoarele de forje prin perfecţionarea arzătoarelor

Se preconizează metoda de calcul a micşorării procentuale a consumului specific de căldură prin preîncălzirea aerului de ardere şi prin micşorarea excesului de aer pentru ardere la cuptoarele de încălzire. Pentru confirmarea concluziilor teoretice se dau rezultatele experimentale obţinute prin îmbunătăţirea performanţelor instalaţiei de ardere la un cuptor de forje pentru încălzit lingouri.

T. MĂDĂRĂSAN **621.822**

Contribuţia arborelui la transmiterea căldurii produsă în lagărele de alunecare

În lucrare se tratează unele aspecte legate de contribuţia arborelui la transmiterea căldurii produsă în lagărele de alunecare.

Se determină teoretic şi experimental cantitatea de căldură transmisă prin arbore, lungimea activă a arborelui şi coeficientul de convecţie termică a arborelui şi a lagărului.

AL. PAP **620.9.51**

Model matematic pentru detalierea planului anual de aprovizionare cu combustibili a economiei naţionale

Se prezintă un model matematic care permite detalierea optimă în spaţiu şi în timp a planului anual de aprovizionare cu combustibili, ţinînd seama de posibilităţile de stocare şi de cele de transport.

P. POSTELNICU

Utilizarea impedanţei la intrare în calculul constantelor de atenuare şi de fază ale unei linii de telecomunicaţii omogene

Constantele de atenuare şi de fază, α şi β ale unei linii omogene pe unitatea de lungime sînt exprimate în funcţie de constantele R, L, G şi C şi partea reală sau imaginară a impedanţei caracteristice. Aceste relaţii pot fi folosite în cazuri practice importante pentru determinarea experimentală a constantelor α şi β.

D. BUSUIOC **519**

Metoda simplex parametrică revizuită

Metoda simplex parametrică revizuită este derivată din metoda simplex parametrică. Metoda revizuită este mai eficientă din punct de vedere practic deoarece în fiecare iteraţie sînt generate numai acele elemente care sînt necesare luării deciziilor.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI :

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile : economie energetică, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică sisteme automate în energetică, — sub formă de articole, comuncări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile : discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. *Structura lucrării*

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2) *Forma lucrării*

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa :

Bibliografia după standardele în vigoare ; desenele pe calc și tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cinci, șase rînduri în limba română, și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție : București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

SORA MANEA, N. LICIU 620.9

PUNCTE DE VEDERE PRIVIND PROGNOZAREA CONSUMULUI CASNIC DE ENERGIE ELECTRICĂ ÎN PERSPECTIVĂ DEPĂRTATĂ

Se prezintă o cale de stabilire a prognozei consumului casnic de energie electrică pentru situația în care, după o perioadă trecută cînd folosirea acestei forme de energie în procesele termice casnice era neglijabilă, se estimează că poate urma o creștere a ponderii sale în aceste utilizări ca o consecință a avantajelor pe care le oferă energia electrică.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 493—504, 1972

V. NITU, A. GHERASI, N. SEMEDREA 621.311.25.001: 621.039

FIABILITATEA CENTRALELOR NUCLEARE-ELECTRICE PROBLEME SPECIFICE ȘI METODE DE CALCUL

Fiabilitatea centralelor nucleare-electrice este analizată din două puncte de vedere care au ca scop determinarea disponibilității capacități lor de producție și a siguranței mediului biologic și a echipamentului. Metodele de calcul utilizate pînă în prezent în centralele termoelectrice clasice, bazate pe folosirea lanțurilor Markov, completate și adaptate la specificul nuclear, permit rezolvarea celor mai importante probleme de siguranță și în domeniul centralelor nucleare-electrice.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr, 3, p. 505—530, 1972

V. GHIA, A. PĂLTÎNEA 621.365.6: 662.99

CERCETĂRI PRIVIND REDUCEREA CONSUMULUI SPECIFIC DE CĂLDURĂ LA CUPTOARELE DE FORJE

Se preconizează metoda de calcul a micșorării procentuale a consumului specific de căldură prin preîncălzirea aerului de ardere și prin micșorarea excesului de aer pentru ardere la cuptoarele de încălzire. Pentru confirmarea concluziilor teoretice se dau rezultatele experimentale obținute prin îmbunătățirea performanțelor instalației de ardere la un cuptor de forjă pentru încălzit lingouri.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 531—544, 1972

N. DĂNILĂ, E. LICSANDRU-ISBĂȘESCU
și J. NAIU-ADAMEȘTEANU 621.039.534

CALCULUL HIDRODINAMIC AL CIRCUITULUI PRIMAR AL CENTRALEI NUCLEARE-ELECTRICE TIP PWR

În lucrare se prezintă un model matematic de calcul a pierderilor de presiune ale agentului termic din circuitul primar al unei centrale nucleare electrice de tip P.W.R.

Se analizează din acest punct de vedere cele trei părți componente esențiale ale circuitului primar: reactorul nuclear, generatorul de abur, conductele de circulație a agentului primar între reactorul nuclear și generatorul de abur. Se stabilește o ecuație generală a pierderilor de presiune în circuitul primar.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 545—558, 1972

GAVRILĂ HORIA

621.3.042.2: 538.122

STUDIUL PĂTURILOR ŞI TOLELOR FEROMAGNETICE CU ANIZOTROPIE MAGNETICĂ UNIAXIALĂ ÎN CÎMPURI MAGNETICE ALTERNATIVE DE MICĂ INTENSITATE : I. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC LOCAL

În prezenta lucrare se obţine soluţia sistemului de ecuaţii Maxwell pentru corpurile feromagnetice, pături şi tole, la care una dintre dimensiuni este cu mult mai mică decît celelalte, ţinînd cont de structura de domenii a materialului feromagnetic. Sînt luate în considerare numai materiale cu pronunţată anizotropie magnetică aniaxială, iar cîmpurile magnetice alternative aplicate din exterior se presupun a avea valori suficient de mici (sub limita de coercitivitate) pentru ca liniile de fixare a pereţilor dintre domenii la feţele sistemului să nu sufere deplasări. Se individualizează contribuţiile inducţiei electromagnetice şi structurii de domenii la magnetizarea păturii şi tolei feromagnetice.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 623 — 638, 1972

C. APETREI, M. DOGARU

631.313.322

CARACTERISTICILE MAŞINII SINCRONE CU POLI ÎNECAŢI LA FUNCŢIONAREA ÎN ASINCRON

În această lucrare sînt studiate circuite echivalente mai complete ale generatoarelor cu rotor masiv, care dau posibilitatea să se evalueze supracurenţii şi supratensiunile în circuitele rotorului în timpul unor regimuri speciale, de exemplu la funcţionarea asincronă.

Se calculează parametrii caracteristici şi caracteristicile funcţionării în asincron.

St. cerc. energ. electr, tom. 22, nr. 3, p. 639—659, 1972

I. ŢOPA

621.313.333

ARBORE ELECTRIC CU RECUPERAREA MECANICĂ A ENERGIEI DE ALUNECARE

În lucrare se prezintă o nouă schemă de arbore electric cu recuperarea mecanică a energiei de alunecare, utilizînd elemente semiconductoare de putere. Se deduc schema echivalentă, ecuaţiile de funcţionare şi expresiile cuplurilor. Particularizarea formulelor cuplurilor conduce la expresiile cunoscute pentru arborele electric cu maşini auxiliare şi pentru cel cu reostat comun.

Se prezintă rezultatele experimentale şi se trasează caracteristicile $M_I/M_{cm} = f(\theta)$ şi $M_{II}/M_{cm} = f(\theta)$.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 661—672, 1972

C. I. MOCANU, I. DOGARU

538.312: 537.56

CARACTERISTICILE ELECTRICE ALE GENERATOARELOR MHD DE CURENT CONTINUU CU GAZE IONIZATE ÎN REGIM STAŢIONAR

Caracterizarea generatoarelor MHD de curent continuu cu gaze ionizate cu ajutorul puterilor specifice şi al randamentului electric local, mărimi variabile în interiorul canalului, este nepotrivit pentru studiul comportării în reţea. În lucrare se arată că pentru orice mod de conexiune a electrozilor generatorul MHD admite o schemă echivalentă de tip Joubert. Se definesc tensiunile electromotoare şi la borne şi se calculează rezistenţa interioară, punînd în evidenţă creşterea acesteia ca urmare a anizotropiei plasmei. Se stabilesc diagrame globale cu ajutorul cărora se poate studia regimul staţionar al generatoarelor MHD.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 705—703, 1972

C. HAIDUC, T. IONIȚĂ

C.z.338.4: 621.039.516

CERCETĂRI DE ANALIZĂ A EFICACITĂȚII REACTOARELOR NUCLEARE AVANSATE CU COMBUSTIBIL VITROCERAMIC MODERATE CU APĂ GREA

În lucrare se prezintă modelul matematic, programul de calcul și rezultatele analizei eficacității reactoarelor nucleare avansate cu combustibil vitroceramic.

Se prezintă de asemenea rezultate ale analizei influenței reciproce a diferiților parametrii ai ciclului de combustibil nuclear pentru reactoare nucleare avansate cu combustibil vitroceramic.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 559—570, 1972

CĂLIN ADRIAN VASILESCU

621.436

CALCULUL EFECTULUI SUPRAALIMENTĂRII ASUPRA PERFORMANȚELOR MOTORULUI DIESEL

Se prezintă o analiză efectuată prin intermediul unui model de calcul al ciclului indicat a influenței pe care o are raportul de comprimare ε, presiunea de supraalimentare p_s, coeficientul excesului de aer α, durata arderii θ_a, avansul la degajarea căldurii (echivalent avansului la injecție) θ_i, forma caracteristicii de degajare a căldurii (considerată triunghiulară), asupra parametrilor : presiune medie indicată p_i, presiune maximă p_{max}, unghi la care se realizează valoarea maximă a presiunii θ_1, viteză maximă de creștere a presiunii $\dot{p}$, temperatură medie a gazelor T_m, randament indicat η_i. Se examinează cum vor varia acești parametri în cazul în care presiunea de supraalimentare crește (la 4 și la 6 bari) în ipoteza limitării presiunii maxime în cilindru la $p_{max\,l\,m} = 150$ bar.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 571—589, 1972

N. STOICA

621.43.044: 621.434

CONTRIBUȚII LA STUDIUL PROCESULUI DE CURGERE A GAZELOR DE SUB PRAGUL DE TURBULENȚĂ

Se prezintă un model al procesului de expulzare a gazelor de sub pragul de turbulență, o metodă pentru calculul vitezei acestei curgeri, rezultate obținute prin calcul, o instalație pentru vizualizarea procesului precum și imagini ale curgerii de sub pragul de turbulență.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 591—603, 1972

D. ABĂITĂNCEI

621.432.3.01

CONTRIBUȚII LA CALCULUL UMPLERII MOTOARELOR ÎN PATRU TIMPI CU CONSIDERAREA FENOMENELOR DINAMICE DIN COLECTORUL DE ADMISIUNE

Se prezintă o metodă de calcul a umplerii motoarelor în patru timpi cu considerarea fenomenelor dinamice din colectorul de admisiune determinate prin metoda caracteristicilor, adecvată oscilațiilor de mică amplitudine. Calculul se desfășoară pe intervale, în lucrare prezentîndu-se metodica de lucru pentru un interval. Se indică de asemenea modul de aplicare a metodei propuse pentru un caz concret, precum și verificările experimentale. În acest mod este posibil ca printr-o fază de calcule la proiectare să se limiteze domeniul experiențelor laborioase în vederea acordării colectorului de admisiune la ansamblul sistemului de distribuție.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 605—621, 1972

GH. IACOBESCU, I. IORDĂNESCU 621.316.1.052.32: 621.3.064

PROCESE DE COMUTAȚIE LA BORNELE ÎNTRERUPTOARELOR LA ELIMINAREA SCURTCIRCUITELOR DIN REȚELELE CU NEUTRUL LEGAT LA PĂMÎNT PRIN INDUCTANȚĂ

Se analizează curenții de oscilație de înaltă frecvență care apar la eliminarea scurtcircuitului pus la pământ și influența lor asupra valorii supratensiunilor și vitezei de variație a curentului de rupere în apropierea trecerii sale prin zero.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 705—722, 1972

MIRCEA NEMEȘ 621.315.1.015.38: 621.314.21

METODA DE ANALIZĂ ȘI CALCUL A SUPRATENSIUNILOR DATORITE COMUTAȚIEI LA LINII ELECTRICE DE ÎNALTĂ TENSIUNE CU ELEMENTE TERMINALE DE TIP TRANSFORMATOR

Se prezintă o metodă de analiză și calcul a supratensiunilor datorite comutației pentru situația unui element terminal al liniei electrice de tip complex — transformatorul. Funcția de răspuns tranzitoriu se calculează considerînd transformatorul printr-o schemă cu parametri uniform repartizați, secțiunea elementară fiind o spiră sau un galet.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 723—733, 1972

M. PREDA, I. BREAZU 621.3.001.11

O NOUĂ METODĂ DE OBȚINERE A ECUAȚIILOR DE STARE PENTRU CIRCUITE CU ELEMENTE ÎN EXCES

Se prezintă o nouă metodă de obținere directă a ecuațiilor de stare pentru circuite cu surse independente, de tip R.L.C. cu elemente în exces.

Pentru stabilirea formulelor propuse se utilizează un circuit de calcul cu surse care redau intensitățile curenților din condensatoare și tensiunile la bornele bobinelor în absența elementelor în exces.

Folosind o analogie matematică se deduc expresii topologice pentru mărimile care leagă coeficienții ecuațiilor de stare în prezența elementelor în exces de transmitanțele care determină coeficienții ecuațiilor de stare ale circuitului fără elemente în exces.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p.735—749, 1972

CR. VASILIU 621.316.7.001 :621.391

NOI STRUCTURI PENTRU SINTEZA IMPEDANȚELOR

Se prezintă 12 structuri noi pentru sinteza impedanțelor de ordinul doi. Se deduc condițiile de realizabilitate și valorile elementelor în funcție de coeficienții impedanței.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 751—760, 1972

L. LUPAŞ

621.316.7.001

SISTEME SUBOPTIMALE LINIARE PENTRU PROBLEMA OPTIMALĂ LINIAR-PĂTRATICĂ

În acest articol se tratează problema elaborării comenzilor suboptimale liniare pentru problema optimală liniar-pătratică (sistem liniar cu criteriu de performanţă pătratic). Se dau algoritmele de calcul pentru construcţia efectivă a unor comenzi suboptimale liniare care se obţin prin considerarea unor subsoluţii ale ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati. Exemplele de calcul date verifică rezultatele teoretice stabilite.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 761—776, 1972

J. MARCOVICI

621.316 (075.8)

CIRCUITE CU COMUTAŢIE PERIODICĂ ÎN REGIM PERMANENT

În lucrare se prezintă relaţiile de calcul ale diferitelor mărimi utile în analiza şi proiectarea circuitelor şi sistemelor cu comutaţie periodică.

Se utilizează metoda variabilelor de stare, care permite rezolvarea problemei pentru circuitul parametric în regim de comutaţie periodică, ţinînd seama de regimurile permanente în circuitele neparametrice, corespunzătoare diferitelor stări ale contactelor.

Procedeul indicat are un larg cîmp de aplicabilitate în tehnică, de exemplu la studiul redresoarelor necomandate şi comandate, invertoarelor, variatoarelor de tensiune, oscilatoarelor, sistemelor de reglaj automat etc.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 777—788, 1972

SORA MANEA, N. LICIU

620.9

POINTS DE VUE CONCERNANT LA PRÉVISION DE LA CONSOMMATION MÉNAGÈRE D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE DANS LA PERSPECTIVE LOINTAINE

On présente une voie d'établir la prévision de la consommation ménagère d'énergie électrique en estimant que, après une période caractérisée par un emploi négligeable de cette forme d'énergie dans les processus thermiques, suivra une consommation accrue, comme une conséquence des avantages offerts par l'énergie électrique.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr, 3, p. 493—504, 1972

V. NITU

621.311.25.001: 621.039

RELIABILITY NUCLEAR POWER PLANTS. SPECIFIC PROBLEMS AND COMPUTATION METHODS

The nuclear power station reliability has been analysed from the two standpoints which aim at determining the availability of production capacities as well as the safety of the equipment and of the biological environment. The computation methods that have been made use of until now with regard to conventional thermal-power plants and which are based on the utilization of Markov chains were supplemented and adapted for the specific requirements of nuclear power, thus allowing for the solution of the more important problems set by safety requirements in the field of nuclear power plants, too.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 505—530, 1972

V. GHIȚĂ, A. PĂLTÎNEA

621.365.6: 662.99

RECHERCHES CONCERNANT LA RÉDUCTION DE LA CONSOMMATION SPÉCIFIQUE DE CHALEUR AUX FOURS DE FORGE

On préconise la méthode de calcul pour la diminution de la consommation spécifique de chaleur obtenue par le réchauffage de l'air de combustion et par la réduction de l'excès de combustion aux fours pour le chauffage des métaux. Afin de confirmer les conclusions théoriques, on présente également les résultats expérimentaux obtenus par l'amélioration des performances de l'installation de combustion d'un four de forge discontinu pour le chauffage des lingots.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 531—544, 1972

N. DĂNILĂ, E. LICSANDRU-ISBĂȘESCU, J. NAIU-ADAMESTEANU

621.039.534

LE CALCUL HYDRODYNAMIQUE DU CIRCUIT PRIMAIRE DE LA CENTRALE NUCLÉAIRE ÉLECTRIQUE DU TYPE PWR

On présente un modèle mathématique de calcul des pertes de pression de l'agrégat thermique de circuit primaire d'une centrale nucléaire électrique du type PWR.

On analyse à ce point de vue les trois parties composantes essentielles du circuit primaire : le réacteur nucléaire, le générateur de vapeur, les conduits de circulation de l'agrégat primaire entre le réacteur nucléaire et le générateur de vapeur. On établit une équation générale des pertes de pression dans le circuit primaire.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 545—558, 1972

C. HAIDUC, T. IONIȚĂ

338.4: 621.039.516

INVESTIGATION OF THE EFFICIENCY ANALYSIS FOR ADVANCED NUCLEAR POWER REACTORS WITH HEAVY WATER AND VITROCERAMICAL FUEL

The paper presents on a mathematical model, a program and results of the efficiency analysis for advanced nuclear power reactors with heavy water and vitroceramical fuel.

Results are also presented of the efficiency analysis and correction among different parameters for nuclear fuels cycle for advanced nuclear power reactors with vitroceramical fuel.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 559—570, 1972

C. A. VASILESCU

621.436

CALCUL DE L'EFFET DE LA SURALIMENTATION SUR LES PERFORMANCES DU MOTEUR DIESEL

En utilisant un modèle de calcul du cycle indiqué du moteur diesel, on présente une analyse de l'influence du taux de compression ε de la pression de suralimentation p_0, du coefficient d'excédent d'air α, de la durée de la combustion θ_a, de l'avance au dégagement de la chaleur (équivalent à l'avance à l'injection) θ_i, de la forme de la caractéristique du dégagement de la chaleur (considérée comme triangulaire) sur les paramètres suivants : pression moyenne indiquée p_i, pression maximale des gaz dans le cylindre p_{max}, angle de manivelle auquel on obtient la pression maximale θ_1, vitesse maximale de croissance de la pression $\dot{p}$, température moyenne des gaz dans le cylindre T_m, rendement indiqué η_i. On étudie la variation de ces paramètres avec l'augmentation de la pression de suralimentation (à 4 et à 6 barr), dans l'hypothèse que la pression maximale est limitée à $p_{max\ lim} = 150$ barr.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 571—589, 1972

N. STOICA

621.43.044: 621.434

CONTRIBUTION AU CALCUL DU PROCESSUS D'ÉCOULEMENT DES GAZ SOUS LE SEUIL DE LA TURBULENCE

On présente : un modèle du processus d'expulsion des gaz sous le seuil de la turbulence ; une méthode pour le calcul de la vitesse d'écoulement, ainsi que les résultats obtenus par calcul ; une installation pour l'observation du processus et les images de l'écoulement sous le seuil de la turbulence.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p 591—603, 1972

D. ABĂITĂNCEI

621.432.3.01

CONTRIBUTION AU CALCUL DU REMPLISSAGE DES MOTEURS A QUATRE TEMPS EN CONSIDÉRANT LES PHÉNOMÈNES DYNAMIQUES DU COLLECTEUR D'ADMISSION

On présente une méthode de calcul de remplissage des moteurs à quatre temps en considérant les phénomènes dynamiques du collecteur d'admission déterminés par la méthode des caractéristiques adéquates aux oscillations d'amplitude minimale. On présente une méthode de travail seulement pour un intervalle indiquant la manière d'application de la méthode pour un cas concret, de même que les vérifications expérimentales.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p 605—621, 1972

HORIA GAVRILĂ

621.3.042.2 :538.122

THE STUDY OF FERROMAGNETIC FILMS AND SHEETS WITH UNIAXIALLY MAGNETIC ANISOTROPY IN LOW A.C. MAGNETIC FIELDS : I. LOCAL ELECTROMAGNETIC FIELD.

In this paper, the solution of Maxwell's equations for ferromagnetic bodies, films and sheets, with one dimension much smaller than the others is obtained, by taking into account their domain structure. Materials with strong uniaxially magnetic anisotropy and sufficiently low values of applied a.c. magnetic field are only considered, so that the walls do not move superficially. We specify, too, the contribution of electromagnetic induction and of domain structure to magnetization of ferromagnetic films and sheets.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 623—638, 1972

C. APETREI, M. DOGARU

621.313.322

ASYNCHRONOUS PERFORMANCE OF SOLID-ROTOR TURBINE GENERATORS.

In this paper we study more complete direct — and quadrature-axis equivalent circuits for solid-rotor turbine generators, which provide the possibility to analyse the asynchronous operation of the machine.

The characteristic parameters and the mechanical characteristic of asynchronous operation are calculated.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 639—659, 1972

I. ȚOPA 621.313.333

ELECTRIC SHAFT WITH MECHANICAL RECOVERY OF SLIP ENERGY

The paper presents a new scheme of electric shaft with mechanical recovery of slip energy, using power silicon diodes. The following are deduced : the equivalent circuit, the operation equations and the expressions of the torques. Particularization of the torque formulae leads to the known expressions for the electric shaft with auxiliary machines as well as for the one with a rheostat. The experimental data are presented and the characteristics $M_I/M_{cm} = f(\theta)$ and $M_{II}/M_{cm} = f(\theta)$ are delineated.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 661—672, 1972

C. I. MOCANU, I. DOGARU 538.312 :537.56

DIAGRAMMES ÉLECTRIQUES DES GÉNÉRATEURS MHD DE COURANT CONTINU A GAZ IONISÉS, EN RÉGIME STATIONNAIRE

La caractérisation des générateurs MHD de courant continu à gaz ionisés à l'aide des puissances spécifiques et du rendement électrique local, grandeurs variables à l'intérieur du canal, est impropre à l'étude du comportement en réseau. Dans l'ouvrage on montre que, pour n'importe quelle manière de connecter les électrodes, le générateur MHD admet un schéma équivalent de type Joubert. On définit les tensions électromotrices et on calcule la résistance intérieure aux bornes, tout en mettant en évidence son accroissement comme suite de l'anisotropie du plasma. On établit les diagrammes globaux à l'aide desquels on peut étudier le régime stationnaire des générateurs MHD.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 705—722, 1972

GH. IACOBESCU, I. IORDĂNESCU 621.316.1.052.32 :621.3.064

PROCESSUS DE COMMUTATION AUX BORNES DES INTRERRUPTEURS POUR L'ÉLIMINATION DES COURTS CIRCUITS MIS À LA TERRE PAR INDUCTANCE

On analyse les courants d'oscillation de haute fréquence apparaissant pendant l'élimination du court-circuit mis à la terre et leur influence sur la valeur des surtensions et de la vitesse de variation du courant de coupure à proximite de son passage par zéro.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 705—722, 1972

MIRCEA NEMEȘ 621.315.1.015.38: 621.314.21

ANALYSE UND BESTIMMUNGSMETHODE DER KOMMUTATIONS-ÜBERSPANNUNGEN BEI ELEKTRISCHEN HOCHSPANNUNGSLEITUNGEN MIT TRANSFORMATOREN ALS ENDGLIED

Es wird eine Analyse — und Bestimmungsmethode der Kommutationsüberspannungen für den Fall eines Transformators als komplexes Endglied der elektrischen Leitung, dargestellt. Die Übertragungsfunktion wird berechnet indem der Transformator durch ein Schaltbild mit gleichförmig verteilten Parametern ersetzt wird. Der elementare Abschnitt beträgt eine — oder mehrere Windungen.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p. 723—733, 1972

M. PREDA, I. BREAZU

621.3.001.11

A NEW METHOD TO OBTAIN THE STATE EQUATIONS FOR NETWORKS WITH EXCESS ELEMENTS

A new method to obtain the state equations for the R—L—C networks with independent sources and excess elements is presented.

The proposed formulae are obtained by using modified circuits, the sources of which give the current intensities through capacitances and the voltages on the inductances, when the excess elements are not present.

A mathematical analogy allows us to state topological expressions for the quantities relating the coefficients in the state equations of the circuit with exccess elements and the transmittances which determine the coefficients in the state equations of the circuit without excess elements.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p.735—749., 1972

CRISTOFOR VASILIU

621.316.7.001 :621.391

NOUVELLES STRUCTURES POUR LA SYNTHÈSE DES IMPÉDANCES

On présente 12 nouvelles structures pour la synthèse des impédances du second ordre. On établit les conditions de la réalisation, de même que les valeurs des éléments en fonction des coefficients de l'impédance.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p.751—760., 1972

L. LUPAŞ

SUBOPTIMAL LINEAR SYSTEMS FOR THE LINEAR-QUADRATIC OPTIMAL PROBLEM

This paper deals with the designing of suboptimal linear controls for the linear-quadratic optimal problem (a linear multivariable system with quadratic performance criteria). The algorithms for obtaining the linear suboptimal controls, which are supersolutions or subsolutions of the matrix differential (algebraic) Riccati equation, are given. Computing examples prove the theoretical results established.

St. cerc. energ. electr. toi. 22, nr. 3, p.761—776., 1972

J. MARCOVICI

CZ 621.316(075.8

CIRCUITS À COMMUTATION PERIODIQUE EN RÉGIME PERMANENT

On présente les relations pour le calcul de diverses grandeurs utiles dans l'analyse et l'étude des circuits et des systèmes à commutation périodique.

On utilise la méthode des variables d'état, qui permet la solution du problème pour le circuit paramétrique, en régime permanent de commutation périodique, correspondant à divers états des contacts.

Le procédé indiqué a un vaste champ d'application en technique, par exemple à l'étude des redresseurs commandés ou non, inverseurs, variateurs de tension, oscillateurs, systèmes de réglage automatique, etc.

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 3, p.777—778, 1972

1972 OKT 1 Z4

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

D. F. LĂZĂROIU **Mașini electrice cu inerție redusă**, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. ANTONESCU, **Arderea combustibililor gazoși**, 1969, 268 p., 22 lei.

CONSTANTIN ȘORA, **Introducere în stndiul generatorului Hall**, 1969, 310 p., 18,50 lei.

I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, **Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi**, 1969, 288 p., 24 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, **Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice**, 1970, 322 p., 17,50 lei.

C. PENESCU, VL. IONESCU, E. ROSINGER, **Sisteme optimale**, 1970, 336 p., 12 lei.

I. S. GHEORGHIU, AL. FRANSUA, **Tratat de mașini electrice**, vol. III; *Mașini asincrone*, 1971, 534 p., 33 lei.

EDMOND NICOLAU, **Sinteza sistemelor radiante**, 1971, 376 p., 22 lei.

C. I. PENESCU, **Sisteme de protecție de distanță**, 1971, 624 p., 41 lei.

MARIN ENE, **Metoda mărimilor determinante**, 1971, 228 p., 13 lei.

N. REUS, **Tratarea simbolică a schemelor de comutație**, 1971, 270 p., 11 lei.

B. POPA, V. KASSIAN, **Teoria și calculul injectoarelor mecanice cu cameră de tutbionare**, 1971, 311 p., 21 lei.

EDMOND NICOLAU, **Cîmpuri și unde electromagnetice**, 1972, 350 p., 21,50 lei.

I. P. Informația c. 1537

43 821

Lei 40.—

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

4

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr., Tom. 22, nr. 4, p. 797—1050, Bucureşti, 1972

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ, *redactor responsabil*;
Prof. C. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România, *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. APETREI;
Dr. ing. D. GRECOV;
Dr. ing. A. MORARU;
Ing. CS. NAGY;
Dr. doc. V. PIMSNER;
Dr. doc. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE, *secretar științific de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.
Prețul unui abonament este de 160 lei pe an.

În țară, abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții. Revistele se pot procura (direct sau prin poștă) și prin *Punctul de desfacere din cadrul Editurii Academiei.*

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la întreprinderea „Rompresfilatelia", Căsuța poștală 2001, București, România, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență, se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: București, Șos. Vitan nr. 236.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
STR. GUTENBERG NR. 3 BIS, SECTORUL 6, BUCUREȘTI

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 22, nr. 4 1972

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

SUMAR

Economie energetică

Pag.

T. MICLESCU şi ELIZA GÎRLEŞTEANU, Modelul liniar al funcţionării de durată a sistemului electroenergetic. 799
M. BRĂDESCU, Modele matematice şi algoritmi de calcul pentru determinarea indicatorilor de fiabilitate aferenţi sistemelor tehnice complexe. 817

Termoenergetică şi termotehnică

C.A. VASILESCU, Schimbul de căldură în timpul arderii la motoarele diesel supraalimentate. 837
M. NĂSTASE, Posibilitatea modelării proceselor de ardere în motoarele diesel. 855

Electroenergetică şi electrotehnică

I. POPESCU, Studiul regimului tranzitoriu în circuitul dubluferorezonant serie 869
J. MARCOVICI, Ecuaţii de stare ale dipolilor electrici pasivi şi interconexiunea acestora. 887
M. NEMEŞ şi ELENA TEODORESCU, Funcţia de răspuns tranzitoriu la linii electrice cu elemente terminale concentrate de tip impedanţă 903
C. APETREI, Elemente privind calculul excitaţiei cu înfăşurări divizate la maşinile sincrone cu poli înecaţi. 913
C. SAAL, E. MICU şi R. CODOIU, Determinarea curentului oscilomotorului electromagnetic de tip parametric. 927
R. MĂGUREANU şi F. SPINEI, O metodă de analiză a maşinilor asincrone alimentate de la onduloare cu tiristoare 947
H. CRISTEA, G. I. BRÂNZARU şi D. BADEA, Cercetări experimentale privind utilizarea anagrafului Dimo ca periferic al unui calculator de proces 961
M. STAADECKER şi ANGELA SLIVINSKI, Utilizarea metodei eliminărilor ordonate şi a unor proceduri speciale de programare pentru calculele de regimuri staţionare în curent continuu la calculatorul IRIS—50 971
ED. NICOLAU, Regimul permanent şi stabilitatea oscilatoarelor electronice 979

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 797-1050, Bucureşti 1972

Sisteme automate în energetică

Pag.

VL. IONESCU, Asupra construcției modelului canonic al unui sistem liniar neted, finit dimensional 993

L. LUPAȘ, Determinarea suboptimalității comenzilor suboptimale liniare pentru sisteme liniare cu criteriu pătratic. 1007

Note

C. HAIDUC, Cercetări asupra proceselor termice din casete de reactoare nucleare energetice cu apă sau apă grea sub presiune. 1023

V.A. MĂRIEȘ, Reprezentarea în plan a suprafețelor din spațiul tridimensional prin modelare matematică și folosind calculatoare electronice. 1029

Recenzii 1035

Material documentar 1041

Index 1045

MODELUL LINIAR AL FUNCȚIONĂRII DE DURATĂ A SISTEMULUI ELECTROENERGETIC

T. MICLESCU și ELIZA GÎRLEȘTEANU

620.9 :621.3

În articol se expune modul de întocmire a unui model de programare liniară care modelează aproximativ condițiile funcționării de durată ale sistemului electroenergetic. Mărimea aproximației este determinată și analizată folosind ca model de referință modelul de programare dinamică al funcționării de durată a sistemului electroenergetic, expus într-un articol precedent [3], [4].

1. GENERALITĂȚI

În lucrări anterioare [1], [2] s-a enunțat modelul liniar al funcționării pe durata unui an a sistemului electroenergetic, considerat ca o parte componentă a sistemului energetic general. În prezentul articol se expun detalii privitoare la modul de întocmire a modelului liniar și se prezintă rezultatele cercetărilor efectuate în vederea stabilirii valorii erorii datorite liniarizării modelului [7]. Pentru determinarea erorii s-a folosit ca model de referință modelul dinamic al funcționării de durată al sistemului electroenergetic [3].

2. CARACTERISTICA DE CONSUM ȘI DE CHELTUIELI A CENTRALEI ELECTRICE

Pentru o combinație fixată de agregate, presupunînd puterea activă repartizată optim între aceste agragate, caracteristica de consum a centralei este reprezentată de una dintre curbele *a*, *b*, *c*, din figura 1.

Dacă facem abstracție de faptul că combinația de agregate este fixată atunci pentru puteri debitate de centrală cuprise în limitele P_{mint_a}, ..., P', consumurile orare minime se obțin dacă centrala funcționează cu combinația de agregate corespunzătoare curbei *a*. Pentru puteri cuprinse între P' și P'' combinația optimă corespunde curbei *b*, iar pentru puteri mai mari ca P'' combinația optimă corespunde curbei *c*. Deci dacă facem abstracție de combinația de agregate fixată, caracteristica de consum a centralei corespunzătoare funcționării optime este caracteristica *d*, pe care o vom numi pe scurt *caracteristică optimă*. După această caracteristică puterea activă poate lua valori cuprinse între P_{mint_a} și P_{d_c}, valoarea relativă a pu-

terii minimă tehnic raportată la puterea disponibilă fiind mai mică decît orice combinaţie de agregate corespunzătoare curbelor *a*, *b*, *c*. Admiterea acestei caracteristici în calculele de optimizare a funcţionării permite determinarea structurii optime a agregatelor cu care trebuie să funcţioneze centrala pentru a realiza consumul minim de energie primară. Pentru a putea folosi această caracteristică este necesar ca valoarea consumului de pornire datorită trecerii de la o anumită combinaţie de agregate în funcţi-

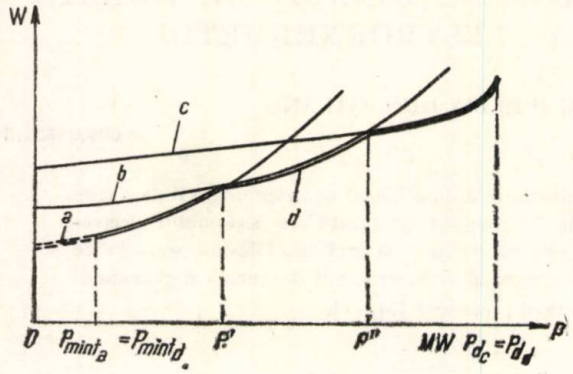


Fig. 1.— Caracteristici de consum ale unei centrale electrice funcţionînd cu un număr fix sau variabil de agregate.

une la alta să fie neglijabilă în comparaţie cu consumul de energie care se realizează prin funcţionarea centralei în intervalul de timp pentru care se consideră modificarea puterii active. Din acest motiv, pînă în prezent această caracteristică a fost admisă pentru centralele hidroelectrice, dat fiind consumul de pornire neglijabil al hidroagregatelor.

Consumul de pornire al turboagregatelor este însemnat în raport cu consumul de combustibil corespunzător duratei unui palier de putere din curba de sarcină zilnică. De aceea, în cazul optimizării funcţionării sistemului electroenergetic pentru o durată scurtă, pentru centralele termoelectrice se folosesc caracteristici de consum de tipul *a*, *b* sau *c*.

Atunci cînd avem în vedere o durată mare de funcţionare, de exemplu un an de zile, dacă se consideră numai tendinţa de variaţie a sarcinii exprimată prin puterea medie, observăm o modificare lentă a sarcinii. Graficul de variaţie a sarcinii este reprezentat în acest caz prin paliere de putere cu durata de la o lună la trei sau patru luni. În acest caz, consumul de pornire al turboagregatelor este neglijabil faţă de consumul de combustibil pe durata funcţionării la putere constantă şi deci la o compoziţie a agregatelor fixă. De aceea în cele ce urmează, deoarece se are în vedere funcţionarea sistemului electroenergetic pentru un an de zile, se va folosi şi pentru centralele termoelectrice caracteristica optimă.

Caracteristica de consum a turboagregatului se poate reprezenta printr-o dreaptă sau o dreaptă frîntă. Caracteristica de consum optimă a centralei atunci cînd caracteristica turboagregatului este o dreaptă s-a reprezentat în figura 2 (linia groasă). În calcule este necesar să se exprime analitic caracteristica centralei electrice. Caracteristica optimă aproximativă de consum a centralei, o linie dreaptă, este reprezentată în figura 2 prin linie întreruptă. Pentru această caracteristică, valoarea ordonatei la puterea debitată zero este mai mică decît consumul de mers în gol B_0 şi apropiată de zero. În figura 3 este reprezentată caracteristica de consum

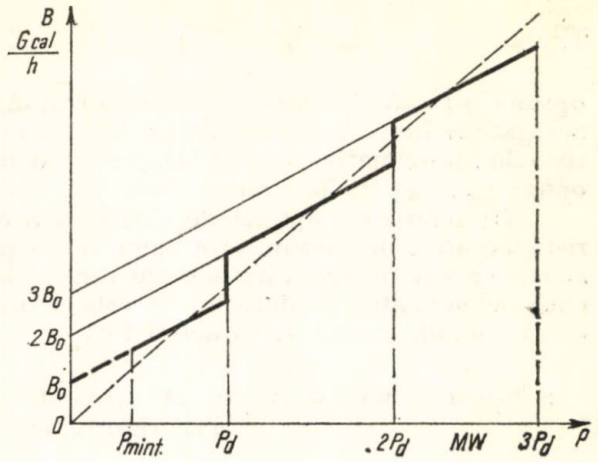


Fig. 2. — Caracteristicile de consum ale unei centrale funcţionînd cu un număr fix de agregate şi cu număr variabil de agregate:
——— caracteristica exactă;
— — — — caracteristica aproximativă.

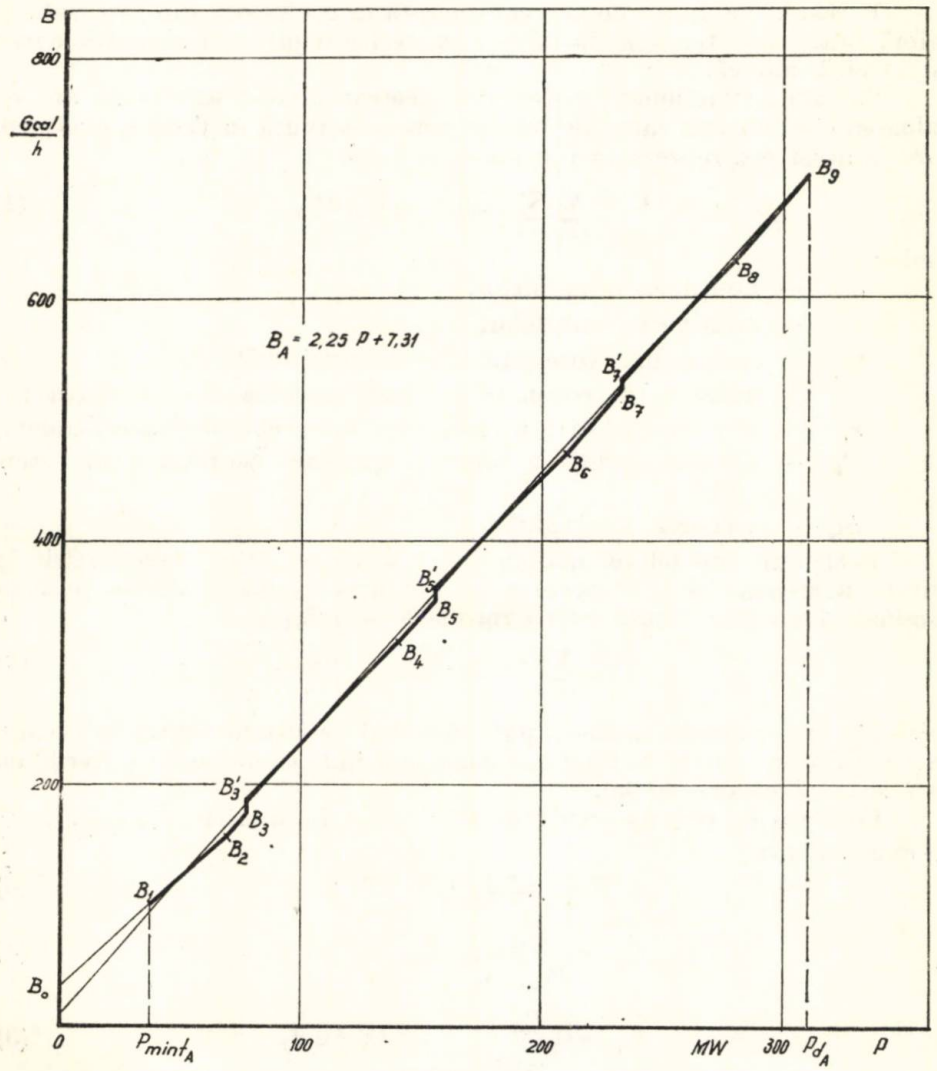


Fig. 3. — Caracteristica de consum pentru centrala *A*, funcţionînd cu un număr de agregate variabil.

optimă, exactă şi aproximativă (o dreaptă) a centralei A, echipată cu agregate avînd caracteristicile prezentate în [4]. În continuare, caracteristicile aproximative se vor determina ca linii drepte, care aproximează optim caracteristicile exacte.

Caracteristica optimă de cheltuieli a centralei rezultă din caracteristica optimă de consum prin înmulţire cu preţul combustibilului. Se consideră că cheltuielile variabile ale centralei, singurele optimizabile, sînt cheltuielile pentru combustibil. În cele ce urmează, caracteristicile optime se vor numi, pe scurt, caracteristici.

3. MODELUL MATEMATIC AL FUNCŢIONĂRII DE DURATĂ A SISTEMULUI ELECTROENERGETIC

Perioada de un an de zile considerată este formată din intervale — primăvară, vară, toamnă, iarnă — caracterizate printr-o anumită curbă de sarcină zilnică.

Calitatea funcţionării sistemului electroenergetic este măsurată de valoarea cheltuielilor variabile pentru perioada avută în vedere, cheltuieli care în acest caz reprezintă funcţia economică

$$\mathbf{C} = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} (C_{0_i} + \varkappa_i P_{ij}) \Delta t_j , \tag{1}$$

unde :

J — mulţimea intervalelor,

I — mulţimea centralelor,

C_{0_i} — cheltuielile corespunzătoare funcţionării în gol a centralei i (determinate pe caracteristica aproximativă);

$\varkappa_i$ — creşterea relativă a caracteristicei de cheltuieli a centralei i,

P_i — puterea medie cu care funcţionează centrala i în intervalul j,

Δt_j — valoarea intervalului j.

Restricţiile modelului matematic exprimă condiţiile funcţionării de durată a sistemului electroenergetic. Condiţia egalităţii dintre puterea produsă şi puterea cerută este exprimată de relaţia

$$\sum_{i \in I} P_{ij} = P_{sj} ; \qquad j \in J, \tag{2}$$

unde P_{sj} este valoarea medie a puterii cerută de sistem pentru intervalul j (pierderile de puteri în reţele se consideră independente de puterile cu care se încarcă centralele).

Condiţia ca puterea centralei să rămînă în limitele $P_{\min t_i}, \ldots, P_{d_i}$ se exprimă prin

$$k_{2j} P_{\min t_i} \leqslant P_{ij} \leqslant k_{1_j} P_{d_i} ; \tag{3}$$

$$k_{1_j} = \frac{P_{sj}}{P_{s\max j}} ; \tag{4}$$

$$k_{2_j} = \frac{P_{sj}}{P_{s\min j}} ; \qquad i \in I ; \; j \in J, \tag{5}$$

unde $P_{s\max j}$, $P_{s\min j}$ reprezintă valoarea maximă și minimă a palierelor de putere ale curbei de sarcină zilnică corespunzătoare intervalului j.

Se admite că pe diferite paliere ale curbei de sarcină ale intervalului j, puterile centralelor se află în același raport cu puterile medii P_{ij}.

Condiția scoaterii în reparații capitale a agregatelor se exprimă prin

$$\sum_{j \in J} P_{ij} \Delta t_j \leqslant \mathbf{W}_i ; \qquad i \in I, \tag{6}$$

unde $\mathbf{W}_i$ este cantitatea maximă de energie electrică pe care o poate livra centrala i ținînd cont de opririle pentru reparații capitale. Mărimea $\mathbf{W}_i$ se determină cu relația

$$\mathbf{W}_i = \sum_{j \in J} k_{1j} P_{d_i} \cdot \Delta t_j - k_{1\max} \cdot P_{d_{i_a}} \cdot T_{RC_i}, \tag{7}$$

unde

$P_{d_{i_a}}$ este puterea disponibilă a unui agregat în centrala i,
T_{RC_i} — durata totală de oprire pentru reparație capitală în perioada considerată a agregatelor centralei i,
$k_{1\max}$ — valoarea maximă a coeficientului k_{1_j}.

Termenul al doilea din membrul drept al relației (6) reprezintă cantitatea maximă de energie electrică care ar putea fi livrată de agregatele oprite pentru reparație capitală. Deoarece nu se poate ști dinainte intervalul în cadrul căruia se vor opri agregatele, aceasta fiind una dintre necunoscutele problemei, se admite cazul cel mai dezavantajos, adică valoarea maximă a coeficientului k_{1_j}. Această valoare fiind de circa 0,8, iar al doilea termen al membrului drept fiind mic în comparație cu primul, se poate înlocui k_{1_j} prin unitate.

Cantitatea de energie primară care se poate consuma este de obicei limitată superior. În ipoteza că fiecare centrală consumă un singur fel de energie primară, această condiție se exprimă prin

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (B_{0_i} + b_i \cdot P_{ij}) \Delta t_j \leqslant \mathbf{B}_k ; \qquad k \in K, \tag{8}$$

unde

K este mulțimea felurilor de energie primară pentru care există limitări ale cantităților ce se pot consuma,
b_i — creșterea relativă a caracteristicii de consum a centralei i,
$\mathbf{B}_k$ — cantitatea de energie primară de felul k disponibilă.

După cum s-a arătat, un interval al perioadei considerate este caracterizat printr-o curbă de sarcină a sistemului zilnică, idealizată prin paliere de putere. Dacă durata fiecărui palier de putere ar fi considerată ca un interval, consumul de energie la pornirea unui turboagregat nu ar mai putea fi neglijat în comparație cu energia produsă pe un palier de putere și, în consecință, nu ar fi admisibilă utilizarea caracteristicii optime a centralei. De aceea intervalul corespunde întregii durate în care curba de sarcină

zilnică idealizată rămîne constantă. Dar pentru a scrie sistemul de restricţii (2), fiecărui interval trebuie să-i corespundă o valoare a puterii cerută. Admitem atunci ipoteza că pentru toate palierele reale ale curbei de sarcină zilnică vom încărca centralele în proporţia rezultată pentru valoarea palierului introdus în (2). Dacă introducem în (2) valorile maxime ale palierelor de putere, P_{ij} reprezintă puterile de vîrf ale centralelor pe fiecare interval şi k_{1j} devine unitar; în schimb, duratele Δt_j nu mai reprezintă duratele reale, ci durata de cerere de către sistem, pe interval, a valorii maxime de putere. Folosirea în (2) a puterii medii cerute de sistem pe interval are avantajul că permite folosirea ca durate ale intervalului duratele reale.

4. CERCETĂRI NUMERICE PENTRU APRECIEREA MODELULUI LINIAR

Cercetările numerice au fost efectuate pe un sistem electroenergetic a cărui descriere este prezentată în (4).

Mărimile care caracterizează curba de sarcină sînt prezentate în tabela 1

Tabela 1

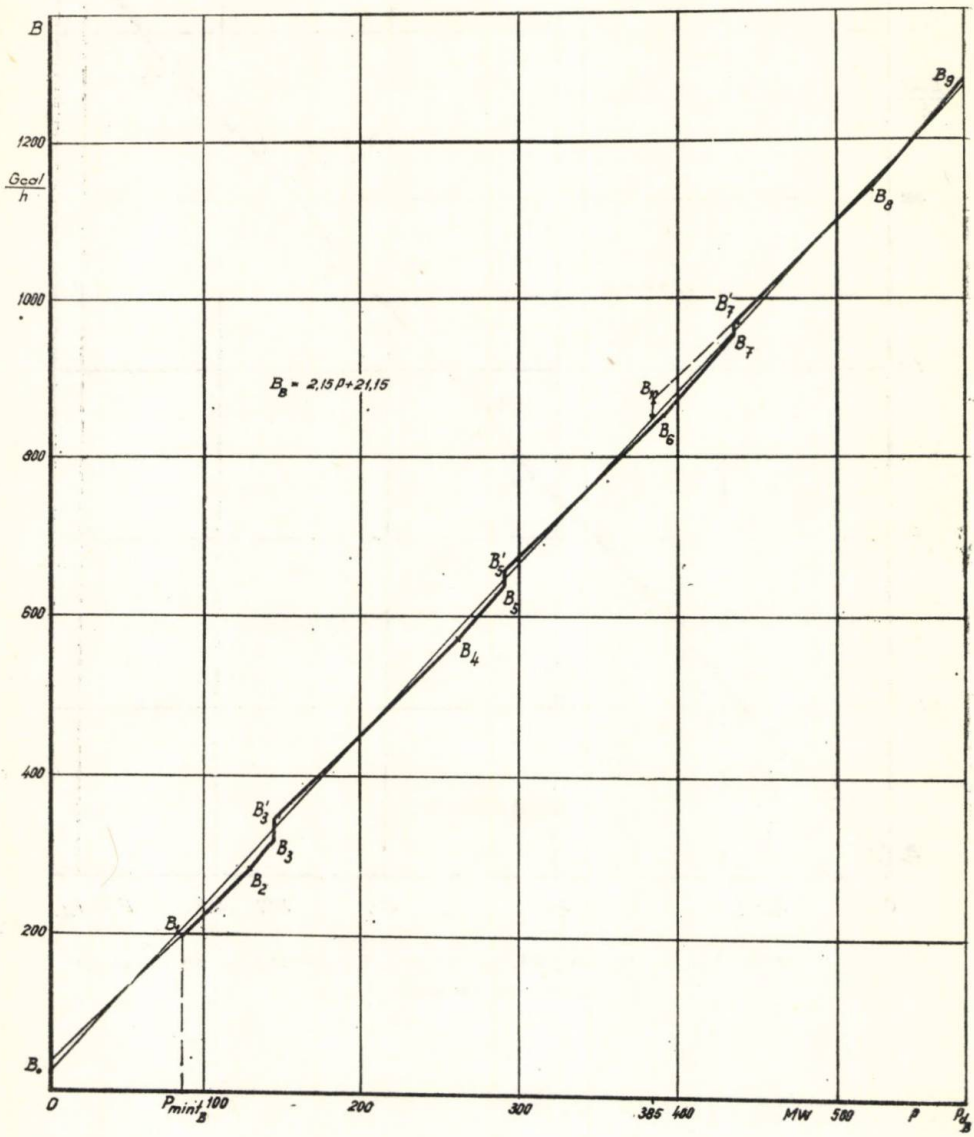
Subintervalul	I	II	III	IV
Puterea maximă, MW	2 024	1 785	1 835	2 050
Puterea medie, MW	1 600	1 395	1 445	1 643
Puterea minimă, MW	1 342	1 195	1 248	1 360
$k_{1j} = P_{sj} : P_{s\max j}$	0,790	0,781	0,787	0,801
$k_{2j} = P_{sj} : P_{s\min j}$	1,192	1,167	1,157	1,208

Caracteristicile de consum liniare ale centralelor au fost determinate folosind metoda celor mai mici pătrate. Caracteristicile de cheltuieli liniare rezultă din caracteristicile de consum liniare, înmulţite cu preţurile unitare ale combustibililor folosiţi de centrale. În tabela 2 se prezintă

Tabela 2

Centrala	Caracteristica de consum	Caracteristica de cheltuieli
A	$B_A = 2{,}25\ P + 7{,}31$	$C_A = 90{,}00\ P + 292{,}40$
B	$B_B = 2{,}15\ P + 21{,}15$	$C_B = 122{,}76\ P + 1207{,}66$
C	$B_C = 2{,}23\ P + 4{,}56$	$C_C = 127{,}33\ P + 260{,}38$
D	$B_D = 2{,}28\ P - 1{,}50$	$C_D = 91{,}20\ P - 60$
E	$B_E = 2{,}27\ P + 14{,}20$	$C_E = 56{,}30\ P + 352{,}16$

caracteristicile de consum şi de cheltuieli ale centralelor sistemului considerat, determinate în modul arătat mai sus (unităţile folosite fiind: P — MW, B — Gcal/h, C — lei/h). Aceleaşi caracteristici de consum, exacte şi aproximative sînt reprezentate în figurile 4 — 7.



F ig. 4. — Caracteristica de consum pentru centrala B, funcţionînd cu un număr de agregate variabil.

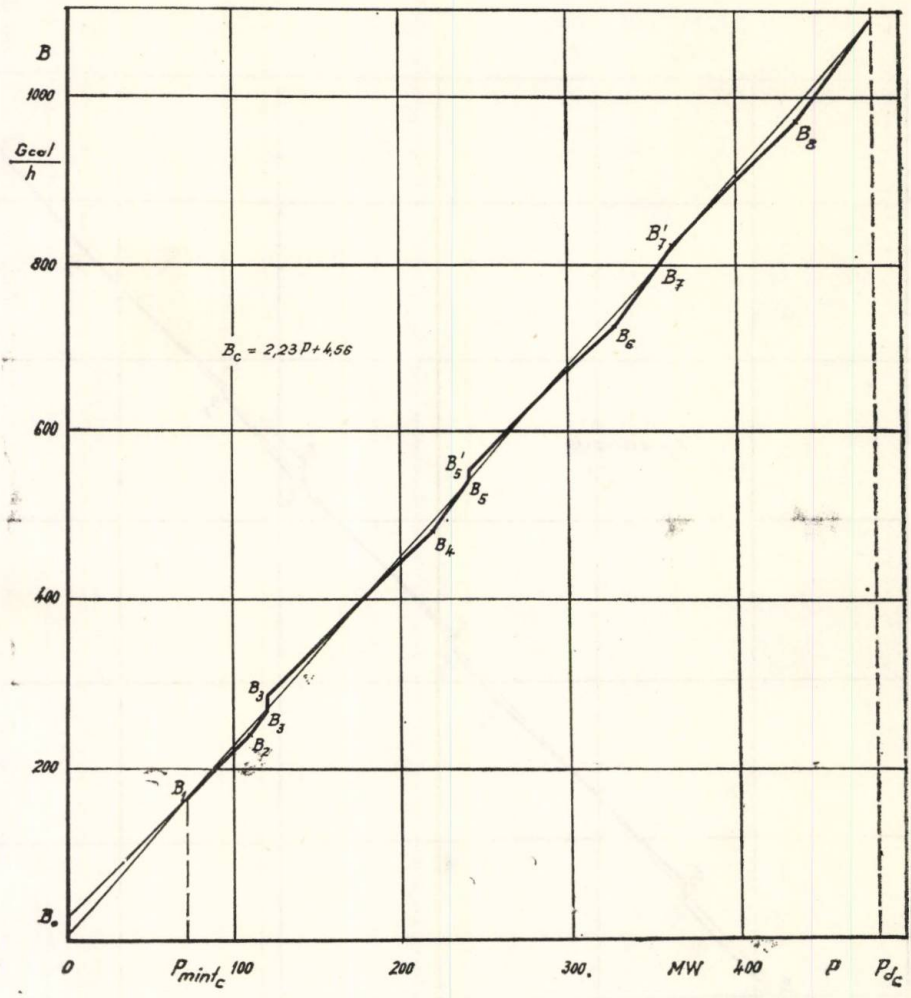


Fig. 5. — Caracteristica de consum pentru centrala C, funcţionînd cu un număr de agregate variabil.

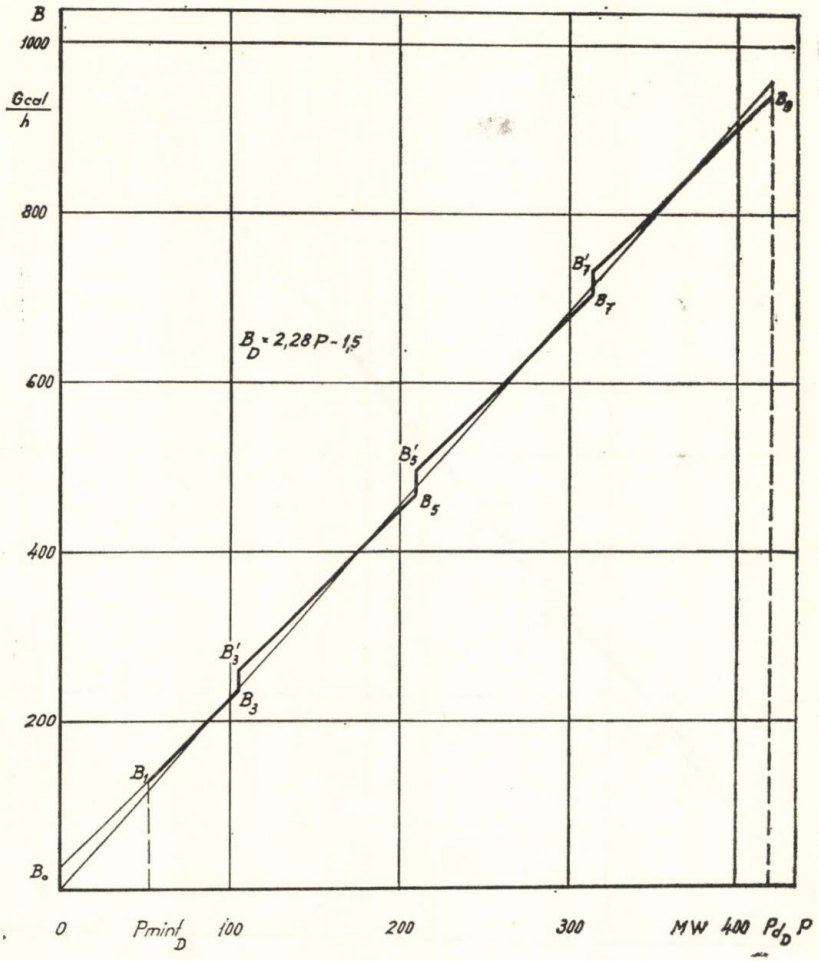


Fig. 6. — Caracteristica de consum pentru centrala *D*, funcţionînd cu un număr de agregate variabil.

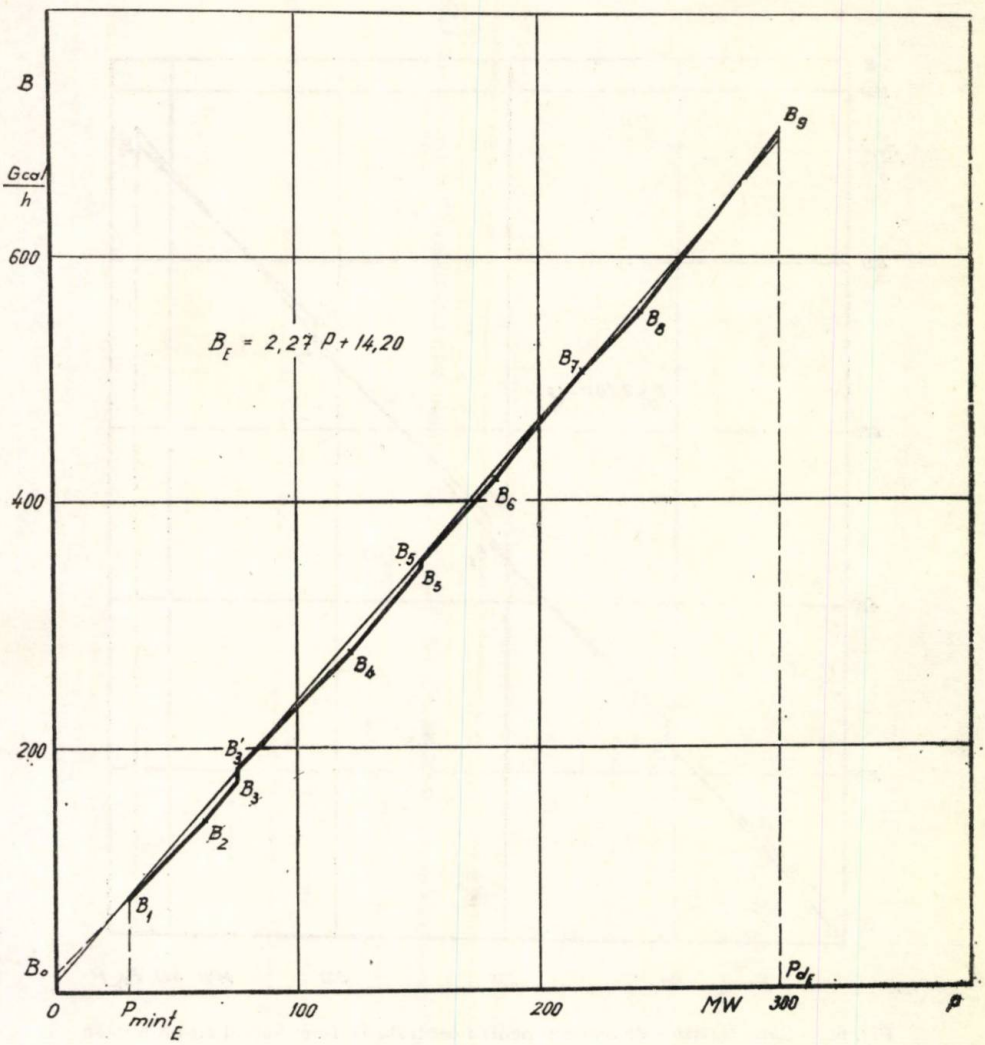


Fig. 7. — Caracteristica de consum pentru centrala E, funcţionînd cu un număr de agregate variabil.

Dacă facem ipoteza, verificată ulterior, că în fiecare centrală funcţionează cel puţin un agregat cu o putere superioară puterii minimă tehnic, în scrierea sistemului de ecuaţii ne putem dispensa de scrierea termenului constant în (1) şi (8), modificînd corespunzător $\mathbf{B_k}$, şi de scrierea primei inegalităţi în (3). Mai departe este prezentat modelul

matematic corespunzător funcționării sistemului electroenergetic considerat, determinat ca în partea treia a acestui articol:

a) funcția-obiectiv:

$$C = (90{,}00\,P_{AI} + 122{,}76\,P_{BI} + 127{,}33\,P_{CI} + 91{,}20\,P_{DI} + 56{,}30\,P_{EI})\cdot 2160 + (90{,}00\,P_{AII} + 122{,}76\,P_{BII} + 127{,}33\,P_{CII} + 91{,}20\,P_{DII} + 56{,}30\,P_{EII})\cdot 1464 + (90{,}00\,P_{AIII} + 122{,}76\,P_{BIII} + 127{,}33\,P_{CIII} + 91{,}20\,P_{DIII} + 56{,}30\,P_{EIII})\cdot 2928 + (90{,}00\,P_{AIV} + 122{,}76\,P_{BIV} + 127{,}33\,P_{CIV} + 91{,}20\,P_{DIV} + 56{,}30\,P_{EIV})\cdot 2208 =$$
$$= 10^3(194{,}400\,P_{AI} + 265{,}161\,P_{BI} + 275{,}032\,P_{CI} + 197{,}092\,P_{DI} + 121{,}608\,P_{EI} + 131{,}760\,P_{AII} + 179{,}620\,P_{BII} + 186{,}411\,P_{CII} + 133{,}516\,P_{DII} + 82{,}423\,P_{EII} + 263{,}520\,P_{AIII} + 359{,}441\,P_{BIII} + 372{,}714\,P_{CIII} + 267{,}033\,P_{DIII} + 164{,}846\,P_{EIII} + 198{,}720\,P_{AIV} + 271{,}054\,P_{BIV} + 281{,}144\,P_{CIV} + 201{,}369\,P_{DIV} + 124{,}310\,P_{EIV}), \quad (9)$$

unde $P_{AI}, \ldots, P_{EIV}$ reprezintă puterile medii solicitate centralelor $A, \ldots, E$ în intervalele I, ..., IV;

b) relațiile (2):

$$P_{AI} + P_{BI} + P_{CI} + P_{DI} + P_{EI} = 1600 \quad (10)$$

$$P_{AII} + P_{BII} + P_{CII} + P_{DII} + P_{EII} = 1393 \quad (11)$$

$$P_{AIII} + P_{BIII} + P_{CIII} + P_{DIII} + P_{EIII} = 1445 \quad (12)$$

$$P_{AIV} + P_{BIV} + P_{CIV} + P_{DIV} + P_{EIV} = 1643; \quad (13)$$

c) relațiile (3) sînt prezentate în tabela 3:

Tabela 3

Subintervale / Centrale	Subintervalul	I	II	III	IV
	$1:k_1$	1,267	1,280	1,270	1,248
Centrala	P_d MW				
A	310	$P_{AI} \leqslant 245{,}00$	$P_{AII} \leqslant 242{,}30$	$P_{AIII} \leqslant 244{,}00$	$P_{AIV} \leqslant 248{,}50$
B	580	$P_{BI} \leqslant 458{,}00$	$P_{BII} \leqslant 435{,}00$	$P_{BIII} \leqslant 456{,}50$	$P_{BIV} \leqslant 464{,}50$
C	480	$P_{CI} \leqslant 379{,}00$	$P_{CII} \leqslant 375{,}00$	$P_{CIII} \leqslant 378{,}00$	$P_{CIV} \leqslant 384{,}50$
D	420	$P_{DI} \leqslant 332{,}00$	$P_{DII} \leqslant 328{,}00$	$P_{DIII} \leqslant 330{,}70$	$P_{DIV} \leqslant 336{,}70$
E	300	$P_{EI} \leqslant 237{,}00$	$P_{EII} \leqslant 234{,}50$	$P_{EIII} \leqslant 236{,}50$	$P_{EIV} \leqslant 240{,}40$

d) relaţiile (6):

$$P_{AI} \cdot 2160 + P_{AII} \cdot 1464 + P_{AIII} \cdot 2928 + P_{AIV} \cdot 2208 \leqslant \mathbf{W}_A, \quad (14)$$

$$P_{BI} \cdot 2160 + P_{BII} \cdot 1464 + P_{BIII} \cdot 2928 + P_{BIV} \cdot 2208 \leqslant \mathbf{W}_B, \quad (15)$$

$$P_{CI} \cdot 2160 + P_{CII} \cdot 1464 + P_{CIII} \cdot 2928 + P_{CIV} \cdot 2208 \leqslant \mathbf{W}_C, \quad (16)$$

$$P_{DI} \cdot 2160 + P_{DII} \cdot 1464 + P_{DIII} \cdot 2928 + P_{DIV} \cdot 2208 \leqslant \mathbf{W}_D, \quad (17)$$

$$P_{EI} \cdot 2160 + P_{EII} \cdot 1464 + P_{EIII} \cdot 2928 + P_{EIV} \cdot 2208 \leqslant \mathbf{W}_E; \quad (18)$$

e) relaţia (8):

$$4860\,P_{AI} + 4640\,P_{BI} + 4815\,P_{CI} + 4920\,P_{DI} + 4900\,P_{EI} +$$
$$+ 3295\,P_{AII} + 3150\,P_{BII} + 3265\,P_{CII} + 3340\,P_{DII} + 3325\,P_{EII} +$$
$$+ 6595\,P_{AIII} + 6300\,P_{BIII} + 6530\,P_{CIII} + 6680\,P_{DIII} + 6650\,P_{EIII} +$$
$$+ 4970\,P_{AIV} + 4750\,P_{BIV} + 4930\,P_{CIV} + 5040\,P_{DIV} + 5010\,P_{EIV} \leqslant \mathbf{B}, \quad (19)$$

care exprimă limitarea cantităţii totale de energie primară consumată.

Pentru determinarea regimului optim de funcţionare a sistemului electroenergetic în diferite condiţii iniţiale, au fost alese opt variante, cărora le corespund valorile mărimilor $\mathbf{W}_A, \ldots, \mathbf{W}_E$ şi **B**, prezentate în tabela 4.

Tabela 4

Varianta	$\mathbf{W}_A$ TWh	$\mathbf{W}_B$ TWh	$\mathbf{W}_C$ TWh	$\mathbf{W}_D$ TWh	$\mathbf{W}_E$ TWh	**B** 10^8 Geal
1	2,1470	4,0200	3,3270	2,9100	2,0800	0,30508233
2	2,1470	4,0200	2,9770	2,9100	1,8600	0,30297763
3	1,9200	4,0200	2,6240	2,9100	1,9700	0,30352310
4	2,1470	4,0200	2,9750	2,2950	2,0800	0,30370670
5	2,1470	4,0200	2,9750	2,4495	1,8602	0,30332050
6	2,1470	4,0200	3,3270	2,2950	1,9700	0,30395460
7	1,4760	4,0200	3,3270	2,9100	1,6410	0,30261440
8	2,1470	4,0200	3,3270	2,9100	0,9810	0,30200110

Valorile mărimilor $\mathbf{W}_A, \ldots, \mathbf{W}_E$, exprimate în agregate × lună, au fost calculate, după cum s-a arătat în partea treia a articolului, pentru necesităţile de oprire ale agregatelor, prezentate în tabela 5.

Tabela 5

Centrala / Varianta	A	B	C	D	E
1	0	0	0	0	0
2	0	0	4	0	4
3	4	0	8	0	2
4	0	0	4	8	0
5	0	0	4	6	4
6	0	0	0	8	2
7	12	0	0	0	8
8	0	0	0	0	20

5. REZULTATE OBȚINUTE

Pentru găsirea soluției optime a fost utilizat un program de firmă al calculatorului IBM—360, model 40, de la CEPECA. Programul utilizează altgoritmul simplex revizuit, metoda în două faze.

În tabela 6 sînt prezentate valorile pentru **C** și **B** ca urmare a optimizării în cele opt variante diferite ale sistemului, luîndu-se ca referință rezultatele obținute prin aplicarea modelului dinamic [4].

Tabela 6

Nr. strategiei în PD1	Nr. variantei PL	**C** 10^{10} lei	**B** 10^{3} Gal	ε_C %	ε_B %
1		0,1353471	0,3077478	—	—
	1	0,1367076	0,3012615	+1,03	−2,11
39		0,1366134	0,3073814	—	—
	2	0,1382588	0,3011741	+1,17	−2,02
50		0,1367539	0,3075282	—	—
	3	0,1383238	0,3011728	+1,17	−2,00
100		0,1373579	0,3077118	—	—
	4	0,1389238	0,3009545	+1,17	−2,20
150		0,1380946	0,373256	+	—
	5	0,1399159	0,3009445	+1,30	−2,08
200		0,1386014	0,3079597	—	—
	6	0,1396942	0,3009111	+0,72	−2,29
250		0,1398543	0,3066195	—	—
	7	0,1423179	0,3009568	+1,79	−1,85
299		0,1419260	0,3060062	—	—
	8	0,1445010	0,3008278	+1,83	−1,70

Se constată că erorile în determinarea valorilor **C** și **B** sînt de circa $\pm$ 2 %. Ținînd seama de abaterile care pot afecta aceste mărimi în funcție de erorile de determinare a datelor primare, și anume circa 6 %, rezultă că valorile determinate cu ajutorul modelului liniar se află în interiorul zonei de dispersie a valorilor corespunzătoare modelului dinamic.

Această comparație nu este însă suficientă pentru aprecierea valorii modelului liniar. Într-adevăr, stategiile extreme ale modelului dinamic diferă între ele cu circa 5% pentru **C** și 1 % pentru **B** [4] și deci zonele de dispersie a valorilor **C** și **B**, datorite erorilor datelor primare, se suprapun parțial. Aceasta nu înseamnă că stategiile sînt echivalente, deoarece erorile în determinarea datelor primare produc abateri în același sens ale valorilor **C** și **B** corespunzătoare diverselor strategii, astfel că, relativ, diferențele dintre strategii rămîn aproximativ aceleași.

Pentru o apreciere pertinentă a valorii modelului liniar trebuie să ne referim la strategiile corespunzătoare soluției acestuia. Strategiile corespunzătoare celor opt variante de funcționare ale sistemului electroenergetic rezolvate cu ajutorul modelului liniar sînt prezentate în tabela 7. Aceste strategii sînt fie identice cu cele ale modelului dinamic, satisfăcînd aceleași condiții, fie foarte apropiate din punctul de vedere al valorilor **C** și **B**. Această constatare permite să se tragă concluzia că, folosind modelul liniar, se obține o strategie foarte apropiată de cea optimă, rezultată din folosirea modelului dinamic.

Tabela

PL	Centrala	*E*				*D*			
	Intervalul	I	II	III	IV	I	II	III	IV
	$1 : k_{1j}$	1,267	1,280	1,270	1,248	1,267	1,280	1,270	1,248
1	P_{ij}	234	234,5	236,5	240,4	332	328	330,7	336,7
	$P_{ij} : k_{1j}$	300	300	300	300	420	420	420	420
	x_{ij}	4	4	4	4	4	4	4	4
2	P_{ij}	237	234,5	161,9	240,9	332	328	330,7	336,7
	$P_{ij} : k_{1j}$	300	300	205,5	300	420	420	420	420
	x_{ij}	4	4	3	4	4	4	4	4
3	P_{ij}	237	234,5	199,5	240,4	332	328	330,7	336,7
	$P_{ij} : k_{1j}$	300	300	253,5	300	420	420	420	420
	x_{ij}	4	4	4	4	4	4	4	4
4	P_{ij}	237	234,5	236,5	240,4	281	328	158,6	336,7
	$P_{ij} : k_{1j}$	300	300	300	300	356	420	201,5	420
	x_{ij}	4	4	4	4	4	4	2	4
5	P_{ij}	237	234,5	161,9	240,4	281	328	211,4	336,7
	$P_{ij} : k_{1j}$	300	300	205,5	300	356	420	268,5	420
	x_{ij}	4	4	3	4	4	4	3	4
6	P_{ij}	237	234,5	199,4	240,4	281	328	167,1	325,5
	$P_{ij} : k_{1j}$	300	300	253,5	300	356	420	212	406
	x_{ij}	4	4	4	4	4	4	3	4
7	P_{ij}	193,4	0	236,5	240,4	332	328	330,7	336,7
	$P_{ij} : k_{1j}$	245	0	300	300	420	420	420	420
	x_{ij}	4	0	4	4	4	4	4	4
8	P_{ij}	186	0	35,8	214,9	332	328	330,7	336,7
	$P_{ij} : k_{1j}$	235,5	0	45,5	268,5	420	420	420	420
	x_{ij}	4	0	1	4	4	4	4	4

Comparînd strategiile din tabela 7 cu restricţiile privind funcţionarea agregatelor (tabela 5), se constată că pentru variantele *PL3*, *PL5* şi *PL6* aceste restricţii nu sînt satisfăcute. Aceasta se datoreşte faptului că în modelul liniar condiţia opririi agregatelor pe subinterval, care este de natură discretă, o exprimăm prin nelivrarea unei anumite cantităţi de energie, mărime continuă. Apariţia unei asemenea situaţii este mai puţin probabilă atunci cînd raportul dintre puterea disponibilă a centralelor şi puterea maximă cerută de sistem este mai mare.

Dificultatea de mai sus poate fi înlăturată, dacă apare, în două moduri. Un prim mod constă în ajustarea strategiei obţinute, astfel încît să fie satisfăcută condiţia de oprire a agregatelor, ajustare care se face cu atît mai uşor, cu cît numărul de agregate pe centrală este mai mare.

7.

A				B				C			
I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
1,267	1,280	1,270	1,248	1,267	1,280	1,270	1,248	1,267	1,280	1,270	1,248
245	242,3	244	248,5	458	453	456,5	464,5	328	135,2	177,3	352,9
310	310	310	310	580	580	580	580	415	173	225,3	440
4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	4
245	242,3	244	248,5	458	453	456,5	464,5	328	135,2	251,9	352,9
310	310	310	310	580	580	580	580	415	173	320	440
4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	3	4
245	242,3	166,5	248,5	458	453	456,5	464,5	328	135,2	291,9	352,9
310	310	211,5	310	580	580	580	580	415	173	371	440
4	4	3	4	4	4	4	4	4	2	4	4
245	242,3	244	248,5	458	453	456,5	464,5	379	135,2	349,4	352,9
310	310	310	310	580	580	580	580	480	173	444	440
4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4
245	242,3	244	248,5	458	453	456,5	464,5	379	135,2	371,2	352,9
310	310	310	310	580	580	580	580	480	173	471	440
4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4
245	242,3	244	248,5	458	453	456,5	464,5	379	135,2	378	364,1
310	310	310	310	580	580	580	580	480	173	480	454
4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	4	4
242,3	237	43,3	216,9	458	453	456,5	464,5	374,3	375	378	384,5
307	303,5	55	271	580	580	580	580	474	480	480	480
4	4	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4
245	242,3	244	248,5	458	453	456,5	464,5	379	369,7	378	378,5
310	310	310	310	580	580	580	580	480	473	480	473
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

O a doua posibilitate constă în modificarea modelului liniar. Funcția-obiectiv și restricțiile (10) — (13) și 19 rămîn nemodificate. În locul restricțiilor (14) — (18) avem restricțiile

$$x_{ij} \cdot \Delta t_j \geqslant A_i ; \qquad i \in I, \tag{20}$$

unde

x_{ij} este numărul agregatelor oprite în centrala i în subintervalul j, iar A_i numărul de agregate ore necesar a fi oprite în centrala A.

În locul restricțiilor de tipul celor din tabela 3 avem restricțiile

$$P_{ij} \leqslant k_{ij} (m_i - x_{ij}) P_{d_{i_a}} \qquad (i \in I ; \ j \in J), \tag{21}$$

unde m_i este numărul de agregate instalate în centrala i.

Deoarece toate variabilele trebuie să fie nenegative, condiţia (21) exprimă în acelaşi timp şi condiţia

$$x_{ij} \leqslant m_i . \tag{22}$$

Noul model liniar, de fapt o problemă de programare neliniară, diferă de primul prin faptul că o parte din variabile sînt numere întregi[1]. În condiţiile sistemului electroenergetic studiat, în primul model liniar avem $n \cdot p$ variabile (corespunzătoare celor n centrale şi p subintervale) şi $p + n + 1 + np$ restricţii (corespunzătoare bilanţului de putere pentru p subintervale, producţiei de energie maximă posibilă a celor n centrale, condiţiei de nedepăşire pe sistem a unei anumite cantităţi de combustibil convenţional şi condiţiei de nedepăşire a puterii disponibile de către fiecare centrală pe fiecare subinterval). În al doilea model liniar avem $n \cdot p + n \cdot p$ variabile (primul grup avînd aceeaşi semnificaţie ca în primul model liniar, iar al doilea reprezentînd necunoscutele numere întregi corespunzătoare numărului de agregate oprite în fiecare centrală în fiecare subinterval) şi $p + n + 1 + n \cdot p$ restricţii (corespunzătoare bilanţului de putere pentru p subintervale, numărul minim de agregate x ore care trebuie oprite în fiecare centrală pe durata intervalului considerat, condiţiei de nedepăşire pe sistem a unei anumite cantităţi de combustibil convenţional şi condiţiei de nedepăşire de către fiecare centrală pe fiecare subinterval a puterii disponibile a centralei, ţinînd seama de numărul de agregate oprite).

Rezolvarea pe calculator a problemelor de programare liniară în numere întregi, bazată pe algoritmul lui Gomory, este dificilă, datorită numărului mare de iteraţii necesare (pentru probleme cu 10 la 20 de variabile sînt necesare mii de iteraţii; pentru cele opt probleme de programare liniară rezolvate, avînd 46 de variabile, inclusiv variabilele auxiliare, au fost necesare, în medie, 28 de iteraţii). Se apreciază că şi metoda lui A. H. Land şi A. G. Doig, mai recentă, bazată pe folosirea principiului *Branch and Bound*, nu dă rezultate satisfăcătoare [6]. Această situaţie justifică concluzia că, pînă la obţinerea unor rezultate satisfăcătoare în rezolvarea pe calculator a problemelor de programare liniară în numere întregi, este indicată metoda ajustării rezultatelor.

Diferenţele dintre valorile mărimilor **C** şi **B** obţinute prin aplicarea programului dinamic şi a programului liniar au următoarele origini:

a) neglijarea consumului de pornire;

b) caracterizarea curbei de sarcină pe interval printr-un singur palier de putere egal cu puterea medie cerută, împreună cu ipoteza unui raport constant între puterea centralelor pentru toate palierele de putere corespunzătoare unui interval;

c) folosirea caracteristicei de consum aproximativă în locul celei reale.

Posibilităţile de reducere a erorilor modelului liniar sînt sugerate de cauzele acestor erori. Micşorarea erorilor modelului liniar se poate face deci

[1] „... Problemele de programare liniară în numere întregi, adică acele probleme neliniare care ar fi liniare dacă nu s-ar pune condiţia ca toate sau cîteva variabile să fie numere întregi" [5].

pe două căi. În ambele cazuri se pleacă de la valorile puterilor centralelor obținute prin rezolvarea programului liniar.

Eliminarea erorii datorită folosirii caracteristicii aproximative a centralei funcționînd cu număr de agregate variabil (linia dreaptă întreruptă din figura 2) se face prin determinarea valorii cheltuielilor și a consumului de combustibil după caracteristica reală (linia dreaptă groasă din figura 2). Eroarea de determinare a consumului de combustibil scade prin acest procedeu pentru *PLI* de la — 2,11 % la aproximativ 1,30 %.

Al doilea mod de reducere a erorii modelului liniar constă în determinarea strategiilor corespunzătoare soluției modelului liniar și apoi determinarea cheltuielilor minime corespunzătoare acestei strategii, așa cum se face calculul cheltuielilor și al consumului de combustibil pentru o strategie a modelului dinamic. Cu titlul de exemplu, un asemenea calcul a fost făcut pentru variantele 1,7 și 8 ale modelului liniar. În tabela 7 se determină puterile maxime cu care se încarcă centralele pe subinterval P_{ij}/k_{ij}, din care rezultă numărul de agregate în funcțiune și deci strategiile. În tabela 8 sînt prezentate strategiile conform modelului dinamic și conform modelului liniar corespunzătoare acelorași condiții inițiale.

Tabela 8

Nr. strategiei *PD*	Nr. variantei *PL*	Centrala E $x_{11}x_{12}x_{13}x_{14}$	D $x_{21}x_{22}x_{23}x_{24}$	A $x_{31}x_{32}x_{33}x_{34}$	B $x_{41}x_{42}x_{43}x_{44}$	C $x_{51}x_{52}x_{53}x_{54}$	C 10^{10} lei	ε_C %	B 10^8 Gcal	ε_B %
1	—	4 4 4 4	4 4 4 4	4 4 4 4	4 2 4 4	4 4 2 4	0,1353471	—	0,3077478	—
3	1	4 4 4 4	4 4 4 4	4 4 4 4	4 4 4 4	4 2 2 4	0,1354757	0,1	0,3078056	0,02
250	—	4 0 4 4	4 4 4 4	4 4 1 4	4 4 4 4	4 4 4 4	0,1398543	—	0,3066195	—
250	7	4 0 4 4	4 4 4 4	4 4 1 4	4 4 4 4	4 4 4 4	0,1398543		0,3066195	0,00
299	—	4 0 1 4	4 4 4 4	4 4 4 4	4 4 4 4	4 4 4 4	0,1419260	—	0,3060062	—
299	8	4 0 1 4	4 4 4 4	4 4 4 4	4 4 4 4	4 4 4 4	0,1419260		0,3060062	0,0

Valorile **C** și **B** sînt cheltuielile minime și consumul de combustibil corespunzător calculate în mod riguros, deci ele reprezintă valorile corespunzătoare strategiilor din modelul dinamic. Deoarece strategiile corespunzătoare soluțiilor modelului liniar sînt foarte apropiate sau identice cu strategiile corespunzătoare soluțiilor modelului dinamic pentru aceleași condiții inițiale, erorile în calculul valorile **C** și **B** sînt foarte mici, fiind cuprinse între 0,00 și 0,10% pentru **C** și între 0,00 și 0,02% pentru **B** (tabela 8).

6. CONCLUZII

Ceea ce deosebește procesul de optimizare a sistemului electroenergetic în cazul funcționării pe durata unui an de cazul funcționării la un moment dat sau a funcționării pe durate scurte atunci cînd puterile unitare ale agregatelor sînt mari sau curba de sarcină zilnică este aplatisată este aspectul opririi agregatelor în centralele termoelectrice.

Pentru a ţine seama de structura variabilă în timp a agregatelor în funcţiune şi a determina strategia optimă ţinînd seama de prescripţiile tehnice de exploatare, a fost întocmit un model de programare dinamică şi un model de programare liniară a funcţionării de durată a sistemului electroenergetic [1] — [3]. Modul în care fiecare dintre cele două modele ţine seama de variabilitatea structurii agregatelor în funcţiune este diferit. Din acest punct de vedere, modelul de programare dinamică este un model exact, iar cel de programare liniară un model aproximativ.

Pentru a aprecia importanţa aproximaţiilor modelului liniar asupra soluţiei optime, au fost făcute cercetările expuse în prezenta lucrare. Rezultatele obţinute arată diferenţe mici, circa 2%, între valorile mărimilor care caracterizează global soluţia optimă în cazul celor două modele (mărimile **C** şi **B**). Diferenţele dintre strategiile optime obţinute în cazul modelului dinamic şi în cazul modelului liniar după prelucrarea rezultatelor primare sînt neglijabile.

De aici rezultă că, cel puţin pentru sistemul studiat, modelul de programare liniară poate fi utilizat pentru optimizarea funcţionării de durată a sistemului electroenergetic, deoarece întruneşte avantajul simplităţii, al unui volum de calcule necesare redus şi al unei precizii suficiente.

Aceaşi metodologie de cercetare poate fi aplicată oricărui alt sistem electroenergetic, iar concluziile rămîn valabile atît timp cît nu se modifică radical aspectul curbei de sarcină, structura resurselor folosite şi puterile unitare ale agregatelor.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, *Exprimarea regimului de consum şi de producere a energiei şi purtătorilor de energie în ecuaţiile bilanţului energetic general.* St. cerc. energ., seria A, Energetică generală şi electroenergetică, **13**, *2*, 183—189 (1963).
2. T. Miclescu, A. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanţului energetic general*, St. cerc. energ., **14**, *3*, 469—483 (1964).
3. T. Miclescu, *Ein dynamisches Modell für d^en Dauerbetrieb des elektrischen Energiesystems.* Rev. Roum. Sci. Techn. Electroteh. Energ., **13**, *4*, 685—702 (1968).
4. T. Miclescu, M. Necula, *Cercetări numerice privind modelul dinamic al funcţionării de durată a sistemului electroenergetic.* St. cerc. energ. electrotehn., *1* (1972).
5. G. Hadley, *Nonlinear and dynamic programming* (trad. în l. rusă), Reading, Massachusetts-Palo Alto — Londra, Adisson — Wesley Publishing Company, Inc. 1964.
6. * * * *Operationsforschung in der sozialistischen Wirtschaft*, Berlin, Dietz-Verlag, 1969.
7. T. Miclescu, *Optimizarea funcţionării de durată a sistemului electroenergetic*, lucrare de doctorat, 1971.

MODELE MATEMATICE ŞI ALGORITMI DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA INDICATORILOR DE FIABILITATE AFERENŢI SISTEMELOR TEHNICE COMPLEXE

M. BRĂDESCU

621.3.019.3

În lucrare se expune o metodă de calcul închegată, adecvată calculelor de fiabilitate într-un sistem energetic.

Investigînd siguranţa funcţionării unui sistem pe baza teoriei proceselor stohastice, modelele matematice prezentate evidenţiază relaţiile existente între diferiţii indicatori de fiabilitate aferenţi sistemului. Prin intermediul calculului operaţional (transformata Carson—Laplace) se stabilesc algoritmi pentru determinarea acestor indicatori de fiabilitate. Fundamentul metodei de calcul descrise îl constituie determinarea prealabilă a unor coeficienţi caracteristici comportării asimptotice a probabilităţilor asociate procesului stohastic, care constituie modelul matematic al funcţionării sistemului. Calculul propriu-zis al indicatorilor de fiabilitate se referă exclusiv la aceşti coeficienţi.

1. CONSIDERAŢII PRELIMINARE

Siguranţa funcţionării unui sistem de elemente este caracterizată printr-o serie de indicatori numerici de fiabilitate, exprimînd probabilităţi, durate şi frecvenţe ale unor evenimente aleatoare a căror succesiune cronologică descrie funcţionarea sistemului. Aceşti indicatori exprimă cantitativ aspecte ale siguranţei funcţionării sistemului. Studiul fiabilităţii unui sistem revine la calculul acestor indicatori.

Metoda de investigaţie abordată pentru studiul fiabilităţii sistemelor tehnice este întemeiată pe teoria proceselor stohastice(procese markoviene şi semimarkoviene, procese de reînnoire). Evenimentele aleatorii, a căror succesiune cronologică descrie funcţionarea sistemului, reprezintă stările procesului. De exemplu, funcţionarea unui bloc (cazan, turbină, generator) este caracterizată de următoarele stări:

— starea 0, starea de funcţionare a blocului;
— starea 1, starea de avarie a cazanului;

— starea 2, starea de avarie a turbinei;
— starea 3, starea de avarie a generatorului.

Numărul stărilor în care poate evolua sistemul în decursul timpului depinde de numărul elementelor componente ale sistemului şi de structura sistemului (de conexiunile funcţionale existente între componentele sistemului). De exemplu, evoluţia unui sistem alcătuit din N elemente conectate în serie include $N + 1$ stări (refuzurile fiecărui element şi starea de succes simultan a tuturor elementelor), în timp ce evoluţia unui sistem alcătuit din N elemente conectate în paralel include 2^N stări (starea fiecărui element fiind independentă de stările celorlalte elemente). În cazul sistemelor cu componente identice, numărul stărilor caracteristice evoluţiei sistemului este considerabil mai mic. Astfel, pentru un sistem cu structura „paralel" având N componente, acest număr este $(N + 1)$.

Conform ipotezei markoviene, evoluţia viitoare a procesului în cadrul stărilor posibile ale sistemului depinde numai de starea prezentată (nu şi de istoria trecută a sistemului). În ceea ce priveşte tranziţiile sistemului de la o stare la alta, se adoptă ipoteza omogenităţii în timp a procesului. În consecinţă, admitem că probabilităţile de tranziţie îndeplinesc condiţia

$$p_{ij}(\Delta t) = \delta_{ij} + a_{ij}\Delta t + o(\Delta t), \tag{1}$$

care exprimă că aceste tranziţii se produc cu intensităţi constante a_{ij}. Coeficienţii a_{ij} depind de natura elementelor componente ale sistemului şi de structura sistemului (de conexiunile funcţionale existente între aceste componente).

Din relaţia (1), în care δ_{ij} semnifică simbolul lui Kronecker, iar $o(\Delta t)$ verifică condiţia $\lim\limits_{\Delta t \to 0+} \dfrac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$, rezultă

$$\lim_{\Delta t \to 0+} \frac{p_{ij}(\Delta t) - \delta_{ij}}{\Delta t} = a_{ij}.$$

2. CALCULUL INDICATORILOR DE FIABILITATE

2.1. PROBABILITĂŢILE DIFERITELOR STĂRI ALE SISTEMULUI LA UN MOMENT OARECARE

Aceste probabilităţi sînt determinate de ecuaţiile funcţionale

$$P_j'(t) = \sum_{k=0}^{N} a_{kj} P_k(t) \qquad (j = 0,1,\ldots, N) \tag{2}$$

şi depind de starea iniţială a sistemului, concretizată în vectorul stohastic $P_j(0)$. În ceea ce priveşte matricea $\|a_{kj}\|$, menţionăm că sînt satisfăcute condiţiile

$$\sum_{j=0}^{N} a_{kj} = 0 \qquad (k = 0,1,\ldots, N).$$

Însemnînd $P_{ij}(t)$ probabilitatea ca sistemul să se afle în starea j la momentul t, dacă el se află în starea i la momentul 0 rezultă relaţiile

$$\lim_{t\to\infty} P_{ij}(t) = P_j; \qquad \sum_{j=0}^{N} P_j = 1, \tag{3}$$

care exprimă că mărimile P_j, numite probabilităţile finale ale procesului, sînt independente de starea iniţială.

Probabilităţile finale satisfac ecuaţiile algebrice liniare

$$\sum_{k=0}^{N} a_{kj} P_k = 0; \qquad \sum_{k=0}^{N} P_k = 1, \tag{4}$$

care sînt compatibile (după teorema lui Rouché).

Pentru cele ce urmează prezintă importanţă deosebită comportarea asimptotică a probabilităţilor $P_{ij}(t)$. În acest sens vom utiliza calculul operaţional (transformata Carson — Laplace). Subzistă formulele

$$\mathcal{L}P_{ij}(t) = P_j + Q_{ij}s + R_{ij}s^2 + o(s^2) \qquad (j = 0,1,\ldots, N), \tag{5}$$

în care coeficienţii Q_{ij} şi R_{ij} sînt definiţi, respectiv, prin ecuaţiile

$$\sum_{k=0}^{N} a_{kj} Q_{ik} = P_j - P_j(0); \qquad \sum_{k=0}^{N} Q_{ik} = 0 \tag{6}$$

$$(j = 0,1,\ldots, N),$$

$$\sum_{k=0}^{N} a_{kj} R_{ik} = Q_{ij}; \qquad \sum_{k=0}^{N} R_{ik} = 0. \tag{7}$$

Ţinînd seama de proprietăţile operatorului $\mathcal{L}$ şi de formulele (5), se deduc expresiile

$$Q_{ij} = \int_0^\infty [P_{ij}(t) - P_j]\,\mathrm{d}t, \tag{8}$$

$$R_{ij} = -\int_0^\infty t[P_{ij}(t) - P_j]\,\mathrm{d}t, \tag{9}$$

$$P_j = \lim_{s\to 0+} \mathcal{L}P_{ij}(t), \tag{10}$$

$$Q_{ij} = \lim_{s\to 0+} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} \mathcal{L}P_{ij}(t), \tag{11}$$

$$R_{ij} = \frac{1}{2} \lim_{s\to 0+} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s^2} \mathcal{L}P_{ij}(t). \tag{12}$$

Coeficienții P_j, Q_{ij}, R_{ij} se pot determina fie pe cale directă, prin intermediul ecuațiilor (4) — (7), fie pe cale indirectă, prin intermediul transformatelor $\mathcal{L}P_{ij}$, conform ecuațiilor (10) — (12). În continuare, algoritmii de calcul ai indicatorilor de fiabilitate se referă exclusiv la acești coeficienți.

În cazul unui singur element, soluțiile ecuațiilor (4), (6) și (7) se explicitează astfel :

$$P_0 = \frac{a_{10}}{a_{01} + a_{10}}; \qquad P_1 = \frac{a_{01}}{a_{01} + a_{10}},$$

$$Q_{00} = \frac{a_{01}}{(a_{01} + a_{10})^2}; \qquad Q_{01} = \frac{a_{00}}{(a_{01} + a_{10})^2}, \tag{13}$$

$$Q_{10} = \frac{a_{11}}{(a_{01} + a_{10})^2}; \qquad Q_{11} = \frac{a_{10}}{(a_{01} + a_{10})^2},$$

$$R_{00} = \frac{a_{00}}{(a_{01} + a_{10})^3}, \qquad R_{01} = \frac{a_{01}}{(a_{01} + a_{10})^3},$$

$$R_{10} = \frac{a_{10}}{(a_{01} + a_{10})^3}; \qquad R_{11} = \frac{a_{11}}{(a_{01} + a_{10})^3}. \tag{14}$$

2.2. NUMĂRUL TRANZIȚIILOR ÎN DIFERITELE STĂRI ALE SISTEMULUI ÎN DECURSUL INTERVALULUI (0, t)

Însemnînd :

$\nu_{ij}(t)$ — variabila aleatoare care desemnează numărul tranzițiilor procesului în starea j în cursul intervalului $(0, t)$, știind că starea inițială era i;

$h_{ij}(t)$ — densitatea tranzițiilor în starea j la momentul t, știind că starea inițială era i,

menționăm formulele

$$h_{ij}(t) = \sum_{k \neq j} a_{kj} P_{ik}(t), \tag{15}$$

$$M[\nu_{ij}(t)] = \int_0^t h_{ij}(x)\,\mathrm{d}x; \qquad M[\nu_{jj}(t)] = \int_0^t h_{jj}(x)\,\mathrm{d}x, \tag{16}$$

$$D^2[\nu_{ij}(t)] = 2\int_0^t M[\nu_{jj}(t-x)]\,\mathrm{d}M[\nu_{ij}(x)] + M[\nu_{ij}(t)] - M^2[\nu_{ij}(t)], \tag{17}$$

$$D^2[\nu_{jj}(t)] = 2\int_0^t M[\nu_{jj}(t-x)]\,\mathrm{d}M[\nu_{jj}(x)] + M[\nu_{jj}(x)] - M^2[\nu_{jj}(t)], \tag{18}$$

care, împreună cu (5), conduc la următoarele reprezentări asimptotice ale mediei şi dispersiei variabilelor aleatoare $\nu_{ij}(t)$ şi $\nu_{jj}(t)$:

$$M[\nu_{ij}(t)] = A_j t + B_{ij} + o(1), \tag{19}$$

$$M[\nu_{jj}(t)] = A_j t + B_{jj} + o(1), \tag{20}$$

$$D^2[\nu_{ij}(t)] = A_j(1 + 2B_{jj})t + 2[B_{ij}B_{jj} + A_j(C_{ij} + C_{jj})] + B_{ij} - B_{ij}^2 + o(1), \tag{21}$$

$$D^2[\nu_{jj}(t)] = A_j(1 + 2B_{jj})t + 2[B_{jj}^2 + 2A_jC_{jj}] + B_{jj} - B_{jj}^2 + o(1), \tag{22}$$

în care

$$A_j = -a_{jj}P_j; \qquad B_{ij} = P_j - a_{jj}Q_{ij}, \qquad B_{jj} = P_j - 1 - a_{jj}Q_{jj}, \tag{23}$$

$$C_{ij} = Q_{ij} - a_{jj}R_{ij}; \qquad C_{jj} = Q_{jj} - a_{jj}R_{jj}, \tag{24}$$

iar $o(1)$ semnifică o funcţie de argument t, care tinde la zero cînd $t \to \infty$.

Formulele (15) — (18) prezintă importanţă teoretică, în timp ce formulele (19) — (22) prezintă importanţă deosebită pentru calculele practice de fiabilitate. Prin intermediul lor se poate determina frecvenţa avariilor unui sistem într-un interval $(0, t)$. În ceea ce priveşte precizia de calcul, menţionăm că $o(1)$ converge exponenţial către zero cînd $t \to \infty$.

Menţionăm de asemenea că în practica actuală a calculelor de fiabilitate determinarea frecvenţelor avariilor se întemeiază pe relaţia

$$\lim_{t\to\infty} \frac{M[\nu_{ij}(t)]}{t} = A_j,$$

conform căreia se foloseşte în mod curent formula aproximativă

$$M[\nu_{ij}(t)] \approx A_j t,$$

care neglijează termenul B_{ij}.

Pe de altă parte, numai cunoaşterea valorii medii este absolut insuficientă pentru caracterizarea unei variabile aleatorii. Este necesară şi cunoaşterea dispersiei pentru a obţine o caracterizare adecuată a respectivei variabile.

În cazul unui singur element se obţin expresiile

$$A_0 = \frac{a_{01}a_{10}}{a_{01} + a_{10}}; \qquad A_1 = \frac{a_{01}a_{10}}{a_{01} + a_{10}},$$

$$B_{00} = \frac{a_{00}a_{10}}{(a_{01} + a_{10})^2}; \qquad B_{01} = \frac{a_{01}^2}{(a_{01} + a_{10})^2},$$

$$B_{10}=\frac{a_{10}^2}{(a_{01}+a_{10})^2}; \qquad B_{11}=\frac{a_{00}a_{10}}{(a_{01}+a_{10})^2},$$

$$C_{00}=\frac{a_{01}a_{10}}{(a_{01}+a_{10})^3}; \qquad C_{01}=\frac{-a_{01}^2}{(a_{01}+a_{10})^3},$$

$$C_{10}=\frac{-a_{10}^2}{(a_{01}+a_{10})^3}; \qquad C_{11}=\frac{a_{01}a_{10}}{(a_{01}+a_{10})^3},$$

$$A_0(1+2B_{00})=A_1(1+2B_{11})=\frac{a_{01}a_{10}(a_{01}^2+a_{10}^2)}{(a_{01}+a_{10})^3},$$

$$2[B_{01}B_{11}+A_1(C_{01}+C_{11})]+B_{01}-B_{01}^2=\frac{3a_{01}^2a_{10}^2-2a_{01}^3a_{10}}{(a_{01}+a_{10})^4},$$

$$2[B_{00}^2+2A_0C_{00}]+B_{00}-B_{00}^2=\frac{a_{00}a_{10}}{(a_{01}+a_{10})^2}+\frac{5a_{01}^2a_{10}^2}{(a_{01}+a_{10})^4}.$$

2.3. DURATELE DIFERITELOR STĂRI ALE SISTEMULUI ÎN INTERVALUL $(0, t)$

Însemnînd cu $\alpha_{ij}(t)$ variabile aleatoare care desemnează durata totală a stării j în intervalul $(0, t)$, ştiind că starea iniţială era i, rezultă expresiile

$$M[\alpha_{ij}(t)]=\int_0^t P_{ij}(x)\,dx; \qquad M[\alpha_{jj}(t)]=\int_0^t P_{jj}(x)\,dx, \tag{25}$$

$$D^2[\alpha_{ij}(t)]=\int_0^t\int_0^t P_{ij}(x)P_{jj}(y-x)\,dx\,dy-M^2[\alpha_{ij}(t)], \tag{26}$$

$$D^2[\alpha_{jj}(t)]=\int_0^t\int_0^t P_{jj}(x)P_{jj}(y-x)\,dx\,dy-M^2[\alpha_{jj}(t)], \tag{27}$$

din care, în virtutea formulelor (5), se deduc următoarele reprezentări asimptotice:

$$M[\alpha_{ij}(t)]=P_jt+Q_{ij}+o(1), \tag{28}$$

$$M[\alpha_{jj}(t)]=P_jt+Q_{jj}+o(1), \tag{29}$$

$$D^2[\alpha_{ij}(t)]=2P_jQ_{jj}t+2[P_j(R_{ij}+R_{jj})+Q_{ij}Q_{jj}]-Q_{ij}^2+o(1), \tag{30}$$

$$D^2[\alpha_{jj}(t)]=2P_jQ_{jj}t+2[2P_jR_{jj}+Q_{jj}^2]-Q_{jj}^2+o(1). \tag{31}$$

Formulele (25) — (27) prezintă importanţă teoretică, în timp ce formulele (28) — (31) prezintă importanţă deosebită pentru calculele practice de fiabilitate. Prin intermediul lor se poate determina durata totală a avariilor unui sistem în intervalul de timp (o, t).

Menţionăm că, în practica actuală a calculelor de fiabilitate, determinarea duratei totale a avariilor se întemeiază pe relaţia

$$\lim_{t\to\infty} \frac{M[\alpha_{ij}(t)]}{t} = P_j,$$

conform căreia se foloseşte în mod curent formula aproximativă

$$M[\alpha_{ij}(t)] \approx P_j t,$$

care neglijează termenul Q_{ij}.

Pe de altă parte, numai cunoaşterea valorii medii $M[\alpha_{ij}(t)]$ este absolut insuficientă pentru a caracteriza variabila aleatorie $\alpha_{ij}(t)$. Este necesară şi cunoaşterea dispersiei $D^2[\alpha_{ij}(t)]$, pentru a obţine o caracterizare adecvată a acestei variabile.

În cazul unui singur element se obţin următoarele expresii pentru explicitarea relaţiilor (30) şi (31) :

$$2P_0Q_{00} = 2P_1Q_{11} = \frac{2a_{01}a_{10}}{(a_{01}+a_{10})^3},$$

$$2[P_1(R_{01}+R_{11})+Q_{01}Q_{11}] - Q_{01}^2 = \frac{a_{01}^2 - 4a_{01}a_{10}}{(a_{01}+a_{10})^4},$$

$$2[2P_0R_{00} + Q_{00}^2] - Q_{00}^2 = \frac{a_{01}^2 - 4a_{01}a_{10}}{(a_{01}+a_{10})^4}.$$

2.4. TIMPUL ÎN CURSUL CĂRUIA SISTEMUL EVOLUEAZĂ NUMAI ÎN CADRUL UNOR STĂRI PREASTABILITE

Însemnînd :

X_{ij} — variabila aleatoare care desemnează intervalul de timp dintre o trecere a sistemului în starea i şi proxima tranziţie în starea j ;

F_{ij} — funcţia de distribuţie a variabilei aleatoare X_{ij} :

$$F_{ij}(x) = P\{X_{ij} \leqslant x\},$$

menţionăm formulele

$$P_{ij}(t) = \int_0^t P_{jj}(t-x)\,\mathrm{d}F_{ij}(x), \tag{32}$$

$$P_{jj}(t) = \mathrm{e}^{a_{jj}t} + \int_0^t P_{jj}(t-x)\mathrm{d}F_{jj}(x), \tag{33}$$

din care rezultă expresiile

$$\mathcal{L}F_{ij}(t) = \frac{\mathcal{L}P_{ij}(t)}{\mathcal{L}P_{ij}(t)}; \qquad \mathcal{L}F_{jj}(t) = \frac{s}{(s - a_{jj})(1 - \mathcal{L}P_{jj}(t))}. \tag{34}$$

Distribuţiile variabilelor X_{ij} şi ν_{ij} (t) sînt corelate conform relaţiilor

$$P\{\nu_{ij}(t) = n\} = F_{ij} * F_{jj}^{(n-1)}(t) - F_{ij} * F_{jj}^{(n)}(t) \qquad (\forall i, \forall j),$$

$$M[\nu_{jj}(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} F_{jj}^{(n)}(t),$$

$$M[\nu_{ij}(t)] = F_{ij}(t) + F_{ij} * M[\nu_{jj}](t) \qquad (i \neq j),$$

rezultate din teoria proceselor de reînnoire.

Ţinînd seama de proprietăţile operatorului $\mathcal{L}$ şi de formulele (5), se deduc relaţiile

$$M[X_{ij}] = (Q_{jj} - Q_{ij})\, P_i^{-1}; \qquad M[X_{jj}] = (-a_{jj}P_j)^{-1}, \tag{35}$$

$$D^2[X_{ij}] = P_j^{-1}[2(R_{ij} - R_{jj}) + (Q_{jj}^2 - Q_{ij}^2)\, P_j^{-1}], \tag{36}$$

$$D^2[X_{jj}] = (-a_{jj}P_j)^{-2}[2(P_j - a_{jj}Q_{jj}) - 1]. \tag{37}$$

În cazul unui singur element, relaţiile (35), (36) şi (37) se explicitează astfel:

$$M[X_{01}] = a_{01}^{-1}; \qquad M[X_{00}] = \frac{a_{01} + a_{10}}{a_{01}a_{10}},$$

$$D^2[X_{01}] = a_{01}^{-2}; \qquad D^2[X_{00}] = \frac{a_{01}^2 + a_{10}^2}{a_{01}^2 \times a_{10}^2}.$$

2.5. TIMPUL ÎN CARE SISTEMUL RĂMÎNE ÎN CADRUL UNEI ANUMITE STĂRI

Însemnînd cu X_j variabila aleatoare care semnifică durata unei singure evoluţii a procesului în cadrul stării j, rezultă formulele

$$P\{X_j \leqslant t\} = 1 - e^{a_{jj}t}, \tag{38}$$

$$M[X_j] = (-a_{jj})^{-1}, \qquad D^2[X_j] = (-a_{jj})^{-2}. \tag{39}$$

2.6. PROBABILITATEA CA ÎN INTERVALUL $(t, t + x)$ SISTEMUL SĂ EVOLUEZE ÎN CADRUL UNEI ANUMITE STĂRI (SIGURANŢA ÎNTR-UN INTERVAL DE DURATĂ x)

Însemnînd :

X_t^j — variabila aleatoare care desemnează durata stării j a sistemului de la momentul t pînă la prima tranziţie într-o altă stare ;

$S_{ij}(x;t)$ — probabilitatea ca sistemul să evolueze în starea j în intervalul $(t, t + x)$ dacă starea sa iniţială era i,

subzistă formulele

$$S_{ij}(x;t) = P_{ij}(t)e^{a_{jj}x}, \tag{40}$$

$$P\{X_t^j \leqslant x\} = 1 - S_{ij}(x;t), \tag{41}$$

din care rezultă relaţiile

$$M[X_t^j] = P_{ij}(t)\,(-a_{jj})^{-1}; \qquad D^2[X_t^j] = P_{ij}(t)(-a_{jj})^{-2}. \tag{42}$$

În virtutea formulelor (5) se deduc expresiile

$$M[X_t^j] = P_j(-a_{jj})^{-1} + o(1), \tag{43}$$

$$D^2[X_t^j] = P_j(-a_{jj})^{-2} + o(1), \tag{44}$$

prin intermediul cărora se poate calcula siguranţa sistemului în intervalul $(t, t + x)$.

2.7. TIMPUL POSTERIOR MOMENTULUI T PÎNĂ LA PROXIMA TRANZIŢIE A SISTEMULUI ÎNTR-O ANUMITĂ STARE

Însemnînd cu $\varepsilon_{ij}(t)$ variabila aleatorie care desemnează timpul posterior momentului t pînă la proxima tranziţie a sistemului în starea j, ştiind că starea iniţială era i, rezultă relaţiile

$$\varepsilon_{ij}(t) = [X_{ij} + X_{jj}^{(1)} + X_{jj}^{(2)} + \ldots + X_{jj}^{\nu_{ij}(t)}] - t, \tag{44}$$

$$\varepsilon_{jj}(t) = [X_{jj}^{(1)} + X_{jj}^{(2)} + \ldots + X_{jj}^{\nu_{jj}(t)+1}] - t, \tag{46}$$

$$M[\varepsilon_{ij}(t)] = M[X_{ij}] + M[\nu_{ij}(t)]M[X_{jj}] - t, \tag{47}$$

$$M[\varepsilon_{jj}(t)] = (1 + M[\nu_{jj}(t)])M[X_{jj}] - t, \tag{48}$$

$$M[\varepsilon_{ij}^2(t)] = t^2 - 2M[X_{ij}]t + M[X_{ij}^2] + M[X_{jj}^2]M[\nu_{ij}(t)] - \\ - 2M[X_{jj}]\int_0^t M[\nu_{ij}(x)]\mathrm{d}x, \tag{49}$$

$$M[\varepsilon_{jj}^2(t)] = t^2 - 2M[X_{jj}]t + M[X_{jj}^2] + M[X_{jj}^2]M[\nu_{jj}(t)] - \\ - 2M[X_{jj}]\int_0^t M[\nu_{jj}(x)]\,\mathrm{d}x. \tag{50}$$

Ţinînd seama de cele stabilite anterior, se deduc expresiile

$$M[\varepsilon_{ij}(t)] = A_j^{-1}(P_j - a_{jj}Q_{jj}) + o(1), \tag{51}$$

$$M[\varepsilon_{jj}(t)] = A_j^{-1}(P_j - a_{jj}Q_{jj}) + o(1), \tag{52}$$

$$D^2[\varepsilon_{ij}(t)] = A_j^{-2}(P_j - a_{jj}Q_{jj})^2 - 2A_j^{-1}(Q_{jj} - a_{jj}R_{jj}) + o(1), \tag{53}$$

$$D^2[\varepsilon_{jj}(t)] = A_j^{-2}(P_j - a_{jj}Q_{jj})^2 - 2A_j^{-1}(Q_{jj} - a_{jj}R_{jj}) + o(1). \tag{54}$$

În cazul unui singur element, relaţiile de mai sus se explicitează după cum urmează:

$$A_1^{-1}(P_1 - a_{11}Q_{11}) = \frac{a_{01}^2 + a_{10}^2 + a_{01}a_{10}}{a_{01}a_{10}(a_{01} + a_{10})};$$

$$A_0^{-1}(P_0 - a_{00}Q_{00}) = \frac{a_{01}^2 + a_{10}^2 + a_{01}a_{10}}{a_{01}a_{10}(a_{01} + a_{10})},$$

$$A_1^{-2}(P_1 - a_{11}Q_{11})^2 - 2A_1^{-1}(Q_{11} - a_{11}R_{11}) = \frac{a_{01}^2 + a_{10}^2}{a_{01}^2a_{10}^2} - \frac{1}{(a_{01} + a_{10})^2},$$

$$A_0^{-2}(P_0 - a_{00}Q_{00})^2 - 2A_0^{-1}(Q_{00} - a_{00}R_{00}) = \frac{a_{01}^2 + a_{10}^2}{a_{01}^2a_{10}^2} - \frac{1}{(a_{01} + a_{10})^2}.$$

2.8. TIMPUL ANTERIOR MOMENTULUI T PÎNĂ LA PROXIMA TRANZIŢIE A SISTEMULUI ÎNTR-O ANUMITĂ STARE

Însemnînd cu $\gamma_{ij}(t)$ variabila aleatoare care desemnează timpul anterior momentului t de la ultima tranziţie a sistemului în starea j, ştiind că starea iniţială era i, rezultă formulele

$$\gamma_{ij}(t) = t - [X_{ij} + X_{jj}^{(1)} + X_{jj}^{(2)} + \ldots + X_j^{\nu_{ij}(t)-1}], \tag{55}$$

$$\gamma_{jj}(t) = t - [X_{jj}^{(1)} + X_{jj}^{(2)} + \ldots + X_{jj}^{\nu_{jj}(t)}], \tag{56}$$

$$M[\gamma_{ij}(t)] = t[1-F_{ij}(t)] + \int_0^t (t-x)[1-F_{jj}(t-x)]\,dM[\nu_{ij}(x)], \quad (57)$$

$$M[\gamma_{jj}(t)] = t[1-F_{jj}(t)] + \int_0^t (t-x)[1-F_{jj}(t-x)]\,dM[\nu_{jj}(x)], \quad (58)$$

$$M[\gamma_{ij}^2(t)] = t^2[1-F_{ij}(t)] + \int_0^t (t-x)^2[1-F_{jj}(t-x)]\,dM[\nu_{ij}(x)], \quad (59)$$

$$M[\gamma_{jj}^2(t)] = t^2[1-F_{jj}(t)] + \int_0^t (t-x)^2[1-F_{jj}(t-x)]\,dM[\nu_{jj}(x)], \quad (60)$$

din care se deduc expresiile

$$M[\gamma_{ij}(t)] = A_j^{-1}(P_j - a_{jj}Q_{jj}) + o(1), \quad (61)$$

$$M[\gamma_{jj}(t)] = A_j^{-1}(P_j - a_{jj}Q_{jj}) + o(1), \quad (62)$$

$$D^2[\gamma_{ij}(t)] = A_j^{-2}(P_j - a_{jj}Q_{jj})^2 - 2A_j^{-1}(Q_{jj} - a_{jj}R_{jj}) + o(1), \quad (63)$$

$$D^2[\gamma_{jj}(t)] = A_j^{-2}(P_j - a_{jj}Q_{jj})^2 - 2A_j^{-1}(Q_{jj} - a_{jj}R_{jj}) + o(1). \quad (64)$$

3. CALCULUL INDICATORILOR DE FIABILITATE PENTRU SISTEME CU STRUCTURI SPECIALE

3.1. CAZUL SISTEMULUI CU STRUCTURA „SERIE"

Dacă numărul elementelor componente este N, funcţionarea sistemului constituie un proces care evoluează în $N+1$ stări:

— starea 0, starea de succes a tuturor elementelor;

— starea j, starea de refuz a elementului de ordin j ($j = 1, 2, \ldots, N$).

Notînd cu λ_j şi respectiv, μ_j, intensitatea de avariere şi intensitatea de reparare a componentei de ordin j, menţionăm că structura sistemului implică următoarea expresie a matricei $\|a_{kj}\|$:

$$a_{00} = -\lambda_0; \quad a_{0j} = \lambda_j; \quad \lambda_0 = \sum_{j=1}^{N} \lambda_j,$$

$$a_{j0} = \mu_j; \qquad a_{kj} = -\delta_{kj}\mu_j \qquad (k, j = 1,2,\ldots,N),$$

adică

$$\|a_{kj}\| = \begin{Vmatrix} -\lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_{N-1} & \lambda_N \\ \mu_1 & -\mu_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\ \mu_{N-1} & 0 & \dots & & -\mu_{N-1} & 0 \\ \mu_N & 0 & \dots & & 0 & -\mu_N \end{Vmatrix}.$$

În consecinţă, sistemul (2) se explicitează sub forma

$$\begin{cases} P_0'(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \sum_{j=1}^{N} \mu_j P_j(t), \\ \vdots \\ P_j'(t) = \lambda_j P_0(t) - \mu_j P_j(t), \end{cases} \tag{65}$$

din care se deduc formulele

$$\mathcal{L}P_{00}(t) = \left[1 + \sum_{i=1}^{N} \frac{\lambda_i}{s+\mu_i}\right]^{-1}, \tag{66}$$

$$\mathcal{L}P_{0j}(t) = \frac{\lambda_j}{s+\mu_j}\mathcal{L}P_{00}(t) \quad (j = 1, 2, \dots, N), \tag{67}$$

$$\mathcal{L}P_{j0}(t) = \frac{\mu_j}{s+\mu_j}\mathcal{L}P_{00}(t), \tag{68}$$

$$\mathcal{L}P_{jj}(t) = \frac{s}{s+\mu_j} + \frac{\lambda_j}{s+\mu_j}\mathcal{L}P_{j0}(t), \tag{69}$$

$$\mathcal{L}P_{ji}(t) = \frac{\lambda_i}{s+\mu_i}\mathcal{L}P_{j0}(t) \quad (i=1,\dots,j-1,\ j+1,\dots,N). \tag{70}$$

Ţinînd seama de relaţiile (10) — (12), se obţin expresiile

$$P_0 = \left[1 + \sum_{i=1}^{N} \frac{\lambda_i}{\mu_i}\right]^{-1}; \quad P_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j} P_0, \tag{71}$$

$$Q_{00} = P_0^2 \sum_{i=1}^{N} \frac{\lambda_i}{\mu_i^2}; \quad Q_{0j} = -\frac{\lambda_j}{\mu_j^2} P_0 + \frac{\lambda_i}{\mu_j} Q_{00}, \tag{72}$$

$$Q_{j0} = -\frac{P_0}{\mu_j} + Q_{00}; \quad Q_{jj} = -\frac{\lambda_j}{\mu_j^2} P_0 + \frac{1}{\mu_j} + \frac{\lambda_j}{\mu_j} Q_{j0}, \tag{73}$$

$$Q_{ji} = -\frac{\lambda_i}{\mu_i^2} P_0 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} Q_{j0}, \tag{74}$$

$$R_{00} = -P_0^2 \sum_{i=1}^{N} \frac{\lambda_i}{\mu_i^3} + P_0^3 \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{\lambda_i}{\mu_i^2}\right]^2, \tag{75}$$

$$R_{0j} = \frac{\lambda_j}{\mu_j^3} P_0 - \frac{\lambda_j}{\mu_j^2} Q_{00} + \frac{\lambda_j}{\mu_j} R_{00}, \tag{76}$$

$$R_{j0} = \frac{P_0}{\mu_j^2} - \frac{Q_{00}}{\mu_j} + R_{00}, \tag{77}$$

$$R_{jj} = -\frac{1}{\mu_j^2} + \frac{\lambda_j}{\mu_j^3} P_0 - \frac{\lambda_j}{\mu_j^2} Q_{j0} + \frac{\lambda_j}{\mu_j} R_{j0}, \tag{78}$$

$$R_{ji} = \frac{\lambda_i}{\mu_i^3} P_0 - \frac{\lambda_j}{\mu_i^2} Q_{j0} + \frac{\lambda_i}{\mu_i} R_{j0}, \tag{79}$$

care, în virtutea formulelor (23) şi (24), conduc la expresiile

$$A_0 = \lambda_0 P_0; \quad A_j = \lambda_j P_0, \tag{80}$$

$$B_{0j} = \lambda_j Q_{00}; \; B_{jj} = \lambda_j Q_{j0} \quad (j = 1, 2, \ldots, N), \tag{81}$$

$$C_{0j} = \lambda_j R_{00}; \; C_{jj} = \lambda_j R_{j0}. \tag{82}$$

Odată determinaţi coeficienţii de structură ai sistemului, indicatorii de fiabilitate se calculează conform formulelor stabilite anterior.

Vom ilustra consideraţiile precedente prin studiul fiabilităţii unui bloc (cazan, turbină, generator). Indicatorii de fiabilitate ai blocului vor fi exprimaţi ţinîndu-se seama de numerotarea stărilor care a fost adoptată mai înainte :

— probabilitatea funcţionării blocului la un moment oarecare : P_0 ;
— probabilitatea nefuncţionării cazanului la un moment oarecare : P_1 ;
— probabilitatea nefuncţionării turbinei la un moment oarecare : P_2 ;
— probabilitatea nefuncţionării generatorului la un moment oarecare : P_3 ;
— numărul avariilor cazanului în intervalul $(0, t)$: $\nu_{01}(t)$;

— numărul avariilor turbinei în intervalul $(0, t)$: $\nu_{02}(t)$;
— numărul avariilor generatorului în intervalul $(0,t)$: $\nu_{03}(t)$;
— durata totală de funcţionare a blocului în intervalul $(0,t)$: $\alpha_{00}(t)$;
— durata totală a avariilor cazanului în intervalul $(0,t)$: $\alpha_{01}(t)$;
— durata totală a avariilor turbinei în intervalul $(0, t)$: $\alpha_{02}(t)$;
— durata totală a avariilor generatorului în intervalul $(0,t)$; $\alpha_{03}(t)$;
— durata unei perioade de funcţionare a blocului : X_0;
— timpul de reparaţie al cazanului : X_1;
— timpul de reparaţie al turbinei : X_2;
— timpul de reparaţie al generatorului : X_3;
— probabilitatea funcţionării blocului în intervalul $(t, t+x)$: $S_{00}(x; t)$;
— probabilitatea de a fi avariat cazanul în intervalul $(t, t+x) S_{01}(x; t)$;
— probabilitatea de a fi avariată turbina în intervalul $(t, t+x)$: $S_{02}(x; t)$;
— probabilitatea de a fi avariat generatorul în intervalul $(t, t+x)$: $S_{03}(x; t)$;
— siguranţa serviciului blocului : $1 - [S_{01}(x; t) + S_{02}(x; t) + S_{03}(x; t)]$.

Observăm că $1 - [S_{01}(x; t) + S_{02}(x; t) + S_{03}(x; t)]$ semnifică probabilitatea următorului eveniment : blocul se află în stare de funcţionare la momentul t sau, dacă nu se află, revine în această stare pînă la un moment anterior lui $(t + x)$. Dacă x este astfel ales încît durata întreruperii să fie admisibilă, acest indicator va exprima probabilitatea ca la un moment oarecare t funcţionarea blocului să se desfăşoare în condiţii admisibile.

3.2. CAZUL SISTEMULUI CU STRUCTURA „PARALEL"

Într-un astfel de sistem sînt posibile refuzuri simultane ale elementelor sale. Pentru expunerea ideilor vom considera un sistem alcătuit din N elemente identice. Funcţionarea acestui sistem este descrisă de un proces care evoluează în $N+1$ stări, starea j desemnînd starea de refuz a j din elementele sistemului şi de funcţionare a celorlalte $(N-j)$ $(j = 0,1,\ldots, N)$.

Întensitatea de avariere şi de reparare a elementelor sistemului va fi notată λ, respectiv, μ. Menţionăm că structura sistemului implică următoarea expresie a matricei $\| a_{kj} \|$:

$$a_{j,j+1} = (N - j)\lambda, \quad a_{j,j-1} = j\mu, \quad a_{jj} = -[(N - j)\lambda + j\mu] \qquad (83)$$

(celelalte elemente ale matricei care nu sînt definite prin formulele de mai sus fiind nule).
Notînd

$$\lambda_j = (N - j)\lambda; \quad \mu_j = j\mu \qquad (j = 0,1,\ldots, N),$$

sistemul (2) se explicitează sub forma

$$\begin{aligned}
P_0'(t) &= -(\lambda_0+\mu_0)P_0(t)+\mu_1 P_1(t),\\
&\vdots\\
P_j'(t) &= \lambda_{j-1}P_{j-1}(t)-(\lambda_j+\mu_j)P_j(t)+\mu_{j+1}P_{j+1}(t) \quad (j=1,\ldots,N-1), \qquad (84)\\
&\vdots\\
P_N'(t) &= \lambda_{N-1}P_{N-1}(t)-(\lambda_N+\mu_N)P_N(t).
\end{aligned}$$

Însemnînd

$$\begin{aligned}
p_{00}(t) &= \frac{\mu+\lambda e^{-(\lambda+\mu)t}}{\lambda+\mu}, \quad p_{01}(t)=\frac{\lambda}{\lambda+\mu}[1-e^{-(\lambda+\mu)t}],\\
p_{10}(t) &= \frac{\mu}{\lambda+\mu}[1-e^{-(\lambda+\mu)t}], \quad p_{11}(t)=\frac{\lambda+\mu e^{-(\lambda+\mu)t}}{(\lambda+\mu)},
\end{aligned} \qquad (85)$$

rezultă direct (pe considerente probabilistice) formulele

$$P_{0j}(t) = C_N^j[p_{01}(t)]^j[p_{00}(t)]^{N-j}, \qquad (86)$$

$$P_{ij}(t) = \sum_{j_1+j_2=j} C_i^{j_1}[p_{11}(t)]^{j_1}[p_{10}(t)]^{i-j_1}C_{N-i}^{j_2}[p_{01}(t)]^{j_2}[p_{00}(t)]^{N-i-j_2} \qquad (87)$$

$$(j_1 \leqslant i,\ j_2 \leqslant N-i;\ i>0),$$

din care se obţin expresiile

$$P_j = C_N^j\left(\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\right)^j\left(\frac{\mu}{\lambda+\mu}\right)^{N-j} \qquad (j=0,1,\ldots,N). \qquad (88)$$

Ceilalţi coeficienţi de structură ai sistemului, Q_{ij} şi R_{ij} se determină conform ecuaţiilor (6) şi (7), ţinînd seama de faptul că $\|a_{kj}\|$ este o matrice Jacobi:

$$\|a_{kj}\| = \begin{Vmatrix}
-\lambda_0 & \lambda_0 & 0 & \ldots & 0 & 0\\
\mu_1 & -(\lambda_1+\mu_1) & \lambda_1 & \ldots & 0 & 0\\
0 & \mu_2 & -(\lambda_2+\mu_2)\ldots & & 0 & 0\\
\vdots & & & & & \\
0 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & & -(\lambda_{N-1}+\mu_{N-1}) & \lambda_{N-1}\\
0 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & & \mu_N & -\mu_N
\end{Vmatrix}.$$

Ecuațiile (6) se explicitează sub forma

$$\lambda_{j-1}Q_{i,j-1} - (\lambda_j + \mu_j)Q_{ij} + \mu_{j+1}Q_{i,j+1} = P_j - \delta_{ij} \quad (j = 0,1,\ldots,N), \tag{89}$$

în care

$$\lambda_{-1} = 0\,; \quad \mu_{N+1} = 0,$$

și sînt echivalente cu ecuațiile

$$-\lambda_j Q_{ij} + \mu_{j+1}Q_{i,j+1} = \begin{cases} \Pi_j & (j = 0,1,\ldots,\ i-1), \\ \Pi_j - 1 & (j = i,\ i+1,\ldots,\ N-1), \end{cases} \tag{90}$$

în care s-a notat

$$\Pi_j = \sum_{k=0}^{j} P_k \quad (j = 0,1,\ldots,\ N).$$

Ținînd seama de formulele

$$\lambda_j P_j = \mu_{j+1}P_{j+1} \quad (j = 0,1,\ldots,\ N) \tag{91}$$

rezultate din (4), se deduc relațiile recursive

$$\frac{Q_{i,j+1}}{P_{j+1}} - \frac{Q_{ij}}{P_j} = \begin{cases} \dfrac{\Pi_j}{(j+1)\mu P_{j+1}} & (j = 0,1,\ldots,\ i-1), \\ \dfrac{\Pi_j - 1}{(j+1)\mu P_{j+1}} & (j = i,\ i+1,\ldots,\ N-1). \end{cases} \tag{92}$$

care, împreună cu relația

$$\frac{Q_{i0}}{P_0} = \int_0^\infty \left[\frac{P_{i0}(t)}{P_0} - 1\right] dt, \tag{93}$$

conduc la expresiile

$$Q_{00} = \frac{1}{\lambda + \mu} \sum_{k=1}^{N} \frac{P_k}{k}, \tag{94}$$

$$Q_{0,j+1} = P_{j+1}\left[\frac{Q_{00}}{P_0} + \sum_{k=0}^{j} \frac{\Pi_k}{(k+1)\mu P_{k+1}} - \sum_{k=0}^{j} \frac{1}{(k+1)\mu P_{k+1}}\right] \tag{95}$$

$$(j = 0,1,\ldots,\ N-1),$$

$$Q_{i0} = \frac{P_0}{\lambda + \mu}\left[\frac{1}{P_i}\sum_{k=1}^{N-i}\frac{P_{i+k}}{k} - \sum_{k=1}^{i}\frac{1}{k}\right] \quad (i = 1,2,\ldots, N), \tag{96}$$

$$Q_{i,j+1} = P_{j+1}\left[\frac{Q_{i0}}{P_0} + \sum_{k=0}^{j}\frac{\Pi_k}{(k+1)\mu P_{k+1}}\right] \quad (j = 0,1,\ldots, i-1), \tag{97}$$

$$Q_{i,j+1} = P_{j+1}\left[\frac{Q_{i0}}{P_0} + \sum_{k=0}^{j}\frac{\Pi_k}{(k+1)\mu P_{k+1}} - \sum_{k=i}^{j}\frac{1}{(k+1)\mu P_{k+1}}\right] \tag{98}$$

$$(j = \mathrm{i}, i+1, \ldots., N-1).$$

De asemenea ecuaţiile (7) se explicitează sub forma

$$\lambda_{j-1}R_{i,j-1} - (\lambda_j + \mu_j)\,R_{ij} + \mu_{j+1}R_{i,j+1} = Q_{ij} \tag{99}$$

şi sînt echivalente cu ecuaţiile

$$-\lambda_j R_{ij} + \mu_{j+1}R_{i,j+1} = \Omega_{ij} \qquad (j = 0,\ 1,\ldots., N), \tag{100}$$

în care s-a notat

$$\Omega_{ij} = \sum_{k=0}^{j} Q_{ik}.$$

În mod analog rezultă relaţiile recursive

$$\frac{R_{i,j+1}}{P_{j+1}} - \frac{R_{ij}}{P_j} = \frac{\Omega_{ij}}{(j+1)\mu P_{j+1}} \quad (j = 0,1,\ldots,\ N-1), \tag{101}$$

care, împreună cu relaţia

$$\frac{R_{i0}}{P_0} = -\int_0^\infty t\left[\frac{P_{i0}(t)}{P_0} - 1\right]\mathrm{d}t, \tag{102}$$

conduc la expresiile

$$R_{00} = -\frac{1}{(\lambda+\mu)^2}\sum_{k=1}^{N}\frac{P_k}{k^2}, \tag{103}$$

$$R_{0,j+1} = P_{j+1}\left[\frac{R_{00}}{P_0} + \sum_{k=0}^{j}\frac{\Omega_{0k}}{(k+1)\mu P_{k+1}}\right] \quad (j = 0,\ 1,\ldots, N-1), \tag{104}$$

$$R_{i0} = -\frac{P_0}{(\lambda+\mu)^2}\left[\sum_{k=1}^{N-i}C_{N-i}^{k}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k\frac{1}{k^2} + \sum_{l=1}^{i}(-1)^l C_i^l\frac{1}{l^2} + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{N-i}C_{N-i}^{k}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k\sum_{l=1}^{i}(-1)^l C_i^l\frac{1}{(k+l)^2}\right] \quad (i = 1,2,\ldots, N), \tag{105}$$

$$R_{i,i+1} = P_{j+1}\left[\frac{R_{i0}}{P_0} + \sum_{k=0}^{j}\frac{\Omega_{ik}}{(k+1)\mu P_{k+1}}\right] \quad (j = 0,1,\ldots, N-1). \tag{106}$$

În continuare, calculul indicatorilor de fiabilitate se efectuează în conformitate cu formulele stabilite anterior. Pentru sistemele cu structura „paralel", prezintă interes practic deosebit următorul indicator de fiabilitate.

3.3. NUMĂRUL ELEMENTELOR SISTEMULUI AFLATE ÎN STARE DE REFUZ LA UN MOMENT OARECARE (STAREA PROBABILĂ A SISTEMULUI)

Însemnînd cu $n_0(t)$ variabila aleatoare care desemnează starea sistemului la momentul t, ştiind că starea iniţială era starea 0, observăm că distribuţia lui $n_0(t)$ este binomială. Prin urmare, subzistă următoarele formule :

$$P\{n_0(t) = j\} = P_{0j}(t) \qquad (j = 0,1,\ldots,N), \tag{107}$$

$$M[n_0(t)] = Np_{01}(t); \quad D^2[n_0(t)] = Np_{01}(t)p_{00}(t), \tag{108}$$

din care se deduc expresiile

$$M[n_0(t)] = N\frac{\lambda}{\lambda+\mu} + o(1); \qquad D^2[n_0(t)] = N\frac{\lambda\mu}{(\lambda+\mu)^2} + o(1). \tag{109}$$

Remarcăm că variabila aleatoare n_0(t) reprezintă numărul elementelor sistemului aflate în stare de refuz la momentul t dacă la momentul iniţial toate elementele erau în stare de funcţionare.

Valoarea cea mai probabilă a variabilei $n_0(t)$, pe care o vom însemna $\overline{n}_0(t)$, este definită de următoarele inegalităţi :

$$Np_{01}(t) + p_{01}(t) - 1 \leqslant \overline{n}_0(t) \leqslant Np_{01}(t) + p_{01}(t). \tag{110}$$

În general, inegalităţile de mai sus sînt stricte, deoarece $[Np_{01}(t) + p_{01}(t)]$ nu este număr întreg ; $n_0(t)$ este atunci univoc determinat. În cazul în care $[Np_{01}(t) + p_{01}(t)]$ este număr întreg, vor rezulta două valori pentru $\overline{n}_0$(t) :

$$Np_{01}(t) + p_{01}(t) - 1; \quad Np_{01}(t)) + p_{01}(t),$$

astfel încît probabilităţile corespunzătoare sînt egale şi maxime. Din (110) rezultă

$$p_{01}(t) - 1 \leqslant \overline{n}_0(t) - Np_{01}(t) \leqslant p_{01}(t),$$

care arată că $\overline{n}_0(t)$ diferă puţin de $M[n_0(t)]$.

În mod ilustrativ vom menţiona cîţiva dintre indicatorii de fiabilitate aferenţi sistemului considerat :

— probabilitatea funcţionării simultane la un moment oarecare a n din elementele sistemului : P_{N-n};

— probabilitatea funcționării simultane la un moment oarecare a cel puțin n elemente ale sistemului : $\sum_{j=0}^{N-n} P_j$;

— probabilitatea funcționării simultane la un moment oarecare a cel mult n elemente ale sistemului : $\sum_{j=N-n}^{N} P_j$;

— numărul avariilor simultane de cîte j elemente în intervalul $(0,t)$: $\nu_{0j}(t)$;

— durata totală a avariilor simultane de cîte j elemente în intervalul $(0, t)$: $\alpha_{0j}(t)$;

— durata unei avarii simultane de j elemente : X_j ;

— durata dintre două avarii simultane de cîte j elemente consecutive : X_{jj} ;

— durata unei funcționări simultane cu cel puțin n elemente : $X_{0(N-n+1)}$;

— durata funcționării simultane cu cel mult n elemete : $X_{(N-n)N}$.

★

În cele de mai sus s-a urmărit expunerea unei noi metode de calcul privind indicatorii de fiabilitate aferenți sistemelor tehnice complexe. Fundamentul acestei metode constă în determinarea prealabilă a mărimilor P_j, Q_{ij}, R_{ij} și în stabilirea ulterioară, pe baza acestor mărimi, a unor formule de calcul pentru indicatorii de fiabilitate.

Calculul coeficienților P_j, Q_{ij} și R_{ij}, conform ecuațiilor (4), (6) și (7), comportă exclusiv inversări și multiplicări de matrice, adică operații facile pentru calculatoarele electronice.

Metoda prezentată este adecvată calculelor de fiabilitate într-un sistem energetic, unde implicațiile economice majore ale acestor calcule reclamă un instrument de calcul riguros și o precizie ridicată a rezultatelor.

BIBLIOGRAFIE

1. J. L. Doob, *Stochastic processes*, New York, John Willey, 1953.
2. K. L. Chung, *Markov chains with stationary transition probabilities*, Berlin, Springer-Verlag, 1960.
3. D. R. Cox, *Renewal Theory*, New York, John Willey, 1963.
4. E. Parzen, *Stochastic Processes*, San Francisco, Holden-Day, 1962.
5. M. Brădescu, *Metodologie generală de studiu și calcul privind siguranța funcționării sistemelor tehnice complexe*, „A doua Conferință a electricienilor", București, 1969.
6. V. Nitu, H. Albert, M. Brădescu, *Metodă generală de studii a siguranței funcționării complexelor energetice*. St. cerc. energ. Electrotehnică, **18**, 2, 259—282 (1968).
7. V. Nitu, H. Albert, M. Brădescu, *Metode statistico-probabilistice utilizate în energetică*, București, Edit. tehnică, 1968.

SCHIMBUL DE CĂLDURĂ ÎN TIMPUL ARDERII LA MOTOARELE DIESEL SUPRAALIMENTATE

C.A. VASILESCU

621.436. : 536.24

Se studiază cu ajutorul unui ciclu real de motor cu aprindere prin comprimare, la care se admite cunoscută caracteristica de degajare a căldurii, modificarea cantității de căldură transmisă în timpul arderii către sistemul de răcire (atît global, cît și defalcat către chiulasă, piston și peretele cilindrului) și căldura schimbată în procesul de disociere cînd se variază parametrii : presiunea de supraalimentare p_s, coeficientul excesului de aer α, raportul volumetric de comprimare ε, durata procesului de ardere θ_a avansul la degajarea căldurii în procesul de ardere θ_i și forma caracteristicii de degajare a căldurii exprimată prin factorul B. Pe baza datelor calculate se prezintă și se explică modul în care acționează fiecare parametru ; se scoate în relief faptul că nu este posibil să se compenseze creșterea căldurii transmise mediului răcitor ca urmare a măririi gradului de supraalimentare prin varierea parametrilor analizați.

Autorul a întreprins o cercetare mai amplă a efectului supraalimentării asupra performanțelor și funcționării motoarelor cu aprindere prin comprimare și injecție directă [1]. Pentru determinarea variației mărimilor de stare ale fluidului din cilindru s-a integrat ecuația diferențială

$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{\frac{dQ_c}{d\theta} - \frac{dQ_r}{d\theta} - \frac{dL}{d\theta}}{\frac{dU}{d\theta} + \frac{dQ_d}{d\theta}},$$

unde Q_c reprezintă căldura dezvoltată în procesul de ardere, Q_r căldura schimbată cu mediul răcitor, Q_d căldura schimbată în procesul de disociere, U energia internă, L lucrul mecanic, T temperatura gazelor din cilindru și θ unghiul de rotație al arborelui cotit.

În cadrul acestor calcule s-a admis cunoscută caracteristica de degajare a căldurii sub forma simplă a unui triunghi avînd vîrful la o cincime de la începutul degajării căldurii ($B=5$), la jumătatea procesului ($B=2$)

St. cerc. energ. electr. tom. 22, nr. 4, p. 837–854, 1972

şi la o cincime de la sfîrşitul procesului ($B = 1{,}25$) (fig. 1). S-au admis variabile : raportul volumetric de comprimare $\varepsilon = 10 ; 14 ; 16$; coeficientul excesului de aer $\alpha = 1{,}1 ; 1{,}4 ; 1{,}8 ; 2{,}2$; presiunea de supraalimentare $p_s = 1 ; 1{,}5 ; 2 ; 2{,}5 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8$ bar ; durata procesului de ardere $\theta_a = 40 ; 70 ; 100 ; 130°$RAC ; avansul (faţă de punctul mort interior) la începerea dega-

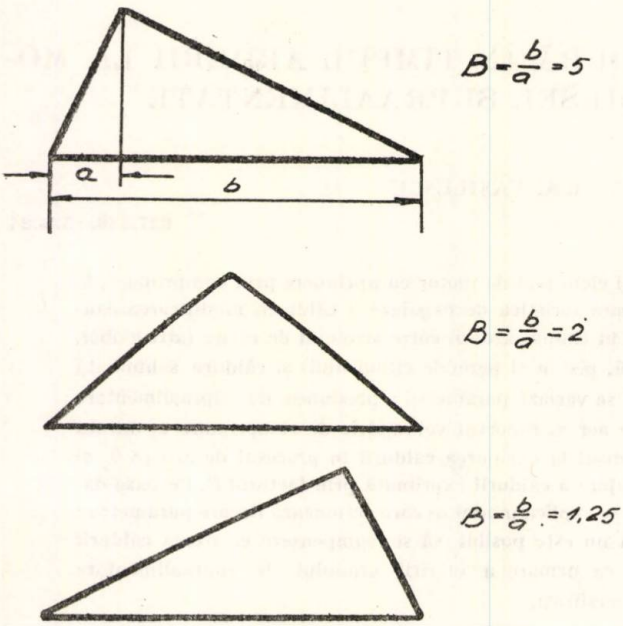


Fig. 1. — Formele geometrice ale caracteristicilor de degajare a căldurii admise în calculul ciclului real de motor diesel cu injecţie directă.

jării căldurii (echivalent avansului la aprinderea combustibilului injectat) $\theta_i = -15 ; -5 ; 0 ; +5°$ RAC. S-a considerat răcirea aerului după compresor înainte de intrarea în motor pînă la valoarea $T_s = 330$K. Presiunea maximă în cilindru a fost limitată la valoarea $p_{max} = 150$ bar. S-au calculat peste 3 500 de variante. În lucrarea de faţă se iau în discuţie rezultatele principale în legătură cu schimbul de căldură în timpul procesului de ardere. Dat fiind numărul mare de variante calculate, se prezintă valori selectate şi concluziile ce se trag din examinarea tuturor datelor avute la dispoziţie.

1. Schimbul de căldură în timpul procesului de ardere are loc fie cu mediul răcitor, fie ca urmare a procesului de disociere.

1.1. Schimbul de căldură cu mediul răcitor se execută prin transfer de căldură la suprafaţa camerei de ardere aflată în chiulasă Q_{ch}, la suprafaţa capului pistonului Q_p şi la suprafaţa cilindrului, lăsată liberă de deplasarea pistonului Q_c. Notîndu-se cu D diametrul cilindrului, cu x cursa pistonului şi cu x_0 înălţimea medie a camerei de ardere, se pot scrie ecuaţiile instantanee de transfer de căldură :

$$\frac{dQ_{ch}}{d\theta} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{ch}} + \frac{\delta_{ch}}{\lambda_{ch}} + \frac{1}{\alpha_{rch}}} \frac{\pi D^2}{4} (T - T_{rch}) \frac{d\tau}{d\theta},$$

$$\frac{dQ_p}{d\theta} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_p} + \frac{\delta_p}{\lambda_p} + \frac{1}{\alpha_{rp}}} \frac{\pi D^2}{4} (T - T_{rp}) \frac{d\tau}{d\theta},$$

$$\frac{dQ_c}{d\theta} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_c} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_{rc}}} \pi D (x_0 + x) (T - T_{rc}) \frac{d\tau}{d\theta},$$

unde s-au mai folosit notaţiile: α_{ch}, α_p, α_c coeficientul de convecţie de la gazele de ardere la suprafaţa chiulasei, respectiv a pistonului şi a cilindrului, λ_{ch}, λ_p, λ_c coeficientul de conductivitate termică şi δ_{ch}, δ_p, δ_c grosimea materialului din care este confecţionată chiulasa, capul pistonului şi bucşa cilindrului, α_{rch}, α_{rp}, α_{rc} coeficientul de convecţie de la material la fluidul răcitor şi T_{rch}, T_{rp}, T_{rc} temperatura fluidului răcitor care spală suprafaţa chiulasei, respectiv a capului pistonului şi a cilindrului. Deşi, la motorul real, temperatura fluidului răcitor variază în lungul diferitelor suprafeţe de transfer de căldură, în calculele efectuate s-a admis o temperatură medie constantă.

Pentru valoarea coeficienţilor de convecţie dintre gazele de ardere şi suprafaţa pereţilor s-au folosit relaţiile determinate de Pflaum [2]:

$$\alpha_{ch} = \alpha_p = 2{,}675\, p_s^{0,25} (pT)^{\frac{1}{2}} [6{,}2 - 5{,}2.5{,}7^{-(0,1 w_{mp})^2} + 0{,}025\, w_{mp}] \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2.grd}}\right],$$

$$\alpha_c = 0{,}93\, p^{\frac{2}{3}} (pT)^{\frac{1}{2}} [6{,}2 - 5{,}2.5{,}7^{-(0,1 w_{mp})^2} + 0{,}025\, w_{mp}] \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2.grd}}\right],$$

expresie în care w_{mp} reprezintă viteza medie a pistonului. Pentru coeficienţii de convecţie la fluidul răcitor s-au luat valori constante, medii ale celor măsurate pe motoare. S-a considerat că cilindrul şi chiulasa sînt răcite cu apă $\alpha_{rch} = \alpha_{rc} = 9304 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2.grd}}$, iar pistonul este răcit cu ulei $\alpha_p = 8025 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2.grd}}$.

1.2. Schimbul de căldură în procesul de disociere este continuu variabil ca urmare a modificării echilibrelor chimice cu temperatura gazelor de ardere din cilindru. Procesul de disociere în motoarele cu aprindere prin comprimare este relativ mai redus, datorită temperaturii întrucîtva mai mici şi a presiunilor mai ridicate. S-a arătat [3] că este posibil să se considere în calcule numai echilibrul oxidului de carbon, folosindu-se o relaţie dedusă de autor (valabilă în intervalul de temperatură 1 500 — 2 500 K):

$$r' = 10^{-7} (T - 1400)^2,$$

unde r' reprezintă cantitatea de kilomoli de oxid de carbon care apare la tempertura T odată cu disocierea a 1 kmol de bioxid de carbon la presiunea de 1 bar, conform relației

$$CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2} O_2.$$

Considerîndu-se combustibilul asimilat cu cetenul ($C_{16}H_{32}$) și căldura de reacție a oxidului de carbon $Q_{CO} = 279.231 \frac{kJ}{k\,mol}$, căldura schimbată în procesul de disociere devine

$$\frac{dQ_d}{d\theta} = \frac{0{,}14}{8 + 114{,}24\alpha} N_0 (T - 1400) \sqrt[3]{\frac{8 + 114{,}24\alpha}{N_0 T}} V \frac{dT}{d\theta},$$

unde α este coeficientul excesului de aer, N_0 numărul de kilomoli de gaze de ardere aflat în cilindru și V volumul cilindrului.

2. Căldura schimbată cu mediul răcitor în timpul procesului de ardere Q_r este

$$\theta_r = \int_0^{\theta_a} dQ_{ch} + \int_0^{\theta_a} dQ_p + \int_0^{\theta_a} dQ_c,$$

care dă valoare absolută a acesteia; dacă se notează cu Q_a căldura dezvoltată în procesul de ardere, se obține căldura relativă:

$$R = \frac{Q_r}{Q_a} 100\ \%.$$

Se prezintă în continuare modul în care este influențată căldura schimbată cu mediul răcitor în timpul procesului de ardere de către variația diferiților parametri, presupunîndu-se un motor cu alezajul $D = 175$ mm, cursa $S = 205$ mm și o turație $n = 1\,500$ rot/min. Datele care se analizează sînt căldura relativă R, căldura absolută Q_r și căldura raportată $\overline{Q}_r = \frac{Q_r}{Q'_r}$, unde Q'_r se referă la condițiile $\varepsilon = 10$, $p_s = 3$ bar, $\alpha = 1{,}8$, $\theta_a = 100°$RAC și $\theta_i = -15°$RAC, $B = 2$.

În tabela 1 se examinează influența presiunii de supraalimentare p_s. Se constată următoarele:

— pe măsură ce crește presiunea de supraalimentare, căldura relativă R se micșorează, trecerea de la $p_s = 1$ bar la $p_s = 6$ bar ducînd la o reducere a lui R de 3—4 ori;

— pe măsură ce crește presiunea de supraalimentare, căldura absolută Q_r se mărește, însă creșterea este relativ mică, cu o tendință de plafonare;

— analiza căldurii raportată arată o creștere relativ mică cu presiunea de supraalimentare; astfel creșterea presiunii de supraalimentare

Tabela 1

Influența presiunii de supraalimentare asupra căldurii schimbate cu mediul răcitor în timpul arderii: $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_i = -15$°RAC

θ_a	p_s	B	R	Q_r	$\bar{Q}_r$
°RAC	bar	—	%	$\frac{kJ}{h}$	—
70	1	5	7,33	21 400	0,685
		2	6,22	18 250	0,585
		1,25	5,15	15 100	0,484
	2	5	4,62	27 100	0,866
		2	3,76	22 100	0,710
		1,25	3,33	19 500	0,625
	3	5	3,42	30 100	0,965
		2	2,95	26 800	0,834
		1,25	2,49	21 900	0,702
	4	5	2,66	31 100	0,996
		2	2,36	27 600	0,884
		1,25	2,01	23 500	0,752
	6	5	—	—	—
		2	1,50	26 400	0,846
		1,25	1,42	25 000	0,802
100	1	5	8,22	24 100	0,770
		2	6,98	20 500	0,656
		1,25	5,76	16 950	0,542
	2	5	5,42	31 800	1,020
		2	4,66	27 400	0,876
		1,25	3,89	22 800	0,731
	3	5	4,11	36 200	1,160
		2	3,56	31 300	1,000
		1,25	2,99	26 300	0,842
	4	5	3,33	39 000	1,250
		2	2,90	33 900	1,085
		1,25	2,45	28 600	0,916
	6	5	2,26	39 700	1,270
		2	2,10	37 000	1,190
		1,25	1,82	32 000	1,025

de şase ori duce la o creştere de pînă la dublu a căldurii schimbate cu mediul răcitor.

Influenţa coeficientului excesului de aer α este exprimată prin datele din tabela 2. Se constată următoarele :

— creşterea coeficientului excesului de aer are drept urmare o creştere a căldurii relative; spre exemplu, la valori $\alpha=1{,}1\ldots2{,}2$ se înregistrează $R = 3{,}08\ldots3{,}56$;

— pe măsură ce creşte valoarea coeficientului excesului de aer, căldura absolută se micşorează mărirea lui α de la $\alpha = 1{,}1$ la $\alpha = 2{,}2$, ducînd aproape la înjumătăţirea căldurii absolute (pentru $\theta_a = 100$ şi $B=5$);

— căldura raportată scade pe măsură ce creşte valoarea coeficientului excesului de aer.

Influenţa raportului volumetric de comprimare ε asupra căldurii schimbată cu mediul răcitor în timpul arderii rezultă din tabela 3. Se constată că mărirea raportului volumetric de conprimare are drept efect o uşoară creştere a căldurii relative, a căldurii absolute şi a căldurii raportate.

În tabela 4 se examinează influenţa duratei procesului de degajare a căldurii (durata arderii) θ_a. Se constată că mărirea duratei arderii θ_a are drept efect o apreciabilă creştere a căldurii relative, a căldurii absolute şi a căldurii raportate.

Se examinează apoi în tabela 5 influenţa avansului la degajarea căldurii şi se constată că, la scăderea avansului la degajarea căldurii, termenii căldură relativă, căldură absolută şi căldură raportată scad relativ puţin.

Din examinarea datelor din tabele rezultă că mărirea factorului B are drept efect creşterea căldurii relative, a căldurii absolute şi a căldurii raportate.

3. Se examinează în continuare modulî n care se distribuie căldura schimbată cu mediul răcitor între cei trei pereţi prin care are loc transferul de căldură : peretele chiulasei din camera de ardere Q_{ch}, capul pistonului Q_p şi peretele cilindrului Q_c. Analiza se face numai asupra căldurii relative.

3.1. Se defineşte căldura relativă a chiulasei termenul

$$R_{ch} = \frac{Q_{ch}}{Q_a} 100\,\%.$$

În figurile 2—5 se prezintă influenţa deferiţilor parametri analizaţi asupra căldurii relative transmise prin suprafaţa camerei de ardere plasată în chiulasă.

Se constată următoarele :

— mărirea presiunii de supraalimentare p_s duce la o puternică micşorare a factorului R_{ch} (fig. 2);

— mărirea coeficientului excesului de aer α are drept efect creşterea factorului R_{ch} (fig. 3);

— examinarea datelor arată că mărirea raportului volumetric de comprimare are drept efect creşterea cu 10—20 % a factorului R_{ch};

— mărirea duratei procesului de degajare a căldurii θ_a duce la o creştere remarcabilă a factorului R_{ch}, mai accentuată pentru prima parte a intervalului (fig. 4);

Tabela 2

Influența coeficientului excesului de aer asupra căldurii schimbate cu mediul răcitor în timpul arderii: $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar; $\theta_i = -15$°RAC

θ_a	α	B	R	Q_r	$\bar{Q}_r$
°RAC	—	—	%	$\frac{kJ}{h}$	—
70	1,1	5	3,08	43 100	1,370
		2	2,66	37 200	1,180
		1,25	2,22	31 000	0,990
	1,4	5	3,27	36 700	1,170
		2	2,80	31 300	1,000
		1,25	2,35	26 300	0,805
	1,8	5	3,43	30 200	0,962
		2	2,95	26 000	0,828
		1,25	2,49	21 900	0,698
	2,2	5	3,56	25 800	0,821
		2	3,08	22 300	0,710
		1,25	2,63	19 000	0,605
100	1,1	5	3,88	54 200	1,730
		2	3,34	46 600	1,480
		1,25	2,77	38 800	1,230
	1,4	5	3,99	44 700	1,420
		2	3,45	38 600	1,230
		1,25	2,88	32 300	1,010
	1,8	5	4,11	36 200	1,150
		2	3,56	31 300	1,000
		1,25	2,99	26 400	0,840
	2,2	5	4,20	30 400	0,970
		2	3,66	26 400	0,840
		1,25	3,10	22 400	0,714

Tabela 3

Influența raportului volumetric de comprimare asupra căldurii schimbate cu mediul răcitor în timpul arderii: $\alpha = 1{,}8$; $p_s = 3$bar; $\theta_i = -15$°RAC

θ_a	ε	B	R	Q_r	$\overline{Q}_r$
°RAC	—	—	%	$\frac{kJ}{h}$	—
70	10	5	3,43	30 200	0,962
		2	2,95	26 000	0,828
		1,25	2,49	21 900	0,698
	16	5	3,54	31 200	0,998
		2	3,35	29 500	0,941
		1,25	2,90	25 600	0,816
100	10	5	4,11	36 200	1,150
		2	3,56	31 300	1,000
		1,25	2,99	26 400	0,840
	18	5	4,36	38 400	1,220
		2	3,98	35 100	1,115
		1,25	3,44	30 200	0,965

Tabela 4

Influența duratei procesului de degajare al căldurii asupra căldurii schimbate cu mediul răcitor în timpul arderii: $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$bar; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_i = -15$° RAC

θ_a	B	R	Q_r	$\overline{Q}_r$
°RAC	—	%	$\frac{kJ}{h}$	—
40	5	2,26	19 900	0,634
	2	2,01	17 700	0,564
	1,25	1,73	15 200	0,483
70	5	3,43	30 200	0,970
	2	2,96	26 000	0,826
	1,25	2,50	21 950	0,700
100	5	4,11	36 200	1,155
	2	3,56	31 300	1,000
	1,25	2,99	26 350	0,836
130	5	4,66	41 000	1,310
	2	4,08	35 800	1,140
	1,25	3,43	30 200	0,970

Tabela 5

Influența avansului la degajarea căldurii asupra căldurii schimbate cu mediul răcitor în timpul arderii: $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar; $\alpha = 1{,}8$

θ_a	θ_i	B	R	Q_r	$\overline{Q}_r$
°RAC	°RAC	—	%	$\frac{kJ}{h}$	—
70	−15°	5	3,43	30 200	0,965
		2	2,95	25 900	0,826
		1,25	2,49	21 900	0,699
	−5	5	3,17	27 900	0,892
		2	2,76	24 300	0,776
		1,25	2,32	20 400	0,652
	0	5	3,06	26 900	0,860
		2	2,66	23 400	0,748
		1,25	2,23	19 600	0,626
	+5	5	2,96	26 000	0,830
		2	2,57	22 600	0,722
		1,25	2,15	18 900	0,604
100	−15	5	4,11	36 200	1,155
		2	3,56	31 300	1,000
		1,25	2,99	26 300	0,840
	−5	5	3,87	34 000	1,085
		2	3,38	29 800	0,954
		1,25	2,76	24 300	0,776
	0	5	3,77	33 100	1,055
		2	3,29	28 900	0,921
		1,25	2,66	23 400	0,749
	+5	5	3,67	32 300	1,030
		2	3,21	28 200	0,902
		1,25	2,57	22 600	0,722

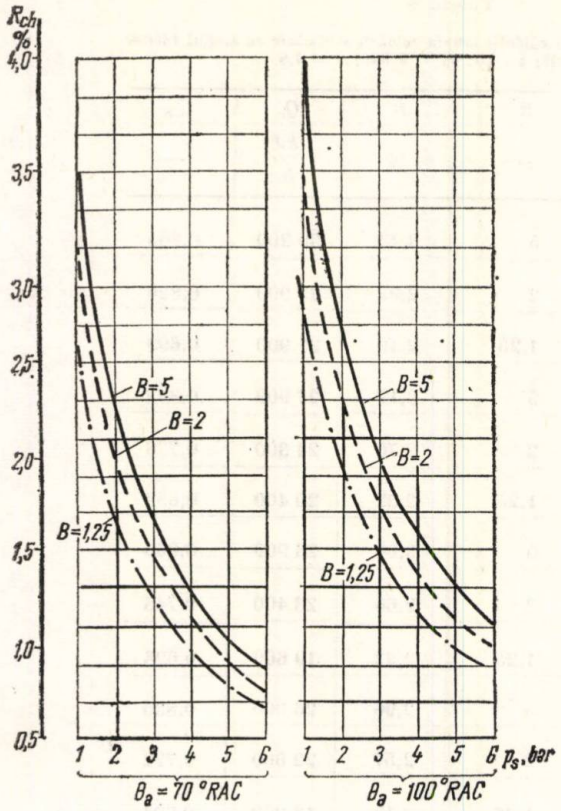


Fig. 2. — Variația căldurii relative a chiulasei R_{ch} cu presiunea de supraalimentare p_s, durata arderii θ_a și factorul B parametri; $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_i = -15$°RAC.

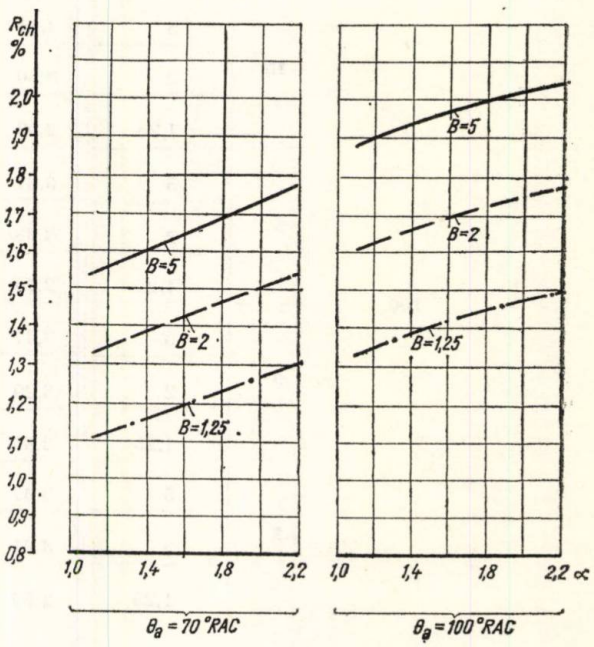


Fig. 3. — Variația căldurii relative a chiulasei R_{ch} cu valoarea coeficientului excesului de aer α, durata arderii θ_a și factorul B parametri; $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar; $\theta_i = -15$°RAC.

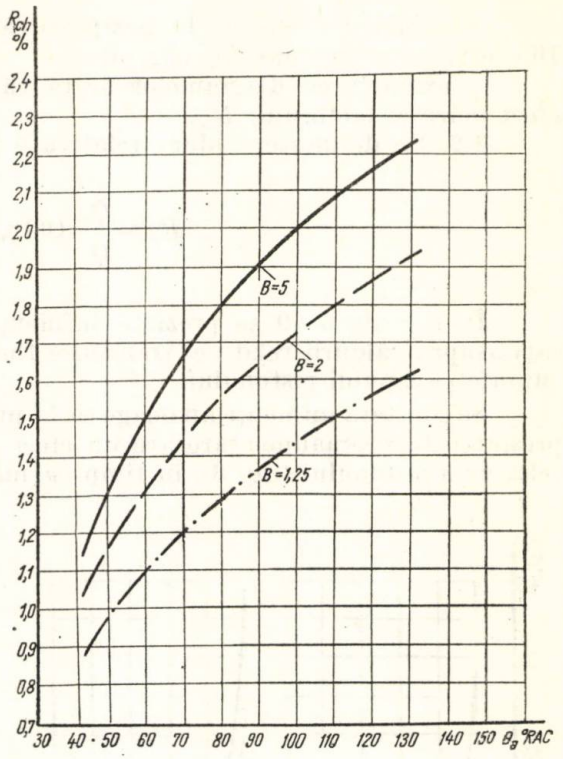


Fig. 4. — Variaţia căldurii relative a chiulasei R_{ch} cu durata ardreii θ_a, factorul B parametru ; $\varepsilon=10$; $p_s=3$ bar ; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_i = -15$°RAC.

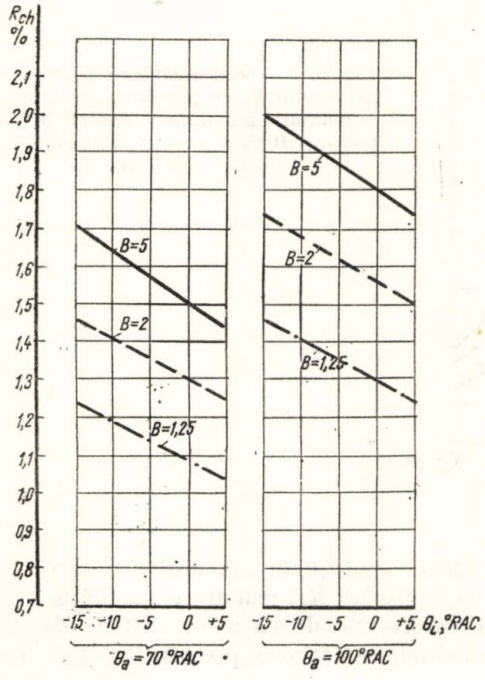


Fig. 5. — Variaţia căldurii relative a chiulasei R_{ch} cu avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a şi factorul B parametri ; $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar ; $\alpha = 1{,}8$.

— scăderea avansului la degajarea căldurii θ_i conduce la scăderi cu 10—30% a termenului R_{ch} (fig. 5);

— examinarea diagramelor arată că mărirea factorului B are ca efect mărirea factorului R_{ch}.

3.2. Se defineşte căldura relativă a pistonului termenul

$$R_p = \frac{Q_p}{Q_a} 100\,\%.$$

În figurile 6—9 se prezintă influenţa diferiţilor parametri analizaţi asupra căldurii relative transmise fluidului răcitor prin intermediul suprafeţei capului pistonului.

Se constată influenţe analoage ca la punctul 3.1, în sensul că mărirea presiunii de supraalimentare are un efect puternic de scădere a căldurii relative a pistonului (fig. 6), în timp ce mărirea coeficientului excesului

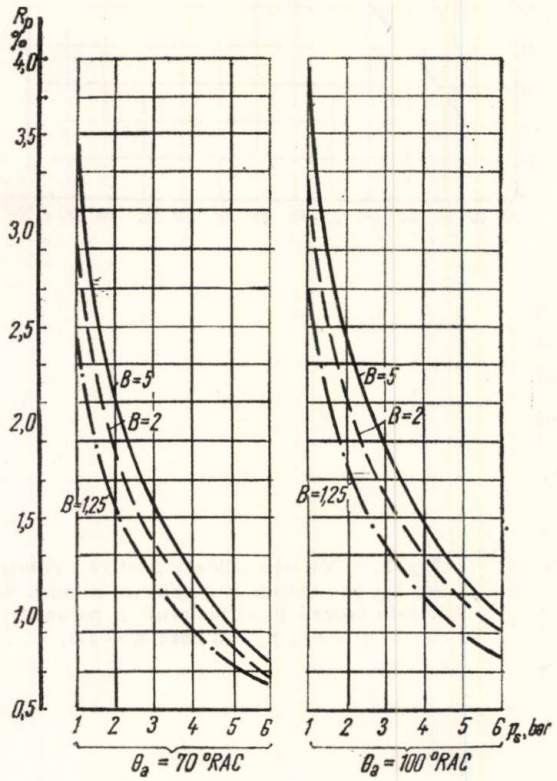


Fig. 6. — Variaţia căldurii relative a pistonului R_p cu presiunea de supraalimentare p_s, durata arderii θ_a şi factorul B parametri; $\varepsilon=10$; $\alpha=1{,}8$; $\theta_i = -15°$RAC.

de aer (fig. 7), a raportului volumetric de comprimare, a duratei arderii (fig. 8) şi a factorului B fac să crească factorul R_p, cea mai marcată influenţă avînd-o durata procesului de ardere. Scăderea avansului la degajarea căldurii conduce la reducerea căldurii relative a pistonului (fig. 9).

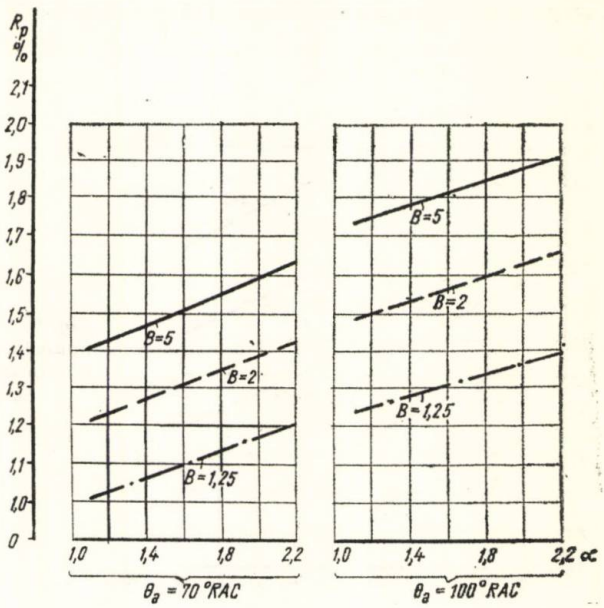


Fig. 7. — Variația căldurii relative a pistonului R_p cu valoarea coeficientului excesului de aer α, durata arderii θ_a și factorul B parametri; $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar; $\theta_i = -15$°RAC.

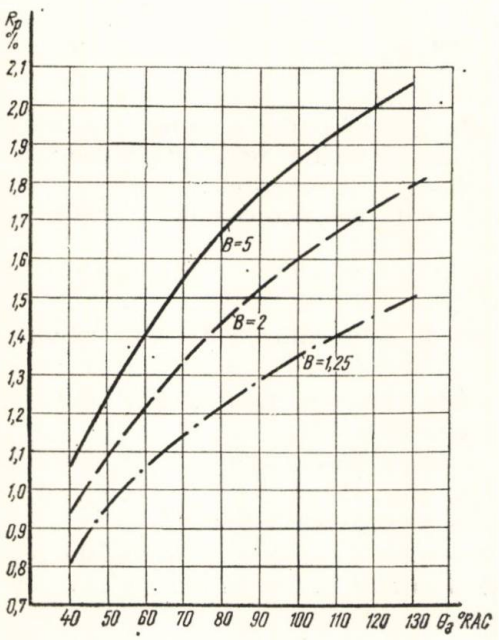


Fig. 8. — Variația căldurii relative a pistonului R_p cu durata arderii θ_a, factorul B parametru; $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_i = -15$°RAC.

Examinîndu-se comparativ valorile R_{ch} şi R_p, se constată că valorile căldurii relative ale chiulasei sînt mai mari cu 5 — 10 % ca cele ale pistonului.

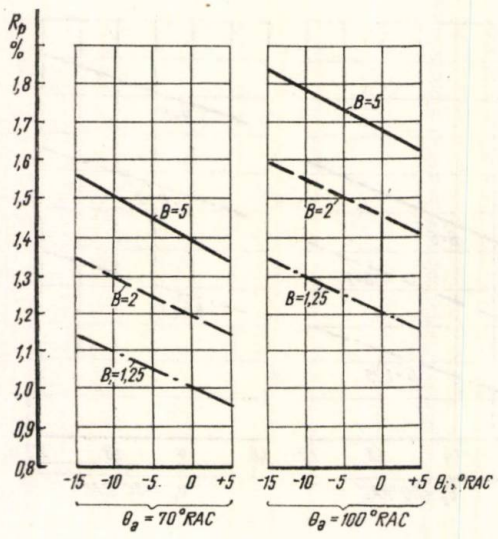


Fig. 9. — Variaţia căldurii relative a pistonului R_p cu avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a şi factorul B parametri; $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar; $\alpha = 1{,}8$.

3.3 Se defineşte căldura relativă a cilindrului termenul

$$R_c = \frac{Q_c}{Q_a} 100\,\%.$$

În figurile 10—13 se prezintă influenţa diferiţilor parametri analizaţi asupra căldurii relative transmise fluidului răcitor prin intermediul suprafeţei laterale a cilindrului. Se constată următoarele:

— creşterea presiunii de supraalimentare p_s are ca efect o scădere a căldurii relative a cilindrului (fig. 10);

— varierea coeficientului excesului de aer α practic nu influenţează căldura relativă a cilindrului (fig. 11);

— mărirea raportului volumetric de comprimre ε duce la scăderea căldurii relative a cilindrului;

— mărirea duratei arderii θ_a duce la o creştere însemnată a factorului R_c, alura curbei fiind continuu crescătoare (fig. 12);

— scăderea valorii avansului la degajarea căldurii θ_i conduce la creşterea căldurii relative a cilindrului (fig. 13);

— mărirea factorului B are ca efect creşterea factorului R_c.

Se remarcă forme diferite de variaţie ale curbelor în funcţie de presiunea de supraalimentare şi de durata arderii în comparaţie cu cele stabilite la paragrafele 3.1. şi 3.2.

Valoarea căldurii relative a cilindrului este de circa 10 ori mai mică decît aceea a chiulasei sau a pistonului.

4. Căldura schimbată în procesul de disociere Q_d se analizează raportînd-o la căldura dezvoltată în procesul de ardere Q_a :

$$R_d = \frac{Q_d}{Q_a} 100\,\%.$$

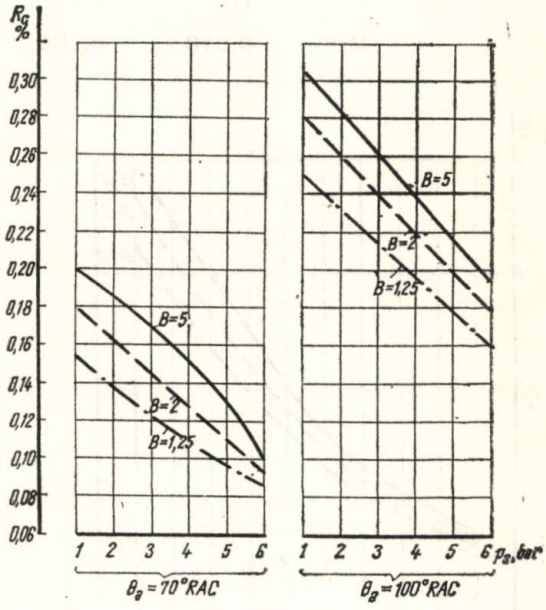


Fig. 10. — Variaţia căldurii relative a cilindrului R_c cu presiunea de supraalimentare p_s, durata arderii θ_a şi factorul B parametri ; $\varepsilon = 10$; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_i = -15$°RAC.

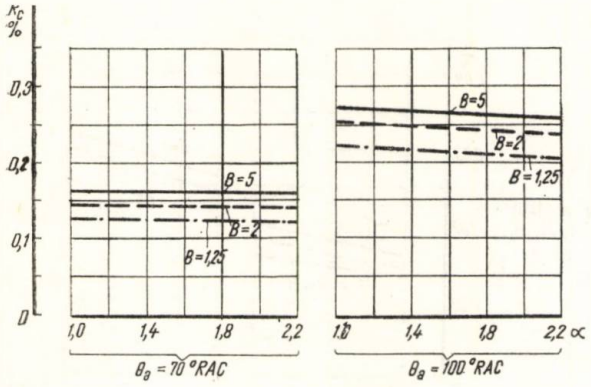


Fig. 11. — Variaţia căldurii relative a cilindrului R_c cu valoarea coeficientului excesului de aer α, durata arderii θ_a şi factorul B parametri ; $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar ; $\theta_i = -15$°RAC.

Termenul R_d se numeşte căldura relativă a disocierii. Examinarea datelor calculate arată că acest termen este foarte mic, de 10 pînă la 100 de ori mai mic decît căldura schimbată cu mediul răcitor în procesul de ardere. Se constată următoarele :

— creşterea presiunii de supraalimentare p_s conduce la o scădere a căldurii relative a disocierii, de exemplu pentru $\varepsilon = 10$; $p_s = 6$ bar ; $\alpha = 1{,}8$;

$\theta_a = 100°RAC$; $\theta_i = -15°RAC$; $B=2$; $R_d=0{,}036\%$, iar pentru aceleași condiții la $p_s=1$ bar; $R_d = 0{,}07\%$;

— mărirea coeficientului excesului de aer α are ca efect o scădere rapidă a căldurii relative a disocierii, de exemplu pentru parametrii $\varepsilon=10$; $p_s = 3$ bar; $\theta_a = 100°RAC$; $\theta_i = -15°RAC$; $B=2$ se obțin valorile

α	1,1	1,4	1,8	2,2
$R_d\%$	0,210	0,135	0,09	0,03

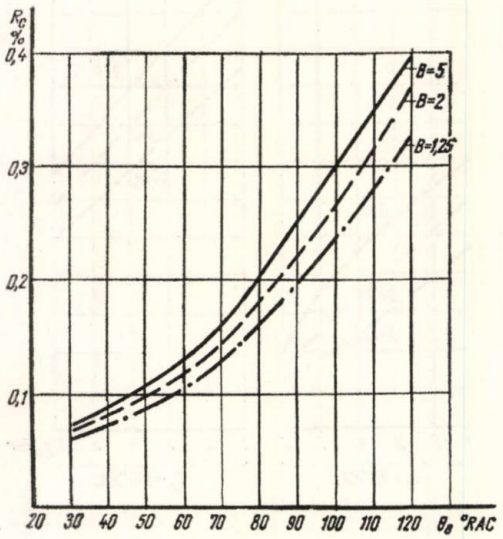


Fig. 12. — Variația căldurii relative a cilindrului R_c cu durata arderii θ_a, factorul B parametru; $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar; $\alpha = 1{,}8$; $\theta_i = -15°RAC$.

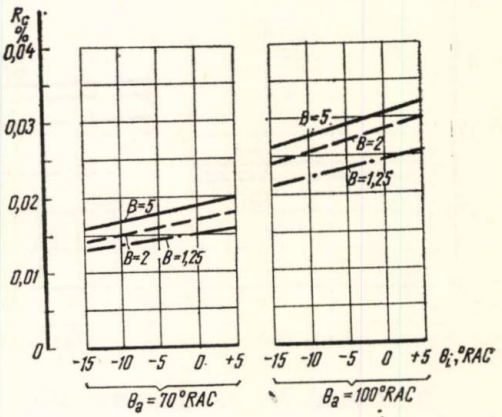


Fig. 13. — Variația căldurii relative a cilindrului R_c cu avansul la degajarea căldurii θ_i, durata arderii θ_a și factorul B parametri; $\varepsilon = 10$; $p_s = 3$ bar; $\alpha = 1{,}8$.

— mărirea raportului volumetric de comprimare ε are o influență neînsemnată asupra căldurii relative a disocierii; unele modificări ale acesteia se resimt numai în situația în care, drept consecință atingerii valorii

presiunii maxime a gazelor în cilindru, se modifică caracteristica de degajare a căldurii şi, prin aceasta, regimul de temperaturi din cilindru;

— mărirea duratei arderii θ_a are drept efect creşterea căldurii relative a disocierii, în special pentru situaţia în care arderea începe cu avans;

— reducerea avansului la începerea degajării căldurii θ_i influenţează diferit, în funcţie de ceilalţi parametri şi în special de durata procesului de ardere; sînt situaţii în care se constată o creştere a factorului R_d şi altele în care acesta, pentru o anumită valoare a avansului, prezintă un maxim;

— mărirea factorului B duce la creşterea căldurii relative a disocierii.

5. În tabela 6 se face o sinteză a influenţei diferiţilor factori asupra căldurii schimbate cu mediul răcitor în procesul de ardere.

Tabela 6

Influenţa parametrilor analizaţi asupra căldurii schimbate cu mediul răcitor în procesul de ardere

Parametru	Domeniu de variaţie	Q_r	$\overline{Q}_r$	R	R_{ch}	R_p	R_c
p_s	1...6	↑	↑	↓↓↓	↓↓↓	↓↓↓	↓↓
α	1,1...2,2	↓↓	↓↓	↑	↑	↑	~ ct
ε	10...16	↓	↓	↓	↓	↓	↓
θ_a	40...130	↑↑	↑↑	↑↑	↑↑	↑↑	↑↑↑↑
θ_i	−15...+5	↓	↓	↓	↓	↓	↑
B	1,25...5	↑	↑	↑	↑	↑	↑

Astfel, mărirea presiunii de supraalimentare face să crească căldura absolută evacuată către sistemul de răcire, dar în mult mai mare măsură să scadă căldura relativă ca urmare a faptului că suprafaţa de schimb de căldură rămîne aceeaşi, iar temperatura gazelor din cilindru creşte în mică măsură cu presiunea de supraalimentare, în timp ce căldura dezvoltată creşte proporţional cu p_s.

Creşterea coeficientului excesului de aer duce la scăderea căldurii absolute evacuate către sistemul de răcire, dar în acelaşi timp la mărirea căldurii relative, deoarece temperatura gazelor de ardere scade în mai mică măsură decît scade căldura dezvoltată în timpul procesului de ardere.

Mărirea raportului volumetric de comprimare duce la o uşoară creştere a tuturor formelor de căldură schimbată cu mediul răcitor analizate în această lucrare, deoarece în timpul arderii temperatura gazelor este ceva mai ridicată, iar cantitatea de căldură produsă rămîne neschimbată.

Mărirea duratei arderii măreşte substanţial căldura transmisă către mediul răcitor, deoarece se măreşte timpul în care are loc procesul. Se constată o creştere mai accentuată a căldurii relative a cilindrului, deoarece pentru această fracţiune de căldură suprafaţa de schimb de căldură se măreşte odată cu mărirea duratei arderii.

Micşorarea avansului la degajarea căldurii are drept efect scăderea căldurii transmise mediului răcitor ca urmare a reducerii temperaturii gazelor din cilindru.

Mărirea factorului B amplifică schimbul de căldură cu mediul exterior, deoarece cu cît degajarea maximă de căldură se deplasează către volumele mici ale cilindrului, cu atîta temperatura gazelor din camera de ardere este mai ridicată.

★

Studiul evidenţiază că mărirea presiunii de supraalimentare are drept efect o creştere a cantităţii de căldură evacuată în timpul arderii către mediul răcitor, creştere care nu este proporţională cu presiunea de supraalimentare. Deoarece odată cu mărirea gradului de supraalimentare creşte durata arderii, căldura evacuată prin răcire se amplifică; desigur că mărirea coeficientului excesului de aer (pentru a asigura o ardere bună), scăderea raportului volumetric de comprimare (pentru a reduce valoarea presiunii maxime din cilindru), reducerea avansului la degajarea căldurii (în scopul limitării presiunii maxime) şi aplatisarea caracteristicii de degajare a căldurii sînt factori care tind să micşoreze cantitatea de căldură transmisă mediului răcitor; examinarea variantelor studiate arată că nu se poate compensa efectul creşterii presiunii de supraalimentare printr-o combinare corespunzătoare a celorlalţi parametri.

BIBLIOGRAFIE

1. Călin Adrian Vasilescu, *Calculul efectului supraalimentării asupra performanţelor motorului diesel*. St. cerc. energ. electr., **22**, *3*, 571–589 (1972).
2. W. Pflaum, *Heat transfer in internal combustion engines*. La Termotecnica, **XVII**, *4*, 235–246 (1963).
3. Călin Adrian Vasilescu, *Model al proceselor din motorul diesel foarte înalt supraalimentat*. St. cerc. energ. electr., **21**, *2*, 321–336 (1971).

POSIBILITATEA MODELĂRII PROCESELOR DE ARDERE ÎN MOTOARELE DIESEL

M. NĂSTASE

621.432 :621.436

În lucrare se propune un model de calcul privind reprezentarea matematică a fenomenelor implicate în procesul de ardere, care permite determinarea legii optime de variație a presiunii din motoarele diesel.

Modelul se bazează pe ecuațiile diferențiale de bilanț energetic ale procesului de ardere, considerîndu-se legea de degajare a căldurii, schimbul de căldură dintre gaze și pereții camerei de ardere și lucrul mecanic efectuat. Legea de degajare a căldurii este calculată analitic pe baza unei legi de injecție, utilizînd o metodă de tip pas cu pas.

Prin modelarea arderii se permite ridicarea diagramei mecanice $p-\theta$ sau $p-V$, se determină performanțele tehnice ale motorului care se proiectează și se pot face studii privind optimizarea unor soluții de motor existente.

Utilizarea pe scară din ce în ce mai largă a calculatoarelor în domenii foarte diferite a permis elaborarea unor studii [1], [5], [8], [9], [13], [15], [16], care să simuleze în detaliu procesele din motoarele cu combustie internă cu piston.

În cazul în care se cunoaște sau se poate aprecia, pe baza unei experiențe existente, legea de degajare a căldurii, se poate determina variația mărimilor de stare în cilindrul unui motor. În felul acesta, cu ajutorul unui calculator se ridică diagrama mecanică a $p-\theta$ sau $p-V$ și se determină performanțele tehnice ale motorului care se proiectează. De asemenea se pot face studii privind optimizarea unor soluții de motor existente prin modificarea unor parametri caracteristici.

Modelarea procesului de ardere ridică însă dificultăți importante privind modul de reprezentare matematică a fenomenelor implicate în procesul de ardere și precizia de calcul. Datorită complexității acestor fenomene, care privesc domenii diferite de cercetare, cum sînt transmisia căldurii, cinetica chimică, dinamica gazelor etc., modelele fizico-matematice aproximează într-un anumit grad, prin ipotezele care se fac, variația reală a proceselor. Caracterul diferit al arderii în motoarele cu aprindere prin scînteie față de motoarele cu aprindere prin compresiune a condus la emiterea unor modele diferite pentru cele două tipuri de motoare.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 855 — 867, 1972

Majoritatea modelelor propuse pentru motoarele cu aprindere prin compresiune se referă la motorul cu injecție directă ca urmare a unui număr de factori mai reduși care trebuie prinși în calcul. Astfel, la motorul cu cameră divizată trebuie considerați, în afară de legea de degajare a căldurii, avansul la injecție, raportul de comprimare, volumul camerei de ardere, suprafața pistonului, turația și parametrii: mărimea relativă a celor două spații ale camerei de ardere, secțiunea orificiilor de legătură dintre ele, caracteristica geometrică a camerei separate de ardere ($M = \mu fL/V$), componentele legii de degajare a căldurii, particulare fiecărei camere ș.a.

Obiectul prezentei lucrări îl constituie studiul teoretic al posibilității de calcul al diagramei mecanice cu ajutorul unui calculator în condițiile unui motor cu camere separate de ardere, motoarele cu injecție directă constituind din punct de vedere termodinamic o formă particulară a primelor.

★

Metoda de calcul propusă se bazează pe ecuațiile diferențiale de bilanț energetic ale procesului de ardere care are loc în camera principală și în camera auxiliară (camera cu vîrtej, camera cu preardere etc.). Notînd cu asterisc mărimile care se referă la camera auxiliară, se obține

$$dU^* = \mathrm{d}Q_c^* - \mathrm{d}H - \mathrm{d}Q_p^* - \mathrm{d}Q_v^* - \mathrm{d}Q_d^* \tag{1}$$

și pentru camera principală

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q_c - \mathrm{d}L - \mathrm{d}Q_p + \mathrm{d}H - \mathrm{d}Q_v - \mathrm{d}Q_d - \mathrm{d}Q_s, \tag{2}$$

unde

$\mathrm{d}U, \mathrm{d}U^*$ reprezintă variația energiei interne a gazelor din cele două camere,

$\mathrm{d}Q_c$ — cantitatea de căldură degajată prin ardere,

$\mathrm{d}H$ — entalpia gazelor care trec dintr-o cameră în alta,

$\mathrm{d}Q_p, \mathrm{d}Q_p^*$ — cantitățile de căldură transmise de gaze pereților camerelor de ardere,

$\mathrm{d}Q_v, \mathrm{d}Q_v^*$ — cantitățile de căldură necesare vaporizării combustibilului,

$\mathrm{d}Q_d, \mathrm{d}Q_d^*$ — cantitățile de căldură corespunzătoare proceselor de disociație a gazelor,

$\mathrm{d}L$ — lucrul mecanic efectuat,

$\mathrm{d}Q_s$ — cantitatea de căldură conținută de gazele care ies din camera de ardere datorită neetanșeităților.

Pentru explicitarea acestor relații s-au admis următoarele ipoteze de lucru:

1) procesul de ardere se consideră terminat înaintea deschiderii supapelor de evacuare și nu se iau în considerare eventualele scăpări de gaze prin neetanșeități. În consecință, masa fluidului din ambele camere rămîne constantă și $\mathrm{d}Q_s = 0$;

2) se neglijează cantităţile de căldură corespunzătoare vaporizării şi disociaţiei, fiind practic foarte mici în comparaţie cu celelalte schimburi de energie;

3) curgerea gazelor prin canalele de legătură între cele două camere de ardere se consideră izentropică; energia cinetică a gazelor care pătrund în fiecare cameră se transformă integral în căldură;

4) arderea are loc astfel încît în fiecare moment în întreaga cameră de ardere presiunea este constantă.

În cadrul acestor ipoteze, ecuaţiile (1) şi (2) capătă forma

$$\mathrm{d}U^* = \mathrm{d}Q_c^* - \mathrm{d}H - \mathrm{d}Q_p^* \tag{3}$$

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q_c - \mathrm{d}L + \mathrm{d}H - \mathrm{d}Q_p. \tag{4}$$

Analizînd fiecare dintre aceste relaţii, pentru camera separată se poate scrie

$$\mathrm{d}U^* = m^* c_v \mathrm{d}T^*,$$
$$\mathrm{d}Q_c^* = m_c Q_i \mathrm{d}\xi^*,$$
$$\mathrm{d}Q_p^* = \alpha_c^* A^* \Delta T^* \mathrm{d}t,$$
$$\mathrm{d}H = \mathrm{d}m\, c_p^* T^*,$$

unde

m^* reprezintă masa de gaze existentă la un moment dat în camera separată,

T^* — temperatura medie a gazelor din camera de ardere,

$\mathrm{d}T^*$ — variaţia elementară a temperaturii medii a gazelor în camera separată,

c_p^*, c_v^* — căldurile specifice medii la presiune, respectiv la volum constant a gazelor din camera separată,

m_c — masa combustibilului injectat într-un ciclu,

Q_i — puterea calorifică a combustibilului,

$\xi = \frac{m_{c_i}}{m_c}$ — fracţia de combustibil care arde pînă la un moment dat în motor,

$\mathrm{d}\xi^*$ — fracţia elementară de combustibil care arde în camera separată,

α_c^* — coeficientul de convecţie al schimbului de căldură între gaze şi pereţi în camera separată,

A^* — suprafaţa pereţilor camerei separate,

ΔT^* — diferenţa dintre temperaturile medii momentane a gazelor şi a pereţilor camerei separate,

$\mathrm{d}t$ — timpul elementar considerat,

$\mathrm{d}m$ — masa de gaze care intră sau iese din camera separată în camera principală.

Din legile curgerii inzentropice se deduce:

$$\mathrm{d}m = \mu f \sqrt{\frac{p^*}{v^*}}\, \psi'\, \mathrm{d}t,$$

unde

μ este coeficientul de debit al canalului de legătură dintre cele două camere,

f — secţiunea canalului de legătură,

$$\psi' = \sqrt{2\frac{k}{k-1}\left[\left(\frac{p}{p^*}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p^*}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]},$$

p^* — presiunea momentană în camera separată,

p — presiunea momentană în camera principală,

v^* — volumul specific al gazelor în camera separată.

Înlocuind expresiile obţinute în relaţia (3), se găseşte

$$m^* c_v^* \mathrm{d}T^* = m_c Q_i\, \mathrm{d}\xi^* - \mu f \sqrt{\frac{p^*}{v^*}}\, \psi'\, c_p^* T^*\, \mathrm{d}t - \alpha_c^* A^*\, \Delta T^*\, \mathrm{d}t. \tag{5}$$

Din legea gazelor perfecte se poate scrie

$$\mathrm{d}T^* = \frac{p^* \mathrm{d}V^* + V^*\, dp^*}{m^* R}.$$

Deoarece volumul camerei separate V^* este constant în timp, $\mathrm{d}V^* = 0$ şi

$$\mathrm{d}T^* = \frac{V^* \mathrm{d}p^*}{m^* R}.$$

Înlocuind în (5), rezultă

$$c_v^* \frac{V^* \mathrm{d}p^*}{R} = m_c Q_i\, \mathrm{d}\xi^* - \mu f \sqrt{\frac{p^*}{v^*}}\, \psi'\, c_p^* T^*\, \mathrm{d}t - \alpha_c^* A^* \Delta T^*\, \mathrm{d}t$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}p^*}{\mathrm{d}t} = \frac{R}{V^* c_v^*} m_c Q_i \frac{\mathrm{d}\xi^*}{\mathrm{d}t} - \frac{\mu f R}{V^*} \frac{c_p^*}{c_v^*} T^* \psi' \sqrt{\frac{p^*}{v^*}} - \frac{\alpha_c^* A^* R}{V^* c_v^*} \Delta T. \tag{6}$$

Dar

$$\frac{c_p^*}{c_v^*} = k,$$

$\frac{d\xi^*}{dt} = \pi^*$ — fracția de combustibil care arde în unitatea de timp,

$kRT^* \sqrt{\frac{p^*}{v^*}}\,\psi' = \sqrt{k}RT^*\,\sqrt{k}\psi' p^* = a^*\psi p^*,$

$a^* = \sqrt{k}RT^*$ — viteza sunetului în condițiile din camera separată,

$\psi^* = \sqrt{k}\psi'.$

În consecință, avem

$$\frac{dp^*}{dt} = \frac{R}{c_v^* V^*} m_c Q_1 \pi^* - \frac{\mu f a^*}{V^*} \psi\, p^* - \frac{\alpha_c^* A^* R}{c_v^* V^*} \Delta T^*. \tag{7}$$

Se notează

$$\frac{R}{V^*} m_c Q_i = C_1,$$

$$\frac{\mu f}{V^*} = C_2,$$

$$\frac{A^* R}{V^*} = C_3,$$

în care caz rezultă

$$\frac{dp^*}{dt} = C_1 \frac{\pi^*}{c_v^*} - C_2 a^* \psi p^* - C_3 \frac{\alpha_c^*}{c_v^*} \Delta T^*. \tag{8}$$

O relație similară se obține și pentru camera principală de ardere. În acest caz există egalitățile

$$dU = mc_v\, dT,$$

$$dQ_c = m_c Q_i\, d\xi,$$

$$dQ_p = \alpha_c A\, \Delta T\, dt,$$

$$dH = dm\, c_p^*\, T^*,$$

$$dL = p\, dV,$$

relații în care s-au notat suplimentar:

- m — masa de gaze existentă la un moment dat în camera principală de ardere;
- c_v — căldura specifică medie la volum constant a gazelor din camera principală;
- $d\xi$ — fracția elementară de combustibil care arde în camera principală de ardere;
- dT — variația elementară a temperaturii medii a gazelor în camera principală de ardere;
- α_c — coeficientul de convecție al schimbului de căldură între gaze și pereți în camera principală de ardere;

A — suprafaţa momentană a camerei principale de ardere;
ΔT — diferenţa dintre temperaturile medii momentane ale gazelor şi pereţilor camerei de ardere;
$\mathrm{d}V$ — variaţia elementară a volumului cilindrului.

În consecinţă, avem

$$mc_v \mathrm{d}T = m_c Q_i \mathrm{d}\xi + \mu f \sqrt{\frac{p^*}{v^*}} c_p^* T^* \psi' \mathrm{d}t - p\mathrm{d}V - \alpha_c A\, \Delta T\, \mathrm{d}t.$$

Dar

$$\mathrm{d}T = \frac{p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p}{mR},$$

Atunci

$$\frac{c_v}{R}(p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p) = m_c Q_i \mathrm{d}\xi + \mu f \sqrt{\frac{p^*}{v^*}}\, c_p^* T^*\, \psi'\, \mathrm{d}t - p\mathrm{d}V - \alpha_c A\, \Delta T\, \mathrm{d}t$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{m_c Q_i R}{c_v V}\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t} + \frac{\mu f R}{c_v V}\sqrt{\frac{p^*}{v^*}}\, c_p^* T^*\, \psi' - \frac{p}{V}\left(\frac{R}{c_v}+1\right)\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} - \frac{\alpha_c R A}{c_v V}\Delta T, \qquad (9)$$

dar

$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t} = \pi$ — fracţia de combustibil care arde în unitatea de timp în camera principală,

$Rm_c Q_i = C_4$,

$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = F\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = FW_p$, W_p fiind viteza pistonului,

$\frac{c_p^*}{c_v} = \frac{kc_v^*}{c_v} = k\,k_1$, $k_1 = \frac{c_v^*}{c_v}$,

$kRT^*\sqrt{\frac{p^*}{v^*}}\,\psi' = a^* p^* \psi$.

Înlocuind, se obţine

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = C_4\frac{\pi}{Vc_v} + \frac{\mu f}{V}k_1 a^* p^* \psi - \frac{p}{V}\left(\frac{R}{c_v}+1\right)FW_p - \frac{\alpha_c R A}{c_v V}\Delta T. \qquad (10)$$

La motoarele cu injecţie directă, relaţia (8) îşi pierde valabilitatea, iar în relaţia (10) dispare termenul al doilea. În felul acesta, calculul se conduce după ecuaţia

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = C_4\frac{\pi}{Vc_v} - \frac{p}{V}F\left(\frac{R}{c_v}+1\right)W_p - \frac{\alpha_c R A}{c_v V}\Delta T. \qquad (11)$$

În practică se folosesc în mod obişnuit diagramele $p - \theta$. În acest caz se poate scrie

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \omega\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\theta}$$

şi relaţiile obţinute capătă forma

$$\frac{dp^*}{d\theta} = \frac{C_1}{\omega}\frac{\pi^*}{c_v^*} - \frac{C_2}{\omega}a^*\psi p^* - \frac{C_3}{\omega}\frac{\alpha_c}{c_v^*}\Delta T^*, \tag{12}$$

$$\frac{dp^*}{d\theta} = \frac{C_4}{\omega}\frac{\pi}{Vc_v} + \frac{\mu f}{\omega V}k_1 a^* p^* \psi - \frac{p}{\omega V}\left(\frac{R}{c_v}+1\right)FW_p - \frac{\alpha_c RA}{\omega c_v V}\Delta T, \tag{13}$$

respectiv pentru motoarele cu injecţie directă

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{C_4}{\omega}\frac{\pi}{c_v} - \frac{p}{\omega V}\left(\frac{R}{c_v}+1\right)FW_p - \frac{\alpha_c RA}{\omega c_v V}\Delta T. \tag{14}$$

Rezolvarea ecuaţiilor se face pas cu pas după metodele analizei numerice.

În relaţiile de mai sus, unele mărimi sînt constante: C_1, C_2, C_3, C_4, F, R, μ, f, iar altele variabile: π^*, π, c_v^*, c_v, a^*, W_p, ψ, p^*, p, α_c^*, α_c, ΔT^*, ΔT, V, A.

Pentru integrarea ecuaţiilor diferenţiale se impune aprecierea mărimilor variabile. Se expun, în continuare, metode pentru determinarea lor, mai întîi pentru motoarele cu injecţie directă.

Mărimea π. Pentru estimarea vitezei de ardere şi deci şi a mărimii π, s-au propus o serie de modele care schematizează procesul real. Se semnalează în această direcţie lucrările lui Whitehouse, Nagao, Cook, Mc Aulay, Grigg, Lyn, Wiebe şi Shipinski. Autorul a adoptat pentru precizarea cantităţilor de combustibil care ard în motor un model de tipul celor indicate de Shipinski ş.a. [16].

Se cunoaşte sau, pe baza unor tipuri de motoare similare motorului proiectat, se poate aprecia sau impune legea de injecţie. Se împarte această lege într-un număr de intervale pe o durată de cîte un grad de rotaţie al arborelui motor (RAM).

Combustibilul injectat este pulverizat în picături, al cărui diametru mediu este considerat egal cu diametrul Sauter (d_s). Diametrul Sauter se calculează cu ajutorul relaţiei propuse de Knight:

$$d_s = 628\ \Delta_p^{-0{,}458}\ m_{ci}^{0{,}209}\ \nu^{0{,}215}\left(\frac{s}{s_e}\right)^{0{,}916}, \tag{15}$$

unde

Δ_p este diferenţa dintre presiunea instantanee de injecţie şi presiunea gazelor în cilindru,

m_{ci} — debitul de combustibil care curge prin orificiile injectorului în kg/h; se cunoaşte din legea de injecţie cantitatea m_{ci} de combustibil injectată într-un grad RAM, adică în $\frac{1}{6n}$ s; rezultă că într-o oră se injectează: $m_{ci} = 21\,600\ \Delta m_{ci}$,

n — turaţia motorului în rot/min.,

ν — viscozitatea cinematică a combustibilului în centistockes (cs),

s — secţiunea orificiilor în mm^2,

s_e — secţiunea efectivă a jetului de combustibil în mm^2.

Fiecare cantitate de combustibil injectată într-un grad RAM se consideră că se aprinde după o perioadă de întîrziere la aprindere τ. Perioada de întîrziere la aprindere se poate calcula cu relaţia

$$\tau = \frac{6n}{1000} \frac{0{,}0786}{p_m^{0{,}386}} \left(\frac{40}{c_c}\right)^{0{,}69} e^{\frac{8360}{T_m}}, \quad (16)$$

unde

p_m, T_m reprezintă media aritmetică a presiunii, respectiv a temperaturii gazelor din camera de ardere din momentul injecţiei şi momentul aprinderii în at. Presiunea din momentul aprinderii se aproximează pe bază de date statistice,

c_c — cifra cetanică a combustibilului.

Cantităţile de combustibil care ard, din fiecare cantitate Δm_{ci} injectată, în fiecare unghi RAM se determină pe baza unor relaţii empirice. Se propune relaţia lui Shipinski [16]:

$$\xi_i = 1 - e^{-3\frac{Ct}{4d_s^{-2}}\left(1-\frac{Ct}{4d_s^{-2}}\right)} = 1 - e^{-\frac{C\theta}{8d_s^{-2}}\left(1-\frac{C\theta}{8d_s^{-2}}\right)}, \quad (17)$$

unde

ξ_i este fracţiunea de combustibil care arde în timpul t (exprimat prin unghiul θ), din combustibilul injectat în intervalul i,

$C = m\, C_0\, T^n$; conform datelor lui Shipinski se poate admite $m = 4 - 8$, $C_0 = 790$, $n = 0{,}3 - 0{,}35$.

O altă relaţie, mai exactă, dar mai complexă (propusă de Shipinski), este

$$W_{ai} = -\Delta m_{ci}\, B_1\, B_2 e^{-3B_3^{0,75}(1-B_3^{-0,25})}, \quad (18)$$

unde

W_{ai} este cantitatea medie de combustibil care arde într-un grad RAM corespunzător cantităţii injectate în intervalul i (între ξ_i şi W_{ai} există relaţia $\xi_i \Delta m_{ci} = \Delta\theta\, W_{ai}$),

$$B_1 = \frac{B_4 + (\theta - \theta_i)B_5}{d_s},$$

$$B_4 = \frac{3160 T^{0,33}}{6n},$$

$$B_5 = \frac{1043 \frac{\Delta T_i}{T} T^{0,33}}{6n},$$

$$\Delta T_i = T_{i+1} - T_i,$$

$$B_2 = -2{,}25 B_3^{-0,25}(1 - B_3)^{-0,25} + 0{,}75 B_3^{0,75}(1 - B_3)^{-1,25},$$

$$B_3 = 3160(\theta - \theta_i)\frac{T^{0,33}}{6n\, d_s},$$

θ — unghiul RAM pentru o poziție oarecare a pistonului,

θ_i — unghiul RAM corespunzător cantității de combustibil injectate,

T_{i+1} — temperatura gazelor din camera de ardere la finele intervalului i considerat,

T_i — temperatura gazelor din camera de ardere la începutul intervalului i considerat.

Se observă că în relația (18) se impune aproximarea temperaturii de la finele intervalului pentru precizarea mărimilor T_i și T. Pentru aceasta se admite o lege de variație liniară a temperaturii din intervalul precedent și se apreciază astfel temperatura T_{i+1}. Temperatura T_i fiind cunoscută, se pot determina ΔT_i și T.

Cu ajutorul uneia dintre relațiile recomandate este posibil ca, începînd de la finele perioadei de întîrziere la aprindere corespunzătoare combustibilului injectat în intervalul i al legii de injecție, să se calculeze cantitatea totală de combustibil care arde în fiecare interval de un grad.

Procedînd în același fel pentru toate intervalele legii de injecție, se găsesc cantitățile de combustibil care, pentru fiecare caz în parte, ard în diferite intervale ale arderii. Suma acestor cantități într-un interval al arderii reprezintă întreaga cantitate de combustibil care arde în acel interval. Deoarece intervale sînt de cîte un grad RAM, această cantitate reprezintă chiar viteza de ardere W_a. Pe întreaga durată a arderii se obține legea de ardere $W_a = f(\theta)$. Se observă că $m_c = \sum_{i=1}^{n} W_a$.

Cunoscînd legea de ardere, se poate determina ξ și, știind că $\Delta t = \frac{1}{6n}$, se obține $\pi = \frac{\Delta \xi}{\Delta t}$.

Căldura specifică medie la volum constant c_v. Căldura specifică depinde de temperatura și de compoziția gazelor din camera de ardere.

O metodă uzual acceptată constă în considerarea unui fluid de lucru omogen care are la un moment dat aceeași temperatură [7]. În acest caz, cu ajutorul legii gazelor perfecte și apreciind presiunea medie din intervalul considerat (de exemplu considerînd o variație liniară a presiunii din intervalul precedent), se poate aprecia temperatura.

O altă metodă ia în considerare neomogenitatea amestecului. Un astfel de model [2], [10] presupune că în camera de ardere există spații numai cu aer sau cu gaze arse. Dacă se face ipoteza că se formează în procesul de ardere o cantitate de gaze arse proporțională cu cantitatea de combustibil care arde, exprimată prin fracția ξ, și că la $\xi = 0$ există în camera de ardere numai aer, iar la $\xi = 1$ numai gaze arse, atunci se poate scrie

$$U = U_a + U_g,$$

unde a se referă la aer și g la gazele arse. Notînd cu T_e o temperatură convențională a fluidului din camera de ardere și explicitînd, se obține

$$mc_v T_e = m[(1 - \xi)\, c_{v_a} T_a + \xi c_{v_g} T_g)]$$

sau

$$c_v = \frac{(1 - \xi)c_{v_a}T_a + \xi c_{v_g}T_g}{T_e}.$$

Temperatura T_e se găsește scriind ecuațiile de stare pentru aer și pentru gazele arse, adică

$$pV_g = m_g R_g T_g,$$
$$pV_a = m_a R_a T_c,$$
$$p(V_a + V_g) = m_g R_g T_g + m_a R_a T_a = mRT_e.$$

De aici se obține, notînd $\frac{R_g}{R} = \sigma_g$; $\frac{R_a}{R} = \sigma_a$,

$$T_e = \xi\sigma_g T_g + (1 - \xi)\sigma_a T_a. \tag{19}$$

Temperaturile T_a și T_g se determină cu relațiile

$$T_{a_i} = T_{a_{(i-1)}}\Delta p^{\frac{n_a - 1}{n_a}},$$

$$T_{g_i} = T_{g_{(i-1)}}\Delta p^{\frac{n_g - 1}{n_g}},$$

unde n_a și n_g se apreciază, iar Δp se determină considerînd că presiunea din intervalul anterior variază linear.

Coeficientul de transmitere a căldurii α_c. Căldura se transmite de la gazele de ardere la pereții camerei prin radiație și prin convecție. Posibilitatea aprecierii transferului de căldură prin radiație este dificilă, ca urmare a imposibilității cunoașterii factorilor care precizează acest transfer. Ca urmare, deși cum arată unele experimentări, ea poate avea valori, în funcție de tipul de motor, de pînă la 70%, nu se ia în considerare energia pierdută prin radiație.

În ceea ce privește transferul de căldură prin convecție, există astăzi un număr suficient de mare de relații propuse. Expresiile deduse de diferiți cercetători sînt de forma

$$\alpha_c = Cp^m T^n, \tag{20}$$

unde n și m sînt niște coeficienți determinați experimental, iar C o constantă care depinde (în funcție de autori) de o serie de parametri, ca, de exemplu, viteza medie a pistonului, diametrul cilindrului, gradul de umplere, cantitatea de combustibil care arde etc.

Prin explicitarea diferită a constantei C și prin valorile atribuite coeficienților m și n (ca urmare a modelului care a schematizat procesul de convecție, a parametrilor care au fost luați în considerare și a condițiilor la limită puse), expresiile diferă între ele. Datorită multitudinilor factorilor care pot modifica transferul real de căldură, relațiile obținute sînt aproxi-

mative şi, în consecinţă, erorile care se fac sînt suficient de mari (fac excepţie motoarele pentru care au fost determinaţi coeficienţii conţinuţi în relaţii).

Se propune (datorită simplităţii ei) relaţia lui Eichelberg :

$$\alpha_c = 1{,}58 W_{p_m}^{\frac{1}{3}} \sqrt{pT}, \tag{21}$$

unde W_{p_m} este viteza medie a pistonului.

Volumul V, suprafaţa A a camerei de ardere şi viteza pistonului W_p sînt exprimate prin valorile medii corespunzătoare pentru intervalul analizat.

Diferenţa de temperatură ΔT dintre gaze şi perete se echivalează cu diferenţa dintre temperatura medie a fluidului T şi o valoare medie a temperaturii pereţilor, apreciată pe baze statistice sau experimentale.

În cazul motoarelor cu camere separate de ardere, problema este mult mai complexă, ca urmare nu numai a existenţei relaţiilor (12) şi (13) care trebuie folosite, ci şi a dificultăţilor care apar în determinarea mărimilor π^*, π, c_v^*, c_v etc.

Se propune o metodă similară cu cea prezentată anterior, la care se aduc o serie de corective. Astfel se consideră că :

— procesul de ardere are loc în primul rînd în camera separată de ardere pînă la epuizarea oxigenului existent în cameră ; arderea are loc cu un coeficient de exces de aer λ ;

— din cantitatea de combustibil injectată în timpul arderii în camera secundară, un anumit procent de combustibil φ este transferat în camera principală odată cu gazele arse. Întîrzierea la aprindere în camera principală se măsoară din momentul pătrunderii în cameră a combustibilului. Acest moment se apreciază luînd în considerare timpul necesar parcurgerii de către jet a camerei secundare ;

— după terminarea arderii în camera secundară, cantităţile de combustibil injectate trec în camera principală.

În consecinţă, schema modelului propus este următoarea :

1) se calculează cantitatea de oxigen existentă în camera separată de ardere şi, considerînd un coeficient de exces de aer λ, se apreciază cantitatea de combustibil care poate arde ;

2) cunoscînd legea de injecţie, se împarte într-un număr de intervale, avînd fiecare o durată de un grad R.A.M. ;

3) se admite pe considerente experimentale coeficientul φ şi se calculează cantitatea $\Delta m_{ci}^* = (1 - \varphi)\Delta m_{ci}$, care rămîne şi arde în camera secundară de ardere ;

4) se calculează cu relaţiile (15) şi (16) diametrul Sauter şi perioada de întîrziere la aprindere, corespunzătoare cantităţilor Δm_{ci}^* de combustibil ;

5) utilizînd expresia (17) sau (18), se determină cantităţile de combustibil care ard pînă la un anumit unghi RAM şi perioadele de întîrziere la aprindere, corespunzătoare cantităţilor de combustibil injectate Δm_{ci}^*. Se însumează aceste cantităţi pe fiecare interval de un grad şi se determină legea de ardere $W_a^* = f(\theta)$ şi apoi π^*. În intervalul cînd s-a consumat întreaga cantitate de combustibil calculată la punctul 1, se consideră că s-a terminat arderea în această cameră ;

6) se calculează timpul necesar jetului de combustibil să parcurgă camera secundară de ardere;

7) începînd cu acest moment, se determină cantităţile de combustibil care pătrund în camera principală $\Delta m_{c_{pi}}$:

$\Delta m_{c_{pi}} = \varphi \Delta m_{ci}$ pînă la finele arderii în camera secundară şi apoi $\Delta m_{c_{pi}} = \Delta m_{ci}$;

8) cu ajutorul relaţiilor folosite la camera secundară se determină mărimea π.

Pentru determinarea coeficientului de transmitere a căldurii prin convecţie se propune relaţiile lui Pflaum, deduse pentru motoarele supraalimentate:

$$\alpha_c^* = (6{,}2 - 5{,}2 \cdot 5{,}7^{-0{,}1W_p} + 0{,}025\ W_p) 2{,}3\ p_s^{\frac{1}{4}} p^* T^*, \tag{22}$$

$$\alpha_c = (6{,}2 - 5{,}2 \cdot 5{,}7^{-0{,}1W_p} + 0{,}025\ W_p)\ 0{,}8\ p_s^{\frac{2}{3}} pT. \tag{23}$$

Presiunea, temperatura, căldurile specifice medii în cele două camere şi mărimile dependente a*, ψ, ΔT şi ΔT^* se calculează în acelaşi mod cu cel descris la motoarele cu injecţie directă, ţinînd cont în exprimarea coeficienţilor de particularităţile fiecărei camere.

*

În concluzie, metoda propusă permite ridicarea cu ajutorul maşinilor de calcul a diagramei mecanice a motoarelor. Apar dificultăţi în precizarea legii de variaţie, în special a vitezei de ardere şi a coeficientului de schimb de căldură între gaze şi pereţi.

Modelul de calcul, propus pe baza precizării legii de injecţie şi în cadrul unor ipoteze de lucru, permite determinarea mărimilor variabile ale ecuaţiilor diferenţiale stabilite şi pregătirea lor pentru integrare.

Tratamentul ecuaţiilor diferenţiale are grade de complexităţi diferite în funcţie de caracterul ipotezelor de lucru adoptate. Un tratament mai simplu duce însă şi la erori mai mari faţă de comportarea reală a diagramei mecanice.

BIBLIOGRAFIE

1. Apostolescu Nicolae, *Contribuţii la modelarea arderii în motorul cu ardere internă prin comprimare şi injecţie directă*, teză de doctorat, Bucureşti, 1971.
2. Apostolescu N., B. Grunwald, D. Taraza, *Determinarea legii de ardere a unui motor cu ardere internă după diagrama indicată prin intermediul calculatoarelor numerice.* Bul. Inst. politehnic Bucureşti, *4* (1969).
3. Aramă C., M. Selim-Maselhi, *Un model fizic al arderii în motorul cu aprindere prin comprimare*, Conf. Internaţională de motoare cu ardere internă, Bucureşti, 1970.
4. Aulay Mc. K. J., Wu Tang, S. Chen, G. L. Borman, P. S. Myers, O. A. Uyehara, *Development and evolution of the simulation of the compresion ignition engine.* S.A.E. Transaction (1966).

5. AUSTEN A. E., W. T. LYN, *Some stepts toward calculating Diesel engine behavior.* S.A.E. Transaction (1962).

6. AUSTEN, A. E., W. T. LYN, *Relation between fuel injection and heat release in a direct — injection engine and the nature of the combustion processes.* Proc. Inst. Mech Engens, *1*, (1960—1961).

7. BORMAN G. L., R. S. MYERS, O. A. UYEHARA, *Some problems areas in engine simulation*, Conf. internațională de motoare cu ardere internă, București, 1970.

8. BOWDEN C. M., B. S. SAMOGA, W. T. LYN, *Rate of heat release in high-speed indirect injection Diesel enigines*, Diesel engine Combustion Symposium, Londra, 1970.

9. GRIGG H. C., M. H. SYED, *The problem of predicting rate of heat release în Diesel engine*, Diesel engine Combustion Symposiom, Londra, 1970.

10. GRÜNWALD B., N.APOSTOLESCU, D. TARAZA, *Posibilități de evaluare a caracteristicii de degajare a căldurii de reacție după diagrama indicată la motoarele cu ardere internă*, Conf. internațională de motoare cu ardere internă, București, 1970.

11. GRÜNWALD B., N. APOSTOLESCU, *Calculul energiei interne a gazelor din cilindrul motorului cu ardere internă cu considerarea neomogenității termice a amestecului în perioada arderii.* Bul. Inst. politehnic București, *3* (1969).

12. KALMAR I., *The momentany value of the heat — transfer coeficient în internal — combustion engines*, Conf. internațional de motoare cu ardere internă, București, 1970.

13. LYN W. T., *Calculations of the effect of rate of heat release on the shape of cylinder.* Proc. Inst. Mech. Engeners, *1* (1960—1961).

14. MAHOMED SELIM M., *Contribuții la studiul arderii rapide în motorul Diesel.* Construcția de mașini, *10* (1971).

15. NĂSTASE M., *Utilizarea indicilor caracteristici în studiul proceselor din motoarele diesel.* Bul. Acad. militare generale, *3* (1970).

16. SHIPINSKI I. H., P. S. MYERS, O. A. UYEHARA, *A spray — droplet model for Diesel combustion*, Diesel engine combustion Symposium, Londra, 1970.

17. STRATULAT M., *Calculul arderii în motoarele cu aprindere prin compresiune cu injecție directă* Bul. Acad. militare generale, 4 (1967).

18. TARAZA D., A. BELEI, *Considerații privind influența caracteristicii de degajare a căldurii asupra performanțelor motoarelor cu aprindere prin comprimare cu cameră divizată de ardere*, Conf. internațională de motoare cu ardere internă, București, 1970.

19. WHITEHAUSE N. D., R. WAY, *Rate of heat release în Diesel engines and its correlation with fuel injection data*, Diesel engine combustion Symposion, Londra, 1970.

[illegible] DE ARDERE IN MOTOARELE DIESEL [illegible]

5. [illegible] W. T. [illegible] Diesel engine [illegible]. S.A.E. Transaction (1970).

6. [illegible] A. E., W. T. [illegible] fuel injection and heat release in a direct-injection engine and [illegible] combustion processes. Proc. Inst. Mech. Engrs, 1, (1969—1970).

7. [illegible] L., R. S. [illegible] A. [illegible] Some problems [illegible] Diesel [illegible] Intern. Bucureşti, 1970.

8. [illegible] C. W., [illegible] W. T. [illegible] Diesel engines, Diesel engine Combustion Symposium, Londra, 1970.

9. [illegible] C. H. [illegible] Symposium, Londra, 1970.

10. [illegible] B., N. [illegible] Diesel engine Combustion Symposium, Londra, 1970.

11. [illegible] N. [illegible] Diesel engine Combustion Symposium, Londra, 1970.

12. [illegible] L. The [illegible] — transfer coefficient in internal — combustion engines. Conf. [illegible] de motoare cu ardere interna, Bucureşti, 1970.

13. [illegible] W. T., [illegible] of heat release in the [illegible] of [illegible]. Proc. Inst. Mech. Engrs, 1, (1969—1970).

14. [illegible] Sedan [illegible] Diesel. Construcţia de [illegible], 1, (1971).

15. [illegible] M., Utilitarea [illegible] in studiul [illegible] din motoarele diesel. Bul. [illegible] (1970).

16. [illegible] P. S. [illegible] O. A. [illegible], Aspray — [illegible] model for Diesel combustion, Diesel engine combustion Symposium, Londra, 1970.

17. [illegible] M., Calculul [illegible] prin compre[illegible] în injecţia [illegible] Bul. Acad. militare generale, 4 (1967).

18. [illegible] D., A. [illegible] Diesel engine [illegible] de [illegible] a [illegible] performanţe [illegible] cu [illegible] de ardere, Conf. internaţională de motoare cu ardere interna, Bucureşti, 1970.

19. [illegible] N. D., R. W. [illegible] of heat release in Diesel engines and its correlation with fuel injection data. Diesel engine combustion Symposion, Londra, 1970.

STUDIUL REGIMULUI TRANZITORIU ÎN CIRCUITUL DUBLUFEROREZONANT SERIE

I. POPESCU

621.316.5

În lucrare se analizează regimul tranzitoriu în circuitul dubluferorezonant serie. Elementul neliniar din circuit este bobina cu miez feromagnetic comandată în c.c., a cărei caracteristică puternic neliniară a fost aproximată prin cinci segmente de dreaptă, iar regimul tranzitoriu s-a studiat pentru cazul cuplării la o sursă de tensiune sinusoidală.

1. INTRODUCERE

Studiul regimului tranzitoriu în circuitul dubluferorezonant face parte din analiza circuitelor neliniare în regim tranzitoriu. În general, analiza circuitelor neliniare și în special a circuitelor ferorezonante în regim tranzitoriu este dificil de efectuat, și lucrări în această direcție se întîlnesc abia în ultimul deceniu [1], [5], [6].

Cu excepția circuitelor constituite exclusiv din rezistoare neliniare și liniare, ecuațiile de funcționare ale unui circuit neliniar sînt diferențiale și neliniare. Soluția generală a unei astfel de ecuații, în cazul în care se poate determina, caracterizează regimul tranzitoriu al circuitului.

Stabilirea ecuației diferențiale a circuitului este condiționată de posibilitatea de aproximare a caracteristicilor elementelor neliniare care intervin. Mult mai dificilă este însă obținerea soluțiilor exacte sau chiar aproximative ale ecuațiilor diferențiale neliniare studiate.

Circuitul ferorezonant, constituit dintr-o bobină neliniară (cu miez feromagnetic) și un condensator liniar (sau neliniar) cu sau fără pierderi, este un circuit neliniar, a cărui ecuație de funcționare în regim tranzitoriu este diferențială neliniară de ordinul doi.

Este cunoscută în literatură utilizarea metodelor numerice, grafo-analitice sau analitice pentru obținerea soluțiilor aproximative ale ecuațiilor diferențiale neliniare de ordinul doi.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 869—886, 1972

În această lucrare se analizează circuitul dubluferorezonant serie (CDFRS) în regim tranzitoriu. Elementul neliniar din circuit (bobina cu miez feromagnetic), prezentînd o caracteristică puternic neliniară, a fost aproximată prin cinci segmente de dreaptă, iar regimul tranzitoriu s-a studiat pentru cazul cuplării la o sursă de tensiune sinusoidală (mai important şi mai des întîlnit).

2. CUPLAREA CIRCUITULUI DUBLUFEROREZONANT SERIE LA O SURSĂ DE TENSIUNE SINUSOIDALĂ

Circuitul dubluferorezonant serie (CDFRS) este constituit dintr-un rezistor liniar, un condensator liniar şi o bobină neliniară (cu miez feromagnetic, în montaj de amplificator magnetic comandat în c.c.). Pentru o astfel de bobină neliniară, legătura dintre inducţia magnetică B şi intensitatea cîmpului H în miez $B(H)$ este neliniară şi multiformă (fig. 1). Studiul CDFRS în regim tranzitoriu, considerînd funcţia $B(H)$ neliniară şi

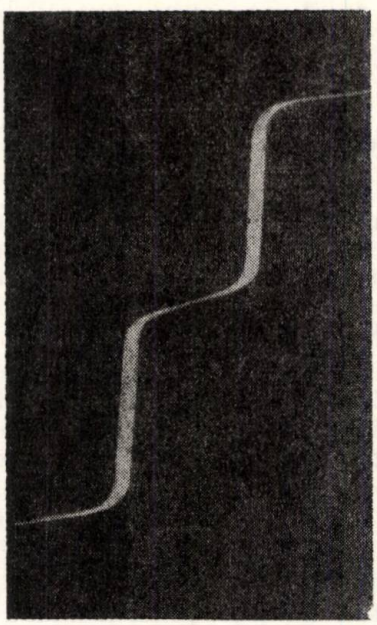


Fig. 1. — Oscilograma bobinei neliniare comandate în c.c. Ψ (i).

multiformă (ţinînd seama de ciclul de histerezis dinamic), este foarte dificil, iar obţinerea soluţiei ecuaţiei diferenţiale neliniare în cazul general este practic imposibilă.

În acest caz se înlocuieşte bobina neliniară reală, avînd caracteristica multiformă, cu o bobină neliniară ideală de caracteristică neliniară simetrică faţă de origine, în serie cu o rezistenţă neliniară de pierderi (echivalentă pierderilor prin histerezis). Se obţine astfel o caracteristică

neliniară $B(H)$ simetrică, asemănătoare cu caracteristica dinamică $\Psi(i)$ a bobinei neliniare. De asemenea se poate observa că această caracteristică

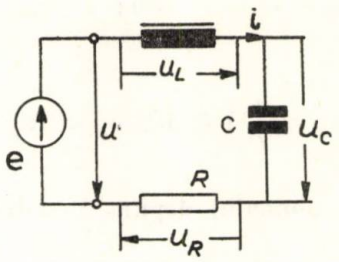


Fig. 2. — Circuitul ferorezonant serie.

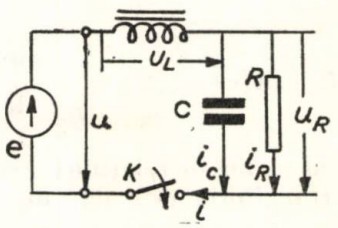


Fig. 3. — Schema de cuplare a circuitului ferorezonant de tip C. Hayashi la o sursă de tensiune sinusoidală e.

dinamică $\Psi(i)$ este asemănătoare cu caracteristica statică $U_L(I_L)$ sau $U_{L_m}(I_{L_m})$ (fig. 2).

CDFRS prezintă trei scheme electrice echivalente, din care se studiază în continuare schema din figura 3 (care prezintă avantaje pentru cuplarea la tensiune sinusoidală).

Caracteristica dinamică $\Psi(i)$ (fig. 1) este asemănătoare cu cea statică $U_L(I_L)$ (fig. 4) şi prezintă trei porţiuni unde $\Psi(i)$ sau $U_L(I_L)$ sînt practic liniare, şi anume 1) pentru curenţi slabi, 2) medii şi 3) intenşi. În acest caz,

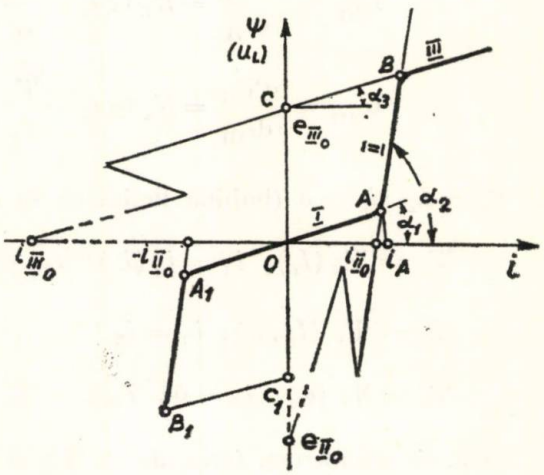


Fig. 4. — Caracteristica $\Psi(i)$ a bobinei neliniare comandate în c.c. liniarizată pe porţiuni.

metoda cea mai indicată de aproximare a caracteristicilor neliniare (fig. 1 şi 4) este cea a liniarizării convenabile (pe porţiuni), astfel încît ecuaţiei diferenţiale neliniare de ordinul doi îi corespund atîtea ecuaţii diferenţiale liniare de ordinul doi cîte porţiuni de dreaptă s-au ales pentru aproximarea caracteristicii neliniare a bobinei (pentru o alternanţă).

Ecuațiile CDFRS, reprezentat prin schema sa echivalentă (fig. 3) în regimul ce urmează închiderii întrerupătorului K (la $t = 0$), sînt de forma

$$u_L + u_C = u\,;\quad u_R - u_C = 0\,;\quad i_R + i_C - i_L = 0\,;\quad i = i_L, \tag{1}$$

unde

$$e = u = U_m \sin(\omega t + \varphi_i)\,;\quad u_L = \frac{d\Psi}{dt}\,;\quad u_C = \frac{1}{C}\int i_C\,dt\,;\quad u_R = Ri_R\,. \tag{2}$$

Ținînd seama de relațiile (1) și (2), semnalul răspuns $\Psi(t)$ din CDFRS în regim tranzitoriu este dat de

$$\frac{d^2\Psi}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{d\Psi}{dt} + \frac{1}{C}i_L(\Psi) = \omega U_m\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\varphi}\,\cos(\omega t + \varphi_i)\,;\ \mathrm{tg}\varphi = \frac{1}{\omega RC}\cdot \tag{3}$$

Cînd caracteristica bobinei neliniare comandate în c.c. $\Psi(i)$ se liniarizează pe porțiuni (fig. 4), atunci în funcționarea CDFRS (fig. 3) intervin parametrii dinamici ai bobinei, definiți de relațiile

$$\begin{aligned}
L_{d_I} &= \frac{d\Psi_I}{di_I} = K_L\,\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{\Psi_A - \Psi_0}{i_A - i_0} = L_{stI}\,,\\
L_{d_{II}} &= \frac{d\Psi_{II}}{di_{II}} = K_L\,\mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{\Psi_B - \Psi_A}{i_B - i_A} \neq L_{stII}\,,\\
L_{d_{III}} &= \frac{d\Psi_{III}}{di_{III}} = K_L\,\mathrm{tg}\alpha_3 = \frac{\Psi_B - \Psi_C}{i_B - i_C} \neq L_{stIII}\,,
\end{aligned} \tag{4}$$

unde $\Psi_0 = L_{dI}\cdot i_0 = 0$ (bobină neliniară în montaj de amplificator), iar

$$\begin{aligned}
&\Psi_A = \Psi_A(I_C)\,;\ i_A = i_A(I_C)\,;\ L_{d_I} = L_{d_1} \cong \text{const},\\
&\Psi_B = \Psi_B(I_C, \omega)\,;\ i_B = i_B(I_C, \omega)\,;\ L_{dII} = L_{d_2} \cong L_{d_2}(\omega),\\
&\Psi_C = \Psi_C(\omega)\,;\ i_C = 0\,;\ L_{dIII} = L_{d_3} \cong L_{d_3}(\omega).
\end{aligned} \tag{5}$$

Dacă, de asemenea, funcțiile $\Psi(I_C)$ și $i(I_C)$ se liniarizează, atunci $L_{d_I} \cong C_1$; $L_{d_{II}} = L_{d_{II}}(\omega)$; $L_{d_{III}} \cong C_3$. În cazul cînd permeabilitatea magnetică inițială μ_i și de saturație μ_s (fig. 1 și 4) sînt aproximativ egale, atunci $L_{d_I} \cong L_{d_{III}} = L_1$; $L_{d_{II}} = L_2$. În această situație, cuplarea unui CDFRS la o sursă de tensiune sinusoidală (fig. 3) poate fi studiată cu ajutorul schemei electrice echivalente reprezentată în figura 5.

Întrebuinţînd caracteristica $U_L(i)$, sau $U_L(I)$, atunci în schema electrică echivalentă (fig. 5) intervin generatoarele de tensiune e_{II_0}, e_{III_0}, iar cînd se foloseşte caracteristica dinamică $\Psi(i)$ intervin generatoarele de curent i_{II_0}, i_{III_0} echivalente (montate în paralel în circuit). Aceste generatoa-

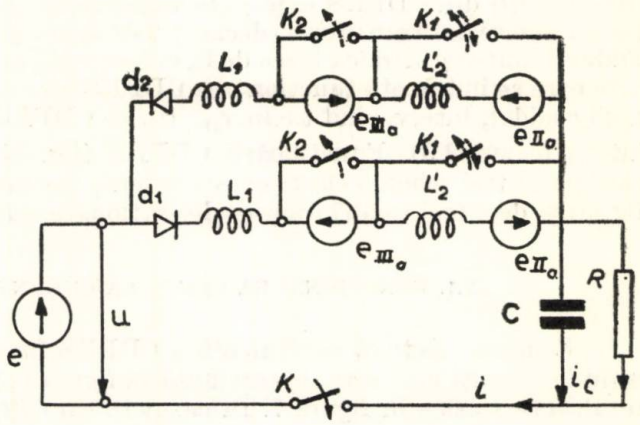


Fig. 5. — Schema electrică echivalentă a CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu.

re de tensiune sau de curent se determină, aplicînd teoremele de comutaţie în punctele caracteristice de funcţionare a CDFRS în regim tranzitoriu (fig. 4, pct. A, A_1, B, B_1):

$$
\begin{aligned}
&i_{II_0} = i_A - \frac{\Psi_A}{L_2} = i_A\left(1 - \frac{L_1}{L_2}\right),\\
&\Psi_{II_0} = L_2 i_{II_0} = i_A(L_2 - L_1) = L_2' i_A;\ e_{II_0} = -\frac{d\Psi_{II_0}(t)}{dt},\\
&i_{III_0} = (i_B - i_A)\left(\frac{L_2}{L_1} - 1\right),\\
&\Psi_{III_0} = (i_B - i_A)\ (L_2 - L_1) = L_2'\ (i_B - i_A);\ \ e_{III_0} = \frac{-d\Psi_{III_0}(t)}{dt},
\end{aligned}
\tag{6}
$$

unde i_A şi i_B depind de semnalul răspuns din CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu. Întrerupătorul K poate comanda faza semnalului aplicat u, iar K_1 şi K_2 sînt întrerupătoare care se comută pentru anumite valori cunoscute ale semnalului răspuns din CDFRS (Ψ sau i), şi anume: pentru $i = i_A$ se comută K_1 (linie punctată), iar pentru $i = i_B$ se comută K_1 şi K_2 (linie punct).

Astfel s-a obţinut schema electrică echivalentă (fig. 5) a CDFRS real (fig. 2) funcţionînd în regim tranzitoriu, ale cărei elemente componente se pot determina uşor în mod aproximativ şi destul de dificil în mod riguros.

Dacă după cuplarea CDFRS la o tensiune sinusoidală $u(t)$ (fig. 3) semnalul răspuns din circuit $i(t)$, respectiv $\Psi(t)$, nu depăşeşte valoarea-limită (admisă) $i_A(t)$, regimul tranzitoriu care se produce are loc într-un circuit liniar şi deci regimul permanent spre care tinde circuitul va fi sinusoidal (cazul 2.1).

În cazul cînd $i(t)$ depăşeşte valoarea-limită $i_A(t)$, în acel moment structura circuitului se schimbă din nou (inductivitatea dinamică devine L_2), producîndu-se un nou regim tranzitoriu, iar regimul permanent spre care tinde funcţionarea CDFRS va fi periodic nesinusoidal (intervine t.e.m. $e_{II_0}(t)$) şi CDFRS funcţionează la curent mediu (cazul 2.2). În continuare, dacă curentul $i(t)$ din CDFRS depăşeşte valoarea-limită (admisă) i_B, atunci are loc un nou regim tranzitoriu, declanşat de schimbarea structurii circuitului (inductivitatea dinamică trece de la valoarea L_2 la L_1). Regimul permanent spre care se îndreaptă funcţionarea CDFRS este de asemenea periodic, dar nesinusoidal, intervenind t.e.m. $e_{III_0}(t)$, şi CDFRS funcţionează la curent intens (cazul 2.3). Funcţionării CDFRS (fig. 2) în regim tranzitoriu îi corespund trei scheme electrice echivalente (rezultînd din schema electrică fig. 5) şi deci trei cazuri diferite de staţionare a lor.

2.1. FUNCŢIONAREA CDFRS LA CURENT MIC ($i<i_A$)

Schema electrică echivalentă a CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu la curenţi mici este reprezentată în figura 6, iar caracteristicile $V-A$ rezultante statice în figura 7. În cazul în care $i(t)<i_A(t)$, CDFRS devine

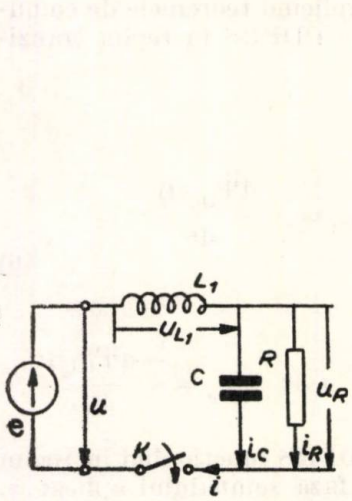


Fig. 6. — Schema electrică echivalentă a CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu pentru curenţi mici.

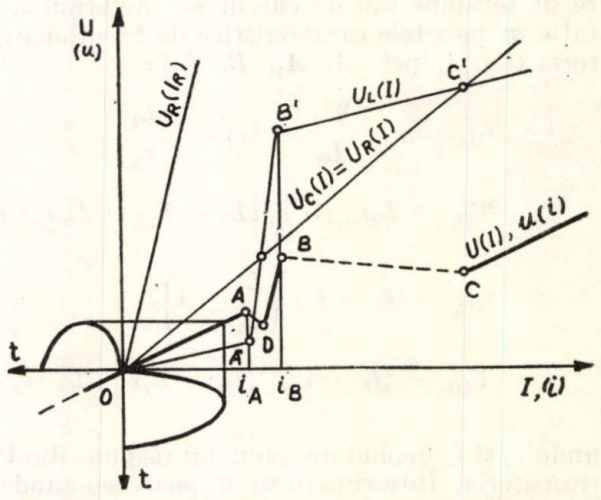


Fig. 7. — Caracteristicile $V-A$ statice ale CDFRS funcţionînd la curenţi mici.

liniar (fig. 6), iar regimul tranzitoriu se poate studia cu ajutorul transformatei Laplace, ecuaţiile de funcţionare ale circuitului fiind

$$pL_1 \mathfrak{L}i + \frac{1}{pC}\mathfrak{L}i_C = \mathfrak{L}u + L_1 i(0) - \frac{U_C(0)}{p}, \tag{7}$$

$$R\mathfrak{L}_{i_R} - \frac{1}{pC}\mathfrak{L}i_C = \frac{U_C(0)}{p};\ \mathfrak{L}i_R + \mathfrak{L}i_C - \mathfrak{L}i = 0.$$

Din sistemul (7) se obţine imaginea semnalului răspuns $\mathcal{L}_i$ de forma

$$\mathcal{L}i = \frac{U_m(\omega\cos\varphi_i + p\sin\varphi_i)(p+2\alpha)}{L_1(p^2+2\alpha p+\omega_0^2)(p^2+\omega^2)} + \frac{(p+2\alpha)\,i(0)}{p^2+2\alpha p+\omega_0^2} - \frac{U_C(0)}{L_1(p^2+2\alpha p+\omega_0^2)}, \tag{8}$$

unde

$$\alpha = \frac{1}{2RC},\quad \omega_0^2 = \frac{1}{L_1C},\quad i(0) = i_L(0) = 0,\quad U_C(0) \neq 0,\quad \beta^2 = \alpha^2 - \omega_0^2. \tag{9}$$

În funcţie de parametrii din CDFRS (fig. 6) se obţin cele trei regimuri ale componentei libere, şi anume : a) regim aperiodic (pentru $\beta > 0$), *b*) regim aperiodic critic ($\beta = 0$) şi c) regim oscilant (pentru $\beta_1 > 0$, unde $\beta_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$).

Deoarece o importanţă mare o au CDFRE cu pierderi mici, se prezintă în continuare numai cazul CDFRS oscilant ($\beta_1 > 0$). În acest caz, rădăcinile ecuaţiei $U(p) = p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0$ sînt complex conjugate de forma

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha \pm j\beta_1,\ \beta_1 = \omega_p. \tag{10}$$

Ţinînd seama de relaţiile (8) şi (10), se obţine semnalul-răspuns $i(t)$ din CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu la curent mic (11) :

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i - \varphi) + A_1 e^{-\alpha t}\sin(\omega_p t + A_2), \tag{11}$$

unde

$$A_1 = -I_m \sin(\varphi_i - \varphi)\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 A_2}, \tag{12}$$

$$\operatorname{ctg} A_2 = \frac{\alpha}{\omega_p} + \frac{\omega}{\omega_p}\operatorname{ctg}(\varphi_i - \varphi) - \frac{Z_1}{\omega_p L_1 \sin(\varphi_i - \varphi)}\left[\sin\varphi_i \mp \frac{U_C(0)}{Um}\right],$$

$$\text{pentru } U_C(0) \neq 0,\ i(0) = 0.$$

Se determină (prin metoda grafoanalitică) valorile extreme ale curentului $i(t)$ (relaţia (11)) şi se precizează cazurile în care, funcţie de parametrii din circuit, elongaţia semnalului răspuns din CDFRS $i(t)$ are valoarea maximă (cazul a) sau minimă (cazul b).

a. Elongaţia maximă a semnalului răspuns $i(t)$ are loc cînd

$$\varphi_i - \varphi = \theta_1 \to 0;\quad A_2 \to 0,$$

adică

$$\omega t_{m_{p_k}} + \theta_1 = (2k+1)\frac{\pi}{2};\quad \omega_p t_{m_{i_k}} + A_2 = \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega_p}{\alpha} =$$

$$= (k+1)\pi,\ (k = 0,1,2,\ldots). \tag{13}$$

Timpul t_m după care apare elongaţia maximă depinde atît de faza iniţială φ_i a semnalului aplicat $u(t)$, cît şi de parametrii din circuit x_i.

În cazul CDFRS cu pierderi foarte mici (α foarte mic), pentru ca $t_{mp} = t_{ml} \cong \frac{T}{4}$ (fig. 8), trebuie ca $\omega_p \to 3\omega$. Ținînd seama de relațiile (11) și

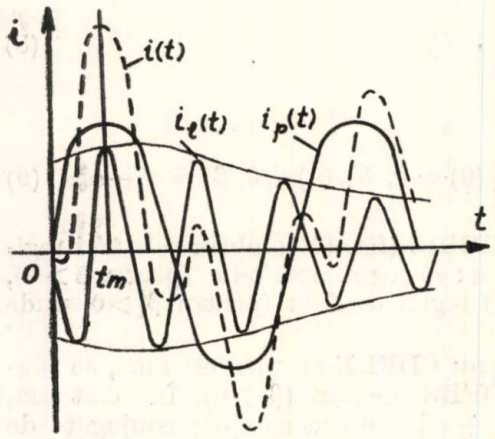


Fig. 8. — Semnalul răspuns $i(t)$ în regim tranzitoriu pentru CDFRS funcționînd la curenți mici.

(13), elongația maximă a curentului $i_{\max}(t)$ devine

$$i_{\max}(t) = i(t_m) = I_m \sin \frac{\omega T}{4} + A_1 \sin \omega_p \frac{T}{4},$$

$$I_m \sin \theta_1 = -A_1 \sin A_2 ; A_1 = -\lambda I_m ; \lambda = \frac{\sin \theta_1}{\sin A_2} = \lambda(\varphi_i, x_i). \tag{14}$$

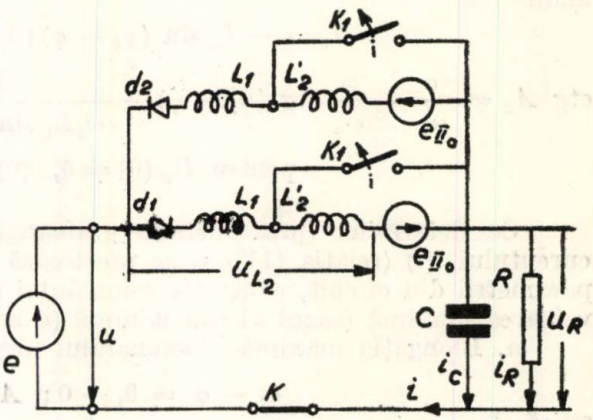


Fig. 9. — Schema electrică echivalentă a CDFRS funcționînd în regim tranzitoriu la curent mediu.

Condiția ca CDFRS să funcționeze la curent mic (fig. 4) după stingerea regimului tranzitoriu în regim permanent este

$$i_{\max}(t) = I_m(1+\lambda) ; i_{A\max}(t) = I_{mA},$$

$$I_n(1+\lambda) < I_{mA} ; U < \frac{1}{1+\lambda} \cdot U_A, \tag{15}$$

deci supraintensitatea maximă în CDFRS cu amortizare slabă, funcționînd la curent mic, se obține pentru $\varphi_i \simeq 90°$ ($\omega_p \to 3\ \omega$). Pentru această fază inițială, circuitul prezintă tendința de a trece ușor la curent mediu (cazul 2.2).

b. Elongația minimă a semnalului-răspuns $i(t)$ are loc cînd ω_p este tot o armonică impară, iar $\varphi_i \to 0$, și expresiile analitice sînt asemănătoare relației (15).

Dacă se modifică unul dintre parametrii CDFRS, sau valoarea efectivă a tensiunii U astfel ca $i_{max}(t) \geqslant i_{Amax}(t)$, atunci, după un timp t_m determinat, semnalul răspuns din circuit trece de la curenți mici (cazul 2.1) la medii (cazul 2.2).

2.2. FUNCȚIONAREA CDFRS LA CURENT MEDIU

Pentru timpul cît CDFRS funcționează în regim tranzitoriu la curent mediu (porțiunea AB, inductivitatea dinamică L_2, fig. 4), schema electrică echivalentă generală (fig. 5) se particularizează în figura 9. La $t = t_m (t' = t - t_m = 0)$ are loc deschiderea întrerupătorului K_1, deci declanșarea unui nou regim tranzitoriu, ale cărui condiții inițiale provin din regimul tranzitoriu care a avut loc în circuit în intervalul $t \in [0, t_m]$. Ecuațiile de funcționare ale CDFRS (fig. 9) pentru $t' > 0$ ($t > t_m$) sînt

$$u_L + u_C = u + e_{II_0} = u(t');\ u_R - u_C = 0,\ i_R + i_C - i = 0 \tag{16}$$

sau, sub formă operațională,

$$pL_2\,\mathfrak{L}i + \frac{1}{pC}\,\mathfrak{L}i_C = \mathfrak{L}u(t') + L_2 i(0) - \frac{U_C(0)}{p} = \mathfrak{L}u\,(t) + L_2\,i(t_m) - \frac{U_c(tm)}{p}, \tag{17}$$

$$R\,\mathfrak{L}i_R - \frac{1}{pC}\,\mathfrak{L}i_C = \frac{U_C\,(0)}{p};\ \mathfrak{L}\,i_R + \mathfrak{L}i_0 - \mathfrak{L}i = 0,$$

iar imaginea semnalului răspuns va fi de forma (18)

$$\mathfrak{L}i\,\frac{RCL_2p^2 + L_2p + R}{1 + RCp} = \mathfrak{L}\,u(t') + L_2 i\,(0) - \frac{RC}{1 + RCp}\,U_C(0) \quad (t' = 0). \tag{18}$$

Determinarea curentului $i(t)$ este condiționată de cunoașterea tensiunii $u(t')$ care depinde de t.e.m. e_{II_0} (rel 6_2), a cărei expresie analitică aproximativă este dată de (19):

$$e_{iI_0}\,(t) = e_{II_0}(t') = \begin{cases} 0;\ \ 0 \leqslant t \leqslant t_A;\ t_D \leqslant t \leqslant \dfrac{T}{2} - t_A, \\ E_{II_0}(t) = U_{m_A} - \dfrac{\Delta Um}{\Delta t}\ t';\ 0 \leqslant t' \leqslant \Delta t;\ \Delta t = \\ = t_D - t_A,\ \Delta U_m = U_{mD} - U_{mA}. \end{cases} \tag{19}$$

În cazul cînd $i(0) = i(t_A) = i(t_m)$, $U_C(0) = U_C(t_A) = U_C(t_m)$ sînt diferite de zero, atunci obținerea exactă a semnalului răspuns $i(t)$ din relația (18) devine foarte dificilă.

Întrucît caracteristica neliniară a bobinei comandate în c.c. (fig. 1) a fost liniarizată pe porțiuni (fig. 4), atunci se poate aplica teorema suprapunerii, în sensul că semnalul-răspuns căutat, $i(t)$ sau $\Psi(t)$, poate fi considerat ca fiind compus dintr-o componentă de regim liber și una de regim permanent:

$$i(t) = i_p(t) + i_l(t'), \; t' = t - t_A. \tag{20}$$

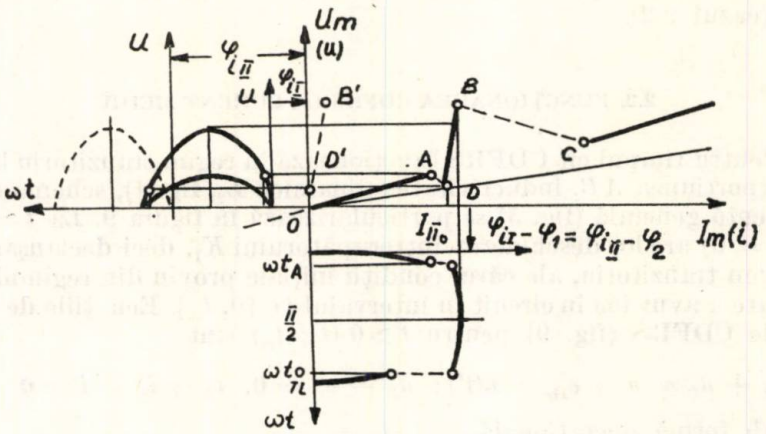


Fig. 10. — Caracteristicile $V-A$ statice ale CDFRS funcționînd la curent mediu.

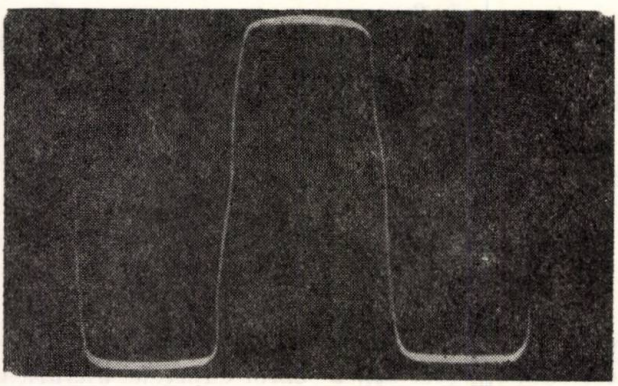


Fig. 11. — Oscilograma curentului mediu de regim permanent $i_p(t)$.

Determinarea componentei de regim permanent $i_p(t)$ se poate face pe cale grafoanalitică (fig. 10) și verifica experimental la osciloscraf (fig.11). Întrucît $i_p(t) = -i_p(t + T/2)$, $i_p(t)$ va fi de forma

$$i_p(t) = i_{\Pi_p}(t) = i_{\Pi p_1} + i_{\Pi p_3} + i_{\Pi p_5} + \ldots =$$

$$= \sqrt{2} \sum_{k=0}^{\infty} I_{\Pi p_{2k+1}} \sin\,[(2k+1)\omega t + \varphi_{2k+1}], \tag{21}$$

unde $\sqrt{2}\ I_{\Pi_{p_{2k+1}}}$ şi φ_{2k+1} este amplitudinea şi faza armonicii de rang $2k+1$ a semnalului-răspuns descompus în serie Fourier. Armonicile de rang superior au amplitudine mică (întrucît pe armonici nu este îndeplinită condiţia de rezonanţă) şi în calcul se poate considera cu precizie destul de bună $k = 0,1,2$. Valoarea efectivă a semnalului răspuns I_{Π_p} va fi

$$I_{\Pi p} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I^2_{\Pi_p 2k+1}} \cong \sqrt{\sum_{k=0}^{2} I^2_{\Pi p 2k+1}}\ . \tag{22}$$

Se prezintă de asemenea numai CDFRS oscilant (cu pierderi mici), care prezintă o importanţă practică mai mare.

Soluţia $i_{\Pi}(t)$ de regim tranzitoriu, determinată din relaţia (18) sau (20), este de forma

$$i_{\Pi}(t) = \sqrt{2}\cdot I_{\Pi_p} \sin(\omega t + \varphi_{i_{\Pi}} - \varphi_2) + A_1 e^{-\alpha t'} \sin(\omega_{\Pi_p} t' + A_2), \tag{23}$$

unde A_1 şi A_2, determinate în ipoteze simplificatoare, t_A neglijabil, $\omega \gg \alpha$, iar $i(t_A) \cong i(t_m)$, sînt de forma

$$A_1 = [\pm \Delta I + I_{m2} \sin(\varphi_{i_{\Pi}} - \varphi_2)] \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 A_2},$$

$$\operatorname{ctg} A_2 = \frac{\alpha}{\omega_{\Pi p}} + \frac{\omega}{\omega_{\Pi p}} \frac{\cos(\varphi_{i_{\Pi}} - \varphi_2)}{\pm \dfrac{\Delta I}{I_{m_2}} + \sin(\varphi_{i_{\Pi}} - \varphi_2)} - \tag{24}$$

$$- \frac{Z_2 \left[\sin \varphi_{i_{\Pi}} \mp \dfrac{U_{C\Pi}(t_A)}{U_m} \right]}{\omega_{\Pi_p} L_2 \left[\pm \dfrac{\Delta I}{I_{m_2}} + \sin(\varphi_{i_{\Pi}} - \varphi_2) \right]},$$

unde

$$\Delta I = i_I(t_A) - I_{\Pi_0},\ i_I(t_A) = i_{L_{I_C}}(t_A) = i_{L_{\Pi}}(0),$$

$$U_{C_{\Pi}}(0) = U_m \sin(\omega t_A + \varphi_{i_{\Pi}}) - L_2 \left.\frac{di_{\Pi}}{dt}\right|_{t=t_A} = U_{C_{I_c}}(t_A). \tag{25}$$

În CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu la curent mediu, supraintensitatea care se obţine este mai mare la circuitele cu pierderi mici (ideale $\Delta I > 0$) decît la cele cu pierderi mai mari ($\Delta I < 0$). De asemenea, elongaţia curentului $i_{\Pi}(t)$ poate fi maximă sau minimă în funcţie de parametrii circuitului şi de semnalul de excitaţie aplicat $u(t)$. În figura 12 este

reprezentat cazul în care elongaţia curentului $i_{II}(t)$ este maximă. La timpul $t' = 0$ se pot scrie următoarele ecuaţii de condiţii iniţiale:

$$\omega t_{m_{p_k}} + \varphi_{i_{II}} - \varphi_2 = (2k+1)\frac{\pi}{2},$$
$$\omega_{II_p} t'_{m_l} + A_2 - \theta_2 = 0, \operatorname{tg}\theta_2 = \frac{\omega_{IIp}}{\alpha} < \frac{\omega_{Ip}}{\alpha} \neq 0. \tag{26}$$

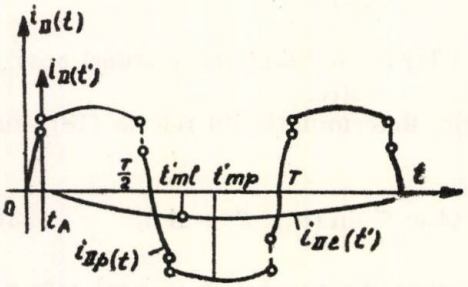


Fig. 12. — Semnalul răspuns $i(t)$ în regim tranzitoriu pentru CDFRS funcţionînd la curent mediu.

Cînd $\varphi_{i_{II}} - \varphi_2 = \varphi_i - \varphi_1 = 0 \left(\varphi_i \to \frac{T}{2}\right)$ şi $\theta_2 \to \frac{\pi}{2}$, $t'_m = t'_{m_l} = t_{m_p}$ $(t_A + T/2 < t'_{m_l}, t'_{m_l} < \frac{T}{2} + t_D)$,

relaţia (23) devine

$$i_{II_{max}}(t) = i_{II}(t'_m) \cong -I_{II_0} + I_{m_2} \sin\frac{3\pi}{2} - A_1 e^{-\frac{3\pi}{4}} \sin\frac{\pi}{2} = -I_{II_0} - I_{m_2}(1+\lambda),$$

$$\lambda = \frac{A_1}{I_{m2}} e^{-\alpha t'_m} \sin(\omega_{II_p} t'_m + A_2) > 1, \tag{27}$$

deci în cazul cînd $\varphi_{i_{II}} \simeq \varphi_2$, adică tensiunea aplicată are faza iniţială $\varphi_i = \varphi_1 (\varphi_2 \neq \varphi_1)$, în CDFRS apare o supraintensitate maximă (27), iar componenta liberă $i_{II_l}(t)$ oscilează pe o subarmonică $\omega_{II_p} \to \frac{\omega}{3}$ (care nu e un submultiplu întreg al pulsaţiei ω).

Condiţia necesară ca un CDFRS (fig. 3) cuplat la o sursă de tensiune sinusoidală de fază iniţială să φ_i funcţioneze la curenţi medii în regim permanent este

$$i_{A_{max}}(t) < i_{max}(t) < i_{B_{max}}(t), \text{ pentru } U_A > U_C > U_D, \tag{28}$$

deci

$$i_I(t_A) < I_{II_0} + I_{m_2}(1+\lambda) < I_{II_0} + I_{m_{2B}},\ I_{m_2}(1+\lambda) < I_{m_{2B}},\ z_2 I_2 = U < \frac{U_B}{1+\lambda}.$$

În cazul în care $i_{II_{max}}(t) < i_{II_{Bmax}}(t)$, se poate determina timpul de comutare t_D după care CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu trece de pe porţiunea II (a curenţilor medii) pe porţiunea *I* (a curenţilor mici), iar în schema echivalentă din figura 9 acest caz este reprezentat prin închiderea întrerupătorului K_1.

În momentul în care curentul $i(t)$ trece prin zero, sînt îndeplinite din nou toate condiţiile ca acelaşi CDFRS să treacă din nou pe porţiunea *II* (la curenţi medii, cazul 2. 2).

Dacă însă elongaţia maximă $i_{II_{max}}(t) > i_{II_{Bmax}}(t)$ $[i_{II_{Bmax}}(t) = I_{II_0} + \frac{1}{Z_2} U_{mB}]$, atunci circuitul, funcţionînd în regim tranzitoriu, trece pe porţiunea III a caracteristicii dinamice rezultante (fig. 4 şi 10) la curent intens.

2.3. FUNCŢIONAREA CDFRS LA CURENT INTENS

Schema electrică echivalentă CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu la curent intens este reprezentată în figura 13 (care rezultă din figura 5). Trecerea curentului $i(t)$ de pe porţiunea II pe III (fig. 14) este echivalentă cu deschiderea întrerupătorului K_2 (fig. 13), iar inductivitatea dinamică L_2 trece în L_1.

T. e. m. a generatorului ideal de tensiune $e_{III_0}(t'')$ introdus se determină cu ajutorul relaţiei (6_2). Ecuaţiile de funcţionare a circuitului vor fi

$$pL_1\,\mathfrak{L}i + \frac{1}{pC}\mathfrak{L}i_C = \mathfrak{L}u(t'') + L_1 i(0) - \frac{U_C(0)}{p};\quad R\mathfrak{L}i_R - \frac{1}{pC}\mathfrak{L}i_C = \frac{U_C(0)}{p},$$

$$\mathfrak{L}i_R + \mathfrak{L}i_C - \mathfrak{L}i = 0;\quad \mathfrak{L}i = \mathfrak{L}i_{III},\quad i(0) = i(t'')\,|_{t''=0};\quad U_C(0) = U_C(t'')\,|_{t''=0},$$

$$u(t'') = \sqrt{2}\ U \sin(\omega t + \varphi_i) - e_{III_0}(t''), \tag{29}$$

iar imaginea curentului $\mathfrak{L}i_{III}$ rezultă din (29) şi este de forma

$$\mathfrak{L}i_{III} = \frac{p + 2\alpha}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}\,\frac{\mathfrak{L}u\,(t'')}{L_1} - \frac{(p + 2\alpha)\,i_{III}(0)}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2} - \frac{U_{CIII}(0)}{(p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2)\,L_1}. \tag{30}$$

Obţinerea funcţiei-original $i_{III}(t)$ este dificilă în cazul cînd t.e.m. $e_{III_0}(t'')$ este determinată cu relaţia (6_2). Întrucît circuitul este liniarizat $(t_B < t'' < t_C)$, se poate scrie curentul $i_{III}(t)$ în regim tranzitoriu sub forma $i_{III}(t) = i_{III_p}(t) + i_{III_e}(t'')$.

Determinarea componentei permanente $i_{III_p}(t)$ se poate face de asemenea pe cale grafoanalitică (fig. 16), rezultînd

$$i_{III_p}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} i_{III_{p_{2k+1}}}(t) \cong \sum_{k=0}^{2} i_{III_{p2k+1}}(t) = \sqrt{2}\, I_{III_{p_1}} \sin(\omega t + \varphi_{(1)}) +$$

$$+ \sqrt{2}\, I_{III_{p_3}} \sin(3\omega t + \varphi_3) + \sqrt{2}\, I_{III_{p_5}} \sin(5\omega t + \varphi_5),$$

$$I_{III_{pE}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{2} I^2_{III_{p_{2k+1}}}}\ ;\ \varphi_{(1)} \neq \varphi_1. \tag{31}$$

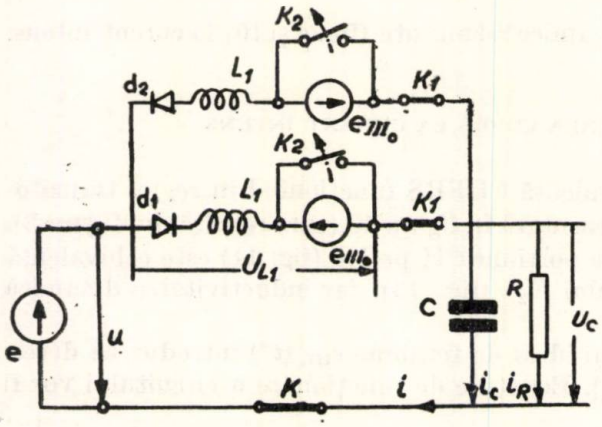


Fig. 13. — Schema electrică echivalentă a CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu la curent intens.

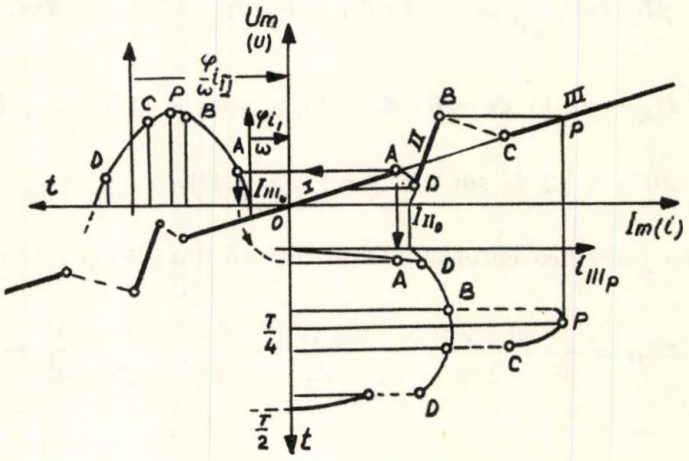


Fig. 14. — Caracteristicile $V - A$ statice ale CDFRS funcţionînd la curent intens.

Componenta liberă $i_{III_l}(t'')$ poate fi : a) aperiodică, b) aperiodic critic sau c) oscilantă.

Studiul regimului tranzitoriu în CDFRS funcţionînd la curent intens este util pentru determinarea timpului de comandă t_c $[i_{III}(t) = I_{mc}]$.

Deci regimul permanent în CDFRS (neliniar, multiform, neinerţial) poate fi conceput în mod riguros ca fiind limita spre care tinde succesiunea regimurilor tranzitorii produse de variaţia parametrilor şi surselor echivalente din circuit (fig. 5).

În studiul regimului tranzitoriu al CDFRS este esenţială formularea corectă a condiţiilor iniţiale la timpii de comutare. Schema de principiu a regimului din care provin condiţiile iniţiale în cazul CDFRS funcţionînd în regim permanent la curent mare este redată în fig. 15.

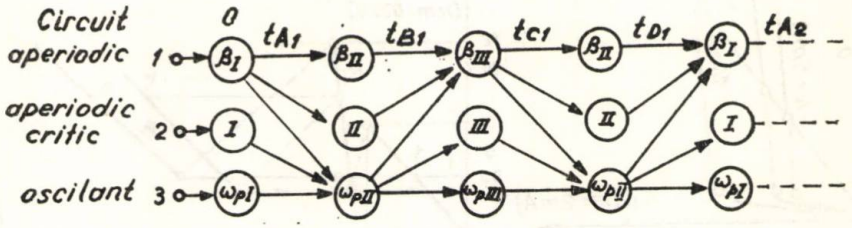


Fig. 15. — Schema de principiu a regimului din care provin condiţiile iniţiale.

Pentru circuitul studiat s-a observat că este suficient să se calculeze numai primii timpi de comutare t_A, t_B, t_C (rezultatele teoretice verificîndu-se experimental).

3. REZULTATE EXPERIMENTALE

Încercările experimentale ale CDFRS funcţionînd în regim tranzitoriu s-au efectuat cu ajutorul schemei electrice din figura 16.

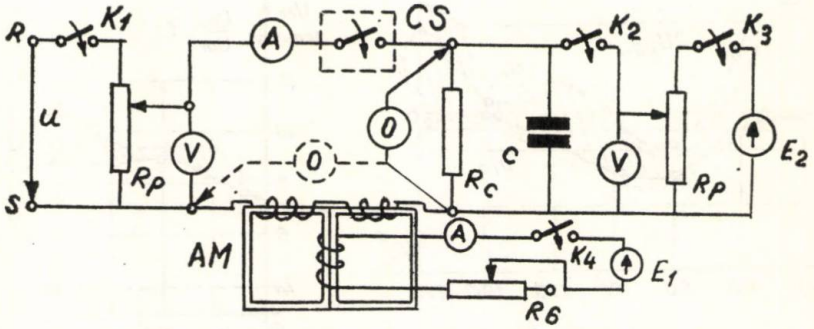


Fig. 16. — Schema electrică a încercărilor experimentale.

Din caracteristicile $V-A$ ale bobinei neliniare reprezentate în figura 17 se alege curba A şi B, care, intersectate cu caracteristica $U_C(I)$ a condensatorului, furnizează caracteristica $U(I)$ rezultantă a circuitului (fig. 18), cu domeniu tristabil în regim permanent.

S-au trasat curbele de separaţie $U_{I,II}(\varphi_i)$, $U_{II,III}(\varphi_i)$ pentru $U_C(0)$ ales parametru (fig. 19 şi 20). Se observă că aceste limite de funcţionare determinate experimental cu ajutorul schemei din figura 16, în cazul

unui CDFRS cu pierderi mici în regim tranzitoriu, diferă mult de limitele de regim permanent U_{I,II_p}, U_{II,III_p} (trasate prin variaţia foarte lentă a valorilor efective din circuit).

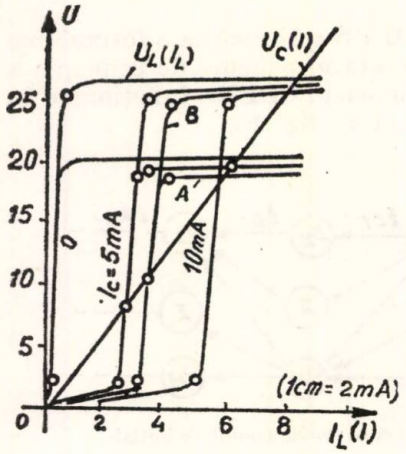


Fig. 17. — Caracteristicile $V-A$ ale bobinei neliniare comandate în c.c.

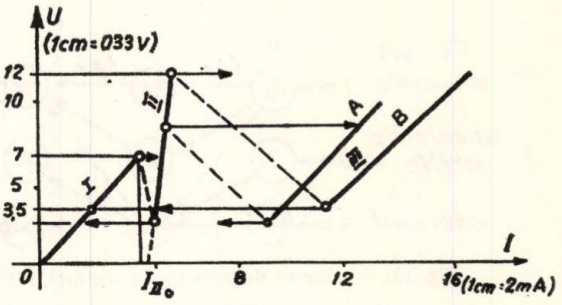


Fig. 18. — Caracteristicile V — A rezultante ale CDFRS în regim permanent.

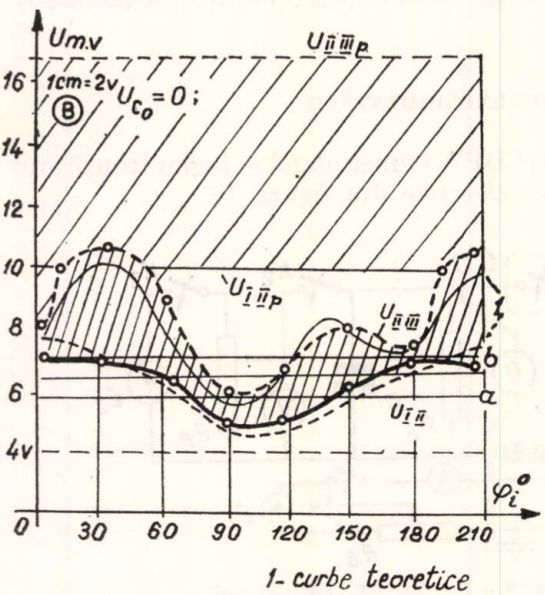


Fig. 19. — Dependenţa limitelor de funcţionare a CDFRS în funcţie de condiţiile iniţiale U (φ_i) pentru $U_{C_0}=0$.

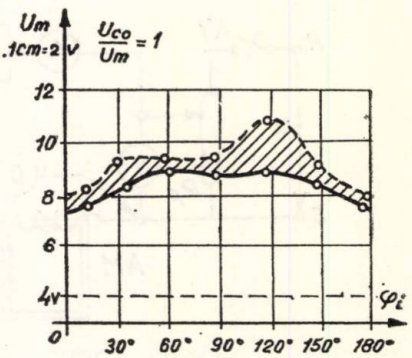


Fig. 20. — Dependenţa limitelor de funcţionare a CDFRS în funcţie de condiţiile iniţiale U (φ_i) pentru $U_{C_0}/U_m=1$.

Pentru circuitul studiat (fig. 18) cu domeniu tristabil în regim permanent, se obţine un domeniu fie tristabil, fie bistabil în funcţie de condiţiile iniţiale din circuit $U_C(0)$ (fig. 19 şi 20) sau de faza iniţială a tensiunii aplicate φ_i (fig. 21,22).

Concordanța dintre rezultatele teoretice obținute cu ajutorul relațiilor determinate (11), (12) și (23), (24) și cele experimentale este satisfăcătoare.

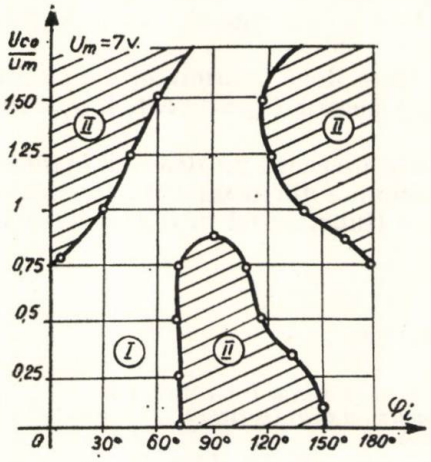


Fig. 21. — Domeniile stabile de funcționare a CDFRS în funcție de condițiile inițiale (Uc_0, φ_i, pentru $U_m = 7$ v).

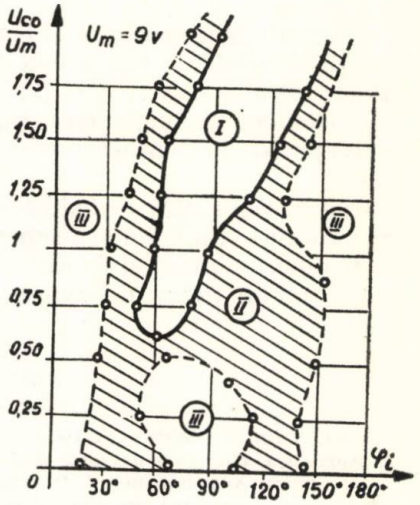


Fig. 22. — Domeniile stabile de funcționare a CDFRS (tristabil) în funcție de condițiile inițiale (Uc_0, φ_i, pentru $U_m = 9$ v).

4. CONCLUZII

Circuitele dublu ferorezonante obținute prin legarea în serie sau în paralel a unui condensator liniar cu o bobină cu miez feromagnetic magnetizată suplimentar în c.c. reprezintă o categorie foarte importantă de circuite neliniare.

Pe baza rezultatelor experimentale (fig. 17), pentru analiza CDFRS (conținînd bobina cu miez feromagnetic cu pierderi foarte mici și saturație rapidă de tip ultraperm) s-a aproximat caracteristica neliniară i (Ψ) [asemenea cu $i(u)$ și, respectiv, I_L (U_L)] cu segmente de dreaptă. Această aproximare s-a dovedit a fi adecvată, fiind verificată de încercările experimentale. În această situație, metoda liniarizării convenabile a caracteristicii neliniare permite o tratare teoretică unitară a acestui fenomen. Rezultatele teoretice au fost verificate experimental cu ajutorul montajului din figura 16; unele dispozitive speciale (*CS*-cheie sincronă; *D*-defazor) au fost realizate de autor.

Studiul teoretic și experimental al CDFRS prezentat pune în evidență că, în cazul pierderilor mici (caz foarte important pentru funcționarea circuitului), funcționarea în regim dinamic (unde parametrii și valoarea efectivă a mărimilor variază rapid) diferă mult de cea în regim static (cu variație lentă).

În acest caz, regimul permanent nu poate fi definit decît cunoscînd comportarea CDFRS în regim tranzitoriu.

Analiza CDFRS în regim tranzitoriu pune în evidență noi posibilități de folosire a lor (pe lîngă multiplele aplicații din regimul permanent care se precizează mai bine) în funcție de condițiile inițiale din circuit, și anume :

— ca element logic bistabil sau tristabil comandat de mărimea de intrare U_C (ceilalți parametri și condițiile inițiale rămînînd constante) sau de condițiile inițiale φ_i, U_{C0} (un interes deosebit prezintă elementul logic care basculează ușor funcție de U_{C0}) ;

— element traductor de defazaj între două mărimi $u(t)$, i (t) (excitație, răspuns) pe caracteristica $I(\varphi_i)$ pentru U_m = const, U_{C0} = const (fig. 19) ;

Studiul regimului tranzitoriu poate prezenta un deosebit interes în analiza supraintensităților și a supratensiunilor din instalațiile electrice care conțin bobine neliniare și condensatoare (funcționînd în regim normal de comutare sau în regim de avarie).

BIBLIOGRAFIE

1. T. Haiasi, *Nelineinie kolebania v fisiceskih sistemah.* Moskva, Izd. „Mir", 1968.
2. L. F. Abecassis, *Une étude des aléas de fonctionnement dans les circuits de commutation ternaire.* Automatisme, *1*, 27—31 (1969).
3. I. Popescu, *Untersuchung des Übergangsprozesses in zweifachen elektrischen Ferroresonanzkreis.* Internat. Wiss. Koll. T. H. Ilmenau, 5, 49—53 (1969).
4. V. B. Jayawant, P. D. Rea, *Multimodal and transitional behaviour in second-order nonlinear systems.* Proc. I.E.E., **115**, *6*, 863—876 (1968).
5. Fl. Stănciulescu, *Rezolvarea circuitelor electrice neliniare cu ajutorul transformării Laplace.* St. cerc. energ. **X**, *2*, 369—385 (1960).
6. I. Popescu, Al. Simion, *Unele aspecte ale rezonanței în circuitele neliniare serie* (București), Electrotehnica, **7**, *5*, 165—169 (1969).

ECUAŢII DE STARE ALE DIPOLILOR ELECTRICI PASIVI ŞI INTERCONEXIUNEA ACESTORA

J. MARCOVICI

621.316(075.8)

Se prezintă ecuaţiile de stare ale dipolilor pasivi, interconexiunea acestora şi determinarea matricelor A, B, C, D în raport cu diferitele mărimi de intrare şi ieşire, cunoscînd ecuaţiile de stare ale dipolilor componenţi.
Lucrarea constituie un auxiliar pentru analiza regimurilor tranzitorii şi permanente în dipolii electrici pasivi prin metoda ecuaţiilor intrare-stare-ieşire, precum şi în sinteza dipolilor.

1. INTRODUCERE

În ultimii ani, în literatura de specialitate a luat o mare extindere metoda variabilelor de stare pentru analiza şi sinteza circuitelor electrice în domeniul timpului.

Conform acestei metode [1], ecuaţiile circuitului se pot scrie sub forma simplă

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{v}, \tag{1}$$

$$\bar{y} = C\bar{x} + D\bar{v}, \tag{2}$$

unde

$\bar{x}$ reprezintă vectorul variabilelor de stare,
$\bar{v}$ — vectorul mărimilor de intrare,
$\bar{y}$ — vectorul mărimilor de ieşire,
A,B,C,D — matrice cu elemente constante sau variabile.

Cunoaşterea matricelor A,B,C,D şi a vectorului de intrare permite calculul vectorului de ieşire. Determinarea matricelor de mai sus se efectuează, conform [2], [3], prin metodele teoriei multipolilor sau, conform [4], prin metode matriceale. Printre dezavantajele metodei este şi faptul că matricele din ecuaţiile de mai sus se determină cu oarecare dificultăţi.

În cele ce urmează se urmăreşte diminuarea acestor dificultăţi pentru dipolii electrici şi pentru interconexiunile acestora dacă se cunosc matricele dipolilor componenţi.

2. ECUAȚIILE DE STARE ALE DIPOLILOR ELECTRICI

Înțelegînd prin dipol electric un circuit cu două borne de acces, vectorii de intrare și de ieșire sînt scalari. Aceștia pot fi oricare dintre variabilele terminale (tensiunea sau curentul la bornele dipolului). Ecuațiile intrare -stare-ieșire vor avea forma

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + \bar{b}v, \tag{1'}$$

$$y = C\bar{x} + dv, \tag{2'}$$

semnificația notațiilor fiind aceeași ca în § 1, cu mențiunea că v, y și d sînt scalari, iar $\bar{b}$ și C sînt vectori-coloană, respectiv linie.

După cum se va vedea în paragraful 4, dacă în paralel cu bornele de acces ale dipolului este conectat un condensator ideal, nu se poate lua ca mărime de intrare decît curentul spre a se păstra formularea (1), (2) a ecuațiilor intrare-stare-ieșire. În mod analog, dacă în serie cu bornele de acces este conectată o bobină ideală, nu se poate alege ca mărime de intrare decît tensiunea.

Cazurile în care în dipol există bucle de condensatoare sau secțiuni care să intersecteze numai bobine se pot trata conform [6].

3. ECUAȚIILE DE STARE ALE INTERCONEXIUNII DIPOLILOR

Dipolii electrici se pot lega în serie, în derivație, în conexiune mixtă și în conexiune complexă.

Referitor la doi dipoli electrici, aceștia, prin interconexiune, pot avea același curent prin bornele de acces dacă sînt legați în serie sau aceeași tensiune între aceste borne dacă sînt legați în derivație.

Conexiunile serie și derivație se pot trata în mod unitar din punctul de vedere al ecuațiilor de stare. Astfel conexiunea a doi dipoli la aceeași mărime de intrare (vezi § 3.1) corespunde conexiunii serie dacă mărimile de intrare sînt curenții sau conexiunii derivație dacă mărimile de intrare sînt tensiunile.

În mod analog, conexiunea a doi dipoli la aceeași mărime de ieșire (§ 3.3) corespunde conexiunii serie dacă mărimile de intrare sînt tensiunile (deci cele de ieșire sînt curenții) sau conexiunii derivație dacă mărimile de intrare sînt curenții.

Se consideră doi dipoli electrici descriși de ecuațiile

$$\dot{\bar{x}}_1 = A_1\bar{x}_1 + \bar{b}_1v_1, \tag{3}$$

$$y_1 = C_1\bar{x}_1 + d_1v_1 \tag{4}$$

și

$$\dot{\bar{x}}_2 = A_2\bar{x}_2 + \bar{b}_2v_2, \tag{5}$$

$$y_2 = C_2\bar{x}_2 + d_2v_2. \tag{6}$$

Se pune problema determinării ecuațiilor (1') și (2') pentru dipolul rezultant echivalent, corespunzător legării în serie sau paralel a dipolilor componenți. Rezultatele se pot extinde cu ușurință la legarea unui număr oarecare de dipoli. Conexiunea mixtă se tratează în același mod, iar conexiunea complexă se poate studia cu ajutorul interconexiunii cvadripolilor.

Se au în vedere situațiile în care prin interconexiune nu apar noi bucle formate numai din condensatoare sau noi secțiuni care să intersecteze numai bobine. În caz contrar se ține seama de lucrarea [6].

Se menționează că alegerea mărimilor de intrare și ieșire atît pentru dipolii interconectați, cît și pentru cel rezultant, este arbitrară, cu excepția cazurilor în care, în paralel cu bornele de acces, este conectat un condensator sau, în serie cu acestea, este conectată o bobină, cazuri specificate în § 2 [6].

3.1. DIPOLI CONECTAȚI LA ACEEAȘI MĂRIME DE INTRARE

Pentru doi dipoli conectați la aceeași mărime de intrare $v = v_1 = v_2$, dipolul rezultant va avea mărimea de ieșire

$$y = y_1 + y_2, \tag{7}$$

iar ecuațiile dipolului rezultant vor fi (1) și (2).

Starea dipolului rezultant va fi descrisă de vectorul $\bar{x}$, care se obține prin juxtapunerea vectorilor de stare ai dipolilor componenți, presupunînd că numărul total de elemente reactive rămîne același. Această supoziție este valabilă dacă prin conectare nu apar mai multe elemente reactive de același tip, legate în serie sau paralel, care pot fi înlocuite cu elemente reactive echivalente de același tip. Deci

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix}.$$

Ecuațiile (3) și (5) pot fi scrise sub forma unitară (1), unde

$$A = \left|\begin{array}{c|c} A_1 & \\ \hline & A_2 \end{array}\right| \quad \text{și} \quad \bar{b} = \left|\begin{array}{c} \bar{b}_1 \\ \hline \bar{b}_2 \end{array}\right|. \tag{8}$$

Ecuațiile (4) și (6) pot fi de asemenea scrise sub forma unitară (2), unde

$$C = \left|\begin{array}{c|c} C_1 & C_2 \end{array}\right| \quad \text{și} \quad d = d_1 + d_2. \tag{9}$$

Relaţiile (8) şi (9) permit determinarea matricelor (şi vectorilor) din ecuaţiile de stare ale legăturii unor dipoli la aceeaşi mărime de intrare, cunoscîndu-se matricele dipolilor componenţi. Relaţiile (8) şi (9) se pot extinde cu uşurinţă şi la legarea mai multor dipoli de aceeaşi mărime de intrare.

3.2. INVERSAREA INTRĂRII CU IEŞIREA

Se presupune că la dipolul descris de ecuaţiile (1) şi (2) se inversează intrarea cu ieşirea, vectorul de stare rămînînd acelaşi:

$$v' = y,$$

$$y' = v. \tag{10}$$

Din (2) rezultă

$$v = y' = -\frac{C}{d}\bar{x} + \frac{1}{d}y = -\frac{c}{d}\bar{x} + \frac{1}{d}v', \tag{11}$$

deci

$$C' = -\frac{C}{d} \text{ şi } d' = \frac{1}{d} \tag{12}$$

dacă noile ecuaţii ale dipolului sînt

$$\dot{\bar{x}} = A'\bar{x} + \bar{b}'v', \tag{13}$$

$$y' = C'\bar{x} + d'v'. \tag{14}$$

Înlocuind în (1) expresia (1'), se obţine

$$\dot{\bar{x}} = \left(A - \bar{b}\frac{C}{d}\right)\bar{x} + \frac{\bar{b}}{d}v', \tag{15}$$

adică

$$A' = A - \bar{b}\frac{C}{d} \text{ şi } \bar{b}' = \frac{\bar{b}}{d}. \tag{16}$$

Operaţia de inversare a intrării cu ieşirea este posibilă dacă $d \neq 0$.

3.3. DIPOLI LEGAȚI CU ACEEAȘI MĂRIME DE IEȘIRE

Pentru doi dipoli legați cu aceeași mărime de ieșire , $y = y_1 = y_2$, mărimea de intrare a dipolului rezultant este

$$v = v_1 + v_2, \tag{17}$$

Inversînd intrarea cu ieșirea la ecuațiile (3)—(6), se obține

$$A_i' = A_i - \frac{\bar{b}_i C_i}{d_i}, \tag{18}$$

$$\bar{b}_i' = \frac{\bar{b}_i}{d_i} (i = 1,2). \tag{19}$$

Analog cu (12) se determină și C_i' și d_i'.

Matricele dipolului rezultant, cu intrarea și ieșirea inversate, se obțin din (8) și (9). Se efectuează apoi o nouă inversare, rezultînd

$$A = \begin{vmatrix} A_1 - \dfrac{\bar{b}_1 C_1}{d_1 + d_2} & \dfrac{b_1 C_2}{d_1 + d_2} \\ \dfrac{\bar{b}_2 C_1}{d_1 + d_2} & A_2 - \dfrac{\bar{b}_2 C_2}{d_1 + d_2} \end{vmatrix}, \tag{20}$$

$$\bar{b} = \frac{1}{d_1 + d_2} \begin{vmatrix} d_2 b_1 \\ d_1 \bar{b}_2 \end{vmatrix}, \tag{21}$$

$$C = \frac{1}{d_1 + d_2} \begin{vmatrix} d_2 C_1 & d_1 C_2 \end{vmatrix} \tag{22}$$

și

$$d = \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}. \tag{23}$$

Din relațiile de mai sus se observă că determinarea matricelor din ecuația de stare a doi dipoli cu aceeași mărime de ieșire este posibilă numai dacă

$$d_1 + d_2 \neq 0. \tag{24}$$

Evident, aceste relații se pot extinde și la legarea mai multor dipoli.

3.4. CONECTAREA INTRĂRII UNUI DIPOL LA IEŞIREA ALTUIA

Conectarea intrării unui dipol la ieşirea altuia corespunde condiţiei

$$y_1 = v_2,$$

celelalte două mărimi sînt aditive $v_1 + y_2$.

În aplicaţii pot să existe două cazuri:

3.4.1. Primul caz este

$$v = y_1 = y_2;\ y = v_1 + y_2.$$

Dipolul rezultant va avea următoarele matrice, deduse într-un mod asemănător cu cel de mai sus:

$$A = \left|\begin{array}{c|c} A_1 - \dfrac{\bar{b}_1 C_1}{d_1} & \\ \hline & A_2 \end{array}\right|, \quad (24) \qquad \bar{b} = \left|\begin{array}{c} \bar{b}_1 \\ \hline d_1 \\ \hline \bar{b}_2 \end{array}\right|, \quad (25)$$

$$C = \left|\begin{array}{c|c} -\dfrac{C_1}{d_1} & C_2 \end{array}\right|, \quad (26)$$

$$d = \frac{1}{d_1} + d_2. \quad (27)$$

3.4.2. O a doua posibilitate este

$$y = y_1 = v_2$$

$$v = v_1 + y_2,$$

care poate rezulta din inversarea intrării cu ieşirea în cazul precedent. Se obţine

$$A = \left|\begin{array}{c|c} A_1 - \dfrac{d_1 \bar{b}_1 C_1}{1 + d_1 d_2} & -\dfrac{\bar{b}_1 C_2}{1 + d_1 d_2} \\ \hline \dfrac{\bar{b}_2 C_1}{1 + d_1 d_2} & A_2 - \dfrac{d_1 \bar{b}_2 C_2}{1 + d_1 d_2} \end{array}\right|, \quad (28)$$

$$b = \frac{1}{1 + d_1 d_2} \begin{vmatrix} \overline{b}_1 \\ \overline{b}_2 d_1 \end{vmatrix}, \tag{29}$$

$$C = \frac{1}{1 + d_1 d_2} \begin{vmatrix} C_1 & -d_1 C_2 \end{vmatrix}, \tag{30}$$

$$d = \frac{d_1}{1 + d_1 d_2}. \tag{31}$$

Determinarea matricelor rezultante este posibilă în acest caz numai dacă $1 + d_1 d_2 \neq 0$.

4. ECUAȚIILE DE STARE ALE UNOR DIPOLI ELEMENTARI PASIVI

Ecuațiile de stare sînt precizate prin matricele A, B, C, D, care, pentru dipoli, pot fi matrice pătratice (A), vectori-coloană ($B = \overline{b}$), vectori-linie (C) sau scalari ($D = d$).

În acest paragraf se determină matricele din ecuațiile de stare pentru unele circuite simple, care pot servi la determinarea acelorași matrice pentru circuitele obținute prin interconectarea lor.

4.1. CIRCUITUL RC-SERIE

Pentru circuitul prezentat în figura 1, luîndu-se ca variabilă de stare

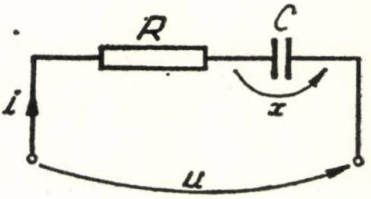


Fig. 1. — Circuitul R C-serie.

tensiunea condensatorului, se obțin, pe baza teoremelor lui Kirchhoff, următoarele ecuații:

$$Ri + x = u \tag{32}$$

și

$$i = C\dot{x}. \tag{33}$$

4.1.1. Dacă mărimea de intrare este curentul ($v = i$), iar mărimea de ieșire tensiunea ($y = u$), ecuațiile (32) și (33) iau forma

$$\dot{x} = \frac{1}{C} v, \tag{34}$$

$$y = x + Rv, \tag{35}$$

deci

$$A = 0;\ \bar{b} = \frac{1}{C};\ C = 1;\ d = R. \tag{36}$$

4.1.2. Alegînd ca mărime de intrare tensiunea ($v = u$) şi ca mărime de ieşire curentul ($y = i$), se obţine

$$\dot{x} = -\frac{1}{RC}x + \frac{1}{RC}v, \tag{37}$$

$$y = -\frac{1}{R}x + \frac{1}{R}v, \tag{38}$$

cu matricele

$$A = -\frac{1}{RC};\ \bar{b} = \frac{1}{RC};\ C = -\frac{1}{R};\ d = \frac{1}{R}, \tag{39}$$

care, de altfel, se pot obţine şi din (12) şi (16).

4.1.3. Ecuaţiile de stare ale condensatorului ideal se obţin din (34) — (38) pentru $R = 0$. Matricele (36) devin

$$A = 0;\ \bar{b} = \frac{1}{c};\ C = 1;\ d = 0. \tag{40}$$

Matricele (39), pentru $R = 0$ n-au sens dacă se adoptă forma (1).

Pentru a opera cu matrice cu elemente mărginite, se poate adopta următoarea formă a ecuaţiei de intrare-stare:

$$\alpha\dot{\bar{x}} + \beta\bar{x} + \gamma\bar{v} = 0, \tag{41}$$

la care, pentru cazul considerat, matricele au valorile

$$\alpha = 0,\ \beta = -\gamma = 1.$$

În interconexiunea condensatorului cu alte elemente, pentru a se evita forma (41), se preferă relaţiile (34) şi (35) cu matricele (40).

4.1.4. Ecuaţiile de stare ale rezistorului se obţin din (34)—(38) pentru $C = \infty$.

Matricele din ecuaţiile (34) şi (37) sînt nule: $A = 0$, $\bar{b} = 0$.

În mod convenţional se consideră că aceste matrice sînt de ordinul 0 (adică n-au nici un element), spre deosebire de matricele A din (36) şi (40), care sînt de ordinul 1, dar cu element nul.

Ecuația (35) devine

$$y = Rv \tag{35'}$$

și deci

$$C = 0_0;\ d = R \tag{42}$$

dacă mărimea de intrare este curentul și cea de ieșire tensiunea, iar din cazul invers

$$C = 0_0;\ d = \frac{1}{R} \tag{42'}$$

Conform § 3.1, rezultă că legarea în serie a unui rezistor cu un dipol se traduce prin majorarea coeficientului d al dipolului cu R dacă mărimea de intrare este curentul și cu $\frac{1}{R}$ în caz contrar.

4.2. CIRCUITUL RL-DERIVAȚIE

Alegîndu-se ca variabilă de stare curentul prin bobină, pe baza teoremelor lui Kirchhoff aplicate figura 2 se obține:

$$Gu + x = i \tag{43}$$

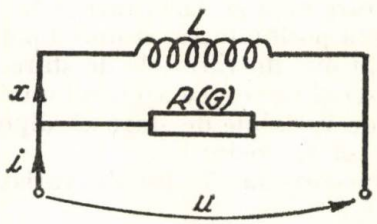


Fig. 2. — Circuitul *RL*-derivație.

și

$$u = L\dot{x}. \tag{44}$$

4.2.1. Dacă mărimea de intrare este tensiunea ($v = u$), iar mărimea de ieșire curentul ($y = i$), ecuațiile (43) și (44) devin

$$\dot{x} = \frac{1}{L}v, \tag{45}$$

$$y = x + Gv, \tag{46}$$

matricele avînd valoarea

$$A = 0\,;\ \bar{b} = \frac{1}{L}\,;\ C = 1\,;\ d = G. \tag{47}$$

4.2.2. Alegînd ca mărime de intrare curentul, iar ca mărime de ieşire tensiunea, pe baza relaţiilor (12) şi (16) se obţine

$$A = -\frac{1}{GL}\,;\ \bar{b} = \frac{1}{GL}\,;\ C = -\frac{1}{G}\,;\ d = \frac{1}{G}. \tag{48}$$

Se remarcă dualitatea matricelor (36) cu (47) şi (39) cu (48).

4.2.3. Ecuaţiile de stare ale unei bobine ideale se obţin din (45) şi (46) pentru $G = 0$, matricele corespunzătoare devenind

$$A = 0\,;\ \bar{b} = \frac{1}{L}\,;\ C = 1\,;\ d = 0. \tag{49}$$

Rămîne valabilă observaţia de la § 4.1.3.

5. ASUPRA REDUCERII ORDINULUI MATRICEI A

Dipolii electrici, ca orice sisteme liniare, pot fi descrise în diverse forme. În lucrare s-a considerat forma canonică (1)—(2).

În mod practic [5], doi dipoli sînt echivalenţi dacă există echivalenţă la stare nulă şi la intrare nulă.

Există posibilitatea ca unii dipoli să poată fi descrişi cu ajutorul unui număr mai mic de variabile de stare. Este posibil de asemenea ca la doi dipoli, descrişi fiecare cu ajutorul unui număr minim de variabile de stare, numărul de variabile de stare al dipolului rezultant obţinut după interconectare să fie redus.

Reducerea numărului de variabile de stare este posibilă în două cazuri :

— cînd det $A = 0$, se poate alege o nouă variabilă de stare $x = \Sigma k_i x_i$ (vezi exemplul 5) ;

— cînd matricea A este diagonală sau are o partiţie diagonală, variabilele de stare corespunzătoare elementelor egale vor fi egale dacă şi elementele corespunzătoare vectorului $\bar{b}$ sînt egale : $x = x_i = x_j$ dacă $a_{ii} = a_{jj}$ şi $b_i = b_j$ (vezi exemplul 4).

6. CONCLUZII

Obiectul lucrării îl constituie studiul ecuaţiilor de intrare-stare şi intrare-stare-ieşire pentru dipolii pasivi.

Se remarcă posibilitatea determinării ecuaţiilor de stare pentru diferitele interconexiuni de dipoli, cunoscînd ecuaţiile de stare ale dipolilor

respectivi. Interconexiunea dipolilor este privită dintr-un punct de vedere mai general decît legarea serie și derivație. Se prezintă următoarele posibilități de interconexiune a doi dipoli:

— conectarea la aceeași mărime de intrare;
— conectarea la aceeași mărime de ieșire;
— conectarea intrării unuia cu ieșirea celuilalt.

Aceste moduri de conectare se referă în special la legătura mixtă. Pentru tratarea unor legături complexe este necesară prezentarea interconexiunii cvadripolilor din punctul de vedere al ecuațiilor de stare, prezentare ce va fi făcută într-o altă lucrare.

Relațiile din lucrare pot fi extinse cu ușurință și la legarea mai multor dipoli. Se indică ecuațiile de stare ale unor dipoli elementari, dipolul *RC*-serie și dipolul *GL*-derivație, la care se adaugă particularizările posibile. Se prezintă pe scurt posibilitățile de reducere a ordinului matricilor, paragraf susceptibil de o dezvoltare adecvată.

În anexă sînt date exemple de calcul care constituie verificări ale celor prezentate. Se remarcă o nouă posibilitate de sinteză a dipolilor, care de asemenea poate fi dezvoltată în mod corespunzător.

Anexă

Exemplul 1. Fie dipolii din figura 3, cu matricele

$$A_1 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 5 & 2 \\ \hline -7 & 4 & 3 \\ \hline 2 & 0 & -5 \\ \hline \end{array}\ ;\quad \bar{b}_1 = \begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline -2 \\ \hline \end{array}\ ,$$

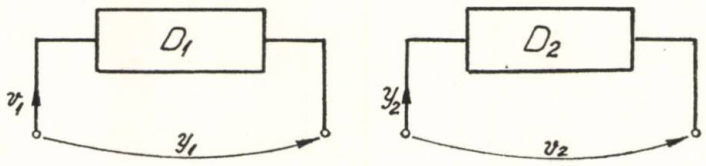


Fig. 3. — Dipoli electrici.

$$C_1 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}\ ;\quad d_1 = 1,$$

$$A_2 = \begin{array}{|c|c|}\hline 4 & 1 \\ \hline 0 & 2 \\ \hline \end{array}\ ;\quad \bar{b}_2 = \begin{array}{|c|}\hline 2 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}\ ;\quad C_2 = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}\ ;\quad d_2 = -2.$$

Se cer matricele corespunzătoare legăturii în derivație a dipolilor, mărimea de intrare fiind tensiunea, iar cea de ieșire curentul.

Aplicîndu-se relaţiile (24)—(27), se obţine

$$A = \left|\begin{array}{c|c|cc|c} 3 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ \hline -5 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ \hline -2 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right|; \quad \bar{b} = \left|\begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \\ \hline -2 \\ \hline 2 \\ \hline 0 \end{array}\right|; \quad C = \left|\begin{array}{c|c|cc|c} 2 & 0 & -1 & 1 & 2 \end{array}\right|,$$

$$d = -2.$$

Exemplul 2. Să se determine matricele A, $\bar{b}$, C şi d pentru dipolul format din conexiunea-serie a unui rezistor R şi unui condensator C, cunoscînd matricele dipolilor componenţi date de relaţiile (42) şi (40).

Se aplică relaţiile (8) şi (9), obţinîndu-se formulele (36). Se ţine seama de faptul că matricea A pentru un rezistor ideal este de ordinul 0, pe cînd pentru un condensator este matricea nulă de ordinul 1.

Exemplul 3. Să se scrie ecuaţiile de stare pentru dipolul format din legătura-serie a unei bobine cu un condensator astfel încît mărimea de intrare să fie curentul, iar cea de ieşire tensiunea.

Se aplică formulele (28) — (31), deoarece numai la acestea numitorul $1 + d_1 d_2 \neq 0$ pentru matricele dipolilor componenţi date de (49) şi (40).

Se obţine

$$\dot{\bar{x}} = \left|\begin{array}{c|c} 0 & -\frac{1}{L} \\ \hline \frac{1}{C} & 0 \end{array}\right| \bar{x} + \left|\begin{array}{c} \frac{1}{L} \\ \hline 0 \end{array}\right| v,$$

$$y = \left|\begin{array}{c|c} 1 & 0 \end{array}\right| \bar{x}$$

Exemplul 4. Să se scrie matricele din ecuaţiile de stare pentru dipolul format din legătura derivaţie a doi dipoli-serie: $R_1 - C_1$ şi $R_2 - C_2$. Mărimea de intrare a dipolilor componenţi este aceeaşi cu mărimea de intrare a dipolului rezultant.

Conform (39), se poate scrie (fig. 4):

$$A_i = -\frac{1}{R_i C_i}; \quad \bar{b}_i = \frac{1}{R_i C_i}; \quad C_i = -\frac{1}{R_i}; \quad d_i = \frac{1}{R_i}; \quad i = 1; 2.$$

Aplicînd relațiile (8) și (9), se obține

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_1C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2C_2} \end{pmatrix}; \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1C_1} \\ \frac{1}{R_2C_2} \end{pmatrix}; \quad C = -\begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_2} \end{pmatrix}, \quad d = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Dacă $R_1C_1 = R_2C_2 = T$, atunci $x_1 = x_2$, dipolul din figura 4 admițînd un dipol echivalent cu o matrice A de ordinul 1:

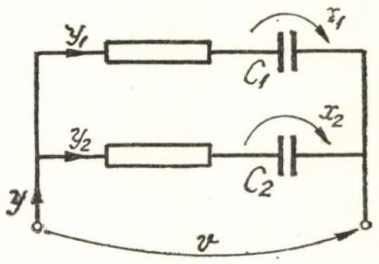


Fig. 4. — Circuite RC-serie legate în derivație.

$$A = -\frac{1}{T}; \quad \bar{b} = \frac{1}{T}; \quad C = d = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Cele de mai sus sînt valabile și pentru $R_1 = R_2 = 0$, adică pentru cazul legării în paralel a două condensatoare ideale. În această situație sînt recomandabile relațiile (40). Se obține

$$A = 0_1; \quad \bar{b} = \frac{1}{C_1 + C_2}; \quad C = 1; \quad d = 0.$$

Exemplul 5. Să se determine ecuațiile de stare ale legăturii-serie a două condensatoare ideale C_1 și C_2 .

Conform (8), (9) și (40), avem

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} \frac{1}{C_1} \\ \frac{1}{C_2} \end{pmatrix}; \quad C = [1 \ 1]; \quad d = 0.$$

Cum matricea A are coloanele identice, există un dipol echivalent cu matricea A de ordin inferior;

$$A = 0; \quad \bar{b} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}; \quad C = 1; \quad d = 0,$$

astfel încît starea dipolului este suma stărilor dipolilor componenţi $x = x_1 + x_2$.

Exemplul 6. Să se sintetizeze dipolul electric ale cărui ecuaţii sînt cele din exemplul 3 (pentru o verificare facilă a rezultatului).

Cum matricele din exemplul 3 au forma (28) — (31), se obţine (presupunînd că dipolul dat este rezultatul interconectării a doi dipoli) următorul sistem :

$$A_1 = \frac{d_1 b_1 C_1}{1 + d_1 d_2}; \quad A_2 = \frac{d_1 b_2 C_2}{1 + d_1 d_2},$$

$$-\frac{b_1 C_2}{1 + d_1 d_2} = -\frac{1}{L}; \quad \frac{b_2 C_1}{1 + d_1 d_2} = \frac{1}{C},$$

$$\frac{b_1}{1 + d_1 d_2} = \frac{1}{L}; \quad \frac{b_2 d_1}{1 + d_1 d_2} = 0,$$

$$d_1 C_2 = 0; \quad \frac{C_1}{1 + d_1 d_2} = 1,$$

$$\frac{d_1}{1 + d_1 d_2} = 0.$$

Din ultima relaţie rezultă $d_1 = 0$. Apoi, pe rînd, din relaţiile anterioare :

$$A_1 = 0; \; b_1 = \frac{1}{L}; \; C_1 = 1$$

şi

$$A_2 = 0; \; b_2 = \frac{1}{C}; \; C_2 = 1.$$

Sistemul de ecuaţii este verificat pentru orice valoare a lui d_2. Se alege $d_2 = 0$.

Cei doi dipoli corespund relaţiilor (36) şi (49), ceea ce înseamnă că, ţinînd seama de § 3.4.2, dipolul căutat este constituit din legarea în serie a unei bobine şi a unui condensator conform exemplului 3.

Cele de mai sus reprezintă numai ilustrarea unor posibilităţi de sinteză a dipolilor, care necesită o prezentare exhaustivă ce nu face obiectul acestei lucrări.

BIBLIOGRAFIE

1. T. R. Bashkow, *The A matrix new network description.* IRE Transaction – Circuit Theory, vol. CT–4, 117–119 (1957).
2. Paul M. De Russo ș. a., *State Variables for Engineers*, New York–London–Sydney, John Wiley Sons, Inc., 1967.
3. S. Gupta, *Transform and State Variable Methods in Linear Systems*, New York-London--Sydney, John Wiley Sons, Inc., p. 1168.
4. D. Calahan, *Computer Aided Network Design*, Preliminary Edition, Mc Graw-Hill Book Comp., 1969.
5. C. Belea, *Teoria sistemelor automate*, vol. I, Lito. Univ. Craiova, 1971.
6. M. Preda, I. Breazu, *Ecuațiile de stare ale circuitelor cu bucle de condensatoare și secțiuni de bobine.* Lucrare prezentată la sesiunea comună Univ. Craiova-GUAMEC, 1971, Electrotehnica, *8* (1972).

FUNCŢIA DE RĂSPUNS TRANZITORIU LA LINII ELECTRICE CU ELEMENTE TERMINALE CONCENTRATE DE TIP IMPEDANŢĂ

MIRCEA NEMEŞ şi ELENA TEODORESCU

621.315.1.015.3.011.3

În lucrare se prezintă o metodă pentru determinarea matricii funcţiei de răspuns trazitoriu pentru o excitaţie tensiune treaptă-unitate. Analiza numerică permite unele concluzii în legătură cu influenţa lungimii liniare şi a compoziţiei impedanţei terminale.

1. INTRODUCERE

Investigaţia cantitativă şi calitativă a fenomenelor tranzitorii în sistemele electrice este importantă pentru coordonarea izolaţiei şi evaluarea cît mai corectă a stării de succes a acestora. Factorii esenţiali determinanţi pentru regimurile tranzitorii rapide în sistem sînt de origine externă, internă sau transmisă. Factorii interni pot fi consideraţi global ca modificări bruşte ale parametrilor longitudinali sau transversali ai sistemului. Lucrarea de faţă se referă la fenomenele tranzitorii cauzate de factorii interni longitudinali şi prezintă o metodă originală de calcul a funcţiei de răspuns tranzitoriu pentru o excitaţie treaptă-unitate în situaţia unei impedanţe terminale la liniile electrice. Autorii determină funcţia de răspuns tranzitoriu în forma cea mai generală, ţinînd seama de variabilele timp şi spaţiu, pentru orice compoziţie a unei impedanţe terminale. Analiza rezultatelor numerice obţinute a permis desprinderea unor concluzii importante referitoare la influenţa lungimii liniilor electrice, a raportului R/X a impedanţei terminale, a mărimii impedanţei etc. Calculele s-au executat la un calculator numeric tip IRIS—50 de la Centrul teritorial de calcul Timişoara.

În [1], [2] se indică o metodă bazată pe determinarea pas cu pas a constantelor de integrare a ecuaţiilor diferenţiale ale tensiunii şi curentului. Metoda se referă tot la fenomenele tranzitorii cauzate de factorii interni longitudinali.

2. TEORIA

Se consideră o linie electrică trifazată, transpusă, fără pierderi. Ecuaţiile diferenţiale de ordinul întîi în operaţional, pentru tensiuni şi curenţi sînt

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[U] = [Z]\,[I], \tag{1}$$

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[I] = [Y]\,[U], \tag{2}$$

în care

$[U] = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$ este matricea-coloană a tensiunilor de fază imagine,

$[I] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$ — matricea-coloană a curenţilor imagine,

$[Z] = \mathrm{p}\begin{bmatrix} L & L' & L' \\ L' & L & L' \\ L' & L' & L \end{bmatrix}$ — matricea patrată a impedanţelor imagine,

$[Y] = \mathrm{p}\begin{bmatrix} C & -C' & -C' \\ -C' & C & -C' \\ -C' & -C' & C \end{bmatrix}$ — matricea patrată a admitanţelor imagine.

Calculul parametrilor longitudinali şi transversali în contextul tratării ulterioare s-a făcut în ipoteza considerării efectului solului prin relaţiile simplificate ale lui Carson, în care factorul logaritm s-a considerat practic constant, şi a conductoarelor de protecţie, neglijîndu-se efectul pelicular.

Problema se studiază în ipoteza condiţiilor iniţiale nule şi a liniarităţii tuturor elementelor de reţea care intervin.

Derivînd ecuaţia (1) în raport cu variabila x şi utilizînd ecuaţia (2), se obţine

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}[U] = [Z]\,[Y]\,[U]. \tag{3}$$

Rezolvarea acestui sistem de ecuaţii diferenţiale de ordinul doi se face uşor dacă printr-o transformare de componente matricea $[Z]\,[Y] = [\gamma]^2$ devine diagonală. Linia fiind considerată simetrică, o transformare cu ajutorul componentelor Fortescue (1, 2, 0) sau Clarke (α, β, 0) oferă rezultatul dorit. Se preferă în acest caz componentele α, β, 0, deoarece ma-

tricea de transformare este reală. Pentru o transformare în componente normate, matricea de transformare are următoarea componență [3]:

$$[T] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

În urma transformării, relația (3) devine

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}[U_t] = [\gamma_t]^2[U_t], \tag{5}$$

unde

$$[U_t] = [T]^{-1}[U],$$

$$[\gamma_t]^2 = [T]^{-1}[\gamma]^2[T] = p^2 \begin{bmatrix} L_\alpha \cdot C_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & L_\alpha \cdot C_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \cdot C_0 \end{bmatrix},$$

$$L_\alpha = L - L',$$
$$L_0 = L + 2L',$$
$$C_\alpha = C + 2C',$$
$$C_0 = C - C'.$$

Sistemul (5) conține trei ecuații diferențiale, de forma

$$\frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}x^2} = \gamma^2 U, \tag{6}$$

a căror rezolvare conduce simplu la [4].

$$U = U_0 \frac{\lambda \operatorname{ch} \gamma x + \operatorname{sh} \gamma x}{\lambda \operatorname{ch} \gamma l + \operatorname{sh} \gamma l}. \tag{7}$$

În relațiile de mai sus, abscisa x s-a considerat de la sfîrșitul liniei spre începutul acesteia, l este lungimea liniei, iar $\lambda = Z_t \sqrt{\frac{C}{L}}$, Z_t fiind impedanța-imagine conectată la sfîrșitul liniei.

Presupunînd că la începutul liniei se aplică o tensiune treaptă-unitate $U_0 = \frac{1}{p}$, notînd cu δ raportul $\frac{1-\lambda}{1+\lambda}$ şi $Z_l = R_l + pL_l$, relaţia (7) se mai poate scrie

$$U = \frac{1}{p} \frac{\exp\left[-p(l-x)\sqrt{LC}\right] - \delta \exp\left[-p(l+x)\sqrt{LC}\right]}{1 - \delta \exp\left(-2pl\sqrt{LC}\right)}, \tag{8}$$

în care

$$\delta = \frac{1 - (R_l + pL_l)\sqrt{\frac{C}{L}}}{1 + (R_l + pL_l)\sqrt{\frac{C}{L}}} = \frac{\alpha_1 - p}{\alpha_2 + p}$$

şi

$$\alpha_1 = \frac{1 - R_l\sqrt{\frac{C}{L}}}{L_l\sqrt{\frac{C}{L}}}; \qquad \alpha_2 = \frac{1 + R_l\sqrt{\frac{C}{L}}}{L_l\sqrt{\frac{C}{L}}}.$$

Pentru $R_e\{p\} > 0$, $|\delta \exp\left(-2pl\sqrt{LC}\right)| < 1$, şi atunci

$$\frac{1}{1 - \delta \exp\left(-2pl\sqrt{LC}\right)} = \sum_{n=0}^{\infty} \delta^n \exp\left(-2pl\sqrt{LC}\right).$$

Avînd în vedere cele de mai sus, relaţia (8) se mai poate scrie astfel:

$$U = \frac{1}{p}\left[\sum_{n=0}^{\infty} \delta^n \exp\left\{-p\left[(2n+1)l - x\right]\sqrt{LC}\right\} - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=0}^{\infty} \delta^{n+1} \exp\left\{-p\left[(2n+1)l + x\right]\sqrt{LC}\right\}\right]. \tag{9}$$

Originalul imaginii U se determină folosind teorema întîrzierii dacă se cunoaşte funcţia-original a expresiei operaţionale $\frac{1}{p}\delta^n$. Expresia $\Omega_n(p) = \frac{1}{p}\delta^n$ poate fi pusă sub forma următoare:

$$\Omega_n(p) = \frac{1}{p}\delta^n = \frac{1}{p}\delta^{n-1}\cdot\delta = \frac{1}{p}\left(\frac{\alpha_1 - p}{\alpha_2 + p}\right)^{n-1}\left(\frac{\alpha_1 - p}{\alpha_2 + p}\right) =$$

$$= \Omega_{n-1}(p)\left(-1 + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_2 + p}\right);$$

Aplicînd teorema lui Borel, se obține

$$\Omega_n(t') = -\Omega_{n-1}(t') + (\alpha_1 + \alpha_2)\, e^{-\alpha_2 t'} \int_0^{t'} \Omega_{n-1}(\theta)\, e^{\alpha_2 \theta}\, d\theta. \tag{10}$$

Avînd în vedere că $\Omega_0(t') = 1$, determinarea recursivă a funcțiilor $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_n$ permite stabilirea unei relații generale, originalul funcției $\Omega_n(p)$:

$$\Omega_n(t') = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^n + \left\{(-1)^n - \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^n + \sum_{r=1}^{n-1} (-1)^{r+n} \cdot t'^r \frac{(\alpha_1+\alpha_2)^r}{r!} \left[\frac{\prod_{m=1}^{r}(n-m)}{r!} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sum_{k=1}^{n-r} (-1)^{k+1} \left(\frac{\begin{matrix} .1\,(r=1) \\ \sum_{m=1}^{r-1}(n-k-m) \end{matrix}}{(r-1)!}\,(r>1) \right) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^k \right] \right\} e^{-\alpha_2 t'}, \tag{11}$$

unde $t' = t - [(2n+1)\,1 \pm x]\sqrt{LC}$.

Rezultă astfel funcția de răspuns tranzitoriu sub forma

$$f(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n \{t - [(2n+1)\,1 - x]\sqrt{LC}\} -$$

$$- \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n+1} \{t - [(2n+1)1 + x]\sqrt{LC}. \tag{12}$$

Mărimile $\Omega_n(t')$ sînt funcții originale și deci au valori diferite de zero numai pentru argument zero sau mai mare decît zero: pentru $t \geqslant [(2n+1)\,l - x]\sqrt{LC}$ și $t \geqslant [(2n+1)\,l + x]\sqrt{LC}$.

Relația (12) permite determinarea funcțiilor de răspuns $f_\alpha = f_\beta$ și f_0, în componente α, β, 0. Calculul acestora în componente de fază se face aplicînd transformarea:

$$[f(x, t)] = \begin{bmatrix} f_{11}(x, t) & f_{12}(x, t) & f_{13}(x, t) \\ f_{21}(x, t) & f_{22}(x, t) & f_{23}(x, t) \\ f_{31}(x, t) & f_{32}(x, t) & f_{33}(x, t) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha(x, t) & 0 & 0 \\ 0 & f_\alpha(x, t) & 0 \\ 0 & 0 & f_0(x, t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

sau

$$[f(x,t)] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2f_\alpha(x,t)+f_0(x,t) & f_0(x,t)-f_\alpha(x,t) & f_0(x,t)-f_\alpha(x,t) \\ f_0(x,t)-f_\alpha(x,t) & 2f_\alpha(x,t)+f_0(x,t) & f_0(x,t)-f_\alpha(x,t) \\ f_0(x,t)-f_\alpha(x,t) & f_0(x,t)-f_\alpha(x,t) & 2f_\alpha(x,t)+f_0(x,t) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Cunoscînd funcţiile de răspuns tranzitoriu, prin utilizarea integralei Duhamel se poate determina variaţia tensiunilor în timp pentru orice punct al liniei în condiţiile aplicării la începutul acestuia a unor tensiuni de orice formă simultan sau nesimultan :

$$[u(x,t)] = [f(1,t)]\,[u(l,0)] + \int_0^t [f(x,t-\theta)]\,[u'(l,\theta)]\,\mathrm{d}\theta. \quad (14)$$

3. APLICAŢII

Calculele se vor referi la linii de 400 kV cu următorii parametrii de secvenţă pozitivă şi omopolară ($f = 50$ Hz) :

Caracteristici constructive	L_α mHkm^{-1}	L_0 mHkm^{-1}	C_α nFkm^{-1}	C_0 nFkm^{-1}	$\sqrt{C_\alpha/L_\alpha}$ Ω^{-1}	$\sqrt{C_0/L_0}$ Ω^{-1}	$\sqrt{L_\alpha C_\alpha}$ μskm^{-1}	$\sqrt{L_0 C_0}$ μskm^{-1}	Zu_α Ω	Zu_0 Ω
3×2×450 OL—Al 2× 70 OL	1,06	3,16	10,88	8	$3{,}2\cdot10^{-3}$	$1{,}88\cdot10^{-3}$	3,4	5,03	312,2	629

Parametrii s-au calculat ţinînd seama de conductoarele de protecţie şi de influenţa pămîntului, neglijînd efectul pelicular.

Cazurile studiate pentru diferite lungimi ale liniilor (200, 400 şi 600km) s-au axat pe influenţa rezistenţei unui reactor transversal pentru o compensare de 100%. S-au considerat succesiv rapoartele $\frac{R}{X} = 0{,}1\ ;\ 0{,}01\ ;\ 0.$

Programul utilizat la calculatorul IRIS-50 pentru determinarea funcţiilor de răspuns tranzitoriu în componente α, β, 0 la sfîrşitul liniilor este dat în anexă. S-a utilizat limbajul FORTRAN.

În figurile 1,2,3 sînt prezentate funcţiile de răspuns pentru secvenţa pozitivă şi omopolară la sfîrşitul liniilor ($x=0$).

Analiza succintă a evoluţiilor pentru lungimile de 200, 400 şi 600 km ilustrează momentul apariţiei valorilor maxime : cu cît lungimea liniei este mai mare, cu atît prima valoare maximă se obţine pentru un număr mai redus de parcursuri, fiind totodată sensibil micşorată. Explicaţia constă în creşterea timpului dintre două unde succesive, ceea ce creează posibilitatea manifestării caracterului diseminativ al impedanţei.

Funcţiile de răspuns f_{ii}, respectiv f_{ij} (13), sînt reprezentate în figurile 4, 5 şi 6 pentru linii cu lungimea de 200, 400 şi, respectiv 600 km.

Valoarea maximă a funcţiei de răspuns tranzitoriu f_{ii} respectiv f_{ij}, este dependentă de lungimea liniei în situaţia unei compensări transver-

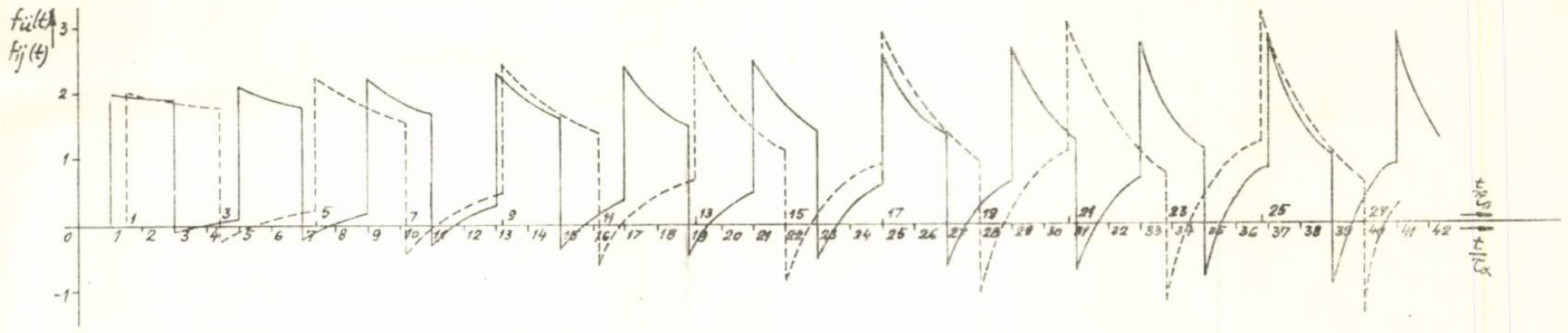


Fig. 1. — Funcțiile de răspuns tranzitoriu, secvența pozitivă și omopolară.

$1 = 200$ km; $\frac{R}{X} = 0{,}1$; ——— f_α; $\alpha_1 = 0{,}0062$; $\alpha_2 = 0{,}0675$; $\tau_\alpha = 0{,}68$ ms; – – – f_0; $\alpha_1 = 0{,}0319$; $\alpha_2 = 0{,}093$; $\tau_0 = 1$ ms.

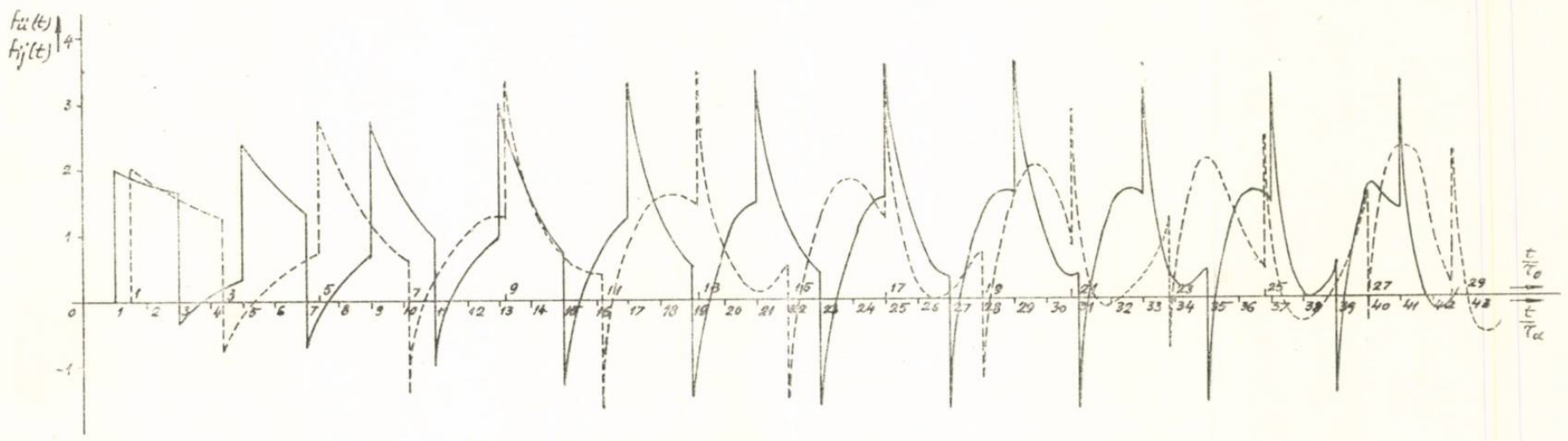


Fig. 2. — Funcțiile de răspuns tranzitoriu, secvența pozitivă și omopolară.

$1 = 400$ km, $\frac{R}{X} = 0{,}1$; ——— f_α; $\alpha_1 = 0{,}044$; $\alpha_2 = 0{,}107$; $\tau_\alpha = 1{,}36$ ms; – – – f_0; $\alpha_1 = 0{,}097$, $\alpha_2 = 0{,}16$; $\tau_0 = 2$ ms.

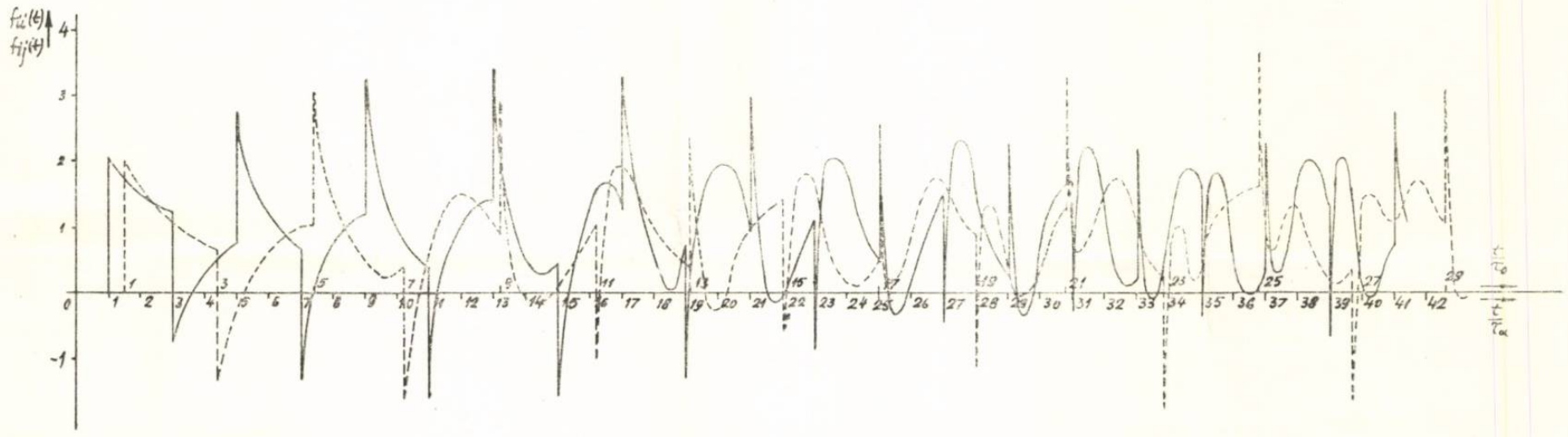


Fig. 3. — Funcțiile de răspuns tranzitoriu, secvența pozitivă și omopolară.

$1 = 600$ km; $\frac{R}{X} = 0{,}1$; ——— f_α; $\alpha_1 = 0{,}0884$; $\alpha_2 = 0{,}1513$; $\tau_\alpha = 2{,}04$ ms; – – – f_0; $\alpha_1 = 0{,}173$; $\alpha_2 = 0{,}236$; $\tau_0 = 3$ ms.

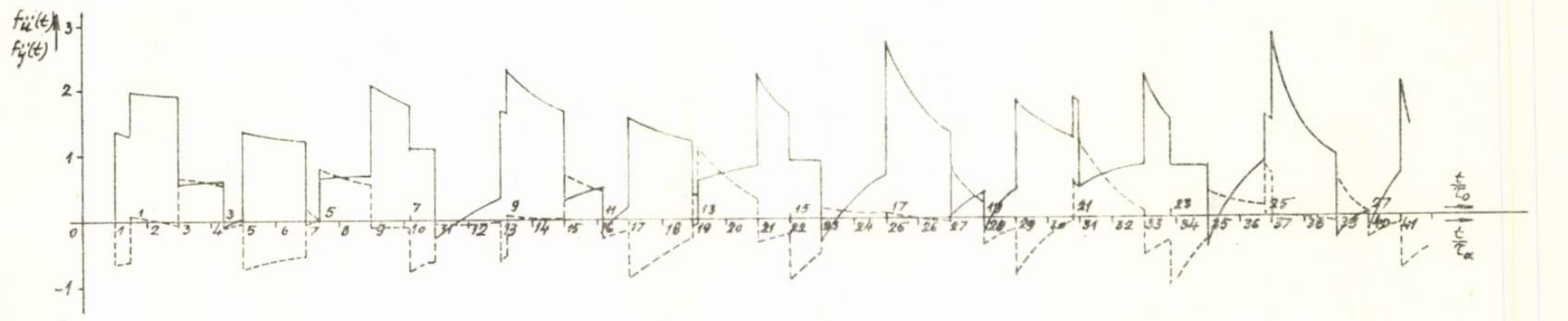


Fig. 4. — Funcțiile de răspuns tranzitoriu f_{ii} și f_{ij}.

$1 = 200$ km; $\frac{R}{X} = 0{,}1$; ——— f_{ii}; – – – f_{ij}.

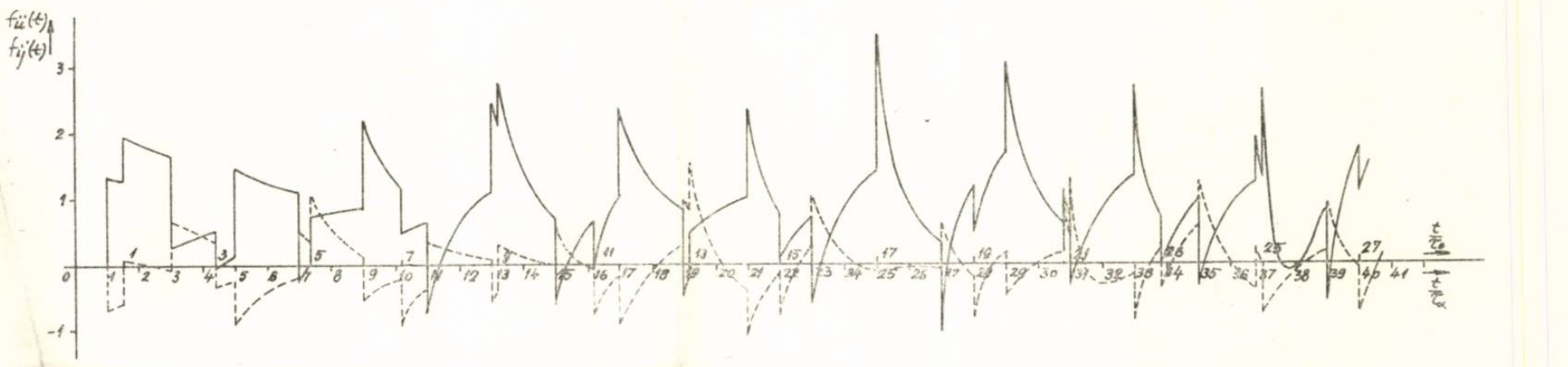


Fig. 5. — Funcțiile de răspuns tranzitoriu f_{ii} și f_{ij}.

$1 = 400$ km; $\frac{R}{X} = 0{,}1$: ——— f_{ii}; – – – f_{ij}.

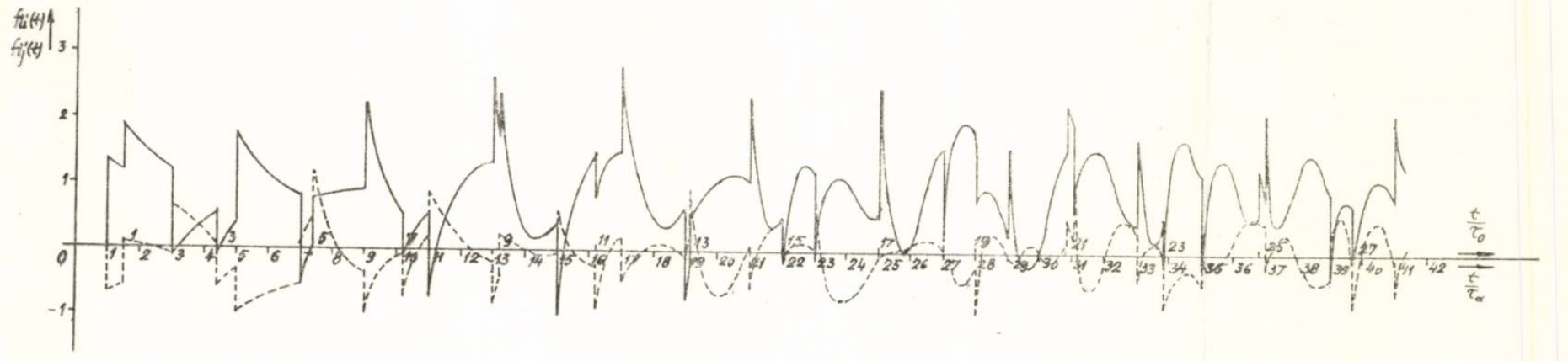


Fig. 6. — Funcțiile de răspuns tranzitoriu f_{ii} și f_{ij}.

$1 = 600$ km; $\frac{R}{X} = 0{,}1$; ——— f_{ii}; – – – f_{ij}.

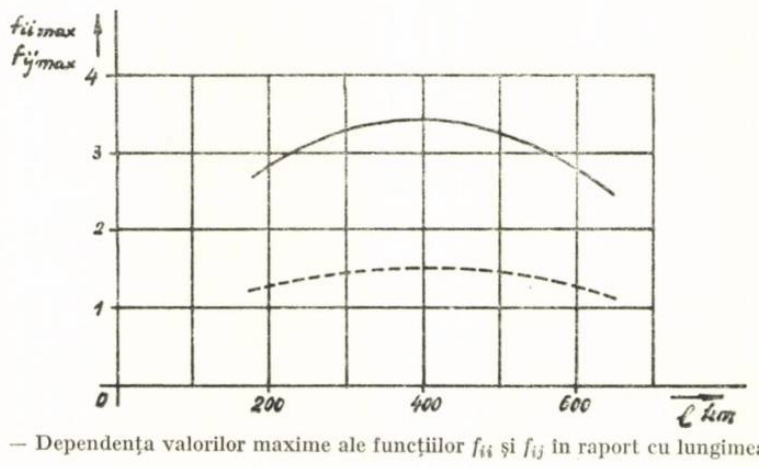


Fig. 7. — Dependența valorilor maxime ale funcțiilor f_{ii} și f_{ij} în raport cu lungimea liniei.

sale unilaterale de 100%. Din figura 7 se remarcă un maxim pentru o lungime de linie în jurul valorii de 400 km. Se remarcă de asemenea deplasarea momentului apariției valorii maxime spre un număr mai redus de parcursuri ale liniei funcție de lungime. Astfel, referitor la funcția f_{ii} pentru 200 km, valoarea maximă se obține pentru $\frac{t}{\tau_\alpha} = 37(25{,}5$ ms), pentru 400 km $-\frac{t}{\tau_\alpha} = 25$ (34 ms) și pentru 600 km $-\frac{t}{\tau_\alpha} = 17(34{,}7$ ms). Dacă se ține seama de amortizarea cauzată de pierderi, se observă că diferențele dintre valorile maxime pentru liniile de 400 și, respectiv, 600 km se mențin, amortizarea fiind mai redusă pentru lungimea de 200 km. Această observație justifică ideea unei eficacități mărite a reactoarelor în măsura creșterii lungimii liniei.

Influența raportului $\frac{R}{X}$ al reactorului este redusă, fapt atestat prin rezultatele obținute pentru cele trei valori ale acestui raport amintite anterior. Spre exemplificare, în tabelele de mai jos se indică în mod comparativ valorile maxime obținute ale funcției de răspuns pentru un număr impar de parcursuri ale liniei atît pentru secvența pozitivă cît și pentru cea omopolară.

Tabela 1

Secvența pozitivă 1 = 200 km

$\frac{R}{X}$	Timp τ	5τ	9τ	13τ	17τ	21τ	25τ
0,1	2	2,09945	2,19821	2,29601	2,39352	2,48746	2,58054
0,01	2	2,09787	2,19533	2,29206	2,38775	2,48208	2,57475
0	2	2,09755	2,19471	2,29115	2,38656	2,48064	2,57309

Tabela 2

Secvența pozitivă 1 = 400 km

$\frac{R}{X}$	Timp τ	5τ	9τ	13τ	17τ	21τ	25τ
0,1	2	2,37670	2,72522	3,02960	3,27671	3,45692	3,56465
0,01	2	2,36815	2,71269	3,01658	3,26541	3,44814	3,55773
0	2	3,36701	2,71073	3,01407	3,26250	3,44485	3,55395

Tabela 3

Secvența pozitivă 1 = 600 km

$\frac{R}{X}$	Timp τ	5τ	9τ	13τ	17τ	21τ	25τ
0,1	2	2,74549	3,25233	3,43317	3,29921	2,95291	2,55208
0,01	2	2,72816	3,23144	3,40525	3,24567	2,84988	2,38394
0	2	2,72573	3,22758	3,39927	3,23524	2,83195	2,35626

Tabela 4

Secvenţa omopolară 1 = 200 km

$\frac{R}{X}$	Timp τ	5τ	9τ	13τ	17τ	21τ	25τ
0,01	2	2,23904	2,47071	2,69074	2,89517	3,08037	3,24322
0,01	2	2,23386	2,46200	2,67999	2,88365	3,06912	3,23299
0	2	2,23324	2,46087	2,67843	2,88173	3,06690	3,23050

Tabela 5

Secvenţa omopolară 1 = 400 km

$\frac{R}{X}$	Timp τ	5τ	9τ	13τ	17τ	21τ	25τ
0,1	2	2,76928	3,27248	3,41805	3,23250	2,84604	2,44429
0,01	2	2,75175	3,25113	3,38810	3,17348	2,73353	2,26527
0	2	2,74894	3,24664	3,38084	3,16041	2,71095	2,23095

Tabela 6

Secvenţa omopolară 1 = 600 km

$\frac{R}{X}$	Timp τ	5τ	9τ	13τ	17τ	21τ	25τ
0,1	2	3,06396	2,90444	2,33678	2,48993	3,28002	3,65560
0,01	2	3,03001	2,78742	2,07338	2,19730	3,14775	3,63426
0	2	3,02444	2,76828	2,03015	2,14409	3,11112	3,60836

Analiza rezultatelor de mai sus relevă influenţa redusă a rezistenţei. Este de notat o influenţă defavorabilă proporţională cu lungimea liniei, în special pentru secvenţa omopolară.

Cadrul investigaţiilor numerice a cuprins şi analiza funcţiei de răspuns tranzitoriu pentru cazul unei impedanţe terminale de ordinul de mărime al impedanţei de scurtcircuit a unui autotransformator de 400 MVA, 400/231/22 kV, situaţie posibilă în cazul unui ciclu nereuşit RAR pentru un scurtcircuit trifazat în secundar sau terţiar. Valoarea maximă a funcţiei f_{ii} obţinute este de 2,3 pentru lungimea de 400 km, $\frac{t}{\tau_\alpha} = 25$ (34 ms).

4. CONCLUZII

În lucrare se prezintă o metodă pentru determinarea matricei funcţiei de răspuns tranzitoriu în cazul liniilor electrice cu elemente terminale de tip impedanţă, stabilindu-se o formă simplă uşor adaptabilă pentru un calculator numeric (11) (13). Matricea funcţiei de răspuns poate fi calculată pentru orice punct al liniei şi orice compoziţie a impedanţei terminale. Se relevă influenţa favorabilă mărită, proporţională cu lungimea liniei, a reactoarelor transversale şi posibilitatea neglijării rezistenţei reactorului pentru calcule practice în ipoteza $\frac{R}{X} < 0{,}1$.

Anexă

PROGRAMUL PENTRU CALCULUL FUNCȚIEI DE RĂSPUNS TRANZITORIU

```
1          READ(105,2,END=100)TAU,A1,A2
2      2   FORMAT(F3.2,2F5,4,)
3          TETA=0,25*TAU
4          WRITE (108,3)TAU,A1,A2
5      3   FORMAT('1',10X,'VALORILE FUNCȚIEI PENTRU
           TAU=',F4.2,
6          S',ALPHA1=',F6,4,', APLHA2=',F6.4)
7          WRITE(108,4)TAU
8      4   FORMAT(11X,'T=',F5,2,10X,'F(T)=2')
9          T=TAU
10         K1=1
11     5   E=EXP(A2*TETA)
12         E=1/E
13         T=T+0.25*TAU
14         F=1-A1/A2+E+A1/A2*E
15         WRITE(108,6),T,F
16     6   FORMAT(11X,'T=',F7.2,10X,'F(T)=',F10.5)
17         IF(K1.EQ.8)GO TO 7
18         TETA=TETA+0.25*TAU
19         K1=K1+1
20         GO TO 5
21     7   NK=2
22         T=3.*TAU
23     8   K1=0
24     9   TETA=T-TAU
25         F=EXP(A2*TETA)
26         E=1/E
27         F=1-A1/A2+E+A1/A2*E
28         TETA=T-3*TAU
29         E=EXP(A2*TETA)
30         E=1/E
31         F=F+A1/A2-E-A1/A2*E
32         N=2
33         PN=A1/A2*(A1/A2)
34         U=1
35    10   CALL OMEGA(N,TETA,A1, A2,PN,U,E,W)
36         F=F-W
37         IF(N.EQ.NK)GO TO 11
38         TETA=T-(2*N+1)*TAU
39         E=EXP(A2*TETA)
40         E=1/E
41         CALL OMEGA(N,TETA,A1,A2,PN,U,E,W)
42         F=F+W
43         N=N+1
44         PN=PN*A1/A2
45         U=-U
```

```
      GO TO 10
11    WRITE(108,6)T,F
      IF(K1.EQ.8)GO TO 13
      K1=K1+1
      T=T+0.25*TAU
      GO TO 9
13    IF(NK.EQ.20)GO TO 1
      NK=NK+1
      GO TO 8
100   STOP
      END

      SUBROUTINE OMEGA (N,Q,A1,A2,PN,U,F,W)
      PR=-U*Q*(A1+A2)
      LIM=N-1
      T=O
      S=-1
      DO 2001 K=1,LIM
      S=S*(-A1/A2)
2001  T=T+S
      SUM=PR*(N-1+T)
      IF(N.EQ.2) GO TO 2000
      DO 2002 L=2,LTM
      PR=-PR*Q*(A1+A2)/(L*L)
      FMN=1.
      DO 2003 M=1,L
2003  FMN=FMN*(N-M)
      I=N-L
      T=O
      S=-1
      DO 2004 K=1,1
      S=S*(-A1/A2)
      IM=L-1
      FNK=1.
      DO 2005 M=1,IM
2005  FNK=FNK*(N-K-M)
2004  T=T+S*FNK
2002  SUM=SUM+PR*(FMN+T*L)
2000  W=PN+(U-PN+SUM)*E
      RETURN
      END
```

BIBLIOGRAFIE

1. R. Uram, R. W. Miller, *Mathematical Analysis and Solution of Transmission Line Transients, I. Theory*. IEEE Transactions on PAS, **83**, 1116–1123 (1964).
2. R. Uram, W. E. Feero, *Mathematical Analysis and Solution of Transmission Line Transients, II-Applications*, ibidem, 1123–1137 (1964).
3. E. Clarke, *Circuit Analysis of A–C Power Systems*, vol. II, New York, John Wiley, 1956.
4. A. Angot, *Complemente de matematici*, Bucureşti Edit. tehnică, 1966.

ELEMENTE PRIVIND CALCULUL EXCITAŢIEI CU ÎNFĂŞURĂRI DIVIZATE LA MAŞINILE SINCRONE CU POLI ÎNECAŢI

C. APETREI

621.313.322

Se dau principiile metodologice de calcul ale celor două înfăşurări care constituie sistemul de excitaţie divizat. Se arată că dimensionarea înfăşurărilor de excitaţie poate fi făcută apelînd la metoda de proiectare aplicată în mod curent la maşina sincronă, cu anumite particularităţi rezultate din funcţiile care urmează să le îndeplinească sistemul de excitaţie divizat.

1. În lucrări publicate relativ recent [1]—[3] este abordată problema comportării în sistem a maşinilor sincrone cu poli înecaţi echipate cu două înfăşurări de excitaţie distincte (înfăşurare de excitaţie divizată). Înfăşurările de excitaţie, dispuse în crestăturile rotorice, au axele defazate la unghi convenabil ales, de regulă 60° sau 90°, şi sînt alimentate de la surse de tensiune continuă diferite; tensiunile de alimentare sînt comandate corespunzător funcţiilor avute de fiecare înfăşurare.

Soluţia preconizată prezintă interes îndeosebi în cazul sistemelor energetice la care pentru reglarea nivelului tensiunii, pentru un anumit grafic de sarcină, intervine necesitatea absorbţiei unei puteri reactive importante.

Aspectele care interesează comportarea maşinii echipate cu două înfăşurări de excitaţie comandate sînt considerate cunoscute [2], [4]. În lucrarea de faţă interesează metodica de dimensionare a excitaţiei, cînd se consideră date funcţiile impuse înfăşurărilor de excitaţie care echipează maşina sincronă cu poli înecaţi.

2. În cazul maşinii sincrone cu o singură înfăşurare de excitaţie, variaţia sarcinii între limitele corespunzătoare factorului de putere nominal, sarcină inductivă, respectiv capacitivă pentru sarcină activă constantă, unghiul intern δ (unghiul dintre axele cîmpului inductor şi ale cîmpului rezultant din întrefierul maşinii) variază între valorile δ_i şi δ_c (fig. 1). La φ_n relativ mare, corespunzător valorilor $\cos \varphi_n = 0{,}8 \ldots 0.9$, şi la reactanţe sincrone relativ mari, caracteristice maşinilor sincrone moderne de mare putere, $x_d > 2$ (u.r.), unghiul intern δ_c poate lua valori pentru care

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 913—926, 1972

stabilitatea statică naturală a mașinii nu mai este asigurată (la mașina nesaturată, pentru $r_a \cong 0$, condiții în care s-a construit diagrama tensiunilor din figura 1, $\delta_c > 90°$). Dacă se are în vedere și necesitatea asigurării unei rezerve de stabilitate statică și deci condiția ca $\delta_{max} < 90°$, rezultă că mașina sincronă cu o singură înfășurare de excitație nu poate fi utilizată la întreaga ei capacitate în regimurile de sarcină capacitivă cu

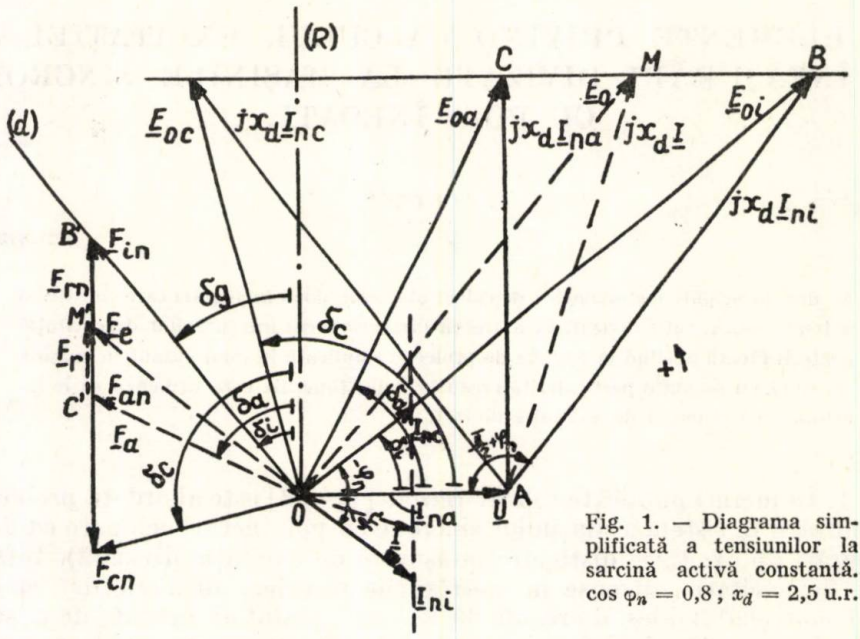


Fig. 1. — Diagrama simplificată a tensiunilor la sarcină activă constantă. $\cos \varphi_n = 0{,}8$; $x_d = 2{,}5$ u.r.

sarcină activă nominală (dacă se face abstracție de solicitarea termică suplimentară din părțile frontale ale mașinii în cazul sarcinilor capacitive, se observă că mașina poate funcționa pentru $-\varphi_n \leqslant \varphi \leqslant \varphi_n$ fără depășirea valorilor curenților din înfășurarea indusului și înfășurarea de excitație definite pentru regimul nominal).

Este de remarcat că unghiul geometric δ_g, care definește poziția axei longitudinale a rotorului Od față de axa OR a cîmpului rezultant la mașina cu o singură înfășurare de excitație, este identic cu unghiul intern δ și, la variațiile de sarcină amintite, acuză variații între aceleași limite δ_i, δ_c.

Spre deosebire de situația întîlnită la mașina cu o singură înfășurare, la mașina cu sistem de excitație divizat (fig. 1) unghiul δ_g poate fi menținut strict constant la variații ale solenației de excitație $\underline{F}_i$ între limitele $\underline{F}_{in}$, $\underline{F}_{cn}$ dacă solenația $\underline{F}_e$ se realizează ca rezultantă a două solenații ($\underline{F}_a$ și $\underline{F}_r$). Solenațiile $\underline{F}_a$ și $\underline{F}_r$ au orientare distinctă, însă fixe în timp, iar mărimea lor în cazul general urmează a fi variată în mod corespunzător.

Asigurarea solenațiilor $\underline{F}_a$ și $\underline{F}_r$ poate fi realizată prin echiparea mașinii cu două înfășurări de excitație cu decalaj spațial determinat și alimentarea înfășurărilor de la surse de tensiune comandate în mod corespunzător.

2.1. O primă problemă practică ridicată de realizarea solenațiilor $\underline{F}_a$, $\underline{F}_r$ constă în determinarea defazajului $(\widehat{\underline{F}_a}; \widehat{\underline{F}_r})$, care urmează să fie asigurat la mașinile turbogeneratoare de mare putere. Din figura 1 rezultă că defazajul respectiv este definit de orientarea lui $\underline{F}_{an}$, respectiv a lui $\underline{E}_{0a}$, deci este egal cu δ_a, obținut la $\varphi = 0$.

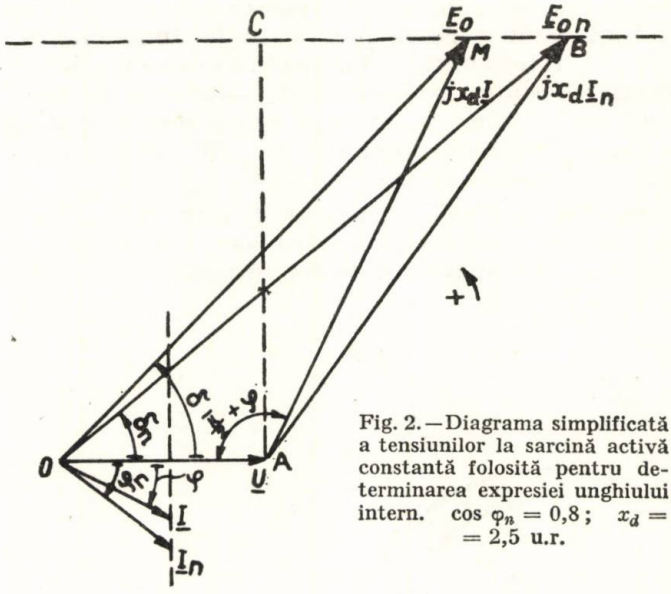


Fig. 2. — Diagrama simplificată a tensiunilor la sarcină activă constantă folosită pentru determinarea expresiei unghiului intern. $\cos \varphi_n = 0{,}8$; $x_d = 2{,}5$ u.r.

Din diagrama simplificată a tensiunilor reprezentată în figură se poate determina expresia unghiului intern δ prin proiecția triunghiului tensiunilor pe o direcție perpendiculară pe direcția lui $\underline{E}_0$. Rezultă

$$|\overline{OA}| \sin \delta = |\overline{AM}| \cos (\delta + \varphi), \tag{1}$$

unde la sarcină activă constantă avem

$$|\overline{AM}| = \frac{|\overline{AC}|}{\cos \varphi},$$

deci

$$|\overline{OA}| \sin \delta = |\overline{AC}| [\cos \delta - \sin \delta \operatorname{tg} \varphi] \tag{2}$$

sau, exprimînd mărimile în u.r. ($U = U_n = 1$; $I = I_n = 1$) și înlocuind $|\overline{OA}|$, $|\overline{AC}|$, se obține

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{x_d \cos \varphi_n}{1 + x_d \cos \varphi_n \operatorname{tg} \varphi}. \tag{3}$$

Unghiul care interesează, δ_a, se obține la $\varphi = 0$ și, ca atare, din (3) rezultă

$$\operatorname{tg} \delta_a = x_d \cos \varphi_n . \tag{4}$$

Dacă în relația (4) se introduc valori extreme pentru x_d și $\cos \varphi_n (1{,}5 \leqslant x_d \leqslant 3 ; \; 0{,}8 \leqslant \cos \varphi_n \leqslant 0{,}9)$, se observă că unghiul δ_a la turbogeneratoare poate lua valori cuprinse între limitele aproximative 50° și 70°. De aici rezultă că, în cazul cînd se urmărește ca solenația $\underline{F}_{an}$ (solenația care asigură cîmpul inductor necesar pentru ca la funcționarea în sarcină nominală și $\cos \varphi = 1$ tensiunea la borne să fie egală cu valoarea nominală) să rămînă practic constantă (ca poziție și valoare) la sarcini variabile în domeniul definit de $-\varphi_n \leqslant \varphi \leqslant \varphi_n$, unghiul dintre solenațiile $\underline{F}_a$ și $\underline{F}_r$ pentru cazurile practice, ia valori cuprinse între 50° și 70°. Acest domeniu de variație a unghiului δ_a sugerează valoarea medie $\delta_{am} = 60°$.

2.2. La mașina bipolară, defazajul δ_a este definit de decalajul β dintre axele înfășurărilor de excitație dacă sensul curentului prin elementele de bobinaj ale celor două înfășurări, dispuse pe un pas polar, este identic.

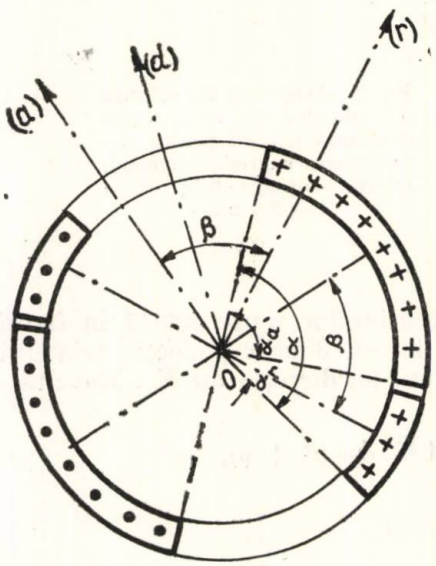


Fig. 3. — Secțiune transversală prin armătura rotorică cu dispunerea înfășurărilor de excitație (a) și (r).

În figura 3 s-a reprezentat o secțiune prin armătura rotorică cu dispunerea schematică a celor două înfășurări de excitație (a) și (r) la periferia armăturii rotorice; s-a considerat cazul dispunerii separate a elementelor celor două înfășurări de excitație, în sensul că într-o crestătură se găsesc exclusiv elemente fie ale înfășurării (a), fie ale înfășurării (r). Dacă se notează cu α_a, α_r unghiurile la centru ale zonelor în care se dispun elementele de ducere a celor două înfășurări, respectiv cu α unghiul corespunzător întregii zone bobinate a unui pol rotoric, se observă că unghiul β între axele celor două înfășurări se definește ca

$$\beta = \frac{\alpha_a + \alpha_r}{2} = \frac{\alpha}{2} . \tag{5}$$

Notînd cu γ raportul dintre lungimea arcului corespunzător zonei în care se dispun toate elementele de ducere ale înfășurărilor de excitație și pasul polar τ, rezultă

$$\alpha \frac{D}{2} = \gamma\tau = \gamma \frac{\pi D}{2p},$$

de unde, la $p = 1$, avem

$$\beta = \frac{\alpha}{2} = \gamma \frac{\pi}{2}. \tag{5'}$$

Se observă că, la variații ale lui γ cuprinse între 0 și 1, unghiul β și, respectiv, δ_a pot lua valori cuprinse între 0 și 90°; în cazul construcției clasice cu o singură înfășurare, cînd, de regulă, $\gamma = \frac{2}{3}$, rezultă $\beta = 60°$. Pentru variații ale unghiului δ_a cuprinse între 50° și 70°, așa cum s-a stabilit la punctul 2.1, se poate determina gama de variație a lui γ cu ajutorul relației (4); rezultă $0{,}55 \leqslant \gamma \leqslant 0{,}775$. De aici se poate conchide că, în mod practic, defazajul rezultat între solenațiile $\underline{F}_a$ și $\underline{F}_r$ se poate asigura pentru toate turbogeneratoarele de construcție modernă cu abateri relativ mici în privința gradului de utilizare a periferiei rotorice, adoptat în mod curent la construcțiile cu o singură înfășurare de excitație $\left(\gamma \cong \frac{2}{3}\right)$.

2.3. Mărimea solenațiilor $\underline{F}_{an}$ și $\underline{F}_{rn}$ poate fi determinată prin utilizarea diagramei tensiunilor. Din figura 1 rezultă că, în cazul mașinii nesaturate, triunghiul tensiunilor OBC este asemenea cu triunghiul solenațiilor $OB'C'$ și că deci tensiunile electromotoare induse la funcționarea în gol E_0, exprimate în u.r., sînt egale cu solenațiile de excitație F_e, exprimate de asemenea în u.r. (pentru tensiunile electromotoare s-a ales ca tensiune de referință tensiunea U_n, iar pentru solenații solenația corespunzătoare cîmpului inductor, care la funcționarea în gol induce tensiunea electromotoare egală cu tensiunea nominală U_n). Din triunghiul OAM (fig. 2) rezultă

$$E_0^2 = 1 + \left(\frac{x_d \cos\varphi_n}{\cos\varphi}\right)^2 + 2x_d \cos\varphi_n \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \quad \text{(u.r.)} \tag{6}$$

și deci, dacă se are în vedere egalitatea solenațiilor cu a tensiunilor și lui φ i se dau succesiv valorile φ_n, 0, $-\varphi_n$, se obține

$$\begin{aligned} F_{in}^2 &= 1 + x_d^2 + 2x_d \sin\varphi_n, \\ F_{an}^2 &= 1 + x_d^2 \cos^2\varphi_n, \\ F_{cn}^2 &= 1 + x_d^2 - 2x_d \sin\varphi_n. \end{aligned} \tag{7}$$

Din triunghiul ABC (figura 1) — rezultă

$$F_{rn} = x_d \sin\varphi_n \quad \text{(u.r.)}. \tag{8}$$

Se observă că, dacă solenaţiile F_{an} şi F_{rn} se realizează de mărimea definită de a doua relaţie din (7) şi, respectiv, (8), solenaţia de excitaţie rezultantă este F_{in}, întrucît

$$F_{in}^2 = F_{an}^2 + F_{rn}^2 + 2F_{an}F_{rn}\cos\delta_a. \tag{9}$$

2.4. Fazorii solenaţiilor $\underline{F}_{an}$ şi $\underline{F}_{rn}$ sînt determinaţi ca orientare şi mărime de caracteristicile funcţionale impuse ale maşinii (reactanţa x_d şi $\cos\varphi_n$). Ca atare, problema dimensionării celor două înfăşurări de excitaţie se reduce la determinarea caracteristicilor bobinajelor : numărul de spire şi factorul de bobinaj pentru fiecare înfăşurare.

Condiţiile puse la baza acestui calcul pot fi diferite ; pentru ca soluţia determinată în cazul sistemului de excitaţie divizat să poată fi comparată cu soluţia clasică, într-o primă etapă se va considera drept criteriu de dimensionare condiţia ca materialul utilizat pentru realizarea părţii active a bobinajului şi solicitarea termică în cele două situaţii semnalate (sistem de excitaţie divizată — sistem clasic) să fie identice. Cele două condiţii se pot exprima sub forma

$$\begin{aligned} w_a + w_r &= w, \\ I_a &= I_r = I_{en}, \end{aligned} \tag{10}$$

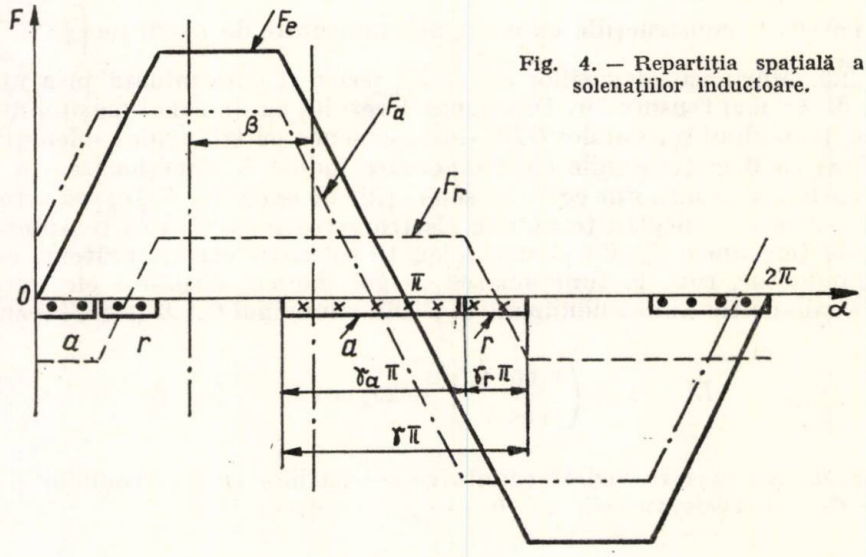


Fig. 4. — Repartiţia spaţială a solenaţiilor inductoare.

unde W reprezintă numărul de spire înseriate pe pol a înfăşurării de excitaţie, realizată în varianta clasică, I_{en} curentul de excitaţie corespunzător regimului de funcţionare nominal, iar w_a, w_r, I_a, I_r numărul de spire, respectiv curenţii înfăşurărilor de excitaţie (a) şi (r).

Solenaţia inductoare în cazul turbogeneratoarelor pentru un număr de crestături rotorice relativ mare, la distribuţie uniformă a elementelor de înfăşurare în crestături, are, după cum se cunoaşte, repartiţia spaţială de formă trapezoidală (fig. 4, solenaţia F_e).

Repartiția trapezoidală se conservă și în cazul a două înfășurări de excitație distincte dacă numărul de crestături rotorice afectat fiecărei înfășurări rămîne suficient de mare (fig. 4, solenațiile F_a și F_r).

Descompunînd unda solenației cu distribuție trapezoidală în unde sinusoidale și considerînd fundamentala, amplitudinea undelor respective se determină cu expresiile:

$$F_a = \frac{4}{\pi} w_a k_{wa} I_a \qquad \text{(AS)},$$

$$F_r = \frac{4}{\pi} w_r k_{wr} I_r \qquad \text{(AS)}, \tag{11}$$

$$F_{in} = \frac{4}{\pi} w k_w I_{en} \qquad \text{(AS)}.$$

Factorul de bobinaj, k_{wa}, k_{wr}, k_w, pentru fundamentală în cazul cînd sînt satisfăcute condițiile indicate anterior are expresia

$$k_{wa} = \frac{\sin \gamma_a \frac{\pi}{2}}{\gamma_a \frac{\pi}{2}},$$

$$k_{wr} = \frac{\sin \gamma_r \frac{\pi}{2}}{\gamma_r \frac{\pi}{2}}, \tag{12}$$

$$k_w = \frac{\sin \gamma \frac{\pi}{2}}{\gamma \frac{\pi}{2}},$$

unde γ_a, γ_r, definiți conform figurii 4, îndeplinesc condiția

$$\gamma_a + \gamma_r = \gamma. \tag{13}$$

Dacă drept solenație de referință se adoptă solenația F_0:

$$F_0 = \frac{4}{\pi} w k_w I_{e0}, \tag{14}$$

unde I_{e0} reprezintă curentul de excitație, care, la funcționarea în gol, asigură t.e.m. egală cu tensiunea nominală, expresiile (11) ale solenațiilor pot fi scrise și sub forma

$$F_a = \frac{w_a k_{wa}}{w k_w} \frac{I_a}{I_{e0}} \quad \text{(u.r.)},$$

$$F_r = \frac{w_r k_{wr}}{w k_w} \frac{I_r}{I_{e0}} \quad \text{(u.r.)}, \tag{11'}$$

$$F_{in} = \frac{I_{en}}{I_{e0}} \quad \text{(u.r.)}$$

sau, considerînd (10),

$$F_a = \frac{w_a k_{wa}}{w k_w} F_{in},$$

$$F_r = \frac{w_r k_{wr}}{w k_w} F_{in}. \tag{11''}$$

Înlocuind în (11'') F_a și F_r cu valorile F_{an}, F_{rn} date de relațiile (7) și 8), coeficienții de bobinaj cu expresiile (12) și observînd că la distribuție uniformă a elementelor de înfășurare

$$\frac{w_a}{w} = \frac{\gamma_a}{\gamma}; \quad \frac{w_r}{w} = \frac{\gamma_r}{\gamma}, \tag{15}$$

din (11'') se poate determina γ_a și γ_r cu expresiile

$$\sin \gamma_a \frac{\pi}{2} = \sin \gamma \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1 + x_d^2 \cos^2 \varphi_n}{1 + x_d^2 + 2 x_d \sin \varphi_n}},$$

$$\sin \gamma_r \frac{\pi}{2} = \sin \gamma \frac{\pi}{2} \frac{x_d \sin \varphi_n}{\sqrt{1 + x_d^2 + 2 x_d \sin \varphi_n}}. \tag{16}$$

Pentru determinarea lui γ_a, γ_r, respectiv w_a, w_r, este suficientă una dintre relațiile (16), întrucît mărimile respective satisfac și relațiile (10) și (13).

2.5. Din cele stabilite anterior rezultă că asigurarea solenației inductoare F_e se poate realiza prin intermediul a două înfășurări de excitație: una dintre ele destinată a funcționa la curent de excitație constant, la sarcină activă constantă, iar cealaltă la curent de excitație variabil, corespunzător sarcinii reactive.

În cazul cînd pentru dimensionarea sistemului de excitație divizat se adoptă criteriul formulat la punctul 2.4 (materialul utilizat pentru realizarea zonei active a bobinajelor și solicitările termice adoptate în cele două

situații să fie egale), rezultă următoarea schemă de calcul a excitației mașinii sincrone cu poli înecați:

a) se determină cu relația (4) unghiul δ_a, respectiv β, iar din (5') se calculează γ. Valoarea lui γ se definitivează punînd condiția suplimentară $Z_e = \gamma Z_r$ = număr întreg par, unde Z_e reprezintă numărul de crestături rotorice active, iar Z_r numărul de pasuri dentare ale armăturii rotorului. Se efectuează calculul înfășurării de excitație, considerînd mașina cu o singură înfășurare, apelînd la metodica de calcul utilizată în mod curent la proiectarea mașinii sincrone. La alegerea tensiunii de excitație se va avea în vedere că tensiunile de excitație care vor fi efectiv aplicate în cazul variantei cu două înfășurări se vor situa la nivele mici, definite de rapoartele w_a/w, w_r/w. Se va prevedea totodată posibilitatea asigurării unei solenații suplimentare, determinată de diminuarea relativă a permeanței magnetice echivalente a întrefierului și de creșterea saturației zonei dentare a armăturii rotorice;

b) se determină cu (16) valorile lui γ_a și γ_r, respectiv w_a, w_r, verificîndu-se (10) și (13). Valorile lui γ_a și γ_r se definitivează considerînd condițiile

$$\frac{\gamma_a}{\gamma} Z_e = \text{număr întreg par}; \quad \frac{\gamma_r}{\gamma} Z_e = \text{număr întreg par}. \tag{17}$$

Se adoptă γ_a, γ_r la valori cît mai apropiate față de cele determinate cu (16) și se recalculează mărimea solenațiilor F_a, F_r pentru a se efectua corecțiile corespunzătoare. În calculele concrete poate interveni și necesitatea realegerii numărului de crestături rotorice pentru asigurarea realizării practice a celor două înfășurări corespunzător caracteristicilor predeterminate.

3. În cadrul punctului anterior s-a indicat metodica de dimensionare a excitației divizate cu respectarea unor condiții care determină soluția în mod univoc. Pentru cazurile practice posibile s-a stabilit că soluția constă în realizarea celor două înfășurări sub forma a două bobinaje distincte cu defazaj, care, în medie, este egal cu 60°. Se poate arăta că soluția cu două înfășurări defazate la 60° rezultă și ca soluție optimă dacă nivelul solicitărilor termice medii și consumul de material pentru realizarea zonei active a bobinajului se păstrează egale cu valorile corespunzătoare din varianta clasică.

3.1. Expresia pierderilor ohmice din înfășurarea de excitație P_e se poate pune sub forma

$$P_e = \rho \frac{2pwl_w}{S} I_e^2, \tag{18}$$

unde l_w reprezintă lungimea medie a zonei active a unei spire a înfășurării de excitație, iar S secțiunea spirei.

Volumul materialului utilizat pentru realizarea zonei active a bobinajului are expresia

$$V_e = 2pwl_w S. \tag{19}$$

Eliminînd secţiunea S din (18) şi (19), rezultă

$$(wI_e)^2 = \frac{V_e}{\rho l_w P_e}, \tag{20}$$

Deci la V_e şi P_e constanţi (ρ şi l_w sînt elemente constructive considerate constante) rezultă

$$wI_e = \text{const.} \tag{21}$$

3.2. Problema optimizării soluţiei la dimensionarea excitaţiei divizate se poate formula sub forma unei funcţii y de optimizat, cu expresia

$$y = F_a^2 + F_r^2 - 2F_aF_r \cos\beta = \max, \tag{22}$$

unde solenaţiile F_a şi F_r, exprimate în u.r., sînt definite de (11'), în care numărul de spire w_a, w_r, w se determină cu relaţiile

$$w_a = n\gamma_a\tau; \quad w_r = n\gamma_r\tau; \quad w = n_e\gamma\tau, \tag{23}$$

în care n şi n_e reprezintă numărul de spire repartizate pe unitatea de periferie a armăturii rotorice în cazul excitaţiei divizate şi, respectiv, a excitaţiei clasice.

Din relaţiile (23), prin considerarea condiţiei (21), condiţie restrictivă pentru funcţia de optimizat, rezultă

$$\begin{aligned} &I_r = I_a = I_e, \\ &\gamma_a + \gamma_r = \frac{n_e}{n}\gamma, \\ &\beta = \frac{\gamma_a + \gamma_r}{2}\pi. \end{aligned} \tag{24}$$

Exprimînd solenaţiile F_a şi F_r sub forma (11'), unde factorii de bobinaj sînt definiţi de relaţiile (12), şi făcînd notaţiile

$$\begin{aligned} &m = \frac{n}{n_e}, \\ &\alpha'_a = \gamma_a\frac{\pi}{2}; \quad \alpha'_r = \left(\frac{\gamma}{m} - \gamma_a\right)\frac{\pi}{2}; \quad \alpha' = \gamma\frac{\pi}{2}, \end{aligned} \tag{25}$$

expresia funcţiei de optimizat (22) se poate scrie sub forma

$$y = \frac{m^2}{\sin^2\alpha'}\left[\sin^2\alpha'_a + \sin^2\left(\frac{\alpha'}{m} - \alpha'_a\right) + 2\sin\alpha_a \sin\left(\frac{\alpha'}{m} - \alpha'_a\right)\cos\frac{\alpha'}{m}\right], \tag{22'}$$

nnde α', la $\gamma = \text{const}$, rezultă de asemenea constant (valoarea curentă a lui $\gamma \cong 2/3$).

Din (24), a doua relație, rezultă valoarea minimă a parametrului m, egală, de regulă, cu 2/3; deci, în mod teoretic, m poate varia între limitele 2/3 și ∞.

Făcînd derivata funcției (22') în raport cu α'_a, rezultă

$$y = f(\alpha'_a) = \text{const.} \tag{26}$$

Funcția (22') în raport cu m este o funcție monoton crescătoare pentru tot intervalul de variație a valorilor pe care le poate lua în mod practic parametrul m. La $m = 1$ $\left(\text{pentru } \gamma = \frac{2}{3};\ \alpha = 60°\right)$, rezultă $y = 1$, deci solenația rezultantă ia în acest caz valoarea solenației asigurate de o singură înfășurare de excitație, realizată în construcția clasică.

Totodată, pentru $m = 1$ rezultă

$$\begin{aligned} &\gamma_a + \gamma_r = \gamma = \frac{2}{3}, \\ &\alpha'_a + \alpha'_r = 60°, \\ &\beta = \frac{\gamma_a + \gamma_r}{2}\pi = 60° \end{aligned} \tag{27}$$

și, ca atare, cînd repartiția spirelor la periferia armăturii rotorice în cazul excitației divizate este identică cu cea a excitației clasice ($n = n_e$) și se ocupă aceeași zonă periferică, solenația rezultantă se păstrează constantă și egală cu unitatea, independent de modul cum se repartizează cele w spire celor două înfășurări distincte. La $\gamma = \frac{2}{3}$, defazajul celor două solenații componente F_a, F_r este egal cu 60°.

Pentru valori ale lui m supraunitare, solenația rezultantă ia valori mai mari decît solenația de referință; creșterea solenației rezultante se obține ca efect al creșterii factorilor de bobinaj în urma concentrării celor două înfășurări în zone ale periferiei rotorului mai mici decît zona afectată de obicei pentru varianta clasică; defazajul dintre fazorii F_a și F_r scade corespunzător valorilor pe care le ia suma $\gamma_a + \gamma_r = \frac{\gamma}{m}$.

Este însă de menționat că sporul realizat pentru solenația rezultantă la creșteri relativ mari ale lui m este relativ mic, iar consecințele negative sînt de natură a face impracticabile soluțiile obținute.

Creșterea lui n în raport cu n_e se poate realiza fie prin creșterea lățimii crestăturilor rotorice, fie a înălțimii lor; ambele căi conduc însă la creșterea solicitărilor magnetice în zone ale armăturii rotorice, dinți și jug, puternic solicitate, și deci la creșteri importante ale solenației de magnetizare. Totodată, deși la creșterea lui m condiția solicitării termice medii este respectată, intervine o concentrare a acestei solicitări, întrucît zona rotorică în care au loc pierderile ohmice se micșorează corespunzător.

Este de remarcat că rezultatele obținute au în vedere expresiile factorului de bobinaj stabilite sub forma (12), valabile în cazul unui număr de crestături rotorice relativ mare.

3.3. Anterior s-a stabilit că, în condițiile criteriului de dimensionare ales, soluția optimă, realizabilă practic, se obține sub forma a două înfășurări dispuse la un defazaj de 60°, cu elementele de bobinaj uniform distribuite în crestături, care ocupă circa 2/3 din periferia armăturii rotorice. Soluția respectivă prezintă și caracteristica păstrării construcției rotorului mașinii sincrone din varianta clasică, practic neschimbată.

Crestarea completă și uniformă a armăturii rotorice creează posibilitatea practică a realizării sistemului de excitație divizat cu cele două înfășurări, decalate la un unghi egal cu 90° (elementele de bobinaj a celor două înfășurări se dispun în crestături distincte, ocupînd toate crestăturile). În acest caz, construcția clasică a armăturii rotorice se abandonează, iar consumul de material conductor pentru realizarea zonei active a bobinajului în vederea asigurării unei solenații de excitație rezultante egală cu solenația rezultantă dezvoltată de înfășurările cu decalaj de 60° crește cu aproximativ 30% la solicitări termice egale în cele două situații.

Deși consumul de material activ în cazul înfășurărilor cu decalaj la 90° crește, sistemul de excitație respectiv prezintă avantaje, care trebuie avute în vedere la analiza alegerii excitației adecvate la o mașină dată supusă unor condiții de funcționare precizate.

După cum este cunoscut, din teoria mașinii sincrone cu sistem de excitație divizat, asigurarea funcționării stabile a mașinii în zona de stabilitate artificială se realizează prin reglarea corespunzătoare a excitației din înfășurarea activă (a), la restabilirea echilibrului dintre cuplul motor dezvoltat de mașina primară și cuplul electromagnetic al mașinii sincrone, participînd componenta solenației orientată după perpendiculara pe axa cîmpului rezultant (fig. 1, axa OR). În cazul înfășurărilor cu decalaj de 90°, solenația $\underline{F}_a$ este orientată tocmai după această direcție, în timp ce la înfășurările cu decalaj de 60° solenația F_a face cu aceeași direcție un unghi de 30° (perpendiculara pe axa OR). În aceste condiții, eficiența reglajului efectuat pentru menținerea constantă a poziției geometrice a armăturii rotorice în cîmpul rezultant pentru regimuri de funcționare în zona de stabilitate artificială la înfășurările cu defazaj de 90° este sporită, obiectiv care, în esență, a și condus la adoptarea sistemului de excitație divizat.

Limitarea regimului de funcționare la sarcini importante reactiv-capacitive atunci cînd problema funcționării mașinii sincrone în zona de stabilitate artificială este rezolvată este dictată de solicitarea termică admisibilă a înfășurărilor indusului și de excitație (problema solicitărilor termice suplimentare în zona frontală a mașinii se consideră rezolvată prin adoptarea unei construcții adecvate).

La sistemul de excitație divizat, cu înfășurări de excitație decalate la 60° și dimensionate pentru regimul nominal al mașinii, poate interveni limitarea funcționării mașinii la anumite sarcini capacitive prin suprasolicitările termice ale înfășurărilor de excitație (înfășurarea reactivă), cu respectarea solicitărilor termice ale înfășurării indusului. În cazul înfășurărilor de excitație cu decalaj la 90°, asemenea situații sînt, de regulă,

excluse, singurul element restrictiv fiind reprezentat de solicitarea termică a indusului. Rezultă că sistemul respectiv lărgește la maximum domeniul de utilizare al mașinii sincrone, care funcționează în regimuri de sarcină capacitive.

Părăsirea construcției tradiționale a armăturii rotorice în sensul crestării ei complete, deși ridică probleme noi, poate prezenta și avantaje din punctul de vedere al repartizării uniforme a solicitărilor termice și mecanice pe întreaga periferie a armăturii.

Metodica de dimensionare a înfășurărilor de excitație dispuse în cvadratură este analogă cu cea stabilită anterior în cadrul punctului 2.

3.4. Construcția capetelor de bobină adoptată în cazul sistemului de excitație divizată constituie o problemă rezolvată în mod diferit în raport cu experiența acumulată de către proiectant.

Sînt cîteva elemente care urmează a fi considerate la elaborarea unei construcții concrete, definite îndeosebi de necesitatea realizării bobinajelor de excitație în dublu strat cu capetele de bobină dispuse în două planuri.

Adoptarea tipului de bobinaj amintit conduce la intersectarea în planuri diferite a capetelor de bobină, care aparțin celor două înfășurări de excitație distincte. Întrucît regimurile termice la care sînt solicitate cele două înfășurări sînt diferite pot interveni dificultăți serioase legate de comportarea izolației, concentrate în zonele de intersecție a capetelor de bobină. De aici rezultă necesitatea adoptării unei construcții care să asigure independența practic totală a fiecărei înfășurări de excitație în zona capetelor de bobină.

Solenația capetelor de bobină a înfășurărilor de excitație contribuie la realizarea componentei axiale a cîmpului magnetic în zona frontală a mașinii. Ca atare, construcția preconizată urmează să considere reducerea la minimum a contribuției solenației capetelor de bobină ale înfășurărilor de excitație la stabilirea cîmpului magnetic axial.

În fine, la realizarea înfășurărilor în zona capetelor de bobină trebuie avute în vedere reducerea la minimum a consumului de material conductor, dispunerea capetelor de bobină într-un spațiu comparabil cu cel avut la dispoziție în cazul bobinajului clasic și asigurarea unei răciri eficiente prin considerarea regimurilor termice ale fiecărei înfășurări de excitație.

4. Pe baza elementelor fixate în lucrare, rezultă următoarele concluzii :

a) dimensionarea înfășurărilor de excitație la mașina sincronă cu excitație pe două axe poate fi făcută cu ajutorul metodicii de calcul utilizate în mod curent la proiectarea mașinilor sincrone (determinarea solenației de excitație în sarcină pentru condiții nominale de funcționare). Particularitățile de calcul, proprii sistemului de excitație divizată, sînt prezentate la punctul 2 din lucrare ;

b) considerarea caracteristicilor proprii mașinilor sincrone cu poli înecați de mare putere, ca și a criteriului de economicitate, recomandă ca optim realizabil practic sistemul de excitație cu decalaj de 60° ;

c) în proiectarea sistemului de excitație divizată trebuie analizat și sistemul cu înfășurări decalate la 90°, care, pentru anumite condiții concrete de exploatare ale mașinii, poate fi recomandabil ;

d) la fixarea construcției înfășurărilor de excitație în zona frontală, trebuie avute în vedere pe lîngă considerentele generale de economicitate, răcire eficientă etc., și particularitățile rezultate din funcțiile diferite ale celor două înfășurări.

BIBLIOGRAFIE

1. Soper J. A., L. W. James, A. C. Conway, T. Miller, *Système d'éxcitation et de commande à deux axes des turboalternateurs synchrones.* CIGRE, Rapp., *11—01* (1970).
2. Dobraniș A., *Considerații privind mașinile sincrone cu excitație pe două axe,* St. cercet. energ. electr., **22**, *1*, 207—215 (1972).
3. Dobraniș A., *Funcționarea generatoarelor sincrone de mare putere în regim de absorbție a puterii reactive,* Electrotehnica, nr. *2*, 47—52 (1972).
4. Apetrei, C. A. Dobraniș, *Operation of the synchronous machine with supplementary excitation winding upon the transverse axis,* Rev. roum. sci. techn., serie électrotech. et énerg. **18**, *2* (1972).

DETERMINAREA CURENTULUI OSCILOMOTORULUI ELECTROMAGNETIC DE TIP PARAMETRIC

CAROL SAAL, EMIL MICU şi REMUS CODOIU

621.313.

În lucrare se caută stabilirea legilor aproximative de variaţie a curenţilor care parcurg înfăşurările oscilomotoarelor şi vibratoarelor electromagnetice parametrice, prevăzute cu diode redresoare, la funcţionarea în regim stabilizat; se presupune deplasarea sinusoidală a armăturii mobile. Se obţin expresii analitice pentru curentul pe calea de curent.
Utilizarea calculatorului numeric IRIS—50 a permis stabilirea influenţei sarcinii mecanice şi a rezistenţei înfăşurărilor pentru variaţia liniară sau parabolică a inductivităţilor proprii ale înfăşurărilor cu deplasarea armăturii mobile.

În ultimul deceniu se constată un interes sporit pentru maşinile electrice cu mişcare oscilantă liniară [1] — [14]. De puteri nominale reduse, unele dintre aceste maşini sînt alimentate din reţeaua monofazată şi sînt prevăzute cu diode redresoare după o schemă în doi timpi. Maşinile electrice oscilante au utilizări interesante în regim de motor în domeniul acţionărilor agregatelor frigorifice de mică putere, ca şi a ciocanelor electrice şi a altor maşini unelte manuale din industria minieră [1], [15] —[20]. Folosind aceeaşi schemă electrică (fig. 1), vibratoarele electromagnetice se utilizează

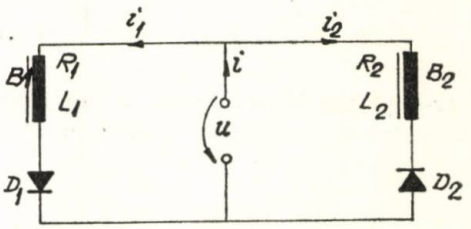


Fig. 1. — Schema electrică a oscilomotoarelor şi vibratoarelor electromagnetice în doi timpi: B_1, B_2 — înfăşurări solenoidale; D_1, D_2 — diode redresoare.

cu amplitudini mai mici ale oscilaţiilor armăturii mobile în tehnica vibraţiilor [1], [15], [18]. Frecvenţa oscilaţiilor armăturii mobile este egală cu frecvenţa tensiunii de alimentare.

Calculul dificil al circuitelor parametrice nu a permis determinarea analitică a legilor de variaţie a curentului i absorbit de la reţea sau a curenţilor i_1, i_2 care parcurg căile de curent (fig. 1). Cunoaşterea acestor legi este însă necesară în regim oscilant stabilizat pentru dimensionarea oscilomotorului sau vibratorului, ca şi pentru calculul încălzirii maşinii. În lucrările [21], [22] se admite iniţial o formă sinusoidală a graficelor curenţilor i_1, i_2, ceea ce nu corespunde exact realităţii, mai ales pentru constante de timp mari ale căilor de curent. În lucrarea [20, p. 53—68] se prezintă o teorie a vibratorului electromagnetic cu redresor monoalternanţă (într-un timp) în regim oscilant fără şocuri la capetele cursei armăturii mobile. Metodele iterative utilizate sînt laborioase în practică.

În această lucrare se caută determinarea legilor aproximative de variaţie a curenţilor oscilomotoarelor şi vibratoarelor electromagnetice în doi timpi, analitic şi cu ajutorul calculatoarelor numerice. Relaţiile analitice deduse pot fi utilizate şi în teoria vibratoarelor electromagnetice într-un timp. Se insistă şi asupra influenţei diferiţilor parametri asupra formei curbei curentului.

În cele ce urmează se va presupune că inductivitatea mutuală dintre înfăşurările B_1, B_2 (fig. 1) poate fi apreciată ca neglijabilă în raport cu inductivităţile proprii ale acestora, în foarte bună concordanţă cu realitatea.

1. EXPRESIA INDUCTIVITĂŢILOR PROPRII ALE CĂILOR DE CURENT

Presupunînd nesaturate miezurile feromagnetice ale oscilomotorului, inductivităţile L_1, L_2, corespunzătoare celor două căi de curent ale oscilomotorului, nu vor depinde de curent, putînd fi considerate doar funcţie de deplasarea instantanee x a armăturii mobile. În poziţie mediană avem

$$L_1(0) = L_2(0) = L_k. \tag{1}$$

Dezvoltarea în serie Mac-Laurin furnizează pentru inductivităţile $L_s(x)$, $s = 1, 2$;

$$L_s = L_k + \frac{(-1)^{1+s}}{1!}\left(\frac{\mathrm{d}L_s}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} x + \frac{1}{2!}\left(\frac{\mathrm{d}^2 L_s}{\mathrm{d}x^2}\right)_{x=0} x^2 + \dots \tag{2}$$

Într-o primă aproximaţie se pot reţine numai primii doi termeni, ceea ce echivalează cu considerarea unei variaţii liniare în funcţie de x:

$$L_s \simeq L_k + (-1)^{1+s}\, lx, \tag{2'}$$

cu

$$l = \left(\frac{\mathrm{d}L_1}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = -\left(\frac{\mathrm{d}L_2}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0}. \tag{3}$$

Legea de variaţie (2') poate fi considerată satisfăcătoare pentru vibratoarele electromagnetice [20]. Graficele $L_s(x)$ sînt redate în figura 2*a*.

O aproximație mai bună, care se apropie mai mult de graficele experimentale $L_s(x)$, va fi dată de reținerea primilor trei termeni din dezvoltarea (2), cu care

$$L_s \simeq L_k + (-1)^{1+s} bx + ax^2. \qquad (2'')$$

Aceasta revine la a aprecia funcțiile $L_s(x)$ ca parabolice în x; graficele lor se văd în figura 2 *b*. În funcție de valorile maxime L_M și minime L_m ale

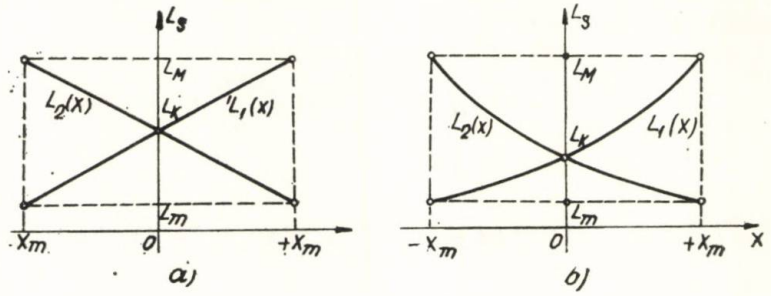


Fig. 2. — Graficele inductivităților proprii $L_s(x)$ ale căilor de curent: *a* — variație liniară; *b* — variație parabolică.

inductivităților L_1, L_2, mărimile constante a și b din relațiile (2'') devin

$$a = \frac{L_M + L_m - 2L_k}{2X_m^2} = \frac{2(L_M + L_m - 2L_k)}{S_c^2} > 0 \; ;$$

$$b = \frac{L_M - L_m}{2X_m} = \frac{L_M - L_m}{S_c} > 0. \qquad (4)$$

Aceste expresii permit utilizarea datelor experimentale dacă se cunosc curbele $L_s(x)$ (în practică doar una dintre ele).

2. CĂDERILE DE TENSIUNE NEREZISTIVE PE CĂILE DE CURENT

Din cauza variației în timp a fluxurilor magnetice de înlănțuire Ψ_s a înfășurărilor s ale oscilomotorului sau vibratorului, apar căderi de tensiune nerezistive pe căile de curent ale acestora. Căderile de tensiune menționate se datoresc atît variației în timp a curenților, cît și mișcării armăturii mobile.

Dacă inductivitățile proprii L_s variază liniar cu deplasarea x a armăturii mobile, conform rezultatelor (2'), căderile de tensiune nerezistive instantanee pe cele două căi de curent sînt

$$\frac{d\Psi_s}{dt} = -u_{es} = L_k \frac{di_s}{dt} + (-1)^{1+s} l \frac{d}{dt}(i_s x) =$$

$$= L_k \frac{di_s}{dt} + (-1)^{1+s} l \left[x \frac{di_s}{dt} + i_s v \right]. \qquad (5)$$

Contribuţia mişcării armăturii este concentrată în termenul $(-1)^{1+s}\, l.$ $\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(i_s\, x) = (-1)^{1+s}\, l\left[x\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + i_s\, v\right]$, care dispare dacă armătura este imobilă ($x = 0$, $v = 0$).

În ipoteza variaţiei parabolice a inductivităţilor proprii L_s, căderile de tensiune nerezistive instantanee pe cele două căi de curent devin, în concordanţă cu relaţiile (2''),

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_s}{\mathrm{d}t} = -u_{es} = L_s\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + i_s\frac{\mathrm{d}L_s}{\mathrm{d}x}v = \tag{6}$$

$$= [ax^2 + (-1)^{1+s}\, bx + c]\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + [2ax + (-1)^{1+s}\, b]\, vi_s.$$

Se pot face şi aici interpretări fizice, legate de prezenţa mărimilor x şi v în componenţa relaţiei (6).

3. DETERMINAREA CURENŢILOR DIN CĂILE DE CURENT

3.1. IPOTEZE DE CALCUL

Pentru determinarea expresiilor analitice ale curenţilor din căile de curent, se va aprecia că oscilomotorul funcţionează în regim stabilizat, viteza instantanee a armăturii mobile fiind descrisă de o funcţie armonică de timp. Această ipoteză este apropiată de realitate, sistemul oscilant al ansamblului motor-receptor mecanic posedînd un factor mecanic de calitate ridicat şi comportîndu-se selectiv faţă de armonicile forţei electromagnetice rezultante ce acţionează asupra armăturii mobile. Aproximarea mişcării cu una sinusoidală este în conexiune cu condiţia ca sistemul oscilant să rămînă aproape conservativ. În aceste condiţii se poate scrie

$$v = V_m \sin(\omega t + \alpha) = \omega X_m \sin(\omega t + \alpha),$$

$$x = \int v\, \mathrm{d}t = -\frac{V_m}{\omega}\cos(\omega t + \alpha) = -X_m \cos(\omega t + \alpha). \tag{7}$$

Faza iniţială α este impusă de sarcina oscilomotorului sau a vibratorului electromagnetic.

Deoarece amplitudinea deplasării armăturii mobile $X_m = V_m/\omega$ este mărginită superior, iar inductivităţile proprii L_s nu pot fi negative, din egalităţile (2') rezultă

$$X_m < \frac{L_k}{l}. \tag{8}$$

3.2. CURENTUL ABSORBIT DE LA REȚEA

Curentul instantaneu i absorbit de la rețea va fi, avînd în vedere figura 1,

$$i = i_1 + i_2,$$

i_1, i_2 fiind curenții pe căile de curent. În regim stabilizat de funcționare $i_1(\omega t) = -i_2(\omega t - \pi)$, ceea ce permite exprimarea curentului i numai cu ajutorul curentului i_1 din prima cale de curent:

$$i(\omega t) = \begin{cases} i_1(\omega t) - i_1(\omega t + \pi), & \omega t \in (0,\ \theta - \pi), \\ i_1(\omega t), & \omega t \in (\theta - \pi,\ \pi), \\ i_1(\omega t) - i_1(\omega t - \pi), & \omega t \in (\pi,\ \theta), \\ -i_1(\omega t - \pi), & \omega t \in (\theta,\ 2\pi), \end{cases} \tag{9}$$

unde θ reprezintă unghiul de conducție al curentului, care, datorită prezenței inductivităților proprii, este mai mare decît π rad. În figura 3 s-a redat $i(\omega t)$ ca sumă a curenților i_1 și i_2 în cazul unei conducții întrerupte ($\pi < \theta < 2\pi$), oscilomotorul funcționînd în regim stabilizat.

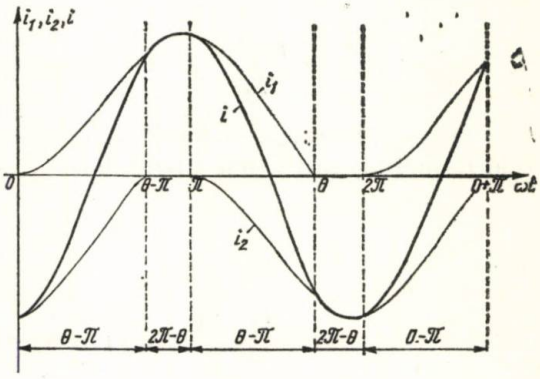


Fig. 3. — Graficele curenților i_1, i_2, i în intervalul unghiular de conducție $(0, \theta)$.

3.3. VARIAȚIA LINIARĂ A INDUCTIVITĂȚILOR PROPRII ALE CĂILOR DE CURENT

Ecuația de echilibru a tensiunilor în intervalele unghiulare de conducție ale diodelor, scrisă pentru calea de curent s, este

$$Ri_s + \frac{d\Psi_s}{dt} = U\sqrt{2}\sin \omega t, \tag{10}$$

tensiunea de alimentare fiind presupusă sinusoidală. Observînd egalităţile (5) şi (7), se obţine

$$\left[L_k + \frac{1}{2}(-1)^s l S_c \cos(\omega t + \alpha)\right]\frac{di_s}{dt} + \\ + \left[R + \frac{1}{2}(-1)^{1+s} l \omega S_c \sin(\omega t + \alpha)\right] i_s = U\sqrt{2}\sin\omega t. \tag{11}$$

Inductivităţile proprii şi rezistenţele active echivalente pe calea de curent devin funcţii periodice de timp, de pulsaţie egală cu pulsaţia tensiunii de alimentare.

Scriind ecuaţia (11) pentru prima cale de curent ($s = 1$), se obţine

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{\left[R + \frac{1}{2} l S_c \sin(\omega t + \alpha)\right] i_1 - U\sqrt{2}\sin\omega t}{L_k - \frac{1}{2} l S_c \cos(\omega t + \alpha)} = 0. \tag{11'}$$

Utilizînd mărimile relative, ecuaţia precedentă devine

$$\frac{di_{1x}}{dt} + \frac{1 + a_0\alpha_0 \sin(\vartheta + \alpha)}{\alpha_0[1 - a_0\cos(\vartheta + \alpha)]} i_{1x} - \frac{\sin\vartheta}{1 - a_0\cos(\vartheta + \alpha)} = 0, \tag{11''}$$

cu notaţiile

$$i_{1x} = \frac{i_1}{I'_{mk}}\ ;\ I'_{mk} = \frac{U\sqrt{2}}{L_k}\ ;\ \vartheta = \omega t\ ;\ a_0 = \frac{l S_c}{2L_k} < 1\ ;\ \alpha_0 = \frac{\omega L_k}{R} > 0. \tag{12}$$

Soluţia generală a ecuaţiei (11''), care, ca şi ecuaţia (11'), este valabilă numai în intervalele unghiulare de conducţie ale diodei D_1, are forma

$$i_{1x} = (K - J_2)\exp(-J_1), \tag{13}$$

unde

$$J_1 = \int \frac{1 + a_0\,\alpha_0 \sin(\vartheta + \alpha)\, d\vartheta}{\alpha_0\,[1 - a_0\cos(\vartheta + \alpha)]}, \\ J_2 = -\int \frac{\sin\vartheta \exp(J_1)\, d\vartheta}{1 - a_0\cos(\vartheta + \alpha).}. \tag{14}$$

Constanta K de integrare se determină cu condiţia $i_{1x}(0) = 0$, presupunînd că prin fiecare cale de curent conducţia se întrerupe în fiecare perioadă a tensiunii de alimentare. Notînd

$$y = \operatorname{arctg}\left[A\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\vartheta + \alpha)\right]\ ;\ A = \sqrt{\frac{1 + a_0}{1 - a_0}}, \tag{15}$$

calculul integralei J_1 furnizează (anexa)

$$J_1 = Cy + ln\left[\cos(\vartheta + \alpha) - \frac{1}{a_0}\right], \tag{16}$$

cu

$$C = \frac{2}{\alpha_0\sqrt{1 - a_0^2}}. \tag{16'}$$

Curentul relativ (13) ia forma

$$i_{1x} = \frac{a_0 \exp(-Cy)(J_2 - K)}{1 - a_0\cos(\vartheta + \alpha)} \geqslant 0. \tag{17}$$

Calculul integralei J_2, introdusă de egalitatea (14), s-a redat în anexă; se obține

$$J_2 = \frac{\cos\alpha \exp(Cy)}{a_0}(F_1 + F_2), \tag{A.12}$$

în care

$$F_1 = E - \cos(\vartheta + \alpha) - tg\,\alpha \sin(\vartheta + \alpha) = E - \frac{\cos\vartheta}{\cos\alpha},$$

$$F_2 = 4A\sqrt{A^2tg^2\alpha + C^2}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p(A-1)^{p-1}\sin(2py - \varphi_p)}{(A+1)^{p+1}\sqrt{C^2 + 4p^2}}. \tag{A.13}$$

unde

$$E = \frac{A+1}{A-1} > 1\ ;\ tg\,\varphi_p = \frac{2A\,\mathrm{tg}\alpha + C^2}{C(A\mathrm{tg}\alpha - 2p)}. \tag{18}$$

Constanta de integrare K din relația (17) se determină prin condiția

$$K = (J_2)_{\vartheta=0} = \cos\alpha \exp(Cy_0)\frac{F_{10} + F_{20}}{a_0}, \tag{19}$$

cu

$$y_0 = (y)_{\vartheta=0} = \mathrm{arctg}\left(A\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\right),$$

$$F_{10} = E - \cos\alpha - \mathrm{tg}\,\alpha\sin\alpha = E - \frac{1}{\cos\alpha}, \tag{20}$$

$$F_{20} = 4A\sqrt{A^2\,\mathrm{tg}^2\,\alpha + C^2}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p(A-1)^{p-1}\sin(2p\,y_0 - \varphi_p)}{(A+1)^{p+1}\sqrt{C^2 + 4p^2}}.$$

Curentul relativ i_{1x} devine

$$i_{1x} = \frac{\cos\alpha}{1 - a_0\cos(\vartheta + \alpha)}\{F_1 + F_2 - \exp[C(y_0 - y)](F_{10} + F_{20})\} \geqslant 0. \quad (21)$$

Unghiul de conducţie al diodei D_1, notat cu θ, va fi determinat din ecuaţia transcendentă

$$\exp[C(y_0 - y)](F_{10} + F_{20}) = F_{1\theta} + F_{2\theta}, \quad (22)$$

cu notaţiile

$$F_{1\theta} = (F_1)_{\vartheta=\theta} \; ; \; F_{2\theta} = (F_2)_{\vartheta=\theta}, \quad (23)$$

$$y_\theta = \operatorname{arctg}\left[A\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\theta + \alpha)\right] = (y)_{\vartheta=\theta}. \quad (24)$$

Relaţia (22) este greoaie pentru determinarea analitică a unghiului de conducţie θ, dar arată că acesta depinde nu numai de parametrii R, L_k,ω, ci şi de cei mecanici S_c, α. Ultimele mărimi intervin în expresiile cantităţilor adimensionale a_0 şi α_0, respectiv A şi C. Pentru cazuri concrete, utilizarea unui calculator electronic permite determinarea unghiului de conducţie θ. Evident că situaţia ideală ar fi $\theta = \pi$ rad el, cînd componentele axiale ale forţelor electromagnetice care se exercită asupra armăturii mobile nu ar acţiona niciodată simultan în sensuri contrare asupra extremităţilor acesteia.

Cu luarea în considerare a relaţiilor (12), (21), curentul absorbit de la reţea pe calea de curent 1 este în valoare instantanee

$$i_1 = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L_k} i_{1x} = \frac{U\sqrt{2}}{\omega L_k} \cdot \frac{1}{1 - a_0\cos(\omega t + \alpha)} \langle E\cos\alpha\{1 - \exp[C(y_0 - y)]\} -$$

$$- \cos\omega t + \cos\alpha\{F_2 - F_{20}\exp[C(y_0 - y)]\} + \exp[C(y_0 - y)]\rangle \geqslant 0. \quad (25)$$

3.4. VARIAŢIA PARABOLICĂ A INDUCTIVITĂŢILOR PROPRII ALE CĂILOR DE CURENT

În ipoteza mai apropiată de realitate a unor legi de variaţie parabolică a inductivităţilor proprii ale căilor de curent cu deplasarea armăturii mobile de tipul (2''), ecuaţia de echilibru a tensiunilor, scrisă pentru calea de curent s (s=1,2), va fi

$$\left[\frac{aS_c^2}{4}\cos^2(\omega t + \alpha) + \frac{1}{2}(-1)^{s+1} bS_c\cos(\omega t + \alpha) + L_k\right]\frac{di_s}{dt} +$$

$$+\left\{[(-1)^{1+s} b - aS_c\cos(\omega t + \alpha)]\frac{1}{2}\omega S_c\sin(\omega t + \alpha) + R\right\} i_s = U\sqrt{2}\sin\omega t, \quad (26)$$

unde s-au avut în vedere egalitățile (4) și (6).

Pentru calea de curent $s = 1$ și cu notațiile

$$i_{1x} = \frac{i_1}{I''_{mk}} \; ; \; I''_{mk} = \frac{2\sqrt{2}\,U}{\omega L'} \; ; \; \vartheta = \omega t,$$
$$a' = \frac{\omega L'}{R} \; ; \; a'' = \frac{\omega L''}{2R} \; ; \; \alpha_0 = \frac{\omega L_k}{R}, \tag{27}$$

unde

$$L' = L_M + L_m - 2L_k = \frac{1}{2} a S_c^2 \; ; \; L'' = L_M - L_m = b S_c, \tag{28}$$

ecuația diferențială (26) ia forma finală în mărimi relative:

$$\frac{di_{1x}}{d\vartheta} + 2\,\frac{[a'' - a'\cos(\vartheta + \alpha)]\sin(\vartheta + \alpha) + 1}{a'\cos^2(\vartheta + \alpha) - 2a''\cos(\vartheta + \alpha) + 2\alpha_0}\, i_{1x} -$$
$$- \frac{a'\sin\vartheta}{a'\cos^2(\vartheta + \alpha) - 2a''\cos(\vartheta + \alpha) + 2\alpha_0} = 0. \tag{29}$$

Evident că integrarea analitică a acestei ecuații prezintă însă dificultăți importante, ea putîndu-se însă efectua pe calculator.

4. CALCULE EFECTUATE

Rezultatul (21), care redă analitic curentul pe calea de curent, s-a obținut în situația aproximării variației inductivităților proprii ale căilor de curent cu legi liniare cu deplasarea armăturii mobile. Această aproximare poate fi socotită satisfăcătoare fie la amplitudini reduse ale mișcării armăturii mobile a oscilomotorului, fie mai ales la vibratoarele electromagnetice. Datorită prezenței seriilor F_2 și F_{20} în componența curentului, s-ar părea că formula (21) ar fi greoaie; se constată însă că raportul $(A-1)^{p-1} : (A+1)^{p+1}$, unde $A > 1$, iar p este ordinul armonicii, descrește foarte rapid pentru oscilomotoarele și vibratoarele concrete odată cu creșterea lui p. Aceasta înseamnă că este suficient să se ia doar cîteva armonici.

Recurgîndu-se la un calculator numeric IRIS—50, s-a efectuat integrarea ecuațiilor diferențiale (11″) și (29), obținîndu-se curentul relativ i_{1x} în funcție de unghiul $\vartheta = \omega t$ în ipotezele variației liniare și parabolice cu deplasarea armăturii mobile a inductivităților proprii ale căilor de curent. Integrarea numerică s-a făcut pentru parametrii de bază ai unui prototip existent ca și pentru diferite unghiuri de sarcină mecanică α, rezistențe active R pe calea de curent în sens direct și pante ale graficelor $L_s(x)$, L_s

fiind inductivitatea proprie a căii de curent s, iar x deplasarea instantanee faţă de poziţia mediană a armăturii mobile. Rezultatele sînt concretizate în tabela 1 şi în figurile 4, 5 şi 6.

Tabela 1

Parametrii utilizaţi pentru calculul curentului relativ i_{1x}

a_0	α_0	$a'' = a_0\alpha_0$	a'	α (grade)	Observaţii
1	14	14	9,52	— 90	Oscilomotor existent; $R = R_N$ şi $K = a_0 = 1$. Pentru $\alpha = -45°$, figurile 5*a* şi 6*a*; pentru $\alpha = +45°$, figurile 5*b* şi 6*b*.
				— 67,5	
				— 45	
				— 22,5	
				+ 22,5	
				+ 45	
				+ 67,5	
				+ 90	
0,5	14	7	6,3	Idem	$R = R_N$ şi $K = a_0 = 0,5$. Pentru $\alpha = -90°, -67,5°, -22,5°, +22,5°, +67,5°, +90°$, figurile 4 *a* şi 4 *b*; pentru $\alpha = -45°$ şi $+45°$, figurile 4 *a*, 4 *b*, 5 *a* şi 5 *b*.
0,1	14	1,4	1,4	Idem	$R = R_N$ şi $K = a_0 = 0,1$. Pentru $\alpha = \pm 45°$, figurile 5 *a* şi 5 *b*.
1	7	7	4,76	Idem	$R = 2R_N$ şi $K = 1 = a_0$. Pentru $\alpha = -45°$, figura 6 *a*; pentru $\alpha = +45°$, figura 6 *b*.
1	1	1	0,952	Idem	$R = 14\ R_N$ şi $K = 1 = 0$. Pentru $\alpha = -45°$, figura 6 *a*; pentru $\alpha = +45°$, figura 6 *b*.

Notă. R_N semnifică rezistenţa în sens direct pe calea de curent a unui prototip existent.

Calculul curentului $i_{1x}(\omega t)$ s-a realizat în intervalul unghiular (0,360°) din grad în grad, cu afişare la imprimantă din 5° în 5°. Prin program s-a obţinut şi reprezentarea grafică a dependenţei $i_{1x}(\omega t)$ prin puncte tot din 5° în 5°. Numai o parte din rezultatele obţinute au fost cuprinse în curbele din figurile 4, 5 şi 6.

4.1. INFLUENŢA UNGHIULUI DE SARCINĂ

Dacă unghiul de sarcină α creşte în valoare absolută, curenţii vor avea amplitudini din ce în ce mai mari (fig. 4), capabili să dezvolte şi forţe de amplitudini mai importante. În cazul variaţiei liniare a inducti-

vităților proprii ale căilor de curent (fig. 4*a*), maximul curentului i_{1x} se obține practic pentru același unghi $\omega t = 120°$ ($\alpha < 0$), respectiv $\omega t = 220°$ ($\alpha > 0$). Același maxim, pentru variația parabolică a inductivităților menționate, se deplasează puțin cu modificarea unghiului α. Astfel, pentru

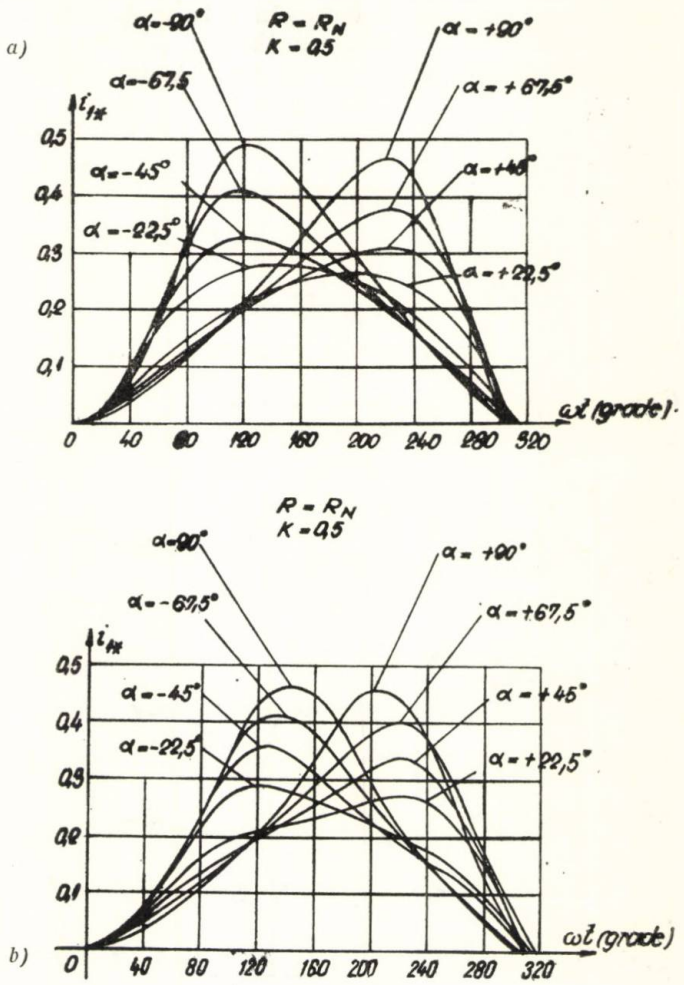


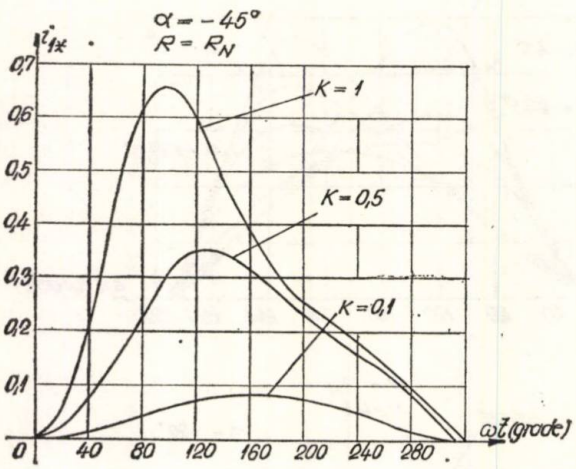
Fig. 4. — Influența sarcinii mecanice (a unghiului α) asupra curentului i_{1x} în cazul variației: *a* — liniare a inductivităților proprii $L_s(x)$; *b* — parabolice.

$\alpha = -22{,}5° \ldots -90°$, el se obține pentru $\omega t = 120° \ldots 140°$ dacă $\alpha = +22{,}5° \ldots +90°$; maximul se atinge pentru $\omega t = 220° \ldots 200°$. Creșterea unghiului $|\alpha|$ afectează foarte puțin unghiul de conducție al diodelor.

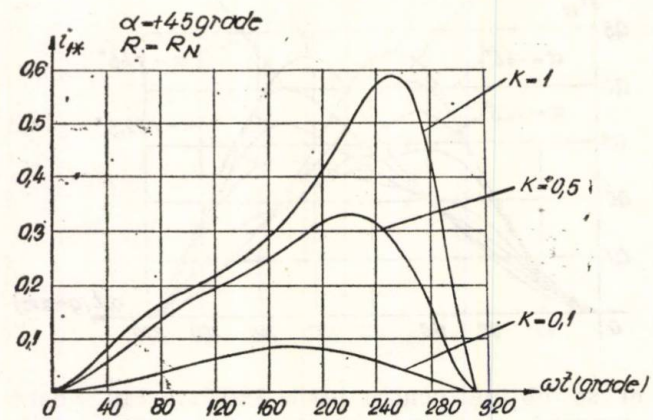
Graficele $i_{1x}(\omega t)$, obținute pentru variația liniară și parabolică a inductivităților proprii ale căilor de curent, diferă puțin între ele pentru același unghi α; aceasta se vede în figurile 4*a* și 4*b*. De aceea influența modificării pantei curbelor $L_s(x)$ și a rezistenței R a căilor de curent s-a studiat în continuare numai pentru variația parabolică a inductivităților căilor de curent, care este mai apropiată de realitate.

4.2. INFLUENŢA PANTEI GRAFICELOR $L_s(x)$

Această influenţă reiese din curbele 5; modificarea pantei graficelor $L_s(x)$ se efectuează prin variaţia coeficientului $K = a_0$, panta crescînd simultan cu K. Acest coeficient intervine direct în ecuaţia (11″) şi indirect, prin $a'' = a_0\alpha_0$, în ecuaţia (29). Creşterea lui K conduce simultan la creşterea amplitudinii curenţilor şi la modificarea formei graficelor lor.



a)



b)

Fig. 5. — Influenţa pantei graficelor inductivităţilor proprii $L_s(x)$ pentru unghiurile de sarcină mecanică: *a*) $\alpha = -45°$, regim de motor; *b*) $\alpha = +45°$, regim de generator.

În cazul unghiurilor $\alpha < 0$ (regim de motor, fig. 5*a*), creşterea lui K are drept efect deplasarea pronunţată a maximului curentului spre unghiuri ωt mai mici ($K = 0{,}1$, $\omega t = 170°$; $K = 1$, $\omega t \simeq 100°$).

Se remarcă pentru $\alpha > 0$ (regim de generator, fig. 5*b*) deplasarea maximului spre unghiuri mai mari ($K = 0{,}1$, $\omega t = 170°$; $K = 1$, $\omega t = 250°$).

În figurile 4 şi 6 se observă deplasări similare ale maximelor în funcţie de unghiul α.

4.3. INFLUENȚA REZISTENȚEI CĂILOR DE CURENT ÎN SENS DIRECT

Curbele *6* ilustrează influența rezistenței căilor de curent R în sens direct. Se constată o scădere sensibilă a amplitudinii curentului, ca și micșorarea unghiului de conducție, dacă R crește. Notînd cu R_N rezistența

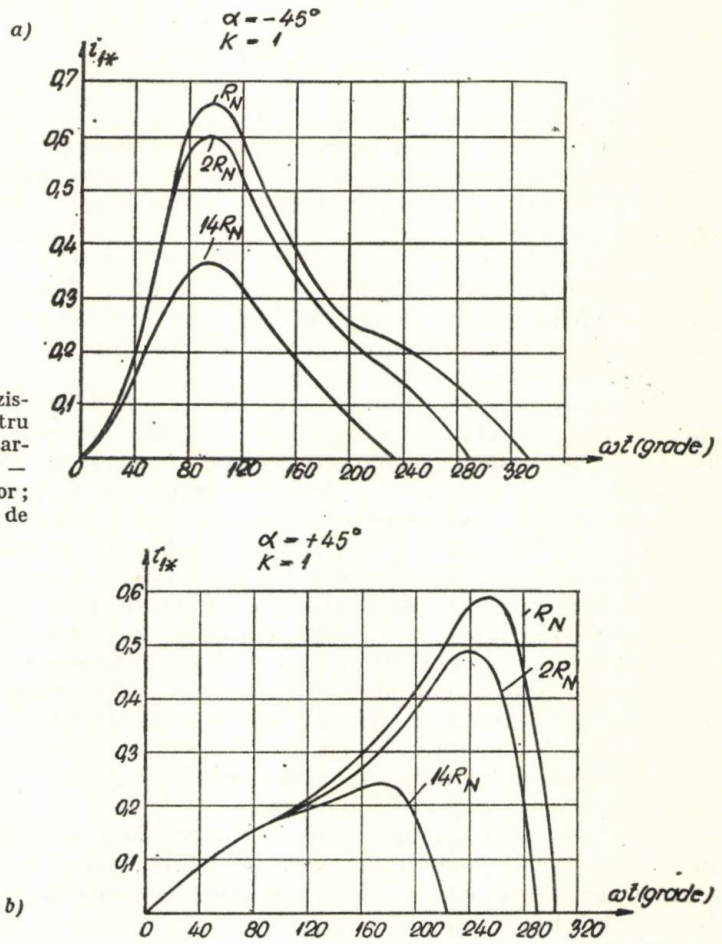


Fig. 6. — Influența rezistenței înfășurărilor pentru $K = 1$ și unghiurile de sarcină mecanică : a — $\alpha = -45°$, regim de motor; b — $\alpha = +45°$, regim de generator.

menționată în nota tabelei 1, pentru $R = R_N$ și unghiul de sarcină $\alpha = -45°$ (regim de motor) avem $(i_{1x})_{max} = 0{,}65$, $\theta = 330°$; pentru $R = 14\,R_N$, $(i_{1x})_{max} = 0{,}35$, $\theta = 230°$.

4.4. OBSERVAȚII

La trasarea curbelor $i_{1x}(\omega t)$ în cazul variației liniare și parabolice a inductivităților proprii ale căilor de curent, s-a utilizat, pentru a face posibilă compararea graficelor, aceeași bază. Se observă că valorile lui i_{1x},

obţinute din ecuaţia (11″) pentru variaţia liniară cu deplasarea a inductivităţilor proprii $L_s(x)$, trebuie înmulţite cu factorul adimensional

$$\frac{I'_{mk}}{I''_{mk}} = \frac{L'}{2L_k} = \frac{L_M + L_m - 2L_k}{2L_k}$$

pentru a putea fi comparaţi cu curenţii relativi obţinuţi din ecuaţia (29).

5. CONCLUZII

În cazul dependenţei liniare a inductivităţilor proprii ale căilor de curent cu deplasarea armăturii oscilomotoarelor şi vibratoarelor electromagnetice în doi timpi, a fost posibilă deducerea unei expresii analitice pentru curentul pe calea de curent, suficient de rapid convergentă în situaţiile reale.

Integrările numerice efectuate pe un calculator IRIS—50, atît în ipoteza unei dependenţe liniare, cît şi a unei dependenţe parabolice a inductivităţilor proprii ale căilor de curent din componenţa oscilomotorului sau vibratorului electromagnetic în doi timpi, au permis să se tragă următoarele concluzii:

a) graficele curenţilor pe calea de curent diferă puţin între ele, mai ales ca alură, pentru aceiaşi parametri în ambele situaţii ale dependenţei liniare şi parabolice ale inductivităţilor proprii ale căilor de curent cu deplasarea armăturii mobile. Aceasta sugerează şi posibilitatea utilizării soluţiei analitice deduse pentru expresia curentului pe calea de curent;

b) creşterea mărimii $|\alpha|$, α fiind unghiul de sarcină mecanică, deplasează momentul trecerii prin maxim a curentului prin calea de curent;

c) mărirea vitezei de variaţie a inductivităţilor $L_s(x)$, adică mărirea pantei curbelor $L_s(x)$ în valoare absolută în punctul corespunzător poziţiei mediane a armăturii mobile, asigură în funcţionarea oscilomotorului electromagnetic curenţi absorbiţi de amplitudine mare. Maximul acestor curenţi se află cu atît mai aproape de jumătatea primei alternanţe a tensiunii de alimentare, cu cît această pantă este mai mare. Unghiul de conducţie a diodelor redresoare nu depinde de viteza de variaţie a inductivităţilor menţionate cu deplasarea;

d) micşorarea unghiului de conducţie, fără modificarea momentului cînd curentul ia valoarea maximă, se poate realiza în mod eficient prin mărirea rezistenţei căii de curent şi creşterea corespunzătoare a tensiunii efective de alimentare.

SIMBOLURILE PRINCIPALE

i — curentul instantaneu absorbit de motor de la reţea, A;

i_1, i_2 — curenţii instantanei ce parcurg căile de curent ale oscilomotorului, A;

L_k — inductivitatea proprie a unei căi de curent cu armătura mobilă în poziţie mediană, H;

L_M, L_m — inductivităţile proprii maximă, respectiv minimă ale înfăşurărilor, H;

L_s — inductivitatea proprie a înfășurării s ($s = 1, 2$) H;
R — rezistența activă în sens direct a unei căi de curent, Ω;
S_c — cursa armăturii mobile în regim stabilizat (dublul amplitudinii armăturii mobile), m;
t — timpul, s;
U — tensiunea efectivă a rețelei de alimentare, V;
u_{es} — tensiunea electromotoare instantanee indusă în înfășurarea s ($s = 1,2$), V.
v — viteza instantanee a armăturii mobile în raport cu statorul, m/s.
x, X_m — deplasarea instantanee, respectiv amplitudinea acesteia în raport cu statorul, m;
θ — unghiul de conducție al diodelor, rad el;
Ψ_s — fluxul magnetic instantaneu de înlănțuire al înfășurării s ($s = 1, 2$), Wb;
ω — pulsația tensiunii de alimentare, rad el/s.

Anexă

I.1. CALCULUL INTEGRALEI J_1 (RELAȚIA (14_1))

Cu substituția $\vartheta + \alpha = w$, integrala J_1 trece în

$$J_1 = \frac{1}{\alpha_0}\left[\int \frac{dw}{1 - a_0 \cos w} + a_0\,\alpha_0 \int \frac{\sin w\, dw}{1 - a_0 \cos w}\right] =$$

$$= \frac{1}{\alpha_0}\left[\frac{2}{\sqrt{1 - a_0^2}} \operatorname{arctg}\left(A \operatorname{tg} \frac{w}{2}\right) + \alpha_0 \ln\left(\cos w - \frac{1}{a_0}\right)\right]. \qquad (A.1)$$

Se obține

$$J_1 = C \operatorname{arctg}\left[A \operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta + \alpha}{2}\right)\right] + \ln\left[\cos(\vartheta + \alpha) - \frac{1}{a_0}\right], \qquad (A.2)$$

cu

$$C = \frac{2}{\alpha_0 \sqrt{1 - a_0^2}}. \qquad (A.3)$$

Mărimile constante A, a_0, α_0 sînt date de egalitățile (15) și, respectiv (12).

I.2. CALCULUL INTEGRALEI J_2 (RELAȚIA (14_2))

După introducerea expresiei (A.2) a lui J_1 în egalitatea (14_2), aceasta se transformă în

$$J_2 = \frac{1}{a_0} \int \sin\vartheta \exp\left\{C \operatorname{arctg}\left[A \operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta + \alpha}{2}\right)\right]\right\} d\vartheta.$$

Cu substituţia $z = \frac{1}{2}(\vartheta + \alpha)$, integrala J_2 trece în

$$J_2 = \frac{2}{a_0}(J_2' \cos\alpha - J_2'' \sin\alpha),$$

cu

$$J_2' = \int \sin(2z)\ \exp\left[C\operatorname{arctg}(A\operatorname{tg} z)\right] \mathrm{d}z =$$

$$= -\frac{1}{2}\cos(2z)\exp\left[C\operatorname{arctg}(A\operatorname{tg} z)\right] +$$

$$+\frac{1}{2}AC\int \cos(2z)\left(\frac{1+\operatorname{tg}^2 z}{1+A^2\operatorname{tg}^2 z}\right)\exp\left[C\operatorname{arctg}(A\operatorname{tg} z)\right]\mathrm{d}z,$$

$$J_2'' = \int \cos(2z)\exp\left[C\operatorname{arctg}(A\operatorname{tg} z)\right]\mathrm{d}z =$$

$$= \frac{1}{2}\sin(2z)\exp\left[C\operatorname{arctg}(A\operatorname{tg} z)\right] -$$

$$-\frac{1}{2}AC\int \sin(2z)\left(\frac{1+\operatorname{tg}^2 z}{1+A^2\operatorname{tg}^2 z}\right)\exp\left[C\operatorname{arctg}(A\operatorname{tg} z)\right]\mathrm{d}z.$$

Prin noua substituţie $\operatorname{tg} z = \operatorname{tg} y/A$, adică $y = \operatorname{arctg}(A\operatorname{tg} z) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\vartheta+\alpha}{2}\right)$, după calcule intermediare se obţine

$$J_2' = A^2\left[Cv_0 - \frac{\exp(Cy)}{A^2+\operatorname{tg}^2 y}\right];\quad J_2'' = -\frac{A\operatorname{tg} y}{A^2+\operatorname{tg}^2 y}\exp(Cy) - ACv_1,$$

unde

$$v_0 = \int \frac{\exp(Cy)\,\mathrm{d}y}{A^2+\operatorname{tg}^2 y};\quad v_1 = \int \frac{\operatorname{tg} y\exp(Cy)\,\mathrm{d}y}{A^2+\operatorname{tg}^2 y}. \tag{A.4}$$

Aceste integrale nefiind cuprinse în tabelele clasice de integrale, se redă calculul mai jos. Se obţine, aşadar,

$$J_2 = \frac{2A}{a_0}\left[A(Cv_0\cos\alpha + v_1\sin\alpha) - \frac{A\cos\alpha + \sin\alpha\operatorname{tg} y}{A^2+\operatorname{tg}^2 y}\exp(Cy)\right]. \tag{A.5}$$

Fie funcţia de variabilă complexă

$$V = Av_0 + \mathrm{j}v_1 = \int \frac{\exp(Cy)(A + \mathrm{j}\,\mathrm{tg}\,y)\mathrm{d}y}{A^2 + \mathrm{tg}^2 y} = \int \frac{\exp(Cy)\,\mathrm{d}y}{A - \mathrm{j}\,\mathrm{tg}\,y},$$

cu $j = \sqrt{-1}$. Dar

$$A - \mathrm{jtg}y = \frac{A + 1 + (A-1)\exp(\mathrm{j}2y)}{1 + \exp(\mathrm{j}2y)}.$$

Folosind substituţia $z' = \exp(\mathrm{j}y)$, rezultă

$$A - \mathrm{jtg}y = (A-1)\frac{z'^2 + E}{z'^2 + 1}, \text{ cu } E = \frac{A+1}{A-1},$$

$$\mathrm{d}y = \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{j}z'};\ \exp(Cy) = \exp\left(\mathrm{j}y \cdot \frac{C}{\mathrm{j}}\right) = z'^{C/\mathrm{j}} = z'^{-\mathrm{j}C}.$$

Se calculează

$$\underline{V} = -\frac{\mathrm{j}}{A-1}\int \frac{z'^{-\mathrm{j}C-1}(z'^2+1)\,\mathrm{d}z'}{z'^2 + E} = -\frac{\mathrm{j}}{A-1}[G_1(z') + G_2(z')],$$

în care s-au notat

$$G_1(z') = \int z'^{-\mathrm{j}C-1}\mathrm{d}z' = -\frac{\mathrm{j}}{C}z'^{-\mathrm{j}C} = -\frac{\mathrm{j}}{C}\exp(Cy),$$

$$G_2(z') = (1-E)\int \frac{z'^{-\mathrm{j}C-1}}{z'^2 + E}\,\mathrm{d}z' = \frac{1-E}{E}\int \frac{z'^{-\mathrm{j}C-1}}{1 + \frac{z'^2}{E}}\,\mathrm{d}z' =$$

$$= -\frac{2}{A+1}\int \frac{z'^{-\mathrm{j}C-1}}{1 + \frac{z'^2}{E}}\,\mathrm{d}z'.$$

Deoarece

$$\left|\frac{z'^2}{E}\right| = \frac{|\exp(\mathrm{j}2y)|}{|E|} = \frac{1}{|E|} < 1,$$

se poate scrie

$$\frac{1}{1 + \frac{z'^2}{E}} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p z'^{2p}}{E^p}.$$

Cu aceasta $G_2(z')$ devine

$$G_2(z') = -\frac{2}{A+1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p}{E^p}\int z'^{-jC-1+2p}\,dz' = \frac{2z'^{-jC}}{A+1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p z'^{2p}}{E^p(2p-jC)} =$$

$$= -\frac{2\exp(Cy)}{A+1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p\exp(j2py)(2p+jC)}{E^p(4p^2+C^2)}. \tag{A.6}$$

Se deduce

$$\underline{V} = \frac{\exp(Cy)}{C(A-1)} + \frac{2\,j\exp(Cy)}{A^2-1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p(2p+jC)\exp(j2py)}{E^p(4p^2+C^2)},$$

iar funcţiile (A.4) capătă expresiile

$$v_0 = \frac{\mathrm{Re}(\underline{V})}{A} = \frac{\exp(Cy)}{A(A-1)}\left[\frac{1}{C} - \frac{2}{A+1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p(2p\sin 2py + C\cos 2py)}{E^p(C^2+4p^2)}\right], \tag{A.7}$$

$$v_1 = \mathrm{Im}(\underline{V}) = \frac{2\exp(Cy)}{A^2-1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p(2p\cos 2py - C\sin 2py)}{E^p(C^2+4p^2)}, \tag{A.8}$$

observînd că

$$j\exp[j2py(2p+jC)] = -(2p\sin 2py + C\cos 2py) + j(2p\cos 2py - C\sin 2py).$$

Înlocuind funcţiile v_0 şi v_1 în egalitatea (A.5), se obţine

$$J_2 = \frac{2A\exp(Cy)}{a_0}\left\{\frac{C\cos\alpha}{A-1}\left[\frac{1}{C} - \frac{2}{A+1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p(2p\sin 2py + C\cos 2py)}{E^p(C^2+4p^2)}\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{2A\sin\alpha}{A^2-1}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(-1)^p(2p\cos 2py - C\sin 2py)}{E^p(C^2+4p^2)} - \frac{A\cos\alpha + \sin\alpha\,\mathrm{tg}\,y}{A^2+\mathrm{tg}^2 y}\right\}.$$

După transformări, integrala J_2 devine

$$J_2 = \frac{2A\exp(Cy)}{a_0}(F_1' + F_2'), \tag{A.9}$$

unde

$$F_1' = \frac{\cos\alpha}{A-1} - \frac{A\cos\alpha + \sin\alpha \operatorname{tg} y}{A^2 + \operatorname{tg}^2 y},$$

$$F_2' = \frac{2\sqrt{A^2\sin^2\alpha + C^2\cos^2\alpha}}{A-1} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p \sin(2py - \varphi_p)}{E^p \sqrt{C^2 + 4p^2}},$$

$$\operatorname{tg}\varphi_p = \frac{2A\operatorname{tg}\alpha + C^2}{C(A\operatorname{tg}\alpha - 2p)}.$$

Se poate verifica următoarea expresie echivalentă a cantității F_1':

$$F_1' = \frac{\cos\alpha}{2A}[E - \cos(\vartheta+\alpha) - \operatorname{tg}\alpha\sin(\vartheta+\alpha)] = \frac{\cos\alpha}{2A}\left(E - \frac{\cos\vartheta}{\cos\alpha}\right). \quad \text{(A.10)}$$

De asemenea, cantitatea F_2' poate fi scrisă

$$F_2' = 2\cos\alpha\sqrt{A^2\operatorname{tg}^2\alpha + C^2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p (A-1)^{p-1} \sin(2py - \varphi_p)}{(A+1)^{p+1}\sqrt{C^2 + 4p^2}}, \quad \text{(A.11)}$$

cu care J_2 capătă forma finală

$$J_2 = \frac{\cos\alpha \exp(Cy)}{a_0}(F_1 + F_2), \quad \text{(A.12)}$$

unde s-au introdus notațiile

$$F_1 = E - \cos(\vartheta+\alpha) - \operatorname{tg}\alpha\sin(\vartheta+\alpha) = E - \frac{\cos\vartheta}{\cos\alpha},$$

$$F_2 = 4A\sqrt{A^2\operatorname{tg}^2\alpha + C^2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p (A-1)^{p-1} \sin(2py - \varphi_p)}{(A+1)^{p+1}\sqrt{C^2 + 4p^2}}. \quad \text{(A.13)}$$

BIBLIOGRAFIE

1. A.I. Moskvitin, *Elektriceskie mașinî s postupatelinogo dvijenia*, Moskva, *Akad. Nauk* SSSR, 1950.
2. E. R. Laithwaite, P. J. Lawrenson, *A Self-Oscillating Induction Motor for Shuttle Propulsion*. Proc. IEE, part A, **104**, 93 (1957).
3. E. R. Laithwaite, R. S. Mamak, *An Oscillating Synchronous Linear Machine*. Proc. IEE, part A, **109**, 415–426 (1962).
4. M. Marinescu, *Sur un nouveau moteur électrique à mouvement alternatif*. R.G.E., **70**, 453–459 (1961).
5. M. Marinescu, *Les moteurs à mouvement linéaire du type électromagnétique*. Le Génie civile, **143**, *13–14*, 297–301 (1966).

6. J. C. West, B. V. Jayawant, *A New Linear Oscillating Motor.* Proc. I.E.E., part A, **109**, *46*, 292—300 (1962).
7. M. Russenberger, *Theorie und Anwendung elektromagnetischer Schwingmotoren.* S.T.Z. **59**, *48*, 941—947 (1962).
8. S. Kudarauskas, *Issledovanie sinhronnogo dvigatelia kolebatelinogo dvijenia s postoiannoi induktivnostiu obmotki.* Autoreferatul disertaţiei, Kaunas, Institutul politehnic, 1963.
9. H. Sequenz, *Elektrische Maschinen mit geradliniger Bewegung.* E. u. M., **81**, *17*, 421—432, (1964).
10. C. Saal, *Study of an Oscillating Biphase Synchronous Linear Motor.* Bul. Inst. politehnic Iaşi. (I), **XVII**, 1967, *1—2*, 345—362 (1967); (II), **XIX**, *1—2*, 3/77—3/84 (1969).
11. C. Saal, *Studii cu privire la acţionările electromecanice cu motoare liniare cu mişcare rectilinie alternativă.* Rezumatul tezei de doctorat, Inst. politehnic Iaşi, 1968.
12. C. Saal, *Teoria oscilomotorului bifazat sincron reactiv.* Electrotehnica, **18**, *1*, 1—7 (1970).
13. O. Roubiček, *Der niederfrequente geradlinige elektrische Antrieb mit grosser Bahnamplitude.* Strojirenstvy, **17**, *8*, 580—591 (1967).
14. A. Moraru, *Contribuţii la teoria motorului electromagnetic cu mişcare liniară. Ecuaţii şi caracteristici de funcţionare.* St. cerc. energ. electr., **19**, *2*, 315—335 (1969).
15. N. P. Riaşenţev ş.a., *Teoria, rasciot i konstruirovanie elektromagnitnîh maşin udarnogo deistvia*, Novosibirsk, „Nauka", 1970.
16. M. Marinescu, *Acţionarea compresorului cu motor parametric. Metodică de calcul.* St. cerc. energ. electr., **16**, *4*, 583—601 (1966).
17. M. Marinescu ş.a., *Studiul acţionărilor compresoarelor de frigidere cu oscilocompresor.* Comunicare ICPET, Bucureşti, mai 1971.
18. * * *, *AEG — Vibrationstechnik.* Lieferprogramm, 1970—1971.
19. N. P. Riaşenţev ş.a., *Rucinie elektriceskie maşini udarnogo deistvia*, Moskva, „Nedra", 1970.
20. * * *, *Elektriceskie udarnie maşini vozvratno-postupatelinogo dvijenia*, Novosibirsk, Akad. Nauk SSSR, 1969.
21. V. Baranauskas, S. Kudarauskas, *Svytuoancio judesio sinchroninio variklio, maitinamo pulsuojancia, srove, charakteristikos*, „Lietuvos TSR aukstuja mokyklu darbai. Elektrotechnika ir automatika, **V**, 69—75 (1969).
22. C. Saal, *Comportarea în sarcină a unor oscilomotoare sincrone.* St. cerc. energ. electr., **21**, *4*, 901—916 (1971).

O METODĂ DE ANALIZĂ A MAŞINILOR ASINCRONE ALIMENTATE DE LA ONDULOARE CU TIRISTOARE

RĂZVAN MĂGUREANU şi FĂNICĂ SPINEI

621.313.33 : 631.314.631

În lucrare se prezintă o nouă metodă de analiză a maşinilor asincrone alimentate de la ondulatoare cu tiristoare, metodă generalizabilă şi pentru maşinile sincrone cu poli aparenţi. Forma în trepte a tensiunii produse de un ondulator standard permite găsirea unor relaţii de recurenţă între tensiunile şi curenţii din diversele tacte, limitînd procesul de integrare la o şesime de perioadă dacă se cunosc condiţiile iniţiale la începutul unui tact. Metoda propusă, utilizînd variabilele de stare, permite găsirea nu numai a condiţiilor iniţiale, ci şi simplifică în acelaşi timp procesul de integrare, erorile obţinute fiind foarte scăzute. Lucrarea se încheie cu prezentarea algoritmului de calcul precum şi a unui exemplu numeric realizat pe un calculator de medie capacitate IBM—1130.

1. INTRODUCERE

Realizarea unor semiconductoare de putere comandate, sigure în exploatare şi cu preţ de cost redus a permis în ultimii zece ani extinderea reglajului prin frecvenţă a vitezei maşinilor de curent alternativ. Generatorul de frecvenţă variabilă este cel mai adesea un ondulor cu tiristoare cu comutaţie forţată, a cărei tensiune de ieşire [1] aproximează sinusoida discontinuu prin trepte (fig. 1). Domeniul larg de aplicaţie al unor astfel de maşini a impus studierea în detaliu a regimurilor tranzitorii şi permanente, generînd astfel o bogată literatură, care tinde să acopere sub toate aspectele diversitatea cazurilor întîlnite în practică.

Regimul permanent reprezintă principalul regim de funcţionare al maşinii de curent alternativ, analiza sa avînd o deosebită importanţă pentru cunoaşterea performanţelor maşinii şi pentru eventuala lor îmbunătăţire prin metoda simulării şi a modificării continue a diverşilor parametri ai sistemului. Pînă în prezent, analiza regimului permanent al maşinii asincrone alimentate de la un ondulor cu tiristoare standard a fost abordată pe următoarele căi principale:

— analiza pe armonici [2], care are dezavantajul că este greoaie, necesitînd manipularea unui număr extrem de mare de termeni necesari pentru obţinerea unei soluţii cît mai exacte;

— simularea pe calculator a regimului tranzitoriu, pornind din condiţii iniţiale nule, pînă la stabilirea regimului permanent [3], [4]; metoda prezintă dezavantajul că necesită un timp lung de calcul pe calculatorul numeric, în special la maşinile electrice mari cu constante de timp ridicate,

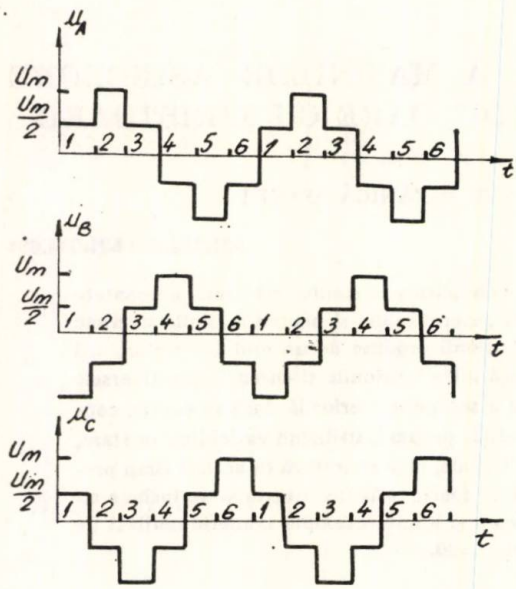


Fig. 1. — Tensiunile de fază ale maşinii în cazul alimentării de la un ondulor cu tiristoare standard.

sau conduce la rezultate cu erori cumulate în cazul calculatorului analogic, dat fiind intervalul relativ mare de timp al urmăririi procesului tranzitoriu;

— utilizarea transformatei Lyon [5] pentru obţinerea unei soluţii analitice care conduce la formule extrem de complicate, trasarea caracteristicilor necesitînd folosirea unui calculator numeric; de asemenea metoda se limitează la studiul maşinii asincrone izotrope, neputînd fi extinsă pentru studiul regimului sincron al motorului cu poli aparenţi, în care caz sistemul de ecuaţii diferenţiale devine de gradul 5.

În lucrarea de faţă se propune utilizarea metodei variabilelor de stare pentru analiza regimului permanent al unei maşini asincrone alimentate de la un ondulator cu tiristoare cu tensiunea de ieşire în trepte. Se formulează matematic problema pentru cazul general, stabilindu-se un algoritm de calcul, avînd în vedere că regimul permanent poate fi privit ca o succesiune de regimuri tranzitorii ale căror condiţii iniţiale se repetă periodic. În final se prezintă un exemplu de calcul, programul fiind executat pe un calculator de medie capacitate IBM—1130.

Metoda de analiză propusă în lucrare prezintă avantajul obţinerii unor soluţii precise, a reducerii substanţiale a timpului de calcul faţă de celelalte metode, precum şi utilitatea sa în cele mai generale cazuri. De asemenea metoda este utilizabilă fără modificări de conţinut pentru predeterminarea regimurilor permanente ale motoarelor sincrone cu poli înecaţi sau cu poli aparenţi, cu sau fără excitaţie.

2. FORMULAREA MATEMATICĂ A PROBLEMEI

Datorită faptului că tensiunea de ieşire a ondulorului (fig. 1) este în trepte, se pot stabili relaţii de recurenţă între valorile tensiunilor pe cele trei faze din primul tact (prima şesime de perioadă) şi valorile tensiunilor pe cele trei faze din tactele următoare [3]:

Tabela 1

tact r	$_ru_A$	$_ru_B$	$_ru_C$
1	$_1u_A$	$_1u_B$	$_1u_C$
2	$-_1u_B$	$-_1u_C$	$-_1u_A$
3	$_1u_C$	$_1u_A$	$_1u_B$
4	$-_1u_A$	$-_1u_B$	$-_1u_C$
5	$_1u_B$	$_1u_C$	$_1u_A$
6	$-_1u_C$	$-_1u_A$	$-_1u_B$

Transformînd aceste mărimi într-un sistem sincron de referinţă, tensiunile statorice raportate vor prezenta o periodicitate de o şesime de perioadă ($T_e/6$), proprietate care va permite o economie substanţială în timpul de integrare a ecuaţiilor diferenţiale care caracterizează funcţionarea maşinii.

Pentru maşina asincronă simetrică, matricea de transformare este de forma [6]

$$[C_B]=\frac{2}{3}\begin{array}{c|ccccc} & q_s & d_s & 0_s & q_r & d_r & 0_r \\ \hline A & -\sin\beta & -\sin(\beta-\rho) & -\sin(\beta+\rho) & & & \\ B & \cos\beta & \cos(\beta-\rho) & \cos(\beta+\rho) & & & \\ C & 1/2 & 1/2 & 1/2 & & & \\ a & & & & -\sin\gamma & -\sin(\gamma-\rho) & -\sin(\gamma+\rho) \\ b & & & & \cos\gamma & \cos(\gamma-\rho) & \cos(\gamma+\rho) \\ c & & & & 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{array} \quad (1)$$

în care (fig. 2)

A, B, C reprezintă axele fazelor statorului,

a, b, c — axele înfăşurărilor rotorului,

q, d — sistemul sincron de referinţă,

q_s, d_s — proiecţiile pe axele q şi d ale sinorilor complecşi reprezentativi statorici,

q_r, d_r — proiecţiile pe axele q şi d ale sinorilor complecşi reprezentativi rotorici,

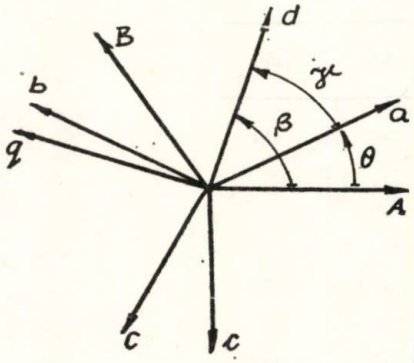


Fig. 2. — Axele maşinii şi poziţia lor faţă de sistemul sincron de referinţă.

$0_s, 0_r$ — componentele homopolare,

β — unghiul dintre axele A şi d,

θ — unghiul dintre axele A şi a,

γ — unghiul dintre axele a şi d,

$\rho = \frac{2\pi}{3}$,

$\dot{\beta} = \omega_e$ — viteza unghiulară sincronă de rotaţie,

$\dot{\theta}$ — viteza reală electrică de rotaţie.

Aplicînd matricea de transformare $[C_B]$ tensiunilor statorice pentru primul tact, la care

$$
\begin{aligned}
{}_1u_A &= \frac{1}{2} U_m, \\
{}_1u_B &= -U_m, \\
{}_1u_C &= \frac{1}{2} U_m,
\end{aligned}
\tag{2}
$$

se obţine tensiunile sincrone transformate de forma

$$
\begin{aligned}
{}_1u_{qs} &= -\frac{2}{3}\left[\frac{1}{2} U_m \sin \beta_1 - U_m \sin(\beta_1 - \rho) + \frac{1}{2} U_m \sin(\beta_1 + \rho)\right] = \\
&= U_m \sin(\beta_1 - \rho) = U_m \sin(\omega_e t - \rho), \qquad (3) \\
{}_1u_{ds} &= \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2} U_m \cos \beta_1 - U_m \cos(\beta_1 - \rho) + \frac{1}{2} U_m \cos(\beta_1 + \rho)\right] = \\
&= -U_m \cos(\beta_1 - \rho) = -U_m \cos(\omega_e t - \rho),
\end{aligned}
$$

unde ca origine de timp s-a considerat începutul tactului 1. Pentru tactul al doilea, utilizînd tabela 1 şi relaţiile (2), matricea de transformare $[C_B]$ conduce la

$$
\begin{aligned}
{}_2u_{qs} &= -\frac{2}{3}\left[U_m \sin\beta_2 - \frac{1}{2}U_m \sin(\beta_2-\rho) - \frac{1}{2}U_m \sin(\beta_2+\rho)\right] = \\
&= -U_m \sin\beta_2, \\
{}_2u_{ds} &= \frac{2}{3}\left[U_m \cos\beta_2 - \frac{1}{2}U_m \cos(\beta_2-\rho) - \frac{1}{2}U_m \cos(\beta_2+\rho)\right] = \\
&= U_m \cos\beta_2, \qquad (4)
\end{aligned}
$$

în care β_2 este unghiul dintre axele A şi d pe durata tactului *2*; notînd cu $T = \frac{\pi}{3\omega_e}$, cele două componente ale tensiunii din tactul al doilea se scriu:

$$
\begin{aligned}
{}_2u_{qs} &= -U_m \sin\left(\omega_e t - \omega_e T + \frac{\pi}{3}\right) = U_m \sin(\omega_e t - \omega_e T - \rho), \\
{}_2u_{ds} &= U_m \cos\left(\omega_e t - \omega_e T + \frac{\pi}{3}\right) = -U_m \cos(\omega_e t - \omega_e T - \rho). \qquad (5)
\end{aligned}
$$

Se observă că aceste tensiuni coincid cu ${}_1u_{qs}$ şi, respectiv, ${}_1u_{ds}$ pentru $T \leqslant t \leqslant 2T$, rezultînd deci respectarea lor pe al doilea tact.

În mod asemănător se obţin tensiunile şi pentru celelalte tacte, rezultînd relaţii analoge, u_{qs} şi u_{ds} fiind funcţii periodice de timp cu perioada $T_e/6$. Considerînd maşina studiată drept o maşină ideală izotropă, la care înfăşurările statorice şi rotorice sînt sinusoidal distribuite, şi că toţi parametrii rămîn constanţi, neglijîndu-se saturaţia, pierderile în fier şi efectul pelicular, modelul matematic în unităţi relative al maşinii asincrone simetrice cu rotor în scurtcircuit poate fi scris sub forma [7]:

$$
\begin{vmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \\ \\ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_s + \frac{p}{\omega_b}X_s & \frac{\dot\beta}{\omega_b}X_s & \frac{p}{\omega_b}X_m & \frac{\dot\beta}{\omega_b}X_m \\ -\frac{\dot\beta}{\omega_b}X_s & R_s + \frac{p}{\omega_b}X_s & -\frac{\dot\beta}{\omega_b}X_m & \frac{p}{\omega_b}X_m \\ \frac{p}{\omega_b}X_m & \frac{\dot\gamma}{\omega_b}X_m & R_r + \frac{p}{\omega_b}X_r & \frac{\dot\gamma}{\omega_b}X_r \\ \frac{\dot\gamma}{\omega_b}X_m & \frac{p}{\omega_b}X_m & -\frac{\dot\gamma}{\omega_b}X_r & R_r + \frac{p}{\omega_b}X_r \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{vmatrix} \qquad (6)
$$

$$
\begin{aligned}
m &= X_m(i_{qs}\, i_{dr} - i_{ds}\, i_{qr}), \\
H\ddot\theta &= m - m_r, \\
\theta &= \beta + \gamma,
\end{aligned}
$$

unde parametrii maşinii pentru 50 Hz în unităţi relative au fost notaţi cu :

R_s, X_s — rezistenţa şi, respectiv, reactanţa statorică;

R_r, X_r — rezistenţa şi, respectiv, reactanţa rotorică;

X_m — reactanţa de magnetizare;

$i_{qs}, i_{ds}, i_{qr}, i_{dr}$ — curenţii statorici şi rotorici transformaţi;

$p = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ — operatorul de derivare în raport cu timpul;

$\omega_b = 314$ rad/s — pulsaţia de bază pentru care au fost măsuraţi parametrii maşinii;

ω_e — pulsaţia armonicii principale a sursei de alimentare;

m — cuplul electromagnetic raportat;

m_r — cuplul rezistent raportat;

$\ddot{\theta}$ — acceleraţia maşinii (pentru unghiul electric);

H — constanta de inerţie în unităţi relative.

Pentru frecvenţele de alimentare obişnuite (pînă la 1/10—1/20 din frecvenţa nominală) se poate considera cu suficient de bună precizie că viteza maşinii în regim staţionar nu se schimbă, deşi, după cum se va arăta, datorită tensiunii de alimentare în trepte cuplul electromagnetic produs nu rămîne constant, ci pulsează cu o frecvenţă de şase ori frecvenţa armonicii principale a tensiunii de alimentare. Această aproximaţie poate fi menţinută, datorită constantei de timp mecanice a maşinii, care este mult mai mare decît perioada pulsaţiei cuplului electromagnetic.

Ca urmare, notînd cu $\dot{\theta} = \omega_r$ viteza constantă de rotaţie, se obţine

$$\dot{\gamma} = \dot{\beta} - \dot{\theta} = \omega_e - \omega_r = s\omega_e, \tag{7}$$

unde $s = \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_r}$ reprezintă alunecarea maşinii. Se mai notează cu λ raportul ω_e/ω_b.

Cu aceste notaţii, sistemul de ecuaţii diferenţiale (6), care caracterizează comportarea electrică a maşinii, poate fi scris compact sub forma

$$[u] = [B]\cdot[i] + [D]\frac{p}{\omega_e}[i], \tag{8}$$

unde s-a notat

$$[u] = [u_{qs}u_{ds} \quad 0 \quad 0]_T,$$

$$[i] = [i_{qs}\, i_{ds}\, i_{qr}\, i_{dr}]_T,$$

$$[B] = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline R_s & \lambda X_s & & \lambda X_m \\ \hline -\lambda X_s & R_s & -\lambda X_m & \\ \hline & \lambda s X_m & R_r & \lambda s X_r \\ \hline -\lambda s X_m & & -\lambda s X_r & R_r \\ \hline \end{array}, \tag{9}$$

$$[D] = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \lambda X_s & & \lambda X_m & \\ \hline & \lambda X_s & & \lambda X_m \\ \hline \lambda X_m & & \lambda X_r & \\ \hline & \lambda X_m & & \lambda X_r \\ \hline \end{array}.$$

Se observă că sistemul de ecuații diferențiale (6), prezentat sub forma (8), reprezintă un sistem de ecuații diferențiale lineare și, ca urmare, soluția de regim permanent la o funcție de intrare periodică (u_{qs}, u_{ds}) va avea aceeași perioadă cu semnalul de intrare ($\pi/3$ sau în timp $T = T_e/6$) și, prin urmare, curenții transformați (de regim permanent) pentru un tact vor fi identici ca variație cu curenții corespunzători din celelalte tacte:

$$\begin{aligned} {}_1i_{qs}(\omega_e t) &= {}_2i_{qs}\left(\omega_e t - \frac{\pi}{3}\right) \ldots = {}_6i_{qs}(\omega t - 5\pi/3), \\ {}_1i_{ds}(\omega_e t) &= \ldots = {}_6i_{ds}(\omega t - 5\pi/3), \\ {}_1i_{qr}(\omega_e t) &= \ldots = {}_6i_{qr}(\omega t) - 5\pi/3), \\ {}_1i_{dr}(\omega_e t) &= {}_2i_{dr}\left(\omega_e t - \frac{\pi}{3}\right) \ldots = {}_6i_{dr}(\omega t - 5\pi/3). \end{aligned} \tag{10}$$

Prin aplicarea inversei matricei de transformare $[C_B]^{-1}$ relațiilor (10), se obține și pentru curenții statorici reali pe cele șase tacte un ansamblu de relații asemănătoare celor pentru tensiuni (tabela 1), fiind suficientă deci determinarea acestor curenți tot numai pentru primul tact prin relațiile de recurență corespunzătoare (conform tabelei 2), găsindu-se valorile lor pentru toate celelalte tacte:

Tabela 2

Tact r	${}_ri_A$	${}_ri_B$	${}_ri_C$
1	${}_1i_A$	${}_1i_B$	${}_1i_C$
2	$-{}_1i_B$	$-{}_1i_C$	$-{}_1i_A$
3	${}_1i_C$	${}_1i_A$	${}_1i_B$
4	$-{}_1i_A$	$-{}_1i_B$	$-{}_1i_C$
5	${}_1i_B$	${}_1i_C$	${}_1i_A$
6	$-{}_1i_C$	$-{}_1i_A$	$-{}_1i_B$

Pe de altă parte, relațiile (10) mai arată că valorile finale ale acestor curenți pentru un tact sînt egale cu valorile inițiale din tactul respectiv

(afirmație evident valabilă pentru toate tactele), adică

$$
\begin{aligned}
{}_1i_{qs}(\omega_e T) &= {}_2i_{qs}(0) = {}_1i_{qs}(0),\\
{}_1i_{ds}(\omega_e T) &= {}_2i_{ds}(0) = {}_1i_{ds}(0),\\
{}_1i_{qr}(\omega_e T) &= {}_2i_{qr}(0) = {}_1i_{qr}(0),\\
{}_1i_{dr}(\omega_e T) &= {}_2i_{dr}(0) = {}_1i_{dr}(0),
\end{aligned}
\tag{11}
$$

dacă ne referim la primul tact; relațiile (11) prezintă o deosebită importanță la determinarea condițiilor inițiale ale regimului permanent.

Pentru integrare, sistemul (8) se scrie sub forma canonică clasică, favorabilă utilizării metodei variabilelor de stare:

$$
\frac{p}{\omega_e}[i] = [D]^{-1}\{[u] - [B][i]\}. \tag{12}
$$

Pentru tensiunile statorice transformate

$$
\begin{aligned}
u_{qs} &= U_m \sin(\omega t - \rho),\\
u_{ds} &= -U_m \cos(\omega t - \rho),
\end{aligned}
\tag{13}
$$

unde cu U_m s-a notat de această dată valoarea maximă a tensiunii de alimentare raportată la tensiunea maximă de bază, poate fi stabilită cu ușurință relația

$$
\frac{p}{\omega_e}\begin{vmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \quad & -1 \\ 1 & \quad \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \end{vmatrix}. \tag{14}
$$

sau

$$
\frac{p}{\omega_e}[u] = [C][u]. \tag{14'}
$$

Completînd sistemul (12) cu relația (14'), se obține o ecuație matriceală generală de forma

$$
\frac{p}{\omega_e}\begin{bmatrix}[i]\\[u]\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[D]^{-1}[B] & [D]^{-1} \\ [0] & [C] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}[i]\\[u]\end{bmatrix}, \tag{15}
$$

unde cu [0] s-a notat o matrice nulă de 2×4 elemente. Relația (15) se scrie restrîns

$$\frac{p}{\omega_e}[x] = [A][x], \tag{16}$$

unde semnificațiile matricelor sînt evidente. Relația (16) reprezintă forma standard a ecuațiilor care caracterizează un sistem linear în mărimi de stare [8]. Trebuie făcută remarca că în cazul de față funcțiile de intrare sînt incluse în matricea $[x]$, care este în fond

$$[x] = [[i][u]]_T. \tag{17}$$

Soluția ecuației (16) pentru condiții inițiale cunoscute $[x(0)]$ și pentru orice punct în intervalul $0 \leqslant \omega_e t \leqslant \frac{\pi}{3}$ este

$$[x(\omega_e t)] = e^{\omega_e t[A]}[x(0)]. \tag{18}$$

Ținînd seama că scopul nostru este determinarea regimului permanent, vom folosi chiar relația (18) pentru determinarea condițiilor inițiale. Regimul permanent fiind un regim tranzitoriu cu condiții inițiale ce se repetă periodic, condițiile inițiale vor trebui să fie regăsite și la sfîrșitul perioadei. Astfel în cazul de față, după cum arată și relațiile (11), se obține

$$[x(\pi/3)] = [x(0)]. \tag{19}$$

Exprimînd egalitatea (19) cu ajutorul relației (18), rezultă

$$\{[I] - e^{\frac{\pi}{3}[A]}\}[x(0)] = [0], \tag{20}$$

unde $[I]$ este o matrice unitară diagonală, 6×6.

Această modalitate pentru determinarea condițiilor inițiale a mai fost folosită în literatură [9], [10], setul de ecuații (20) fiind scris sub forma

$$[W][x(0)] = [0] \tag{21}$$

sau

$$\begin{bmatrix}[w_1] & [w_2]\\ [w_3] & [w_4]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}[i(0)]\\ [u(0)]\end{bmatrix} = [0], \tag{22}$$

unde $[W] = \{[I] - e^{\frac{\pi}{3}[A]}\}$ este o matrice 6×6, iar $[w_1]$, $[w_2]$, $[w_3]$ și $[w_4]$ sînt submatricele corespunzătoare cu 4×4, 4×2, 2×4 și, respectiv, 2×2 elemente. Se demonstrează cu ușurință [12] că matricea $[w_3]$ este identic nulă, iar produsul

$$[w_4][u(0)] = [0],$$

este identic satisfăcut reprezentînd relaţii între valorile iniţiale ale tensiunilor. Prin urmare, relaţia (22) conduce în final la relaţia utilă

$$[i(0)] = -[w_1]^{-1}[w_2](u(0)], \tag{23}$$

cu ajutorul căreia, cunoscînd valorile iniţiale $[u(0)]$, se obţin prin simple operaţii algebrice valorile iniţiale ale curenţilor $[i(0)]$.

Pentru evaluarea funcţiei de matrice $e^{\omega_e T[A]}$ printr-o matrice obişnuită, se poate utiliza o descompunere într-o serie infinită [11]. Pentru parametrii obişnuiţi ai maşinilor electrice, seria converge destul de repede, primii zece termeni asigurînd o precizie suficient de bună. Dezvoltarea folosită este

$$e^{T\omega_e[A]} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[A]^k(\omega_e T)^k}{k!} \tag{24}$$

sau

$$e^{T\omega_e[A]} = [I] + \frac{[A]T\omega_e}{1!} + \frac{[A]^2(T\omega_e)^2}{2!} + \ldots + \frac{[A]^{10}(T\omega_e)^{10}}{10!}. \tag{25}$$

Pentru mărirea preciziei calculului, precum şi pentru reducerea timpului de calcul în cazul sistemelor ce nu depăşesc 9—10 valori proprii, aproximarea exponenţialei matriceale $e^{T\omega_e[A]}$ poate fi făcută printr-o serie finită [12] de tipul

$$e^{T\omega_e[A]} = \sum_{i=0}^{m-1} c_i[A]^i, \tag{26}$$

unde m reprezintă rangul matricei $[A]$, iar coeficienţii c_i se determină prin operaţii algebrice simple cu ajutorul unor relaţii de recurenţă. Obţinerea acestei serii trunchiate este destul de simplă, avînd în vedere că matricea $[A]$ îşi satisface propria ecuaţie caracteristică. În cazul considerat în prezenta lucrare, această a doua variantă conduce la utilizarea unei serii de şase termeni, reprezentînd deci atît o sporire a preciziei calculului, cît şi o economie a timpului de lucru pe calculator.

Odată cunoscute condiţiile iniţiale, celelalte valori din intervalul $0 \ldots \pi/3$ se determină punct cu punct pentru un pas constant notat cu Δt cu ajutorul relaţiei

$$[x(t + \Delta t)] = e^{\omega_e \Delta t[A]}[x(t)]. \tag{27}$$

Dacă se împarte intervalul $\omega_e T$ în n_2 părţi, pentru un timp oarecare $t = n\Delta t = \frac{n}{n_2} T\omega_e$, $\omega_e T = \pi/3$, se obţine

$$\left[x\left(\frac{n}{n_2} T\omega_e\right)\right] = e^{[A]\omega_e T/n_2}\left[x\left(\frac{n-1}{n_2} T\omega_e\right)\right]. \tag{28}$$

Deci rezolvarea cere o singură dată calculul lui $e^{[A]\omega_e T/n_2}$, $[x]$ — urile fiind calculate prin relațiile de recurență (28). Pentru valori relativ ridicate ale lui n_2 (10, 20 etc.), convergența seriei (24) este foarte bună, cinci termeni fiind suficienți pentru determinarea foarte precisă a matricei rezultante, nefiind în aceste cazuri necesară folosirea seriei trunchiate exacte (26), care presupune un calcul separat pentru coeficienții c_i.

La sfîrșitul intervalului, valorile inițiale trebuie regăsite, iar eventualele diferențe ne oferă informații asupra preciziei sistemului de calcul.

Realizarea calculelor prezentate mai sus cere utilizarea unui calculator numeric, pentru care trebuie alcătuit un algoritm de calcul corespunzător. În figura 3 este prezentată organigrama procesului de calcul, folosită pentru exemplul numeric prezentat în paragraful următor. Calculele se realizează pentru diverse alunecări și frecvențe sub condiția de flux constant ($U_1/f_1 = U_2/f_2$), valorile eficace ale curenților și a cuplului mediu obținîndu-se prin metoda trapezelor.

3. EXEMPLUL NUMERIC

S-a luat ca bază o mașină asincronă cu rotor bobinat de 245 W, (350VA),220 V, 50 Hz, 4 poli, avînd parametrii exprimați în unități relative : $r_s = 0{,}0566$; $r_r = 0{,}069$; $X_s = 1{,}0318$; $X_r = 1{,}0318$; $X_m = 0{,}969$; tensiunea aplicată $U_m = 1$ și $\omega_e = 314$ rad/s.

Rezultatele obținute sînt prezentate în figurile 4, unde sînt reprezentate variațiile în timp ale curentului și cuplului electromagnetic pentru diverse alunecări (0 ; 0,05 ; 0,1).

Trebuie subliniată precizia foarte bună a procesului de calcul. Astfel din tabela 3 se pot remarca diferențele foarte reduse (de ordinul 10^{-5}) între valorile inițiale și cele de la sfîrșitul tactului (s-a considerat cazul unei alunecări de 0,10, $U_m = 1$; și în celelalte cazuri precizia este similară).

Tabela 3

$\omega_e t$	i_{qs}	i_{ds}	i_{qr}	i_{dr}
0	1,13541	1,7324	1,15350	0,83280
$\pi/3$	1,13547	1,7324	1,15356	0,83279

4. CONCLUZII ȘI OBSERVAȚII

În lucrare a fost prezentată o metodă de calcul a regimurilor de funcționare permanente (staționare) ale mașinii asincrone trifazate simetrice, alimentată de la un ondulor cu tiristoare cu comutație forțată, avînd tensiunea de ieșire în trepte. Utilizarea variabilelor de stare a permis, cu maximum de economie a timpului pe calculator, integrarea cu precizie foarte bună a ecuațiilor diferențiale ale sistemului considerat în vederea obținerii soluției de regim periodic ; folosirea sistemului de referință sincron a permis, după cum s-a arătat, calculul unui regim periodic, avînd

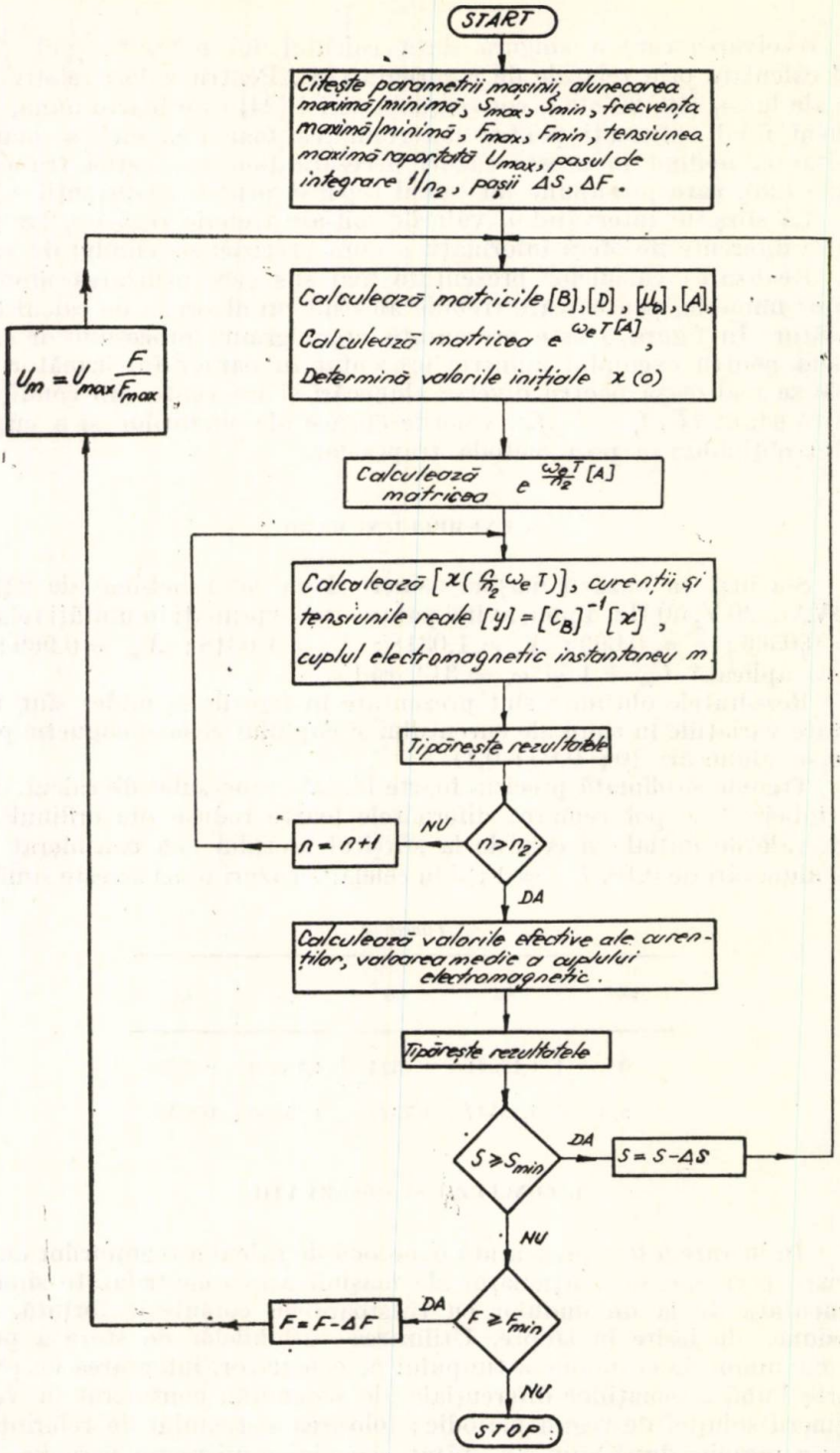


Fig. 3. — Organigrama procesului de calcul.

perioada egală cu o şesime din perioada tensiunii de alimentare; valorile curenţilor maşinii, precum şi valoarea cuplului electromagnetic pe un întreg ciclu au fost obţinute cu ajutorul unor relaţii de recurenţă corespunzătoare. Condiţiile iniţiale au fost stabilite din condiţia de periodizare

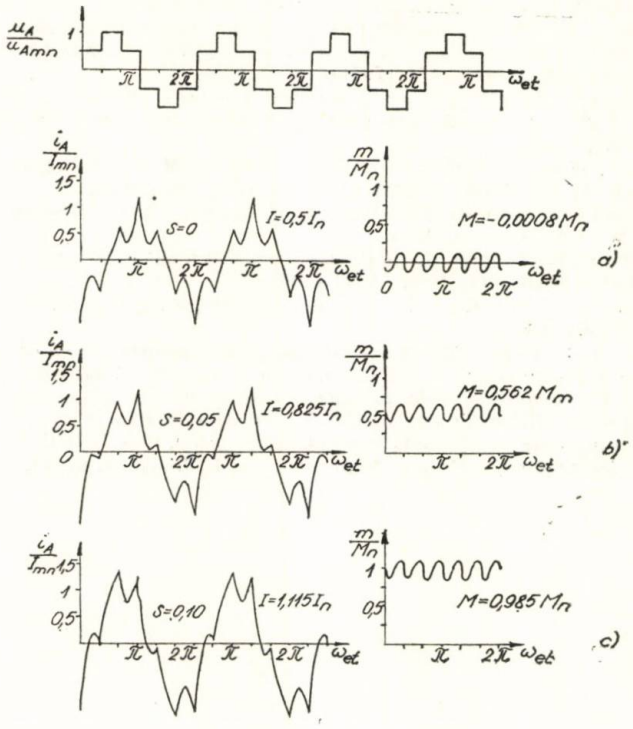


Fig. 4. — Variaţia în timp a tensiunii, curentului şi cuplului electromagnetic pentru diverse alunecări:

$a - s = 0$; $b - s = 0{,}05$; $c - s = 0{,}10$.

a lor, regimul permanent putînd fi privit ca un regim tranzitoriu cu condiţii iniţiale repetate periodic.

Scrierea sub forma (15) a sistemului de ecuaţii diferenţiale analizat nu aduce complicaţii suplimentare deosebite, ecuaţia caracteristică a sistemului pus sub această formă avînd aceleaşi rădăcini cu sistemul de ecuaţii (12), la care se adaugă rădăcinile introduse de matricea [C], determinate numai de funcţiile perturbatoare; în schimb, forma de scriere (15) permite scrierea soluţiei sub forma (18), comodă atît la calculul condiţiilor iniţiale, cît şi, în special, la calculul valorilor din interval (vezi relaţia (28)).

Metoda se poate generaliza, cu foarte mici modificări, pentru regimurile sincrone ale motoarelor cu poli aparenţi, permiţînd şi în acest caz o simulare numerică foarte eficace.

BIBLIOGRAFIE

1. B. D. Bedford, R. G. Hoft, *Principles of Invertor Circuits*, New York, John Wiley & Sons, 1964.
2. E. A. Klingshirn, H. E. Jordan, *Polyphase Induction Motor Performance and Losses on Nonsinusoidal Voltage Sources*. IEEE Trans. on P.A.S., **87**, *3*, 624—631 (1968).
3. R. Măgureanu, M. Necula, *Predeterminarea pe un calculator analogic a caracteristicilor maşinii sincrone cu poli înecaţi alimentată de la un comutator electronic*. Electrotehnica, **19**, *2*, 447—455 (1971).
4. B. J. Chalmers, R. Măgureanu, J. Hindmarsh, *A General Principle for Brushless Synchronous Machines and its Application in a New Inverter-fed Drive*. Proc. IEE (în curs de publicare).
5. E.M. Sabbagh, W. Shewan, *Characteristics of an Adjustable Speed Polyphase Induction Machine*. IEEE Trans. on P.A.S., **87**, *3*, 613—623 (1968).
6. I. S. Gheorghiu, Al. Fransua, *Tratat de maşini electrice*, vol. III, *Maşina asincronă*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1971.
7. P. C. Krause, C. H. Thomas, *Simulation of symmetrical induction machinery*. IEEE Trans. on P.A.S., **84**, *11*, 1038—1053 (1965).
8. P. M. Derusso, R. J. Roy, C. M. Close, *State Variables for Engineers*, New York, John Wiley &Sons, 1967.
9. D. Novotny, A. F. Fath, *The analysis of induction machines controlled by series connected semiconductor switches*. IEEE Trans. on P.A.S., **87**, *2*, 597—605 (1968).
10. T. A. Lippo, *The analysis of induction motors with voltage control by symmetrically triggered thyristors*. IEEE Trans. on P.A.S., **90**, *2*, 515—525 (1971).
11. M. L. Liou, *A novel method of evaluating transient response*. Proc. IEEE, **54**, *1*, 20—23 (1966).
12. A. F. Fath, *Evaluation of a Matrix Polynomial*. IEEE Trans., A. C., **13**, *2*, 220—221 (1968).

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND UTILIZAREA ANAGRAFULUI DIMO CA PERIFERIC AL UNUI CALCULATOR DE PROCES

H. CRISTEA, G. I. BRÂNZARU şi D. BADEA

621.313.12

Lucrarea prezintă experimentările efectuate în vederea verificării de principiu a funcţionării anagrafului ca periferic ataşat unui calculator de proces şi pentru determinarea şi precizarea performanţelor impuse acestuia. Se dau de asemenea organigramele programului de vizualizare.

1. INTRODUCERE

Pe baza invenţiei româneşti [1], a cercetărilor şi a experimentărilor întreprinse la baza de calcul din Institutul de energetică al Academiei R.S. România, a fost realizată în colaborare cu Institutul politehnic Bucureşti, catedra de calculatoare, instalaţia de vizualizare denumită „Anaraf Dimo". Anagraful, consecinţă a aplicării analizei nodale [2], [3], constituie un dispozitiv specializat de afişare grafică a unor diagrame şi imagini nodale de grup, nod sau sistem [4]. În ceea ce urmează se prezintă unele consideraţii asupra experimentărilor anagrafului în laborator şi cuplat ca periferic al unui calculator de proces. Aceste experimentări au avut ca scop verificarea de principiu a funcţionării anagrafului ca periferic ataşat unui calculator, determinarea şi precizarea performanţelor impuse acestuia. De asemenea, pe baza observaţiilor efectuate asupra funcţionării ansamblului grup-calculator anagraf, au rezultat concluzii privind eficacitatea dotării grupurilor mari din sistem cu astfel de dispozitive de vizualizare.

2. CALCULUL REGIMULUI STAŢIONAR ÎN TIMP REAL AL GENERATORULUI

S-a considerat o schemă tipică, echivalentă în raport cu bara unui generator, în care s-a păstrat în adevărata identitate generatorul de mare putere analizat şi o maşină echivalentă restului sistemului electroenergetic

(fig. 1). Imaginea nodală apare deci cu cei doi fazori : fazorul generatorului real analizat, reprezentat în adevărata identitate, şi fazorul maşinii echivalente, reprezentat numai prin direcţia sa în sistemul de axe $I_w - I_d$ (curentul wattat — curentul dewattat).

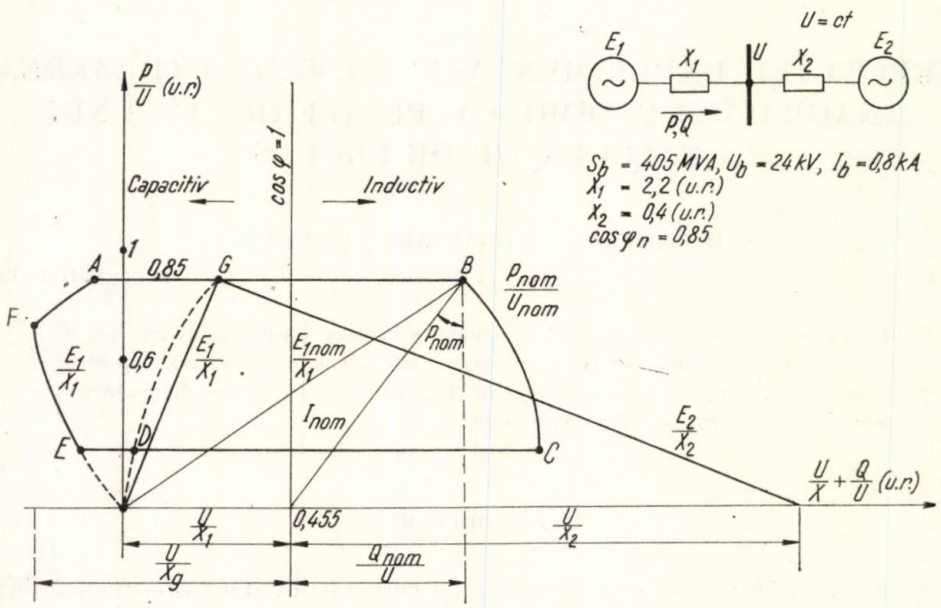


Fig. 1. — Schema echivalentă a ansamblului generator-sistem.

Determinarea în timp real a valorilor coordonatelor imaginii nodale corespunzătoare regimului staţionar s-a făcut după următorul algoritm :

$$\overline{\Delta X_g} = \frac{1}{x_g} k_u \cdot \overline{U} + \frac{k_q}{k_u} \cdot \frac{\overline{Q_g}}{U}, \tag{1}$$

$$\overline{\Delta Y_g} = \frac{k_p}{k_a} \cdot \frac{\overline{P}}{U}, \tag{2}$$

$$\overline{\Delta X_e} = \left(\frac{1}{x_g} + \frac{1}{x_e}\right) \cdot k_u \cdot \overline{U} - \overline{\Delta X_g}, \tag{3}$$

$$\overline{\Delta Y_e} = - \overline{\Delta Y_g}, \tag{4}$$

în care

U (kV) este tensiunea pe barele generatorului, mărime controlată în timp real de calculatorul de proces,

P (MW) — puterea activă a generatorului, mărime măsurată în timp real de către calculatorul de proces,

Q (Mvar) — puterea reactivă a generatorului, măsurată în timp real de către calculator.

Valorile parametrilor utilizaţi în calcule, stocate îm memoria calculatorului, sînt :

$x_g = 2{,}2$ u.r. — reactanţa sincronă a generatorului ;

$x_e = 0{,}4$ u.r. — reactanţa maşinii echivalente restului sistemului cuplat la bara unui generator ;

$S_b = 403$ MVA ;

$U_b = 24$ kV.

Pentru coeficienţii de convertire a mărimilor de regim în unităţi calculator s-au adoptat următoarele valori :

$k_u = 0{,}36596$ — coeficient de convertire pentru tensiune ;

$k_p = 0{,}3050$ — coeficient de convertire pentru puterea activă ;

$k_q = 0{,}412$ — coeficient de convertire pentru puterea reactivă.

Utilizîndu-se relaţiile de mai sus, s-a întocmit un program pentru calculatorul de proces, care a fost inclus în ciclul programului de bază al calculatorului. În figura 2 se prezintă organigrama generală a programului de vizualizare, iar în figurile 3 şi 4 se dau organigrama de calcul a fazorilor generatorului în studiu şi restului sistemului, respectiv organigrama de ieşire a datelor spre consola de vizualizare. Astfel, după fiecare ciclu de prospectare a mărimilor controlate de pe ultimul nivel de prioritate, se calculează coordonatele fazorilor cu noile valori ale mărimilor controlate, asigurîndu-se în felul acesta redarea în timp real a regimului staţionar. Aceste coordonate sînt depuse în două perechi de registre binare ale memoriei-tampon.

Imaginea vizualizată în timp real pe ecranul anagrafului s-a suprapus peste diagrama locurilor geometrice limitative pentru un caz concret de generator de mare putere.

Diagrama locurilor geometrice limitative din figura 1 este dată sub forma unui poligon convex multiliniu, ale cărui laturi au următoarele semnificaţii :

AB — dreapta puterii active maxime ;

BC — limita curentului rotoric maxim admisibil ;

CE — minimul tehnic de 25 % impus puterii active a grupului, în funcţionarea de durată ;

EF — limita stabilităţii statice cu regulator automat de tensiune ;

FA — curentul statoric maxim admisibil.

Curba GD, interioară conturului poligonal, reprezintă limita stabilităţii statice naturale.

Imaginea reprezentativă a regimului staţionar astfel obţinută prin vizualizare pe ecranul tubului catodic va permite operatorului să perceapă sub formă sintetică rezultatele unui număr mare de calcule, dîndu-i astfel posibilitatea să ia rapid decizii privind exploatarea instalaţiilor din centrală. În măsura în care se vor putea înregistra în memoria calculatorului (sau a unor dispozitive periferice auxiliare) variaţiile mărimilor în timpul unor avarii (lucru realizat astăzi în instalaţiile moderne), se vor putea obţine vizualizări ulterioare ale fenomenului în scopul analizei cauzelor care au provocat avaria. Pe această cale se aduce o îmbunătăţire substanţială exploatării grupurilor mari din centralele electrice.

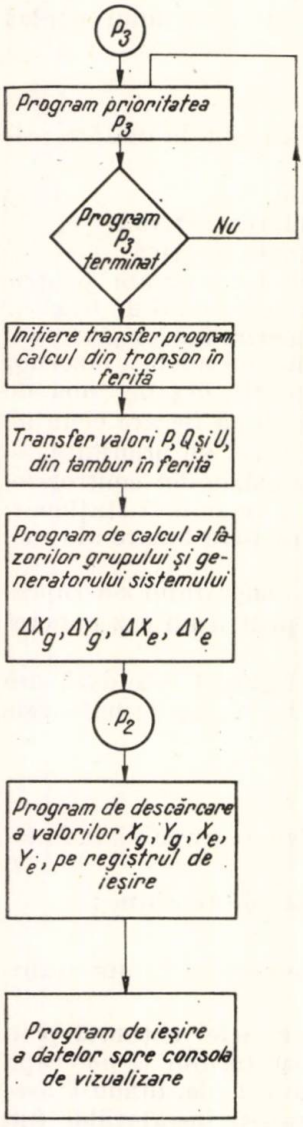


Fig. 2. — Organigrama generală a programului de vizualizare.

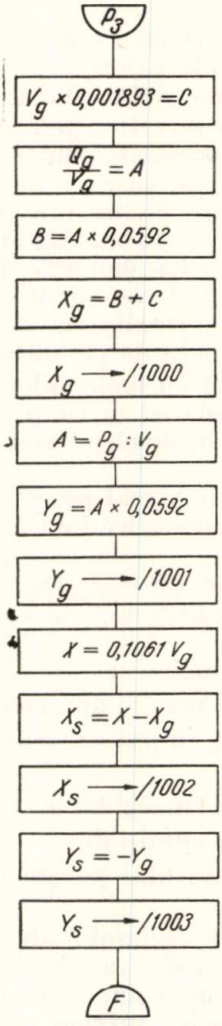


Fig. 3. — Organigrama de calcul a fazorilor pentru consola de vizualizare.

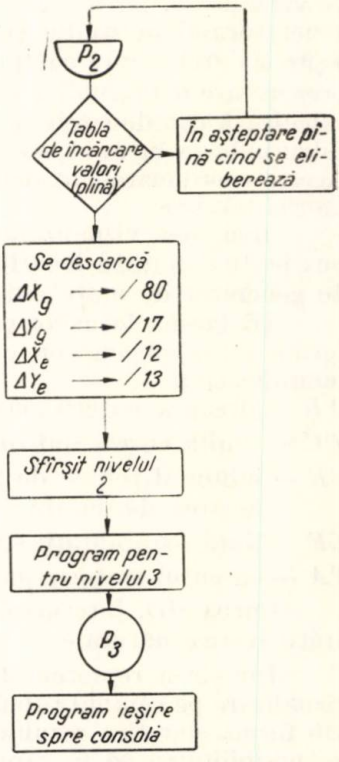


Fig. 4. — Organigrama de ieșire a datelor spre consolă.

3. EXPERIMENTAREA ANAGRAFULUI ÎN LABORATOR

Anagraful a fost conceput inițial ca să funcționeze ca periferic atașat calculatoarelor de diverse tipuri, calculatoare prevăzute cu memorie-tampon sub formă de registre binare, în care se depun valorile cifrice ale coordonatelor fazorilor imaginii nodale în cod binar natural.

Pentru a crea posibilitatea experimentării de laborator în condiții similare cu funcționarea ca periferic atașat calculatorului, anagraful a fost dotat cu un simulator de memorie-tampon sub formă de registre binare [2] cu lungimea conținutului de șapte biți plus un bit de semn (fig. 5).

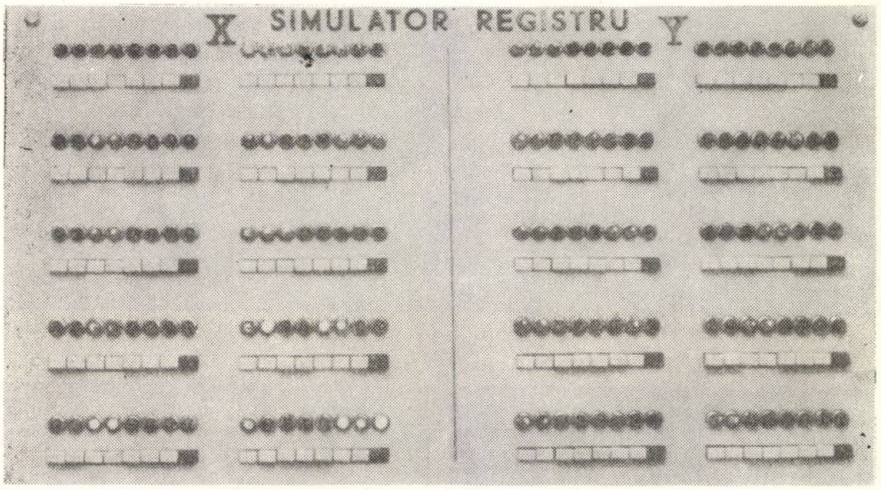


Fig. 5. — Simulator de memorie-tampon.

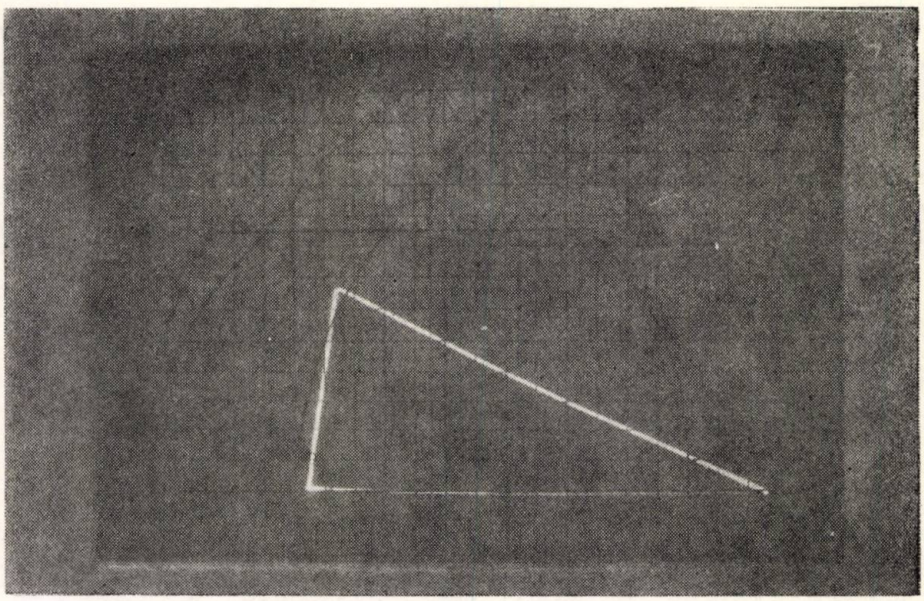
Pentru determinarea performanțelor dispozitivului de afișare este necesară etalonarea în prealabil a acestuia, operație ce se execută astfel: cu o pereche de registre complet ocupate ale simulatorului de memorie, corespunzînd valorilor $X_i = Y_j = 127$ de unități (fig. 1), se obține, prin reglarea amplificării, o deplasare pe fiecare axă de coordonate dată de expresiile

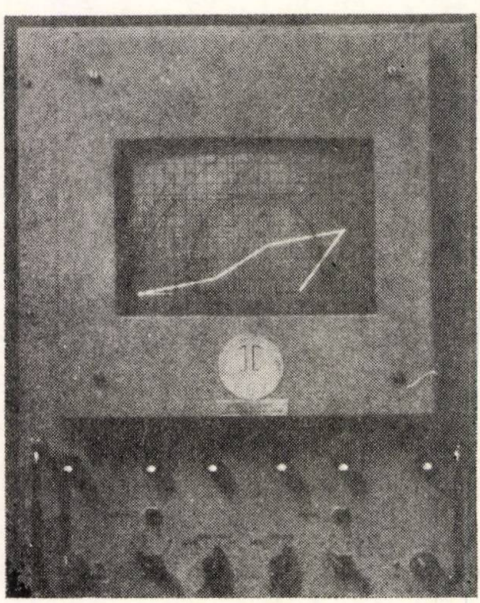
$$X_i = \int_0^{\tau} \overline{\Delta X_i} \cdot dt = 127 \text{ mm}; \quad \overline{\Delta Y_i} = 0, \tag{5}$$

$$Y_j = \int_0^{\tau} \overline{\Delta Y_j} \cdot dt = 127 \text{ mm}; \quad \overline{\Delta X_j} = 0, \tag{6}$$

în care $\overline{\Delta X_i}$ și $\overline{\Delta Y_j}$ sînt valorile analogice ale coordonatelor curente ale fazorilor i și j.

În mod practic s-a constatat că, în condiții de vizibilitate bună (50—60 de lucși), limita de percepere a mișcării spotului pe ecran este deplasarea de minimum 1 mm pe axă. Deci zona de insensibilitate este de $\sqrt{2} = 1{,}41$ mm pe diagonală.





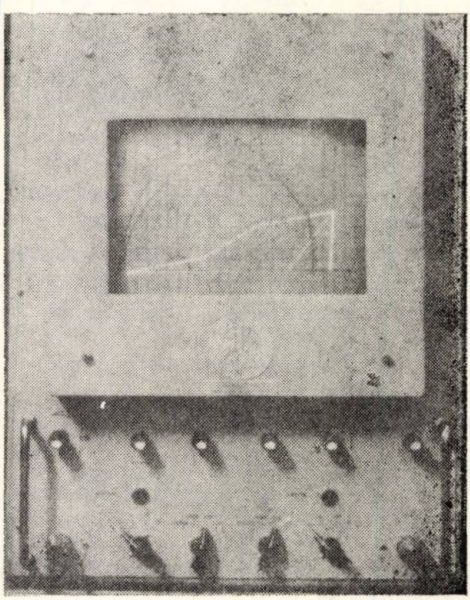


Fig. 6. — Imagini nodale vizualizate pe ecranul anagrafului cu ajutorul simulatorului de memorie.

În concluzie, lungimea de șapte biți a conținutului registrelor memoriei-tampon este suficientă, determinările făcîndu-se cu o precizie de $\frac{1,41}{127} \times 100 = 1,11\%$.

Pentru experimentări în laborator se utilizează simulatorul de memorie cu care a fost prevăzută instalația-pilot de vizualizare. Acesta permite scrierea manuală directă în registrele sale a valorilor coordonatelor fazorilor imaginii afișate. Se regăsesc astfel rezultatele obținute în timp real prin simularea unor imagini reprezentative ale regimurilor staționare de funcționare ale grupurilor din sistem, ca, de exemplu,

a) imagini nodale cu un număr variabil de fazori și diferite configurații, cum sînt cele din figura 6;

b) în cursul experimentărilor de laborator s-au scris în registrele simulatorului de memorie și s-au reprodus pe ecran și alte figuri reprezentative din segmente de dreaptă.

4. MODUL DE CONECTARE LA CALCULATOR

Atașarea instalației-pilot de vizualizare la un calculator de proces al unui generator de mare putere dintr-o centrală a constat de fapt în conectarea ieșirilor celor două perechi de registre în care au fost depuse coordonatele ΔX_e, ΔX_g, și ΔY_g, ΔY_e, reprezentate fizic prin contactele releelor *reed* la intrările porților de transfer corespunzătoare (fig. 7).

Valorile numerice ale coordonatelor astfel stocate în registrele-tampon și modificate în timp real sînt transferate de către circuitul de comandă-programare în registrele binare curente, de unde sînt preluate și prelucrate în ansamblul de tratare a informației cifrice și analogice. Aceste operații se efectuează independent de funcționarea părții centrale a calculatorului de proces.

5. EXPERIMENTAREA ANAGRAFULUI CUPLAT CA PERIFERIC LA CALCULATOR

Experimentarea a decurs astfel :

a) S-a verificat programul de calcul în timp real al coordonatelor fazorilor imaginii de vizualizat, imagine caracteristică regimului staționar al grupului de mare putere. Programul a fost astfel întocmit, încît pe nivelul de prioritate trei (ținînd cont că ieșirile pe registrele cu relee bistabile se fac pe nivelul de prioritate doi) trebuiau luate măsuri de a poziționa registrul de prioritate;

b) după încercarea programului s-a luat legătura cu personalul de exploatare a turbogeneratorului și s-au creat în mod voit variații următorilor parametri: puterea activă și puterea reactivă. Calculatorul a sesizat variațiile parametrilor și a calculat coordonatele imaginii nodale fidel noului regim;

c) din imaginea obținută pe ecran (fig. 8) s-a putut constata că scara de reprezentare a imaginii se păstrează în aceleași condiții ca și la funcționarea instalației în laborator cu simulatorul memoriei-tampon. Astfel,

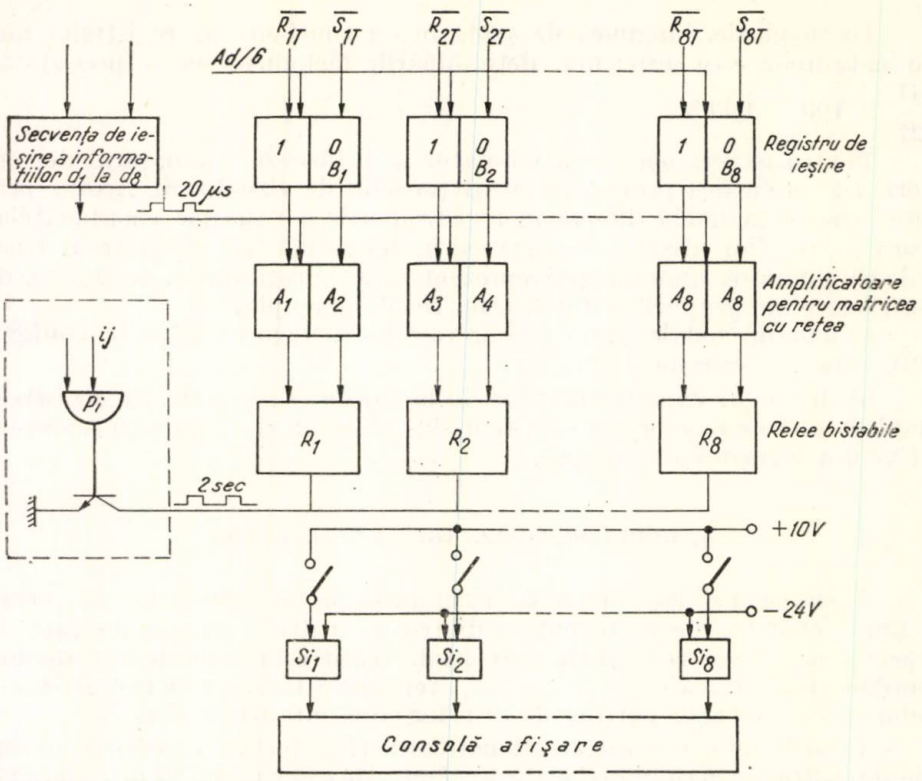


Fig. 7. — Modul de conectare a instalației de vizualizare la calculatorul de proces.

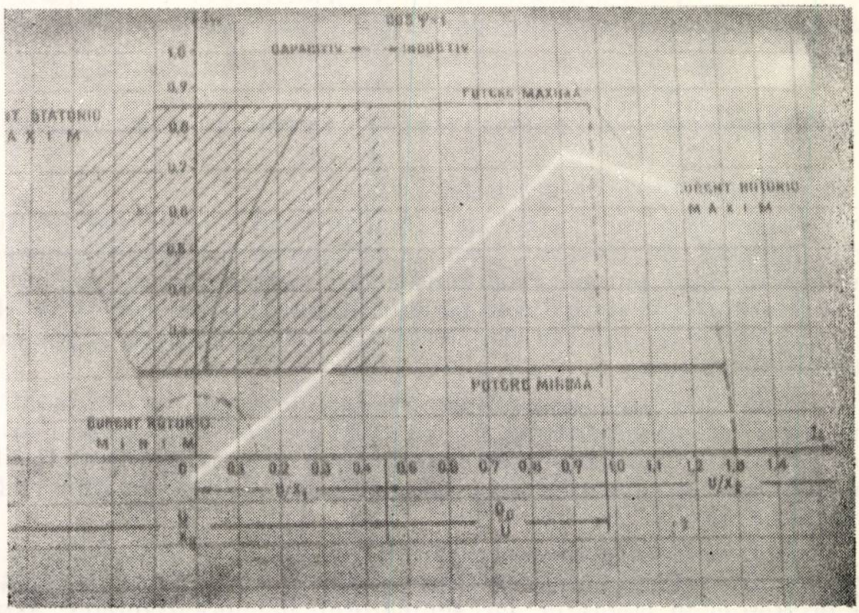


Fig. 8. — Imagine caracteristică a regimului staționar a unui grup de mare putere, obținută cu ajutorul calculatorului de proces.

variaţiile mărimilor de regim s-au reprodus la scară în imaginea obţinută pe ecran ;

d) se constată că etalonarea diagramei-limită se poate face direct prin măsurarea parametrilor de regim ai generatorului şi prin transpunerea lor pe diagramă ;

c) la probe repetate de funcţionare de durată, instalaţia s-a comportat normal, cu observaţia că instabilitatea repetată a imaginii s-a datorat nerespectării condiţiilor de temperatură a mediului ambiant.

6. CONCLUZII

În programul de experimentare al anagrafului s-a avut în vedere, printre altele, şi efectuarea unor observaţii necesare pentru stabilirea condiţiilor tehnice preliminare pe care trebuie să le îndeplinească instalaţiile de vizualizare destinate analizei comportării marilor grupuri din centralele electrice.

Observaţiile s-au referit la :

6.1. Locul optim de amplasare a anagrafului pentru asigurarea eficienţei maxime a utilizării informaţiilor oferite de imaginea afişată se alege funcţie de modul de organizare a exploatării grupurilor din centrală. Astfel, în concepţia actuală, grupurile de mare putere din centralele noastre au camere de comandă comună : electrică şi termomecanică, existînd de asemenea şi o cameră de comandă dispecer pe centrală, care constituie nucleul central de elaborare a deciziilor de exploatare. În această situaţie se obţine eficienţa maximă prin instalarea anagrafului în camera de comandă de dispecer pe centrală, deoarece informaţiile furnizate de acesta contribuie la formularea deciziilor de exploatare centralizate.

6.2. Asimilarea de către personalul de exploatare a imaginii reprezentative a comportării generatorului în diferite regimuri de funcţionare se face rapid, datorită diagramei foarte sugestive reprezentată pe ecranul anagrafului. Acest lucru permite şi personalului cu pregătire medie şi experienţă de exploatare să interpreteze informaţiile oferite de anagraf.

6.3. Numărul de dispozitive ce se pot instala într-o centrală electrică este funcţie de posibilitatea asigurării ciclului de regenerare a imaginii de către calculator sau de către consolă în funcţie de dotarea centralei cu mijloace de calcul. Pentru cazul în care există calculator de proces în centrale, se propune varianta cu un singur anagraf pe centrală, cu posibilităţi de utilizare multiplă : redarea imaginii unuia sau mai multor grupuri. Dacă centrala nu este dotată cu mijloace de calcul, atunci se propune montarea anagrafului individual pe grup ; menţionăm că în acest caz anagraful este de construcţie simplificată şi permite prelucrarea centralizată a informaţiilor în cazul unei dotări ulterioare a centralei cu mijloace de calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. Paul Dimo, Petre Dimo, *Instalație destinată analizei comportării sistemelor electroenergetice.* Certificat de autor nr. 50537 din 29 aprilie 1966.
2. H. Cristea, *Concepte figurative și console periferice în automatizarea sistemelor electroenergetice,* teză de doctorat, Academia R.S. România, Institutul de energetică, 1969.
3. P. Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice,* București, Edit. Academiei, 1969.
4. P. Dimo, L. Groza, G. Moraite, H. Cristea, *L'amélioration de la sécurité en exploitation des réseaux à l'aide des consoles de visualisation.* Raport CIGRE, 32—13, 1970.

UTILIZAREA METODEI ELIMINĂRILOR ORDONATE ŞI A UNOR PROCEDURI SPECIALE DE PROGRAMARE PENTRU CALCULELE DE REGIMURI STAŢIONARE ÎN CURENT CONTINUU LA CALCULATORUL IRIS — 50

MIHAI STAADECKER şi ANGELA SLIVINSKI

681.3 : 620.9

Autorii expun modul în care s-a întocmit un nou program pentru calculul regimurilor staţionare în curent continuu pentru calculatorul IRIS—50, arătînd motivele pentru care nu s-a făcut o simplă transcriere a programului similar existent pentru calculatorul ELLIOTT—4120. Sînt prezentate avantajele noului program.

1. PREZENTAREA GENERALĂ A PROBLEMEI

Calculul regimurilor staţionare reprezintă una din cele mai importante probleme legate de funcţionarea sistemului electroenergetic naţional. Aceste calcule, care se execută cu o frecvenţă foarte mare, rezolvă probleme legate atît de funcţionarea sistemului actual, cît şi de dezvoltarea sistemului energetic în viitorii ani.

Un calcul exact al regimurilor staţionare [2] presupune prelucrarea unui număr mare de date. Calculul pentru reţele de dimensiuni mai mari are o durată relativ lungă.

Aceste inconveniente sînt compensate de faptul că se obţin informaţii precise privind tensiunile în noduri, puterile reactive în nodurile generatoare, circulaţiile de puteri pe linii etc.

În practică însă, într-un număr foarte mare de cazuri, interesează în special circulaţiile de puteri active care se pot obţine prin calcule simplificate de scurtă durată, prelucrînd un număr mai mic de date. Un program de regimuri staţionare în curent continuu execută un astfel de calcul.

Metoda „în curent continuu" utilizată se bazează pe următoarele aproximaţii :

— neglijarea rezistenţelor legăturilor din schemă ;
— considerarea tensiunilor din noduri egale în modul ;
— neglijarea sarcinilor reactive.

Programul prezentat în acest articol, denumit „RECONT" (REgimuri în curent CONTinuu), întocmit în cadrul ISPE (autori M. Staadecker şi A. Slivinski), catalogat în biblioteca calculatorului IRIS—50 de la ISPE

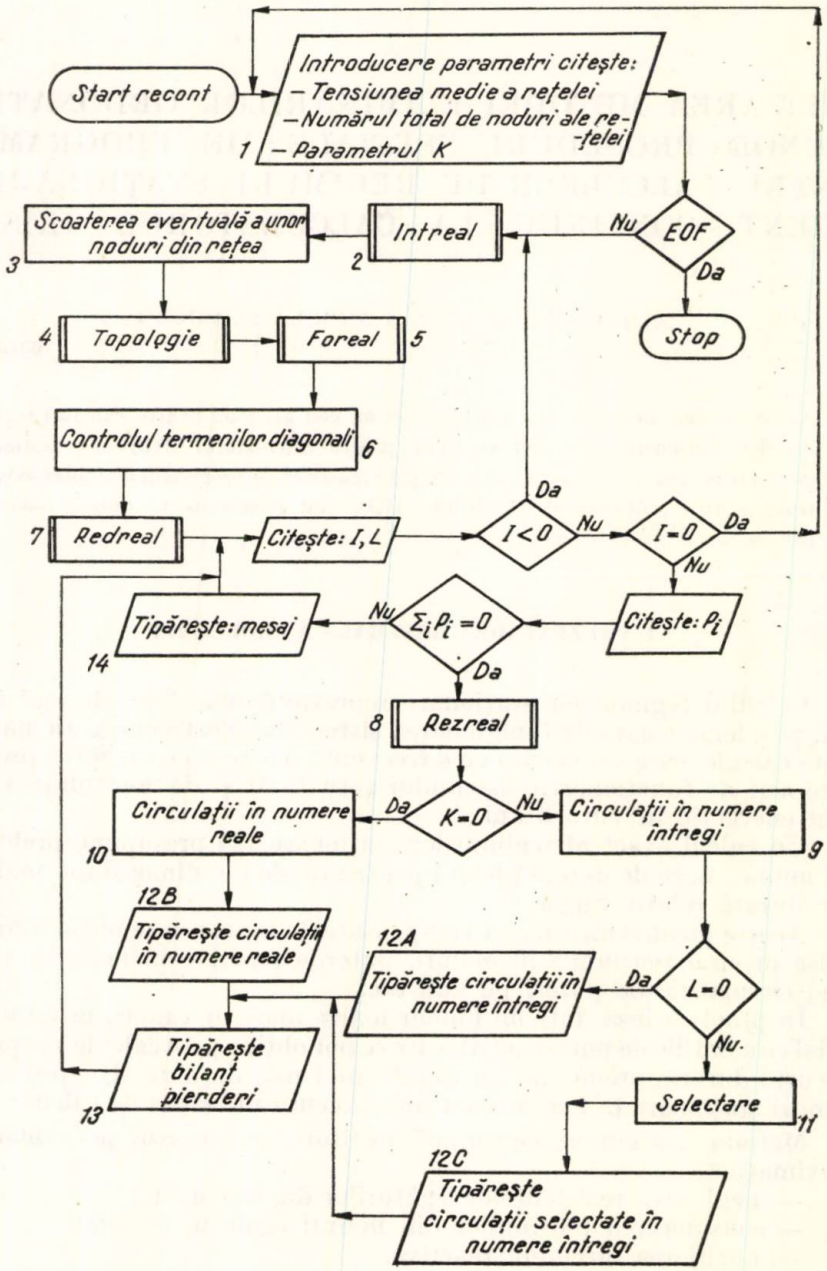


Fig. 1. — Schema de principiu a programului pentru calculul regimurilor staţionare în curent continuu „RECONT".

și utilizat frecvent de către numeroși beneficiari, calculează circulațiile de puteri active și pierderile de puteri în rețea, utilizînd aproximațiile amintite mai sus.

Pentru executarea unui calcul sînt necesare următoarele date :

U — modulul tensiunii în noduri ;

R_{ik}, X_{ik} — rezistența și, respectiv, reactanța pentru fiecare linie ;

P_i — puterile active injectate în noduri.

În cazul cînd este necesar să se efectueze o selectare a liniilor rețelei pe grupe în funcție de încărcarea acestora, atunci cînd nu interesează decît liniile la care încărcarea depășește un anumit procentaj impus, se cere introducerea, în plus, în fișierul de date a puterilor maxime admise C_{ij}, corespunzătoare fiecărei linii.

Cu aceste date se execută următoarele calcule :

— se determină unghiurile tensiunilor nodurilor față de o origine de fază, rezolvîndu-se sistemul liniar de ecuații

$$\sum_{k=1}^{N} B_{ik} \cdot \theta_i - \sum_{k=1}^{N} B_{ik} \cdot \theta_k = I_i \qquad (i = 2,3, \ldots, N ;\ k = 1,2, \ldots, N), \quad (1)$$

unde sumele se execută după indicele k, iar

$$I_i = P_i / U^2$$

și

$$B_{ik} = 1/X_{ik} ;$$

— se calculează cu ajutorul soluției sistemului (1) circulațiile de puteri active pe linii după formula

$$P_{ik} = U^2 (\theta_i - \theta_k). \ B_{ik} ; \quad (2)$$

— se determină pierderile de puteri active totale, sumîndu-se pierderile de puteri pe linii, care se calculează după formula

$$p_{ik} = R_{ik} \cdot P_{ik}^2 / U^2. \quad (3)$$

2. PRINCIPIILE ALCĂTUIRII ALGORITMULUI ȘI PROGRAMULUI DE CALCUL

Punerea în funcțiune la ISPE a calculatorului IRIS—50 (septembrie 1971) implica necesitatea existenței imediate a unui program pentru calculul regimurilor staționare în curent continuu utilizabil pe acest calculator. Această necesitate a apărut în condițiile existenței în programateca ISPE a unui program care rezolvă problema calculului regimurilor staționare în curent continuu (CRCONT), întocmit pe calculatorul ELLIOTT —4120.

O cale comodă ar fi fost transcrierea vechiului program pe noul calculator. Nu s-a procedat însă astfel dintr-o serie de motive, care vor fi prezentate în cele ce urmează.

2.1. LIMBAJUL DE PROGRAMARE

Programul CRCONT este scris în limbajul de asamblare (NAL) al calculatorului ELLIOTT—4120.

Transcrierea unui program din limbajul de asamblare al unui calculator în limbajul de asamblare al altui calculator se poate face în următoarele două moduri, ambele prezentînd dezavantaje :

— transcrierea instrucţiune cu instrucţiune, procedeu comod, dar care anulează mare parte din avantajele limbajului de asamblare al calculatorului de pe care se face transcrierea şi nu utilizează în totalitate avantajele limbajului în care se transcrie programul ;

— transcrierea prin utilizarea fidelă a algoritmului, fapt echivalent cu scrierea unui nou program.

Noul program (RECONT) a fost scris în limbaj FORTRAN — IV, ceea ce a creat următoarele avantaje importante :

— s-a putut da în folosinţă chiar în ziua punerii în funcţiune a calculatorului de la ISPE, datorită universalităţii limbajului FORTRAN, care a permis testarea programului pe alte calculatoare (IBM—360/30) ;

— s-au putut utiliza elementele unui pseudolimbaj evoluat, orientat pe problemele de electroenergetică [3], ceea ce a simplificat munca de programare şi de testare şi a făcut să crească viteza de calcul.

2.2. MODUL DE ORGANIZARE A FIŞIERELOR DE DATE DE INTRARE ŞI DE REZULTATE

Existenţa unor echipamente de introducere a datelor şi de extragere a rezultatelor diferite de la un calculator la altul a dus la modificări în algoritmul de calcul.

2.3. OPŢIUNI ASUPRA FIŞIERULUI DE REZULTATE

Din experienţa rezultată în urma efectuării a numeroase calcule de regimuri staţionare în curent continuu pe calculatorul ELLIOTT—4120, a decurs necesitatea ca, de la caz la caz, fişierul de rezultate să apară sub forma cea mai convenabilă pentru utilizarea rezultatelor în studii şi proiecte.

2.4. ELIMINĂRI ORDONATE

Structura specială a matricei coeficienţilor necunoscutelor sistemului liniar (1) permite o organizare foarte economică a datelor în memoria centrală a calculatorului şi aplicarea unui algoritm particular de rezolvare a sistemului, mult mai rapid decît unul clasic.

Sînt utilizate următoarele proprietăți ale matricei coeficienților necunoscutelor sistemului (1):

— este simetrică, ceea ce permite memorarea numai a termenilor diagonali și supradiagonali;

— nu este prost condiționată, ceea ce scutește luarea unor precauții pentru a nu pierde precizia soluției;

— termenii diagonali sînt nenuli și elemente majorante pe linii, astfel că ei sînt luați întotdeauna drept pivoți;

— are mare parte din elementele nediagonale nule, ceea ce determină necesitatea memorării doar a elementelor nenule, fiecărui element fiindu-i indicat suplimentar indicele liniei și al coloanei corespunzătoare poziției lui pentru a putea fi identificat.

Utilizîndu-se algoritmul de eliminare Gauss, o serie de elemente supradiagonale, nule inițial, devin în procesul de eliminare nenule. Ambele programe determină aceste elemente înainte de trecerea la procesul de eliminare, însă noul program RECONT determină o ordine de eliminare care să minimizeze numărul acestor elemente.

Atît introducerea datelor, cît și rezolvarea propriu-zisă a sistemului (1) s-a realizat prin utilizarea unor proceduri generale, care reprezintă elementele unui pseudolimbaj evoluat orientat pe probleme de electroenergetică [3].

Noul algoritm după care a fost întocmit programul RECONT este calitativ superior algoritmului după care a fost întocmit programul CRCONT, tocmai prin introducerea acestui nou procedeu de eliminare.

3. DESCRIEREA ALGORITMULUI DE CALCUL

Algoritmul este redat prin schema logică de principiu prezentată.

Algoritmul este astfel conceput, încît la o singură execuție a programului să se poată calcula o succesiune de regimuri care să difere între ele prin :

— puterile injectate în noduri (cu aceeași structură a rețelei);

— structura rețelei (modificări ale valorilor rezistenței și reactanței unor linii, scoateri sau adăugări de linii și de noduri);

— rețea (adică rețele total diferite de cele calculate anterior prin tensiune, număr de noduri, structură etc.).

Numărul de regimuri ce se pot calcula printr-o execuție a programului nu este limitat superior.

În cele ce urmează va fi prezentată descrierea fiecărui bloc al schemei logice de principiu a programului.

3.1. Introducere parametri : se citește o cartelă care cuprinde tensiunea rețelei, numărul maxim de noduri pentru setul de regimuri considerat și un parametru K, care decide modul cum vor fi extrase circulațiile de puteri pe linii (în numere reale sau întregi). În plus, în acest bloc se execută unele inițializări.

3.2. INTREAL : procedură care are ca scop citirea datelor corespunzătoare structurii rețelei (pentru fiecare linie $i - j$, valorile R_{ij}, X_{ij} și, opțional, C_{ij}).

Această procedură permite următoarele alternative :

— introducerea unei linii noi ;

— corectarea valorilor parametrilor unei linii introduse anterior ;

— deconectarea unei linii existente.

Procedura conţie o serie de protecţii împotriva unor eventuale erori de introducere a datelor.

3.3. Scoaterea eventuală a unor noduri din reţea : conform unei liste de noduri, sînt deconectare din reţea toate legăturile nodurilor respective. Această listă poate fi vidă.

3.4. TOPOLOGIE : procedură care are drept scop determinarea ordinii avantajoase de eliminare, utilizînd metoda Gauss, precum şi determinarea elementelor nediagonale nule iniţial, dar care devin nenule prin eliminare.

Parametrii liniilor nu intervin în această procedură, ci numai atributul acestora de a aparţine reţelei.

Se vor elimina liniile 2,3, ..., N. Procedeul de alegere a ordinii de eliminare [1] este următorul :

a) se alege indicele nodului cu un număr minim de legături ;

b) se elimină formal, adică se determină ce elemente apar şi ce elemente dispar prin această eliminare ;

c) se verifică dacă s-au epuizat toate nodurile, în caz contrar reexecutîndu-se operaţiile începînd cu punctul a).

În cazul în care la un anumit pas sînt mai multe noduri cu acelaşi număr de legături, nu se mai aplică un criteriu special, ci se alege primul nod găsit.

3.5. FOREAL : procedură care are ca scop calculul termenilor diagonali şi transportul elementelor supradiagonale nenule (numai valorile B_{ij}) în vectori de lucru. Atît termenii diagonali, cît şi cei supradiagonali sînt ordonaţi conform ordinii stabilite de procedura TOPOLOGIE. În urma acestui transport, prin calculele efectuate în procesul de eliminare, datele iniţiale nu vor fi alterate, astfel că ele vor putea fi modificate în eventualitatea calculului unor regimuri cu reţeaua modificată.

3.6. Controlul termenilor diagonali nuli : acestora li se atribuie valoarea 1 în cazul în care, la verificare, se constată că sînt nuli.

Existenţa unor astfel de termeni indică faptul că nodurile corespunzătoare au fost scoase din reţea, matricea coeficienţilor necunoscutelor devenind singulară. Atribuirea valorii 1 acestor termeni elimină singularitatea, conducînd la obţinerea soluţiei corecte a sistemului corespunzător reţelei modificate.

3.7. REDREAL : procedură care are drept scop determinarea elementelor matricei coeficienţilor necunoscutelor sistemului (1) prin eliminarea Gauss în ordinea indicată de procedura TOPOLOGIE.

3.8. REZREAL : procedură care are ca scop determinarea soluţiei sistemului (1), utilizînd matricea redusă în procedura REDREAL. Calculul este foarte scurt şi, aşa cum reiese din schema logică, se poate executa succesiv pentru un număr nelimitat de variante de termeni liberi ai sistemului (1) cu aceeaşi matrice redusă.

3.9. Circulații în numere întregi : are ca scop să determine circulațiile de puteri pe linii, rotunjite în numere întregi, astfel ca bilanțul în fiecare nod să fie cel impus. Se procedează astfel :

a) se calculează circulațiile în numere reale cu ajutorul formulei (2), luîndu-se valoarea întreagă cea mai apropiată ;

b) se calculează bilanțurile în noduri, efectuînd apoi diferența dintre bilanțurile obținute și puterile impuse, obținîndu-se, în general, trei categorii de noduri : cu diferență nulă, cu diferență negativă și cu diferență pozitivă.

Există două posibilități : sau toate nodurile se includ în prima categorie, și atunci nu mai este necesar nici un calcul, sau există toate cele trei categorii de noduri, în care caz, evident, numărul de megawați în plus este egal cu numărul de megawați în minus ;

c) se determină pentru fiecare megawat în plus drumul cu cele mai puține linii din rețea avînd un megawat în minus și se modifică în mod corespunzător circulațiile pe liniile din drumul respectiv.

3.10. Circulații în numere reale. Se determină cu ajutorul formulei (2) circulațiile de puteri pe linii.

3.11. Selectare : se clasifică liniile rețelei în funcție de procentul de încărcare a lor raportat la capacitatea impusă inițial (C_{ij}).

3.12. Se tipăresc la imprimantă circulațiile de puteri pe linii în trei moduri în funcție de opțiunile indicate prin parametrii K și L :

a) circulațiile în numere întregi pentru toate liniile ordonate ;

b) circulațiile în numere reale pentru toate liniile în ordinea în care au fost introduse ;

c) circulațiile în numere întregi selectate după cum s-a arătat la punctul 3.11 în funcție de valoarea parametrului L.

3.13. Se tipăresc la imprimantă bilanțurile în toate nodurile, precum și pierderile de puteri, calculate conform formulei (3) și însumate.

3.14. Se tipărește la imprimantă mesajul :

< PUTERI GREȘITE IS = valoarea calculată >

în cazul cînd suma puterilor injectate în noduri nu este nulă.

4. PERFORMANȚELE PROGRAMULUI. CONCLUZII

Ținînd cont de necesitățile practice, programul are următoarele limitări superioare :

— număr maxim de noduri : 600 ;

— număr maxim de linii ale rețelei : 800 ;

— număr maxim de elemente supradiagonale nenule ale matricei coeficienților necunoscutelor sistemului (1) : 1100.

Pentru o rețea cu 170 de noduri și 224 de linii, calculul a durat circa 35 de secunde. În acest timp se include aducerea programului din memoria externă, unde este catalogat, în memoria internă a calculatorului, citirea datelor, calculul propriu-zis și tipărirea rezultatelor.

Pentru calculul regimului de vîrf-seara-iarna din anul 1972, s-au calculat în cadrul ISPE o serie de 34 de regimuri diferite, obținute dintr-un regim inițial, fiecare nou regim conținînd modificări ale structurii rețelei. Rețeaua era alcătuită din 121 de noduri.

Timpul total de calcul a fost de 8 minute şi 35 de secunde. De asemenea, unul dintre calculele efectuate pentru studiul configuraţiei sistemului electroenergetic în 1980 cuprindea o serie de 24 de regimuri cu cîte 79 de noduri fiecare. Timpul necesar a fost de 2 minute şi 38 de secunde.

În ambele cazuri s-a inclus în timpul de calcul atît aducerea programului din memoria externă în memoria principală a calculatorului, cît şi citirea datelor şi extragerea rezultatelor.

În final se poate conclude punctînd următoarele idei pe care autorii le-au considerat de o importanţă primordială în realizarea problemei prezentate în articolul de faţă :

a) programul RECONT a fost întocmit pentru calculatorul IRIS—50, după cum s-a arătat, nu printr-o transcriere directă a programului CRCONT existent pe calculatorul ELLIOTT—4120, ci conform unui nou algoritm ;

b) utilizarea unor proceduri speciale a condus la o simplificare în elaborarea programului ;

c) avantajele posibilităţilor de organizare cît mai judicioasă a fişierelor de date de intrare şi de rezultate au fost de asemenea folosite cu eficienţă ;

d) pe baza experienţei dobîndite prin utilizarea programului CRCONT s-au introdus în noul program RECONT o serie de opţiuni asupra structurii fişierului de rezultate ;

e) aplicarea metodei eliminărilor ordonate în rezolvarea sistemelor liniare care apar în calculul regimurilor staţionare în curent continuu a dus la realizarea unui program mai rapid şi la posibilitatea tratării unor probleme de dimensiuni relativ mari.

Aceleaşi principii aplicate la întocmirea acestui program au fost aplicate cu succes în majoritatea situaţiilor în care a apărut problema transcrierii unor programe importante tratînd teme de electroenergetică în cadrul centrului de calcul ISPE.

BIBLIOGRAFIE

1. W. F. Tinney, C.S. Hart, *Power flow solution by Newton's method* (*Solution du régime stationnaire par la méthode de Newton*). IEEE Trans. Power Apparatus and systems, **86**, 1449 (1967).
2. P. Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, Bucureşti, Edit. Academiei, 1968.
3. M. Staadecker, *Macroinstuction utilisée pour les problèmes d'electroénergetique*. Buletinul ISPE, *1*, 211 (1970).

REGIMUL PERMANENT ȘI STABILITATEA OSCILATOARELOR ELECTRONICE

ED. NICOLAU

621.396.61

În prima parte a acestui studiu se fac unele considerații generale asupra sistemelor automate oscilante liniare invariante în timp, stabilindu-se unele teoreme noi privind influența condițiilor inițiale. În a doua parte se prezintă unele metode originale de studiu al rețelelor cuprinzînd tuburi electronice sau tranzistoare, dîndu-se metode de înlocuire a elementelor active de circuit prin cvadripoli nereciproci. În partea a treia a lucrării se dă o metodă originală de studiere a stabilității sistemelor cu N grade de libertate, cuprinzînd un parametru variabil. Ca o aplicație se studiază cazul unui oscilator cu un singur organ negativ liniarizat.

1. GENERALITĂȚI

Numim sistem electronic un sistem electric ce cuprinde și elemente electronice de circuit ca tuburi, dispozitive semiconductoare etc.

La nivelul elementar, studiul oscilatoarelor electronice se face în aproximarea liniară care permite determinarea cu ușurință a frecvenței de lucru, dar nu dă nici o indicație asupra amplitudinii oscilației. În aproximația liniară se pot stabili și condițiile care trebuie să existe între diferiții parametri ai montajului pentru a ne situa în regim oscilant.

Modelele neliniare permit determinarea atît a frecvenței de lucru, cît și a amplitudinii. Metodele grafoanalitice permit a determina punct cu punct regimul dinamic de stabilire a oscilațiilor, ca și ciclul-limită.

Pentru cei care doresc să înțeleagă în intimitate fenomenele care au loc în oscilatoarele electronice, se ridică mai multe probleme. Astfel, o tratare mai corectă trebuie să țină seama de regimul tranzistoriu al oscilatorului. Aproape întotdeauna se pleacă de la un montaj aflat în starea nulă și se aplică o treaptă de tensiune prin închiderea comutatorului de alimentare a tensiunii anodice. La montajele cu tranzistoare, aceasta este situația. Un studiu exact ar ține seama de ecuațiile diferențiale, în general neliniare, care intervin.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 979—992, 1972

O a doua problemă se leagă de faptul că în circuitele electronice există şi surse de zgomot. In general, amplitudinea lor este mică faţă de amplitudinea regimului final. Dar, în timpului stabilirii regimului oscilant, perturbaţiile pot avea un rol esenţial. Perturbaţiile corespund însă unor surse, deci ne conduc la sistemele neautonome.

Problema poate fi formulată şi altfel. Datorită fluctuaţiilor din elementele active de circuit, starea iniţială a montajului este dată aleatoriu. În ce măsură variaţia stării iniţiale influenţează ciclul-limită?

Intuitiv se poate răspunde că, în general, starea iniţială influenţează evoluţia ulterioară a sistemului. Dacă rămînem în cadrul sistemelor automate, subzistă teorema care asigură continuitatea evoluţiei sistemului atît în raport cu starea iniţială, cît şi cu parametrii sistemului. Pe de altă parte, se cunoaşte cazul unor montaje electronice cu prag : pentru perturbaţii mici sistemul este asimptotic stabil; pentru perturbaţii ce depăşesc un prag dat, sistemul devine oscilant stabil, avînd un ciclu limită.

În cele ce urmează se vor prezenta succint unele probleme generale privind oscilatoarele, după care se va aborda problema centrală : în ce condiţii evoluţia asimptotică a unui sistem autonom este independentă de condiţiile iniţiale?

2. CAZUL LINIAR

În cele ce urmează ne vom ocupa mai întîi de sisteme automate descrise prin ecuaţii diferenţiale cu coeficienţi constanţi şi vom urmări influenţa condiţiilor iniţiale asupra evoluţiei sistemului.

Ecuaţiile diferenţiale liniare de ordinul 1, corespunzînd sistemelor automate, sînt de forma

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t + ax = 0,$$

unde t este timpul, iar x o variabilă independentă scalară. Admitem că $\mathrm{Im}\ a = 0$. Cu ajutorul transformatei Laplace unilaterală se deduce

$$s\,X(s) - x(0) + a\,X(s) = 0$$

sau

$$X(s) = x(0)/(s + a),$$

cu integrala

$$x(t) = x\,(0)\exp\,(-t/a).$$

Evident, aceasta nu poate corespunde unei soluţii oscilante.

Scriem ecuaţia de ordinul doi sub forma

$$\ddot{x} + 2\,\delta\,\dot{x} + \omega_0^2\,x = 0,$$

ceea ce corespunde, în planul s, la

$$s^2X(s) - s\,\dot{x}(0) - x(0) + 2\delta s X(s) - 2\delta x(0) + \omega_0^2 X(s) = 0$$

și

$$X(s) = \frac{s\,x(0) + x(0) + 2\delta x(0)}{s^2 + 2\delta s + \omega_0^2}$$

Fiind un raport de două polinoame la care gradul numărătorului este mai mic ca gradul numitorului, putem pune pe $X(s)$ sub forma unei sume de fracții simple. Polinomul de la numitor are rădăcinile

$$s = -\delta \pm \Delta,$$

unde

$$\Delta^2 = \delta^2 - \omega_0^2.$$

Pentru a avea un regim oscilant, este necesar ca $\Delta^2 < 0$, în care amplitudinea oscilațiilor depinde de δ. Dacă $\delta = 0$, amplitudinea e constantă; pentru $\delta > 0$, oscilațiile sînt amortizate și pentru $\delta < 0$ amplitudinea oscilațiilor crește.

Regimul oscilant corespunde situației $\delta = 0$, caz în care amplitudinea oscilațiilor este determinată de condițiile inițiale, anume de $x(0)$ și $\dot{x}(0)$.

Față de condițiile inițiale, sistemul este parțial stabil, în sensul că variația acestor condiții atrage după sine numai variația amplitudinii, în timp ce frecvența rămîne neschimbată, $f = \omega_0/2\pi$.

Dar sistemul nu este oscilant stabil, în sensul că orice variație a parametrilor sistemului care antrenează o variație a lui δ scoate sistemul din această stare: amplitudinea sa crește peste orice limită (caz fizic irealizabil) sau se anulează.

Evident, acest model, descris printr-o ecuație diferențială de ordinul doi, nu corespunde rețelelor liniare pasive, deoarece se știe (Nicolau, 1972) că singurele elemente liniare pasive sînt rezistorul, bobina și condensatorul. Pe de altă parte, atît bobinele reale, cît și condensatoarele reale au pierderi, deci rețelele pasive reale sînt disipative. Pentru a realiza rețelele autonome oscilante, este necesar a introduce în aceste rețele elemente active care să permită realizarea unui bilanț energetic echilibrat. La început s-au utilizat ca elemente active arcul electric, apoi tubul electronic; astăzi se utilizează în special elemente semiconductoare. În cele ce urmează se arată metode de studiere a montajelor cu tuburi electronice și tranzistoare.

3. OBSERVAȚII ASUPRA SISTEMELOR AUTONOME LINIARE, INVARIANTE ÎN TIMP

Fie un sistem autonom liniar, invariant în timp, descris prin ecuația diferențială

$$\sum_{i=0}^{n} a_i\,\mathrm{d}x^i/\mathrm{d}t = 0.$$

Structura sistemului se reflectă exclusiv prin coeficienții a_i. Aplicînd transformata Laplace, se obține

$$\sum_{i=0}^{n} a_i s^i X(s) + P_m(s) = 0, \qquad m \overset{\Delta}{=} n - 1,$$

unde $P_m(s)$ este un polinom de grad m în s. Rezultă

$$X(s) = P_m(s)/Q_n(s),$$

cu

$$Q_n(s) = \sum_{i=0}^{n} a_i s^i.$$

Rezultă următoarea *teoremă* : La un sistem autonom liniar, invariant în timp, frecvențele de oscilație posibile sînt date exclusiv de Q_n, deci de structura sistemului. Condițiile inițiale, care se reflectă prin P_{n-1}, dau numai amplitudinile diferitelor componente ale soluției.

4. STABILITATEA SISTEMELOR AUTONOME LINIARE, INVARIANTE ÎN TIMP

O soluție armonică înseamnă existența a două rădăcini : $s_j (j = 1, 2)$, $Q_n(s_j) = 0$, imaginare și complex conjugate :

$$s_1 = s_2^* ; \ \mathrm{Re}\ s_1 = \mathrm{Re}\ s_2 = 0,$$

$$s_1 = j\,\omega_0 ; \ s_2 = -j\,\omega_0.$$

La aceste sisteme se pune problema stabilității din diferite puncte de vedere. Un sistem este orbital stabil față de variația unui parametru p dacă acel parametru nu schimbă caracterul de regim oscilant al sistemului. În cazul sistemelor liniare, aceasta înseamnă $\partial\alpha/\partial p = 0$, unde $s = \alpha + j\omega$. Regimul oscilant înseamnă $\alpha = 0$; parametrul ω poate varia.

Stabilitatea frecvenței acestui sistem autonom în raport cu un parametru oarecare p înseamnă

$$\partial\omega/\partial p = 0,$$

în jurul pulsației de oscilație $j\,\omega_0 = s_j$.

În cazul unui sistem neoscilant, stabilitatea se definește în raport cu condițiile inițiale. Spunem că un sistem este stabil dacă $\forall R < \rho$, $\exists r \leqslant R$, astfel încît traiectoria g^+, care începe în puncul $x^\circ \in S$, $S(r) : \| x \| < r$, rămîne, $\forall t$, în domeniul $S(R)$.

În particular, aceasta înseamnă că, oricare ar fi valoarea inițială finită a curenților i_j dintr-o rețea, ei rămîn finiți pentru orice t.

5. OSCILATOARE EECTRONICE LINIARE CU TUBURI

Oscilatoarele electronice într-un regim oarecare se pot studia pe baza ecuațiilor diferențiale și algebrice ce se scriu pentru tensiunile sau curenții din diferitele organe ale oscilatorului. Prezența tuburilor electro-

nice îngreuiază în mod sensibil calculele, datorită neliniarităţilor. Atunci cînd tuburile se consideră ca avînd caracteristicile liniare, se ajunge la scheme echivalente cuprinzînd generatoare.

În cele ce urmează se dă o metodă ce permite integrarea reţelelor active cu tuburi în sistemele de ecuaţii generale ale reţelelor liniare pasive, dar nereciproce, şi se dau unele aplicaţii ale acestei metode la studierea oscilatorilor electronici.

Un tub electronic cu o singură tensiune de comandă, care lucrează ca amplificator, se caracterizează prin faptul că, aplicînd o tensiune e pe grila de comandă, această tensiune apare amplificată în circuitul anodic, la bornele impedanţei de sarcină Z.

Tubul poate fi înlocuit printr-un generator de t.e.m. μe şi rezistenţă internă r, unde μ şi r sînt constante, reprezentînd, factorul de amplificare şi respectiv, rezistenţa internă a tubului.

O simplificare sensibilă se obţine adoptînd schema unui cvadripol în care Z_{gg} este impedanţa de intrare în tub în condiţiile de lucru, Z_{aa} este impedanţa de anod; Z_{gg}, Z_{ga}, Z_{ag} şi Z_{aa} sînt definite prin relaţiile scrise pentru un regim armonic:
$i^g Z_{gg} = e_g$; $i^g Z_{ga} = e_a$; $i^a Z_{ag} = e'_g$; $i^a Z_{aa} = e_a$, unde e'_g reprezintă tensiunea care apare pe grilă atunci cînd în circuitul anodic e injectat un curent i^a. Z_{ag} este formată atît din capacităţile C_{ag}, cît şi din impedanţa prin care trece curentul de emisie primară al grilei.

Din relaţia $e_a = \mu e_g$, μ fiind factorul de amplificare al tubului, şi din ecuaţii se deduce

$$Z_{ga} = \mu Z_{gg}.$$

Din $i^a Z_{ag} = e'_g$ şi $e'_g = 0$ se deduce $Z_{ag} = 0$. Z_{ag} măsoară acţiunea directă dintre placă şi grilă, fără a include acţiunile prin alte căi eventuale de reacţie.

Schema este aplicabilă şi amplificatoarelor la care amplificarea nu depinde de frecvenţa sau de amplitudinea semnalului. În acest caz, amplificatorul se poate înlocui prin acelaşi cuadripol echivalent, dar la care se înlocuieşte μ prin factorul de amplificare A, iar r reprezintă rezistenţa internă a ultimului tub. În orice caz, cvadripolul pasiv echivalent al unui tub electronic este un cvadripol nereciproc, deci care nu poate fi realizat prin organe liniare pasive C, R, L.

6. OSCILAŢIILE REŢELELOR CUPRINZÎND TUBURI ELECTRONICE

Regimul staţionar al acestor reţele, ca şi oscilaţiile lor, pot fi studiate uşor pe baza schemei echivalente propuse anterior. Pentru aceasta se înlocuiesc tuburile cu cvadripolii nereciproci echivalenţi şi se scriu legile ochiurilor după regula lui Maxwell. Pentru un regim sinusoidal se obţine sistemul de ecuaţii

$$\Sigma I^j Z_{jk} = 0, \tag{1}$$

unde impedanţele Z_{jk} sînt scrise în variabila s.

Stabilitatea reţelei se judecă după determinantul sistemului (1) şi după ecuaţia

$$D = |Z_{jk}| = 0.$$

Teoremă. Condiția necesară și suficientă de stabilitate a unei rețele liniare cuprinzînd și tuburi electronice, este ca determinantul care corespunde rețelei echivalente pasive să nu aibă nici o rădăcină în jumătatea dreaptă a planului complex.

Pasivizarea se face înlocuind tuburile prin cvadripoli nereciproci, așa cum s-a arătat la punctul 3.

Demonstrație. Să arătăm suficiența condiției. Dacă toate rădăcinile se situează în semiplanul stîng, toți curenții descresc exponențial în timp, deci sistemul este stabil.

Condiția este și necesară. În adevăr, dacă ea nu este satisfăcută, deci dacă există o rădăcină în semiplanul drept, ea are partea reală pozitivă și termenul corespunzător crește în timp peste orice limită dinainte fixată dacă valoarea sa inițială este diferită de zero.

Dacă pe axa imaginară există două rădăcini conjugate, ele corespund unei oscilații de amplitudine constantă, dată de condițiile inițiale.

Oscilațiile întreținute ale rețelei sînt date de soluțiile ce se situează pe axa imaginară. Ecuația corespunzătoare lor se obține imediat din $D = 0$, înlocuind pe s cu $j\omega$. În aceste condiții, $D = 0$ reprezintă o condiție necesară și suficientă de oscilare.

Deoarece ne situăm într-un regim fără curenți de grilă, deci $Z_{gg} = \infty$, din dezvoltarea ecuației $D = 0$ e suficient a menține numai termenii în care apare și Z_{gg}.

Condiția de oscilare înseamnă și: la oscilare, privită între două puncte ale unui ochi, impedanța oferită de către rețeaua echivalentă este nulă. Aceasta este evident, deoarece impedanța pe care o prezintă rețeaua în ochiul k este

$$Z_{kk} = D/D_{kk},$$

unde D_{kk} este minorul corespunzător ochiului k. Acest rezultat fusese enunțat parțial de către T. Tănăsescu. Un rezultat general a fost dat de Bode.

Cum D e un număr complex, condiția $D = 0$ corespunde de fapt la două condiții reale:

$$\mathrm{Re}(D) = 0\,;\ \mathrm{Im}\ (D) = 0.$$

În general, una din aceste relații dă pe ω_0, frecvența unghiulară de rezonanță a oscilatorului. Eliminînd pe ω_0 între cele două relații, se obține o relație de condiție între elementele oscilatorului, anume *condiția de oscilație.*

E de notat că, deoarece criteriul de oscilare propus operează pe rețele liniare, în general nu putem determina și amplitudinea oscilațiilor.

7. OSCILATOR CU REȚEA CVADRIPOLARĂ DE REACȚIE

Pentru a aplica metoda expusă anterior, să înlocuim un amplificator cu reacție prin schema sa echivalentă din schema din figura 1, unde R reprezintă cvadripolul de reacție.

Condiţia de oscilaţie se scrie comod, avînd doar două ochiuri :

$$D = \begin{vmatrix} Z_{11} + Z_{aa} & AZ_{gg} + Z_{21} \\ + Z_{12} & Z_{22} + Z_{gg} \end{vmatrix} = 0.$$

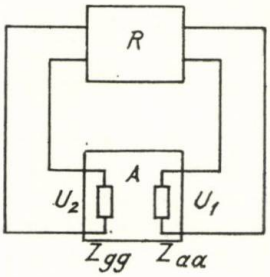


Fig. 1. — Schema echivalentă a amplificatorului cu reacţie : R — cvadripolul de reacţie ; A — amplificator.

Dacă se notează, ca de obicei, cu β coeficientul de reacţie, adică raportul dintre tensiunea U şi U_1, şi cu A' cîştigul efectiv al amplificatorului :

$$\beta \triangleq U_2/U_1 = Z_{12}/Z_{11}A' \triangleq U_1/U_2 = Z_{11}/(Z_{11} + Z_{aa})\,A,$$

şi dezvoltînd determinantul, se obţine

$$-\frac{\beta Z_{12} - Z_{22}}{Z_{gg}} = \beta A' - 1.$$

Considerînd că regimul este liniar, fără curenţi de grilă, $Z_{gg} = \infty$, rezultă

$$1 - A'\beta = 0.$$

cunoscuta condiţie de oscilare a lui Barkhausen.

8. ALT MOD DE TRATARE A TUBULUI ELECTRONIC

Problema echivalării tubului electronic poate fi privită şi din punctul de vedere al schemei generatorului de curent constant. În această tratare, în conformitate cu teorema lui Norton, tubul electronic, avînd pe grilă un semnal u, este înlocuit cu un generator de curent $i = g_m u$, unde g_m este panta tubului, avînd o admitanţă internă $g_i = 1/r_i$. Scriem ecuaţiile cvadripolului echivalent sub forma

$$i_1 = Y_{11}u_1 + Y_{12}\,u_2\,;\quad i_2 = Y_{21}\,u_1 + Y_{22}\,u_2,$$

unde i_1 este curentul de intrare (de grilă), care este întotdeauna nul, indi-

ferent de tensiunile u_1 (de grilă) și u_2 (anodică). Curentul anodic fiind $i_2 \triangleq i$, rezultă

$$Y_{21} = g_m\,;\quad Y_{22} = 1/r_i\,.$$

Tubul poate fi deci înlocuit printr-un cvadripol nereciproc de matrice

$$Y = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ g_m & 1/r_i \end{vmatrix}.$$

Pentru a studia regimul oscilant stabil al unei rețele liniare în care se află și tuburi electronice cu ajutorul matricei Y, se scriu mai întîi ecuațiile rețelei pasive nereciproce, la care se înlocuiesc în mod corespunzător tuburile prin cvadripolii nereciproci:

$$\sum_k Y_{jk} U_k = 0\,,$$

unde j este nodul considerat. Ecuația se scrie pentru toate nodurile independente, obținîndu-se un sistem de n ecuații cu n necunoscute (tensiunile U_k). Condiția necesară și suficientă de existență a unei regim oscilant este

$$\det Y = 0,$$

unde Y este matricea de element generic Y_{jk}.

9. OSCILATOARE CU TRANZISTOARE

Pentru compensarea pierderilor produse prin disipație, în rețelele autonome se poate injecta energie și cu ajutorul tranzistoarelor. Aceste elemente de circuit pot fi considerate drept cvadripoli. Într-o tratare corespunzătoare semnalelor mici, între mărimile de intrare și cele de ieșire subsistă relațiile

$$u_1 = h_{11}\, i_1 + h_{12}\, i_2,$$

$$i_2 = h_{21}\, i_1 + h_{22}\, u_2\,.$$

În montajul EC, valorile parametrilor sînt, pentru un caz tipic, $h_{11e} = 3$ kohmi, $h_{12e} = 10^{-4}$, $h_{21e} = 210$, $h_{22e} = 18 \cdot 10^{-6}$ 1/ohmi. Se poate lua $h_{12} \approx 0$ și $h_{22} \approx 0$, ceea ce conduce la relațiile

$$u_1 = h_{11}\, i_1\,;\quad i_2 = h_{21}\, i_1 = h_{21}/h_{11}\, u_1.$$

Este uzual a nota $h_{21e} = \beta$, astfel încît în această aproximație tranzistorul este caracterizat prin impedanța de intrare h_{11}; în circuitul secundar există numai un generator de curent de intensitate $\beta\, i_1$.

Cu această aproximaţie, care, desigur, nu permite decît un prim studiu calitativ, tranzistoarele se înlocuiesc cu cvadripoli nereciproci.

Comparînd cu ecuaţiile unui cvadripol scris sub forma

$$i_1 = Y_{11}\, u_1 + Y_{12}\, u_2,$$

$$i_2 = Y_{21}\, u_1 + Y_{22} u_2,$$

rezultă

$$Y_{11} = 1/h_{11};\ Y_{12} = 0,$$

$$Y_{21} = h_{21}/h_{11};\ Y_{22} = 0.$$

Pentru un sistem autonom cu tranzistoare în ipotezele specificate, se scrie ecuaţia pe noduri

$$\sum_j i_j = 0,$$

suma extinzîndu-se la toţi curenţii care sosesc la nodul considerat.

Pentru un regim armonic scriem

$$\sum_j Y_{kj} U_j = 0,$$

unde s-a notat cu k nodul considerat.

Sistemul admite soluţii nenule dacă

$$D = |\, Y_{jk} \,| = 0,$$

ceea ce reprezintă şi condiţia de oscilare a unei reţele electrice autonome, la care tranzistoarele sînt înlocuite prin cvadripoli liniari nereciproci.

10. SISTEME OSCILANTE DEPINZÎND DE UN PARAMETRU

Vom rezuma o serie de rezultate obţinute de Gh. Cartianu, Ed. Nicolau şi T. Tănăsescu, urmînd o metodă propusă de Nicolau (1954).

Fie un sistem oscilant liniar cu N grade de libertate, care oscilează pe pulsaţia ω_0; s-a notat cu n valoarea unui parametru. Se poate scrie

$$D(\omega_0,\ n_0) = 0,$$

ceea ce reprezintă condiţia de oscilare. Dacă parametrul considerat îşi schimbă valoarea, trecînd la n, *structura sistemului rămînînd aceeaşi*, scriem

$$D(s,\ n) = D(s,\ n_0) + (\partial D/\partial\, n)(n - n_0),$$

unde derivata lui D se ia în punctul (s, n_0). Dar

$$D(s, n_0) = D(j\omega_0, n_0) + (\partial D/\partial s)(s - j\omega_0),$$

derivata lui D fiind luată în punctul $(j\omega_0, n_0)$. Rezultă

$$D(s,n) = D(j\omega_0, n_0) + (\partial D/\partial s)(s - j\omega_0) + (\partial D/\partial n)(n - n_0).$$

Dacă şi în noul regim $D(s,n) = 0$, sistemul rămîne oscilant (stabil sau nestabil). Această condiţie este echivalentă cu

$$\frac{\partial D}{\partial s}(s - j\omega_0) + \frac{\partial D}{\partial n}(n - n_0) = 0,$$

de unde se deduce

$$\Delta s = - \Delta n \, D_n/D_s,$$

unde D_m înseamnă derivata parţială a lui D în raport cu variabila m.

Derivatele se consideră în punctul $(j\omega_0, n_0)$.

Dacă sistemul trece într-un nou regim oscilant în care $s = j\omega$, se deduce

$$D_\omega \Delta\omega + D_n \Delta n = 0,$$

relaţie care ne permite să calculăm stabilitatea de frecvenţă a oscilatorului considerat.

În cazul general,

$$\Delta s = - \Delta n \, D_n/D_s.$$

Observăm că, dacă se notează cu Z impedanţa de intrare într-un ochi al unei reţele liniare, atunci

$$D = ZM,$$

unde M este minorul corespunzător ochiului considerat. Se poate scrie şi

$$D_m = Z_m M + ZM_m,$$

unde m este o variabilă în raport cu care se derivează mărimile respective.

Dar, în cazul nostru, $D = 0$ şi $Z = 0$. Rezultă $D_m = MZ_m$ şi deci

$$\Delta s = - \Delta n \, Z_n/Z_s.$$

Scriind $Z = R + jX$, rezultă

$$\Delta s = - \Delta n \frac{R_n + jX_n}{R_s + jX_s}.$$

Separînd părţile reală şi imaginară, se obţine formula generală

$$\Delta s = -\Delta n \frac{(R_n R_s + X_n X_s) + j(R_s X_n - R_n X_s)}{R_s^2 + X_s^2}.$$

Rămîne a calcula derivatele în raport cu s. Funcţiile care intervin în aceste expresii fiind analitice, putem lua $A_s = A_{j\omega} = -j A_\omega$.

Dacă n este real, separînd pe $s = \alpha + j\omega$ în părţile reală şi imaginară, se obţine

$$\Delta\alpha = -\Delta n \frac{R_\omega X_n - R_n X_\omega}{R^2 + X^2},$$

$$\Delta\omega = \Delta n \frac{R_n R_\omega + X_n X_\omega}{R^2 + X^2}.$$

Aceste două criterii ne permit a calcula starea sistemului oscilant pentru o variaţie a parametrului considerat. Sistemul are tendinţa de a ieşi din oscilaţie dacă $\Delta\alpha < 0$; deci, dacă

$$-\Delta n(R_\omega X_n - R_n X_\omega) < 0,$$

amplitudinea oscilaţiei de pulsaţie ω tinde asimptotic spre zero.

În general,

$$\frac{\partial\alpha}{\partial n} = -(R_\omega X_n - R_n X_\omega)/N, \tag{2}$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial n} = (R_n R_\omega + X_n X_\omega)/N, \tag{3}$$

$$N = R^2 + X^2.$$

Sistemul are o amplitudine absolut stabilă pentru $\omega := \omega_0$ dacă

$$R_\omega X_n - R_n X_\omega = 0.$$

Sistemul are o frecvenţă absolut stabilă pentru $\omega := \omega_0$ dacă

$$R_n R_\omega + X_n X_\omega = 0.$$

11. SISTEME OSCILANTE CU O REZISTENŢĂ NEGATIVĂ

În numeroase cazuri, sistemul autooscilant electronic este constituit dintr-o reţea liniară pasivă, formată deci din elemente disipative, şi o rezistenţă negativă. La oscilare, în ochiul în care se află rezistenţa negativă, impedanţa de intrare este nulă, ceea ce înseamnă că

$$X(\omega_0) = 0;\ R(\omega_0) = -R_e(a, \omega_0),$$

unde ω_0 este pulsația de oscilare, $Z = R + jX$ o impedanță a rețelei fără rezistența negativă și $-R_e$ rezistența echivalentă a organului negativ; se admite că $R_e = R_e(a, \omega_0)$, unde a este amplitudinea oscilației admisă sinusoidală. După cum se știe, rezistențele negative sînt organe neliniare, la care se poate defini o rezistență echivalentă. Există diverse metode de liniarizare, de exemplu cea propusă de N. Krîlov și N. Bogoliubov.

Dacă la elementul dipolar considerat $u = F(i)$, atunci

$$R_e(a) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F'(a\cos x)\sin^2 x\,dx.$$

În cazul modelului considerat, oscilația își stabilizează automat amplitudinea. Dacă dintr-o cauză oarecare a crește, se ajunge la un regim la care a are tendința să scadă, și invers. Ca parametru variabil să considerăm un parametru care influențează rezistența echivalentă. Acest parametru poate fi o tensiune de alimentare a organului negativ sau chiar amplitudinea a a oscilației. În ambele cazuri $X_n = 0$, deci relațiile anterioare (2) și (3) devin

$$\partial\alpha/\partial n = R_n X_\omega/N, \tag{4}$$

$$\partial\omega/\partial n = R_n R_\omega/N. \tag{5}$$

O condiție suficientă de atenuare a oscilațiilor este $\Delta\alpha<0$, ceea ce corespunde la

$$\Delta n R_n X_\omega < 0.$$

Dacă, în particular, se ia ca parametru amplitudinea a, relația se scrie

$$\Delta a R_a X_\omega < 0,$$

unde derivata lui R se ia în punctul (a_0, ω_0), iar derivata lui X în puntul ω_0.

Din relația

$$\partial\alpha/\partial n = R_n X_\omega/N,$$

luînd $n = a$, rezultă următoarele criterii:

$$R_a X_\omega > 0, \qquad \text{oscilații instabile;} \tag{6}$$

$$R_a X_\omega < 0, \qquad \text{stabilitate.} \tag{7}$$

Regimul stabil este atins în ipoteza că există un singur regim de oscilare, din care, ieșind, oscilațiile se sting sau cresc indefinit atunci cînd este satisfăcută relația $R_a X_\omega > 0$). În cazul regimului orbital stabil, variațiile amplitudinii sînt mici și se compensează : $\Delta\alpha/\Delta a<0$; caracteristica organului negativ poate fi considerată în S sau în N.

Trebuie observat că acest mod de considerare a problemei este numai în parte corect, deoarece, așa cum a arătat Gh. Cartianu (1949), orice

element cu rezistenţă negativă are asociat un element reactiv. Este probabil că valoarea acestui element depinde atît de frecvenţă, cît şi de amplitudinea semnalului.

În particular, nu se poate afirma că în acest caz $X_n = 0$. Rezultă că relaţiile (2) şi (3) au o aplicabilitate generală, în timp ce (4) şi (5) au un domeniu mai restrîns de aplicare.

Menţionăm că, în relaţiile (6) şi (7), R_a este tocmai derivata rezistenţei diferenţiale a elementului negativ din sistem.

12. ALTE CRITERII DE STABILITATE ORBITALĂ

H. Poincaré (1892) a studiat problema stabilităţii orbitale, formulînd un criteriu necesar, valabil pentru sisteme cu n grade de libertate. Pentru $n := 2$, criteriul este şi suficient. Ulterior, J. Loeb (1951) a studiat cazul în care elementul liniar, avînd funcţia de transfer $G(s)$, este conectat cu un sistem neliniar, a cărui funcţie de transfer generalizată $N(a)$ depinde numai de amplitudinea a a oscilaţiei. Criteriul lui Loeb se scrie

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}\omega}\,\frac{\mathrm{d}(1/N)}{\mathrm{d}a} > 0,$$

unde derivata în raport cu ω se consideră pentru $\omega := \omega_0$, iar derivata în raport cu a pentru $a := a_0$.

Ulterior, stabilitatea oscilaţiilor în sistemele autonome a fost abordată şi de J. L. Willems (1968), care a considerat un sistem format dintr-o parte liniară, avînd funcţia de transfer $G(s)$, şi o parte neliniară, fără memorie, caracterizată prin funcţia $f(.)$. Dacă

$$G(s) = Q(s)/P(s),$$

$$Q(s) = q_{n-1}s^{n-1} + \ldots + q_0,$$

$$P(s) = s^n - p_{n-1}s^{n-1} + \ldots + p_0,$$

atunci criteriul lui J. L. Willems se scrie

$$p_{n-1} + q_{n-1}\frac{1}{T}\int_0^T f'(p(t))\,\mathrm{d}t > 0,$$

unde $p(t)$ este soluţia periodică. Criteriul este, în general, numai necesar, devenind şi suficient pentru $n := 2$.

Alegînd o funcţie de descriere convenabilă, J. L. Willems arată echivalenţa dintre criteriul lui Loeb şi criteriul său în cazul în care elementul neliniar este pur rezistiv. Gh. Cartianu (1949), (1972) propune un criteriu de stabilitate a sistemelor în care intervine expresia

$$E = R(\omega_r, n)X_\omega(\omega_r, n).$$

Criteriul se exprimă astfel (ω_r este pulsația de rezonanță) :

$$E > 0, \quad \text{stabilitate};$$

$$E < 0, \quad \text{instabilitate}.$$

★

Problemele oscilatoarelor electronice au constituit și încă constituie un obiect de studiu. Trebuie precizat că rezultatele din prezentul studiu au fost obținute în Facultatea de electronică și telecomunicații a Institutului politehnic din București și își au punctul de plecare în discuțiile purtate în decursul timpului cu regretatul T. Tănăsescu și cu Gh. Cartianu. Menționăm că în cadrul acestei facultăți au mai adus contribuții interesante la problema oscilatoarelor electronice și M. Drăgănescu, R. Piringer și, mai recent, A. Murgan. Nu trebuie uitat nici faptul că V. M. Popov este absolventul acestei facultăți.

Unele probleme din prezentul studiu au fost discutate cu Gh. Cartianu, Roman Stere și A. Murgan. Le mulțumim pentru schimbul de idei.

BIBLIOGRAFIE

Cartianu Gh. *La correspondence entre les caractéristiques statiques et les paramètres dynamiques des organes électriques à résistance négative.* L'Onde Electrique, Janvier, 44—50 (1949).

Cartianu Gh., *Circuitele electrice la limita de stabilitate.* Buletinul științific, Mat. și fiz., **1**, *3* (1949).

Cartianu Gh., *Analiza și sinteza circuitelor electrice,* București, Edit. didactică și pedagogică, (1972).

Cartianu G., A. T. Murgan, *Des modèles mathématiqes des systèmes naturels et artificiales orbitaux-asymptotiques stables.* Comunicare prezentată la Congresul internațional de cibernetică, Namur, 1970.

Drăgănescu M., *Asupra tratării idealizate a circuitelor relaxat oscilante.* Bul. Inst. politehnic București, **18**, *1*, 2 (1956).

Drăgănescu M., *Stabilitatea statică a circuitelor electrice neliniare.* Automatica și electronica, **2**, *2*, 78—85 (1958).

Loeb J. *Phénomènes héréditaires dans les servomécanismes. Un critère général de stabilité.* Annales de Tc., **6**, *12*, 346—352 (1951).

Nicolau Edm., *Un nou criteriu de stabilitate și aplicarea lui la tratarea unitară a oscilatorilor cu tuburi electronice.* Buletinul științific, Mat. fiz., **III**, *1*, 135—147 (1951).

Nicolau Edm., *Stabilitatea oscilatorilor electronici.* Buletinul științific, Mat. fiz., **VI**, *3*, 691 — —697 (1954).

Piringer R., *Considerations concerning the Barkhausen criterion for feedback oscillators.* Bul. Inst. politehnic București, **XXVIII**, *2*, 129—143 (1966).

Piringer R., *Studiu comparativ, teoretic și experimental, al oscilatoarelor RC cu un tranzistor.* Telecomunicații, **14**, *8*, 337—340 ; 348 (1970).

Tănăsescu T., *Asupra stabilității regimului oscilant staționar al sistemelor neliniare.* Comunicările Acad. R.P.R., **V**, 9, 1 301 — 1 309 (19).

Tănăsescu T., *Manual de tuburi și circuite electronice,* vol. III, București, Edit. Acad. 1957.

Willems J. L., *The stability of oscillations in nonlinear networks.* Trans. IEEE on Circuit Theory, **15**, *3*, 284—286 (1968).

ASUPRA CONSTRUCȚIEI MODELULUI CANONIC AL UNUI SISTEM LINIAR NETED, FINIT DIMENSIONAL

VLAD IONESCU

621. 316. 7. 001

Lucrarea abordează problema construcției unui sistem complet accesibil și complet observabil la un anumit moment dat, plecînd de la funcția de tranziție cauzală intrare-ieșire la momentul corespunzător, asociată stării zero și generată de un sistem liniar neted și finit dimenisonal.
Procedura este o consecință esențială a proprietății de finitudine, care permite reductibilitatea problemei la factorizarea canonică a unei funcții de tranziție cauzală ca aplicație liniară între două clase de funcții de suport compact bine determinat. Aceste clase au o proprietate maximală, în sensul că orice extindere a lor și a aplicației corespunzătoare generează același model canonic.

1. INTRODUCERE

Considerînd un *sistem liniar neted și finit dimensional*

$$\Sigma = (A(.),\ B(.),\ C(.)),$$

descris de

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)\,u(t),$$

$$y(t) = C(t)\,x(t),$$

unde

$$t \mapsto A(t) \in \mathrm{Hom}_K(X, X),\ t \mapsto B(t) \in \mathrm{Hom}_K(U, X),\ t \mapsto C(t) \in \mathrm{Hom}_K(X, Y)$$

sînt aplicații continue pe $T = R$ $(K = R)$ și unde:

$$X = K^n,\ Y = K^m,\ U = K^r.$$

Acesta generează *funcția-pondere*

$$T \times T \to \mathrm{Hom}_K\ (U, Y),$$

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4. p. 993—1006, 1972

definită de egalitatea

$$W_\Sigma(t,s) = C(t)\, X\,(t,s)B(s),$$

unde $X(.,.)$ este matricea fundamentală standard a ecuației omogene $\dot{x} = A(t)x$.

Fie $\tau \in T$ un moment arbitrar, considerat *momentul prezent*. Se definesc clasele de funcții duale:

$$\mathbf{\Omega}^c_\tau = \{\omega : (-\infty, \tau] \to U \mid \text{continue, cu suport compact}\},$$
$$\Gamma^c_\tau = \{\gamma : [\tau, \infty) \to Y \mid \text{continue}\}$$

și

$$\mathbf{\Omega}^a_\tau = \{\omega : [\tau, \infty) \to U \mid \text{continue, cu suport compact}\},$$
$$\Gamma^a_\tau = \{\gamma : (-\infty, \tau] \to Y \mid \text{continue}\},$$

numite respectiv

$(\mathbf{\Omega}^c_\tau, \Gamma^c_\tau)$, *clasa intrare — ieșire, cauzală*,

$(\mathbf{\Omega}^a_\tau, \Gamma^a_\tau)$, *clasa intrare — ieșire, anticauzală*.

Funcția de pondere generează pentru τ *fixat* două aplicații

$$f^c_{\tau\Sigma} : \mathbf{\Omega}^c_\tau \to \Gamma^c_\tau \text{ și } f^a_{\tau\Sigma} : \mathbf{\Omega}^a_\tau \to \Gamma^a_\tau,$$

definite respectiv prin

$$\pi_t{}^{*)}\,\gamma = f^c_{\tau\Sigma}(\omega)(t) = \int_{-\infty}^{\tau} W_\Sigma(t,s)\pi_s\omega ds,\ t \geqslant \tau \geqslant s,$$

$$\pi_s\gamma = f^a_{\tau\Sigma}(\omega)\,(s) = \int_{\infty}^{\tau} W_\Sigma(s,t)\ \pi_t\omega dt,\ s \leqslant \tau \leqslant t,$$

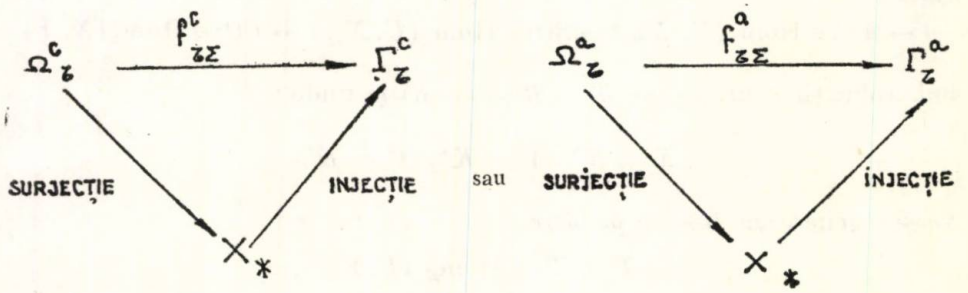
numite respectiv:

— *funcția de tranziție cauzală intrare — ieșire la momentul* τ, *asociată stării zero*;

— *funcția de tranziție anticauzală intrare — ieșire la momentul* τ, *asociată stării zero*.

Problema care se rezolvă în cele ce urmează se enunță astfel:

Să se găsească o factorizare canonică a aplicației $f^c_{\tau\Sigma}(f^a_{\tau\Sigma})$ ***printr-un*** K***-spațiu finit dimensional*** X_*, ceea ce corespunde diagramei care comută:



*) $\pi_t f \triangleq f(t)$.

Factorizarea de mai sus corespunde [3] unui sistem Σ_* τ-canonic cauzal sau τ-canonic anticauzal, respectiv *τ-complet accesibil și observabil* sau *τ-complet controlabil și constructibil.*

Așa cum este cunoscut [1], structurile *τ-canonice* sînt și *τ-minimale*, adică spațiul de factorizare la momentul τ are dimensiunea minimă.

În cele ce urmează se va aborda numai varianta cauzală, cea anticauzală rezultînd prin *simetria timpului.*

2. FACTORIZAREA APLICAȚIEI $f^c_{\tau\Sigma}$

Fie aplicațiile

$$\overline{B}^c_{\tau\Sigma} : \Omega^c_\tau \to X \text{ și } \overline{C}^c_{\tau\Sigma} : X \to \Gamma^c_\tau,$$

definite respectiv prin

$$x = \int_{-\infty}^{\tau} X(\tau, s)\, B(s)u(s) \text{ și } y(t) = C(t)X(t, \tau)x,\ t \geqslant \tau$$

și construite, evident, din modelul Σ.

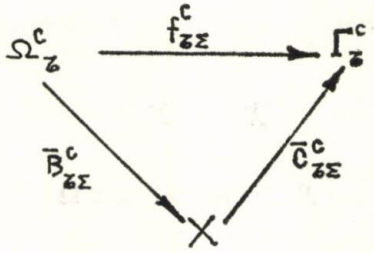
Întrucît τ este fixat, se va lucra cu modelul *redus* $\Sigma_r = (0, B_r(.), C_r(.))$, *algebric echivalent relativ la* T, cu $\Sigma = (A(.), B(.), C(.))$, în care

$$B_r(.) = X(\tau,.)B(.) \text{ și } C_r(.) = C(.)X(.,\tau),$$

adică

$$\overline{B}^c_{\tau\Sigma} : \omega \mapsto x = \int_{-\infty}^{\tau} B_r(s)u(s)\mathrm{d}s,\ \overline{C}^c_{\tau\Sigma} : x \mapsto \gamma = C_r(.)\, x.$$

Rezultă atunci factorizarea

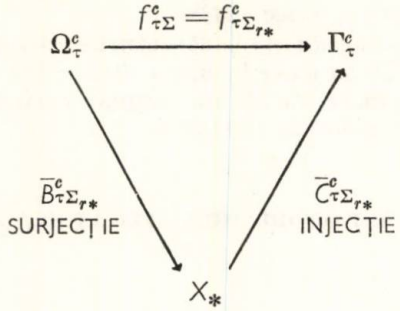


Problema se reduce la găsirea unui model redus $\Sigma_{r*} = (0, B_{r*}(.), C_{r*}(.))$, care să genereze aplicațiile :

$\overline{B}^c_{\tau\Sigma r*}$, surjecție,

$\overline{C}^c_{\tau\Sigma r*}$, injecție,

ceea ce corespunde diagramei canonice



Fie acum $s<\tau$ şi

$$\Omega_{[s,\tau]} = \{\omega|_{[s,\tau]} | \omega \in \Omega^e_\tau\},$$

precum şi

$$\overline{B}_{[s,\tau]\Sigma} : \Omega_{[s,\tau]} \to X,$$

definit de

$$x = \int_s^\tau B_r(\sigma) u(\sigma)\, \mathrm{d}\sigma.$$

Se defineşte familia de K-subspaţii a lui X, $(X_s)_{-\infty<s<\tau}$ prin

$$X_s = \text{dom } \overline{B}_{[s,\tau]\Sigma}.$$

Familia este monoton crescătoare în sensul că, dacă $s''<s'<\tau$, atunci

$$X_{s''} \supset X_{s'},$$

Într-adevăr, dacă $x \in X_{s'}$, există $\omega_{[s',\tau]} \in \Omega_{[s',\tau]}$ astfel încît

$$x = \overline{B}_{[s',\tau]\Sigma}\ \omega_{[s',\tau]}.$$

Considerînd acum

$$\omega_{[s'',\tau]} = \begin{cases} \omega_{[s',\tau]}, & \text{pe } [s'\tau], \\ 0 & \text{pe } [s'',s'), \end{cases}$$

rezultă imediat că şi

$$x = \overline{B}_{[s'',\tau]\Sigma}\omega_{[s'',\tau]},$$

adică incluziunea de mai sus.

Propoziţia 1. Există $-\infty < \bar{s} < \tau$, astfel, încît oricare ar fi $-\infty < s \leqslant \bar{s}$, avem

$$1)\ X_s = X_{\bar{s}} \subset X,$$

$$2)\ \text{dom}\ \overline{B}^e_{\tau\Sigma} = \text{dom}\ \overline{B}_{[s,\tau]\Sigma}.$$

Demonstraţie. 1. Pe baza monotoniei familiei, dimensiunea lui X_s este monoton crescătoare cînd s descreşte. Datorită finitudinii lui X, dimensiunea maximală nu poate fi decît n.

2. Evident, $\text{dom}\ \overline{B}^e_{\tau\Sigma} \supset \text{dom}\ \overline{B}_{[s,\tau]\Sigma} = X_s$, pentru orice $s < \tau$.

Fie $e_1,\ldots,e_q$ o bază a lui $\text{dom}\ \overline{B}^e_{\tau\Sigma}$, $q = \dim \text{dom}\ \overline{B}^e_{\tau\Sigma}$, şi fie $(\omega^{(i)})_{1\leq i\leq q} \subset \Omega^e_\tau$ astfel încît

$$\overline{B}^e_{\tau\Sigma}(\omega^{(i)}) = e_i,\ i = 1,\ldots,\ q.$$

Fie

$$s_i = \inf\ \text{suport}\ \omega^{(i)},\ i = 1,\ldots,q$$

şi

$$s_0 = \min_i s_i,$$

Introducînd

$$\omega^{(i)}_{[s_0,\tau]} = \begin{cases} \omega^{(i)} & \text{pe } [s_i,\ \tau], \\ 0 & \text{pe } [s_0,\ s_i), \end{cases}$$

rezultă evident

$$\overline{B}_{[s_0,\tau]\Sigma}(\omega^{(i)}_{[s_0,\tau]}) = e_i,\ i = 1,\ldots,q.$$

Cum orice $x \in \text{dom}\ \overline{B}^e_{\tau\Sigma}$ se scrie unic

$$x = \lambda^1 e_1 + \ldots + \lambda^q e_q,$$

se observă că datorită liniarităţii,

$$\omega^{(x)}_{[s_0,\tau]} = \lambda^1\omega^{(1)}_{[s_0,\tau]} + \ldots + \lambda^q\omega^{(q)}_{[s_0,\tau]}$$

realizează procesul de acces :

$$\overline{B}_{[s_0,\tau]\Sigma}(\omega^{(x)}_{[s_0,\tau]}) = x$$

pentru orice $x \in \text{dom } \overline{B}^c_{\tau\Sigma}$,

Atunci

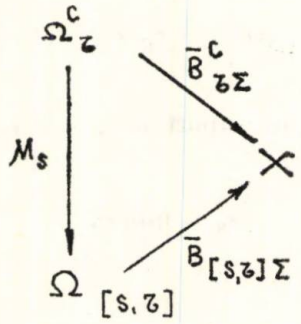
$$X_{s_0} = \text{dom } \overline{B}^c_{\tau\Sigma},$$

membrul drept fiind mulțimea maximală a familiei $(X_s)_{-\infty<s<\tau}$, de unde

$$X_{s_0} = X_{\bar{s}}\,.$$

Pe baza lui 1 rezultă atunci imediat 2.

Teorema 1. Pentru orice $-\infty < s < \bar{s}$ există o aplicație K-liniară $\mu_s : \Omega^c_\tau \to \Omega_{[s,\tau]}$, astfel diagrama de mai jos comută :



Demonstrație. Conform propoziției de mai sus, pentru orice $-\infty < s \leqslant \bar{s}$, $X_s = \text{dom } \overline{B}^c_{\tau\Sigma}$. Există atunci comenzile care realizează :

$$\omega^{((i)}_{[s,\tau]} \mapsto e_i\,,\quad i = 1,\ldots,q,$$

și, în consecință, pentru orice $x \in \text{dom } \overline{B}^c_{\tau\Sigma}$ avem accesul

$$\omega^{(x)}_{[s,\tau]} \to x,$$

unde

$$\omega^{(x)}_{[s,\tau]} = \lambda^1\omega^{(1)}_{[s,\tau]} + \ldots + \lambda^q\omega^{(q)}_{[s,\tau]}$$

şi

$$x = \lambda^1 e_1 + \ldots + \lambda^q e_q .$$

Rezultă că pentru orice $x \in \operatorname{dom} \overline{B}^e_{\tau\Sigma}$ se poate ataşa în mod bine definit comanda $\omega^{(x)}_{[s,\tau]}$ prin procedura de mai sus, adică este bine definită aplicaţia

$$x \mapsto \omega^{(x)}_{[s,\tau]}.$$

Fie atunci

$$\mu_s : \Omega^e_\tau \to \Omega_{[s,\tau]}$$

prin egalitatea

$$\mu_s(\omega) = \omega^{\left(\overline{B}^e_{\tau\Sigma}(\omega)\right)}_{[s,\tau]},$$

care este o compunere de două aplicaţii K-liniare şi care, în acelaşi timp, face să comute diagrama de mai sus.

Fie $t > \tau$ şi

$$\Gamma_{[\tau,t]} = \{\gamma|_{[\tau,t]} \mid \gamma \in \Gamma^e_\tau\},$$

precum şi

$$\overline{C}_{[\tau,t]\Sigma} : X \to \Gamma_{[\tau,t]},$$

prin egalitatea

$$\overline{C}_{[\tau,t]\Sigma}(x) = \overline{C}^e_{\tau\Sigma}(x)|_{[\tau,t]}.$$

Se defineşte familia de K-subspaţii a lui X, $(X'_t)_{\tau<t<\infty}$,

prin

$$X'_t = \ker \overline{C}_{[\tau,t]\Sigma},$$

care este monoton descrescătoare cînd t creşte, după cum se vede imediat.

Propoziţia 2. Există $\tau < \bar{t} < \infty$, astfel încît, oricare ar fi $\bar{t} < t < \infty$, avem

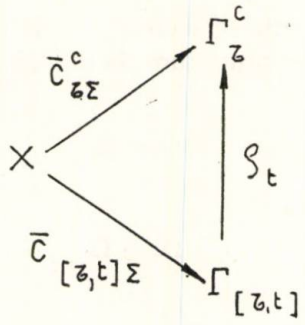
1) $X'_t = X_{\bar{t}}$,

2) $\ker \overline{C}^e_{\tau\Sigma} = \ker \overline{C}_{[\tau,t]\Sigma}$.

Demonstraţie. 1. Rezultă din finitudinea lui X şi din monotonia familiei de K-subspaţii, a căror dimensiune scade discret.

2. Evident $\ker \overline{C}^e_{\tau\Sigma} \subset \ker \overline{C}_{[\tau,t]\Sigma}$ pentru orice $t > \tau$, iar incluziunea inversă din minimalitatea lui X.

Teorema 2. Pentru orice $\bar{t} < t < \infty$ există o aplicație K-liniară, $\rho_\tau : \Gamma_{[\tau,t]} \to \Gamma^e_\tau$, astfel încît diagrama de mai jos comută:



Demonstrație. Evident, $\ker \overline{C}_{[\tau,t]\Sigma} = \ker \overline{C}^e_{\tau\Sigma}$ este un sumand direct în X și de asemenea

$$X/\ker \overline{C}_{[\tau,t]\Sigma} = X/\ker \overline{C}^e_{\tau\Sigma},$$

iar la nivelul acestor subspații cît $\overline{C}^e_{\tau\Sigma}$ și $\overline{C}_{[\tau,t]\Sigma}$ sînt *inversabile.*

Fie atunci

$$\gamma_{[\tau,t]} \in \operatorname{dom} \overline{C}_{[\tau,t]\Sigma}$$

și fie

$$\rho_\tau : \gamma_{[\tau,\cdot]} \mapsto \gamma,$$

definită prin egalitatea

$$\gamma = \overline{C}^e_{\tau\Sigma}(\overline{C}^{-1}_{[\tau,t]}(\gamma_{[\tau,t]})),$$

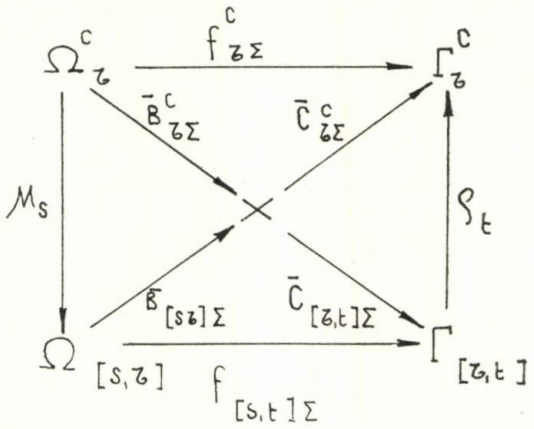
inversarea făcîndu-se la nivelul subspațiilor-cît.

Cum $\operatorname{dom} \overline{C}_{[\tau,t]\Sigma}$ este un sumand direct în $\Gamma_{[\tau,t]}$, ρ_τ se prelungește prin liniaritate la întreg spațiul de ieșire. Se vede că se poate introduce pentru orice $-\infty < s < \bar{s} < \bar{t} < t < \infty$ aplicația $f_{[s,\tau]\Sigma} : \Omega_{[s,\tau]} \to \Gamma_{[\tau,t]}$, definită de compunerea $f_{[s,t]\Sigma} = \overline{C}_{[\tau,t]\Sigma} \circ \overline{B}_{[s,\tau]\Sigma}$, adică

$$y(\theta) = \int_s^\tau C(\theta)\, X\,(\theta,\sigma)\, B\,(\sigma)\, u\,(\sigma)\, \mathrm{d}\sigma =$$

$$= \int_s^\tau C_r(\theta) B_r\,(\sigma) u(\sigma)\, \mathrm{d}\sigma, \quad \tau \leqslant \theta \leqslant t,$$

sau, cu alte cuvinte, diagrama de mai jos comută :



În concluzie :

1. Finitudinea sistemului permite introducerea lui $\bar{s}$ și $\bar{t}$, care arată că pentru caracterizarea tranzițiilor cauzale este nevoie de un *suport maximal finit al comenzilor* și de *o restricție maximală finită a ieșirilor*.

2. Ținînd cont de modul de caracterizare al atributelor cauzale ale sistemului Σ [1], [3], rezultă :

a) rang $\mathcal{A}(s,\tau) = \max$, $s<\bar{s}$,

unde

$$\mathcal{A}(s,\tau) = \int_s^{\tau} B_r(\sigma) B_r^T(\sigma)\, \mathrm{d}\sigma, \textit{ matricea de accesibilitate};$$

b) rang $\mathcal{O}(\tau,t) = \max$, $\bar{t}<t$,

unde

$$\mathcal{O}(\tau,t) = \int_{\tau}^{t} C_r^T(\sigma)\ C_r(\sigma)\mathrm{d}\sigma, \textit{ matricea de observabilitate.}$$

3. Introducînd aplicațiile

$$\bar{B}^*_{[s,\tau]\Sigma} : \boldsymbol{X} \to \Omega_{[s,\tau]}$$

prin

$$B_r^T(.)x\,|_{[s,\tau]} = \omega_{[s,\tau]}$$

și

$$\bar{C}^*_{[\tau,t]} : \Gamma_{[\tau,t]} \to \boldsymbol{X}$$

prin

$$x = \int_{\tau}^{t} C_r^T(\sigma)\ y(\sigma)\mathrm{d}\sigma,$$

se vede că avem :

$$\mathcal{A}(s,\tau) = \overline{B}_{[s,\tau]\Sigma}\overline{B}^*_{[s,\tau]\Sigma},$$

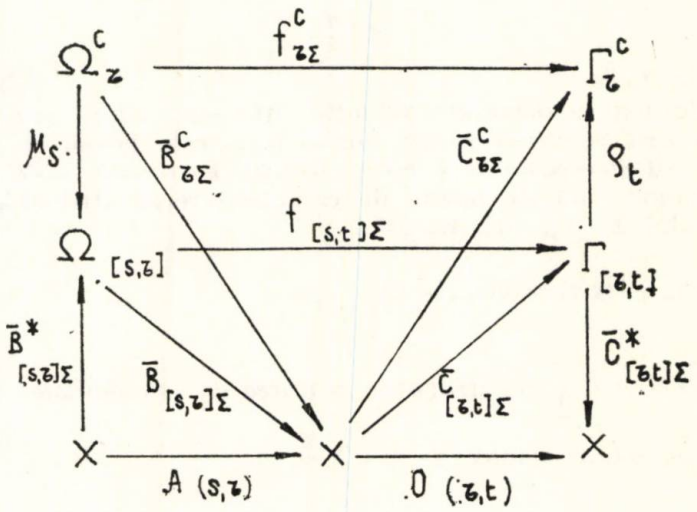
$$\mathcal{O}(\tau,t) = \overline{C}^*_{[\tau,t]\Sigma}\overline{C}_{[\tau,t]\Sigma},$$

de unde :

$$\operatorname{dom}\mathcal{A}(s,\tau) = \operatorname{dom}\overline{B}_{[s,\tau]\Sigma},$$

$$\ker\mathcal{O}(\tau,t) = \ker\overline{C}_{[\tau,t]\Sigma}.$$

Rezultă în definitiv următoarea diagramă care comută :



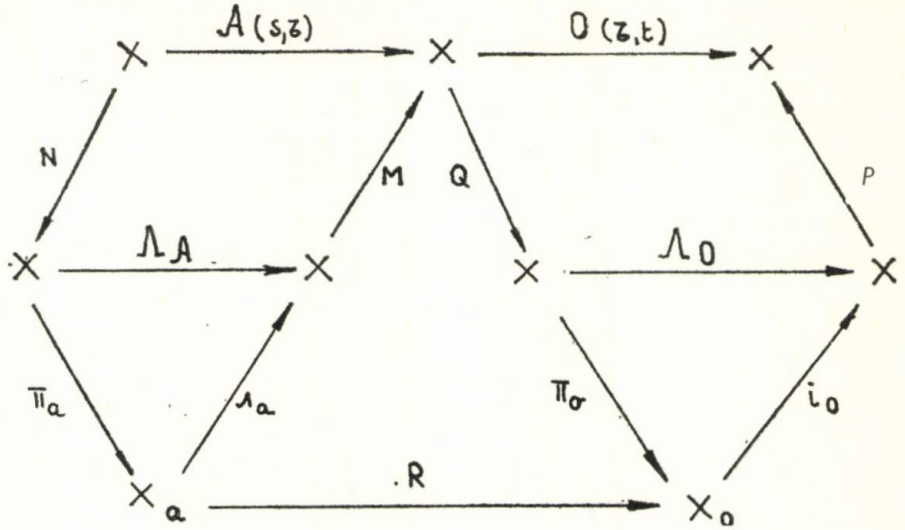
cu $s<\bar{s}<\bar{t}<t$, diagramă care exprimă *reductibilitatea factorizării* lui $f^c_{\tau\Sigma}$ la cea a lui $f_{[s,t]\Sigma}$, care, așa cum vom vedea, apelează la matricele $\mathcal{A}(s,\tau)$ și $\mathcal{O}(\tau, t)$, reductibilitate care exprimă totodată în alt mod *finitudinea* sistemului Σ.

În consecință, în cele ce urmează ne vom ocupa de partea inferioară a diagramei de mai sus, plasată sub $\Omega_{[s,\tau]} \to \Gamma_{[\tau,t]}$.

3. CONSTRUCȚIA MODELULUI τ-CANONIC

Vom trece la factorizarea canonică a aplicației $f_{[s,t]\Sigma}$, utilizînd factorizările canonice ale endomorfismelor $X \to X$, $\mathcal{A}(s,\tau)$ și $\mathcal{O}(\tau, t)$, care sînt simetrice pozitiv definite (nu obligatoriu strict pozitiv definite).

Vom avea atunci



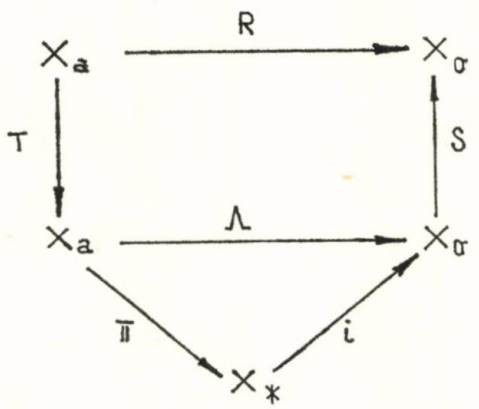
unde

$$M^{-1} = \hat{N}^{\mathrm{T}}; \; P^{-1} = \hat{Q}^{\mathrm{T}},$$

π_a, π_o — proiecţiile canonice,
i_a, i_o — injecţiile canonice,
$\Lambda_{\mathcal{A}}$, $\Lambda_{\mathcal{O}}$ — diagonal canonice.
Se vede că se poate defini $R \in \mathrm{Hom}\,(X_a, X_o)$ prin egalitatea

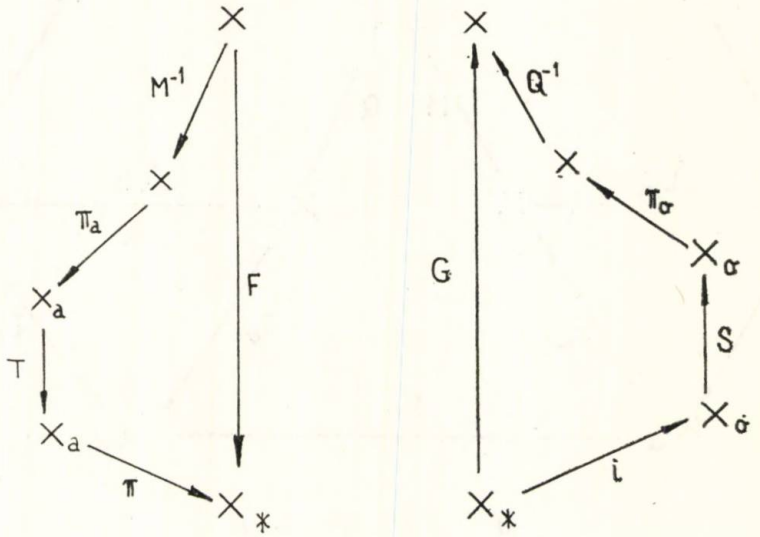
$$R = \pi_o \, Q \; M i_a,$$

care de asemenea se factorizează canonic :



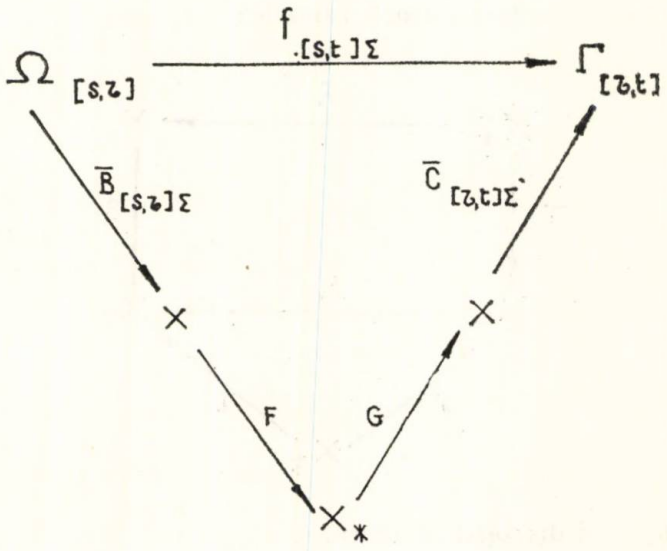
unde $\Lambda \sim R$, fiind diagonal canonică.

Se pot defini homomorfismele $F \in \mathrm{Hom}_K\ (X, X_*)$, $G \in \mathrm{Hom}_K\ (X_*, X)$ prin diagramele

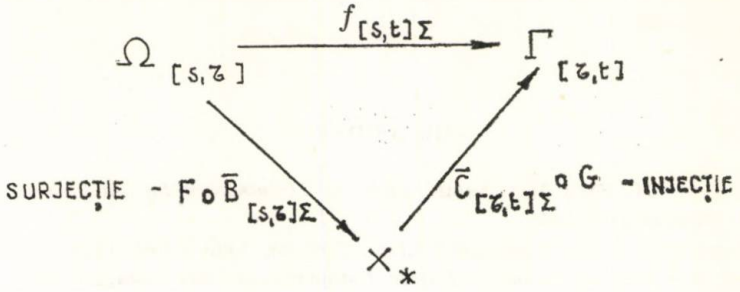


Prin modul de construcție se vede că $F = \pi T \pi_a M^{-1} = \pi T \pi_a \hat{N}^{\mathrm{T}}$ aplică dom $\mathcal{A}(s,\tau) = \mathrm{dom}\ \overline{B}_{[s,\tau]\Sigma}$ pe X_* și $G = Q^{-1}\pi_o S i = \hat{P}^T \pi_o S i$ aplică injectiv X_* pe dom $\mathcal{O}(\tau,t)$, care este cosumandul lui ker $\overline{C}_{[\tau,t]\Sigma}$.

Avem atunci diagrama



de unde rezultă că se obține *factorizarea canonică*



În concluzie finală,

$$\Sigma_* = (O, FB_r(.),\ C_r(.)G) \triangleq (O, B_{*r}(.),\ C_{*r}(.))$$

este τ-canonic, adică τ-complet accesibil și τ-complet observabil.

Observații. 1. Factorizarea canonică impune și minimalitatea dimensională a lui X, atît canonicitatea, cît și minimalitatea fiind valabile la *momentul* τ.

2. Toate factorizările canonice la momentul τ sînt izomorfe, adică toate modelele algebrice reduse sînt algebric echivalente la momentul τ.

3. Finitudinea sistemului permite o dublă interpretare a conceptului de stare:

— *stările accesibile* ale sistemului sînt identice cu clasele de echivalență relative la acces ale comenzilor, adică cu clasele de echivalență ale istoriilor anterioare ale sistemului.

Există o „lungime minimală" a suportului comenzilor începînd de la care efectul global al istoriilor anterioare este același;

— *stările observabile* ale sistemului sînt identice cu liderii claselor de echivalență $X/\ker \overline{C}^c_{\tau\Sigma}$, în care drept lider se consideră starea cu proiecția nulă pe nucleu.

Există un „interval de timp minimal" pe care, stocîndu-se ieșirile, se deduc stările observabile, orice lungire a acestui interval neaducînd informații suplimentare.

4. Factorizările canonice introduc echivalențele celor două interpretări de mai sus.

5. Variabilitatea lui τ introduce variabilitatea dimensională a lui X_*.

6. Prin simetria temporală se obțin concluzii identice pentru tranziția anticauzală la momentul τ.

4. CONCLUZII

S-a văzut din cele de mai sus că finitudinea sistemului reduce operația de canonizare la factorizarea canonică a omomorfismelor corespunzătoare K-spațiilor de dimensiune finită; din punct de vedere

algoritmic, acesta se reduce la diagonalizarea matricelor *constante* $\mathcal{A}$ şi $\mathcal{O}$, unde s şi t depăşeşte inferior şi respectiv, superior un anumit prag, $\bar{s}$, respectiv $\bar{t}$.

BIBLIOGRAFIE

1. R. E. KALMAN, P. L. FALB, M.A .ARBIB, *Topics in Mathematical System Theory*. New York, McGraw-Hill, 1969.
2. R. W. BROCKETT, *Finite Dimensional Linear Systems*, John Wiley, 1970.
3. V. IONESCU, *Reprezentarea sistemelor lineare*. Automatica şi Electronica, *2* (1972).

DETERMINAREA SUBOPTIMALITĂȚII COMENZILOR SUBOPTIMALE LINIARE PENTRU SISTEME LINIARE CU CRITERIU PĂTRATIC

L. LUPAȘ

621.316.7.001

Se tratează problema determinării gradului de suboptimalitate a unei comenzi suboptimale liniare pentru problema optimală liniar-pătratică. Se prezintă mai multe metode pentru calculul gradului de suboptimalitate și gradului de suboptimalitate minim. Se evidențiază avantajele metodei propuse asupra celorlalte metode cunoscute. Exemplele de calcul efectuate verifică rezultatele teoretice stabilite.

În majoritatea aplicațiilor practice nu este posibilă utilizarea unei comenzi optimale fie datorită complexității calculelor necesare impuse de obținerea comenzii optimale, fie datorită diverselor restricții de realizabilitate sau de identificare a parametrilor sistemului considerat. De aceea, în cadrul unui sistem automat, este deosebit de util de a cunoaște deteriorarea performanței reale față de performanța optimală, deteriorarea performanței folosindu-se atît pentru analiza, cît și pentru sinteza sistemului automat.

Problema introducerii noțiunii de grad de suboptimalitate a mai fost abordată în mai multe lucrări recente fie pentru sisteme liniare cu criteriu pătratic [1] — [4], fie pentru sisteme neliniare deterministice sau stohastice [5] — [8].

În această lucrare se introduc noțiunile de grad de suboptimalitate și grad de suboptimalitate minim pentru compararea unei comenzi suboptimale liniare cu comanda optimală în cazul problemei optimale liniar-pătratice. Se formulează o condiție suficientă pentru stabilirea gradului de suboptimalitate (metoda McClamroch [1]), care necesită cunoașterea comenzii optimale. În continuare se prezintă o metodă pentru determinarea indicelui de suboptimalitate minim și două metode pentru evaluarea indicelui de suboptimalitate fără a utiliza comanda optimală: metoda Canales aplicabilă pentru o suprasoluție a ecuației matriceale Riccati și metoda bazată pe introducerea problemei optimale duale.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 1007—1021, 1972

Dintre metodele care calculează indicele de suboptimalitate fără a utiliza comanda optimală se evidenţiază ultima metodă, datorită atît sferei mai largi de aplicare a acesteia, cît şi a volumului de calcul necesar mai redus. Pe baza metodelor de calcul a gradului de suboptimalitate minim şi a gradului de suboptimalitate (metoda bazată pe introducerea problemei optimale duale), în urma numeroaselor exemple de calcul efectuate, s-au putut trage concluzii asupra eficienţei metodelor propuse.

1. FORMULAREA PROBLEMEI OPTIMALE

Fie sistemul liniar caracterizat de

$$\dot{x}(t) = A(t)\,x(t) + B(t)u(t), \tag{1}$$

$$x(t_0) = x_0$$

şi

$$y(t) = C(t)x(t), \tag{2}$$

unde $x(t)$ reprezintă un vector n-dimensional, $u(t)$ un vector r-dimensional, $y(t)$ un vector m-dimensional, $A(t)$, $B(t)$ şi $C(t)$ matrice de forma $n \times n$, $n \times r$ şi, respectiv, $m \times n$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$. Se urmăreşte determinarea comenzii optimale $u^*(t)$, care minimizează funcţionala

$$J(u) = x^T(t_f)\,F x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [y^T(t)\,Q(t)\,y(t) + u^T(t)\,R(t)\,u(t)]\,\mathrm{d}t, \tag{3}$$

unde matricele F, $Q(t)$ şi $R(t)$ sînt matrice simetrice pozitiv definite, de forma $n \times n$, $m \times m$ şi, respectiv, $r \times r$; matricele $Q(t)$ şi $R(t)$ sînt matrice cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$. Se presupune că t_f este fixat şi nu există restricţii asupra comenzii.

După cum este cunoscut [9], comanda optimală $u^*(t)$ este dată de relaţia

$$u^*(t) = -\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,K(t)\,x(t), \tag{4}$$

unde matricea $K(t)$ este soluţia unică, pozitiv definită, a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati:

$$\dot{K}(t) + A^T(t)\,K(t) + K(t)\,A(t) - K(t)\,B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,K(t) +$$

$$+ C^T(t)\,Q(t)\,C(t) = 0, \tag{5}$$

$$K(t_f) = F.$$

Valoarea optimală a funcționalei (3) este

$$J^* = J(u^*) = x^T(t_0)\, K(t_0)\, x(t_0), \tag{6}$$

iar sistemul optimal în circuit închis va fi descris de

$$\dot{x}(t) = [A(t) - B(t)\, R^{-1}(t)\, B^T(t)\, K(t)]\, x(t), \tag{7}$$

$$x(t_0) = x_0.$$

Pentru sisteme invariante în timp cu timp final infinit, problema optimală formulată se transformă astfel:

— matricele A, B, C, Q și R sînt constante, iar $F = 0$;

— perechea (A,B) este complet controlabilă și perechea (C,A) este complet observabilă.

Matricea constantă pozitiv definită K este dată de ecuația matriceală algebrică Riccati:

$$A^TK + KA - KBR^{-1}B^TK + C^TQC = 0. \tag{8}$$

Pentru ca sistemul în circuit închis să fie stabil, este suficient ca perechea $(\sqrt{Q}C,A)$ să fie complet observabilă, ceea ce este echivalent cu perechea (C,A) complet observabilă.

2. NOȚIUNI ȘI REZULTATE PRELIMINARE

Fie comanda suboptimală liniară

$$u_s(t) = -\, M(t)\, x(t), \tag{9}$$

unde $M(t)$ este o matrice arbitrară de forma $r \times n$, cu elemente continue în intervalul $[t_0,\ t_f]$. Performanța suboptimală obținută prin aplicarea comenzii (9) sistemului (1) — (3) este [10]

$$J(u_s) = x^T(t_0) V(t_0)\, x(t_0), \tag{10}$$

unde matricea $V(t)$ este soluția unică, pozitiv definită, a ecuației matriceale diferențiale liniare

$$\dot{V}(t) = -\, V(t)[A(t) - B(t)\, M(t)] - [A(t) - B(t)\, M(t)]^T V(t) -$$

$$- C^T(t)\, Q(t)\, C(t) - M^T(t)\, R(t)\, M(t), \tag{11}$$

$$V(t_f) = F.$$

Definiția 1. Matricea $V(t)$, care satisface ecuația matriceală (11), este matrice-cost atașată comenzii suboptimale (9), aplicată sistemului (1), (2) cu criteriul de performanță (3). Matricea $K(t)$, dată de relația (5), este matricea-cost optimală.

Definiția 2. Numim grad de suboptimalitate (indice de suboptimalitate) a comenzii suboptimale (9) numărul real (pozitiv) ρ pentru care avem

$$J(u_s) \leqslant \rho J(u^*) \tag{12}$$

pentru orice x_0, unde performanțele $J(u_s)$ și $J(u^*)$ sînt date de relațiile (10) și, respectiv, (6).

Consecința 1. Ținînd seama de definiția 2 și de relațiile (10) și (6), rezultă că gradul de suboptimalitate ρ satisface relația

$$V(t_0) \leqslant \rho K(t_0). \tag{13}$$

De asemenea satisfacerea relației (13) implică satisfacerea relației (12).

Consecința 2. Gradul de suboptimalitate este supraunitar. Acest lucru rezultă imediat, deoarece

$$K(t) \leqslant V(t); \ \forall t \in [t_0, t_f] \tag{14}$$

(vezi și anexa).

Definiția 3. Numim grad de suboptimalitate minim al comenzii suboptimale (9) cel mai mic număr real (pozitiv) $\bar{\rho}$ pentru care avem

$$J(u_s) \leqslant \bar{\rho} J(u^*) \tag{15}$$

pentru orice x_0, unde performanțele $J(u_s)$ și $J(u^*)$ sînt date de relațiile (10) și, respectiv, (6).

Consecința 3. Ținînd seama de definiția 3 și de relațiile (10) și (6), rezultă că gradul de suboptimalitate minim satisface relațiile

$$V(t_0) \leqslant \bar{\rho} \, K(t_0), \tag{16}$$

$$\bar{\rho} = \min (\bar{\rho} \geqslant 1).$$

Teorema 1 (*McClamroch* [1]). O condiție suficientă pentru ca comanda suboptimală

$$u_s(t) = - R^{-1}(t) \, B^T(t) \, L(t) \, x(t), \tag{17}$$

unde matricea $L(t)$ este simetrică cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$, să aibă gradul de suboptimalitate ρ este ca inegalitatea

$$(\rho - 1) [L(t) \, B(t) \, R^{-1}(t) \, B^T(t) \, L(t) + C^T(t) \, Q(t) \, C(t)] -$$

$$- \rho [K(t) - L(t)] \, B(t) \, R^{-1}(t) \, B^T(t) [K(t) - L(t)] \geqslant 0, \tag{18}$$

$$\forall t \in [t_0, t_f],$$

să fie satisfăcută.

Observație. Pentru evaluarea gradului de suboptimalitate, fie utilizînd relația (13), fie verificînd relația (18), este necesară cunoașterea matricei-cost și a matricei-cost optimală.

3. DETERMINAREA GRADULUI DE SUBOPTIMALITATE ȘI A GRADULUI DE SUBOPTIMALITATE MINIM

În acest paragraf se vor prezenta cîteva metode pentru evaluarea gradului de suboptimalitate ρ și a gradului de suboptimalitate minim $\bar{\rho}$. Calculul gradului de suboptimalitate minim se face utilizînd comanda optimală. Determinarea gradului de suboptimalitate se poate face fie utilizînd condiția suficientă McClamroch, fie prin metoda propusă de Canales, fie printr-o metodă care utilizează problema optimală duală. În afară de metoda Canales, celelalte metode de evaluări conduc la rezolvarea unor probleme de tipul celei tratate în anexă.

3.1. CALCULUL GRADULUI DE SUBOPTIMALITATE MINIM

Pentru comanda suboptimală (9) aplicată sistemului (1) cu criteriul de performanță (3) și matricea-cost $V(t)$ dată de ecuația (11), se poate calcula indicele de suboptimalitate minim din relațiile

$$V(t_0) \leqslant \bar{\rho} K(t_0), \tag{19}$$

$$\bar{\rho} = \min (\bar{\rho} \geqslant 1).$$

Conform propoziției demonstrate în anexă, rezultă

$$\bar{\rho} = \lambda_{\max}[V(t_0)\, K^{-1}(t_0)] = \lambda_{\max}[K^{-1}(t_0)\, V(t_0)]. \tag{20}$$

În concluzie, algoritmul de calcul pentru determinarea indicelui de suboptimalitate minim a comenzii suboptimale liniare (9) cuprinde următoarele etape :

a) calculul matricei-cost $V(t)$ prin rezolvarea ecuației matriceale diferențiale liniare (11), determinarea valorii $V(t_0)$;

b) calculul matricei-cost $K(t)$, dacă nu se cunoaște determinarea valorii $K(t_0)$ și calculul matricei inverse $K^{-1}(t_0)$;

c) calculul produsului $V(t_0)K^{-1}(t_0)$ și calculul valorii proprii maxime a acestei matrice.

3.2. METODA CANALES PENTRU DETERMINAREA GRADULUI DE SUBOPTIMALITATE

Metoda propusă de Canales [2] permite evaluarea gradului de suboptimalitate a unei comenzi suboptimale care este suprasoluție a ecuației matriceale diferențiale Riccati.

În cele ce urmează se va demonstra o teoremă care va permite evaluarea gradului de suboptimalitate a unei subsoluţii a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati plecînd de la aplicarea teoremei Canales la problema optimală duală.

Teorema 2 (*Canales* [2]). Dacă considerăm o comandă suboptimală de forma

$$u_s(t) = - R^{-1}(t) B^T(t) L(t) x(t), \tag{21}$$

unde $L(t)$ este o matrice pozitiv definită de forma $n \times n$, cu elemente continue în intervalul $[t_0, t_f]$, care este suprasoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati, adică

$$\dot{L}(t) + A^T(t) L(t) + L(t) A(t) - L(t) B(t) R^{-1}(t) B^T(t) L(t) +$$

$$+ C^T(t) Q(t) C(t) = D^T(t) D(t), \tag{22}$$

$$L(t_f) = F,$$

atunci avem inegalitatea

$$J_L \geqslant J^* \geqslant \frac{1}{1+g^2} J_L + \frac{g^2}{1+g^2} x^T(t_0) L(t_0) x(t_0), \tag{23}$$

unde s-au folosit notaţiile

$$J^* \overset{\Delta}{=} J(u^*) = x^T(t_0) K(t_0) x(t_0), \tag{24}$$

$$J_L \overset{\Delta}{=} x^T(t_0) P(t_0) x(t_0), \tag{25}$$

$$g \overset{\Delta}{=} \|G\| = \sup_{u \in L_2} \frac{\|Gu\|_2}{\|u\|_2}, \tag{26}$$

$$(Gu)(t) = \int_{t_0}^{t} D(t) \Phi(t, \sigma) B(\sigma) u(\sigma) \, d\sigma, \tag{27}$$

unde $\Phi(t, \sigma)$ este matricea de tranziţie asociată matricei $H(t)$:

$$H(t) \overset{\Delta}{=} A(t) - B(t) R^{-1}(t) B^T(t) L(t), \tag{28}$$

iar matricea-cost $P(t)$ ataşată comenzii suboptimale (21) satisface ecuaţia matriceală diferenţială liniară

$$\dot{P}(t) + H^T(t) P(t) + P(t) H(t) + L(t) B(t) R^{-1}(t) B^T(t) L(t) +$$

$$+ C^T(t) Q(t) C(t) = 0,$$

$$P(t_f) = F.$$

Inegalitatea (23) permite evaluarea performanței optimale J^* și a gradului de suboptimalitate a comenzii suboptimale (21) în funcție de $L(t_0)$, $P(t_0)$ și g, fără a necesita cunoașterea comenzii optimale. Dacă calculul matricei-cost $P(t)$ din ecuația matriceală diferențială liniară (29) este relativ simplu de efectuat, nu același lucru se întîmplă cu calculul normei operatorului liniar dat de relația (27). Chiar și în cazul sistemelor invariante în timp de ordin inferior, calculul normei g este dificil de realizat; în lucrarea [2] se indică o metodă frecvențială pentru calculul normei g în cazul sistemelor invariante în timp, și anume avem

$$g^2=\|G\|^2=\sup_w \sup_v \frac{v^* B^T(-Ijw-A+BR^{-1}B^TL)^{-1}D^TD(Ijw-A+BR^{-1}B^TL)^{-1}Bv}{v^*v}.$$

Satisfacerea inegalității (23) pentru orice x_0 implică inegalitatea

$$P(t_0) \geqslant K(t_0) \geqslant \frac{1}{1+g^2} P(t_0) + \frac{g^2}{1+g^2} L(t_0). \tag{30}$$

Teorema 3. Dacă considerăm o comandă suboptimală de forma (21), unde matricea pozitiv definită $L(t)$ este subsoluție a ecuației matriceale diferențiale Riccati, adică

$$\dot{L}(t) + A^T(t)\,L(t) + L(t)A\,(t) - L(t)\,B(t)\,R^{-1}(t)\,B^T(t)\,L(t) +$$

$$+ C^T(t)\,Q(t)\,C(t) = -\,D^T(t)\,D(t), \tag{31}$$

$$L(t_f) = F,$$

atunci avem inegalitatea

$$\left[\frac{1}{1+\hat{g}^2}\,\hat{P}(t_0) + \frac{\hat{g}^2}{1+\hat{g}^2}\,\hat{L}(t_0)\right]^{-1} \geqslant K(t_0) \geqslant P^{-1}(t_0), \tag{32}$$

unde

$$\hat{L}(t) = L^{-1}(t),$$

și matricea-cost $\hat{P}(t)$ satisface ecuația matriceală diferențială liniară

$$\dot{\hat{P}}(t) + \hat{H}^T(t)\hat{P}(t) + \hat{P}(t)\hat{H}(t) + B(t)R^{-1}(t)B^T(t) + \hat{L}(t)C^T(t)Q(t)C(t)\hat{L}(t) = 0,$$

$$\hat{P}(t_f) = F^{-1}, \tag{33}$$

iar

$$\hat{H}(t) = -A^T(t) - C^T(t)\,Q(t)\,C(t)\,\hat{L}(t), \tag{34}$$

$$\hat{g} \overset{\Delta}{=} \|\hat{G}\| = \sup_{u \in L_2} \frac{\|\hat{G}u\|_2}{\|u\|_2}, \tag{35}$$

$$(\hat{G}u)\,(t) = \int_{t_0}^{t} \hat{D}(t)\,\hat{\Phi}(t,\,\sigma)\,C^T(\sigma)u(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma, \tag{36}$$

unde $\hat{\Phi}(t,\sigma)$ este matricea de tranziţie asociată matricei $\hat{H}(t)$

$$\hat{D}(t) = D(t)\,L^{-1}(t) = D(t)\hat{L}(t) \tag{37}$$

Demonstraţie. Deoarece matricea pozitiv definită $L(t)$ este subsoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati, rezultă că $\hat{L}(t) = L^{-1}(t)$ este suprasoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati duale [11], ceea ce conduce la inegalitatea

$$\hat{P}(t_0) \geqslant \hat{K}(t_0) \geqslant \frac{1}{1+\hat{g}^2}\,\hat{P}(t) + \frac{\hat{g}^2}{1+\hat{g}^2}\,\hat{L}(t_0), \tag{38}$$

ţinînd seama de teorema 2. Deoarece avem relaţia

$$\hat{K}(t) = K^{-1}(t), \tag{39}$$

din inegalitatea (38) rezultă imediat inegalitatea (32), ceea ce trebuie demonstrat.

Consecinţa 4. Considerînd comanda suboptimală de forma (21), unde matricea pozitiv definită $L(t)$ este subsoluţie a ecuaţiei matriceale diferenţiale Riccati, rezultă că

$$V(t_0) \geqslant K(t_0) \geqslant \hat{P}^{-1}(t_0). \tag{40}$$

Relaţia (40) se deduce imediat din inegalitatea (32) şi din inegalitatea

$$K(t) \leqslant V(t),\ \forall t \in [t_0,\, t_f], \tag{41}$$

unde $V(t)$ este matricea-cost ataşată comenzii suboptimale (21) pentru problema optimală (1) — (3).

Toate rezultatele stabilite în acest paragraf rămîn adevărate şi în cazul sistemului liniar invariant în timp cu timp final infinit dacă perechea (A,B) este complet controlabilă, $F = 0$ şi matricea $H = A - BR^{-1}B^TL$ este stabilă.

3.3. METODĂ BAZATĂ PE INTRODUCEREA PROBLEMEI OPTIMALE DUALE

Considerăm comanda suboptimală liniară

$$u_s(t) = - R^{-1}(t) B^T(t) L(t) x(t), \tag{42}$$

unde $L(t)$ este o matrice arbitrară de forma $n \times n$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$ pentru problema optimală (1) — (3), şi fie o comandă suboptimală liniară

$$\hat{u}_s(t) = - Q(t) C(t) \hat{L}(t) x(t), \tag{43}$$

unde $\hat{L}(t)$ este o matrice arbitrară de forma $n \times n$, cu elemente continue pe intervalul $[t_0, t_f]$, pentru problema optimală duală [11].

Matricele-cost ataşate comenzilor suboptimale (42) şi (43) sînt $V(t)$ şi, respectiv, $\hat{V}(t)$.

Teorema 4. Matricea-cost optimală $K(t_0)$ verifică inegalitatea

$$V(t) \geqslant K(t) \geqslant \hat{V}^{-1}(t)\,; \; \forall t \in [t_0, t_f], \tag{44}$$

iar performanţa sistemului (1) — (3) prin aplicarea comenzii suboptimale (42) satisface inegalitatea

$$J_L \leqslant \frac{1}{\alpha} J^*, \tag{45}$$

unde

$$J_L \triangleq J(u_s) = x^T(t_0) V(t_0) x(t_0), \tag{46}$$

$$J^* \triangleq J(u^*) = x^T(t_0) K(t_0) x(t_0), \tag{47}$$

iar numărul real pozitiv α este dat de relaţia

$$\alpha = \min_{x_0 \in R^n} \frac{x_0^T \hat{V}^{-1}(t_0) x_0}{x_0^T V(t_0) x_0}, \tag{48}$$

adică

$$\rho = \frac{1}{\alpha}, \tag{49}$$

unde ρ este indicele de suboptimalitate a comenzii suboptimale (42).

Demonstraţie. Avem proprietăţile matricelor-cost $V(t)$ şi $\hat{V}(t)$:

$$V(t) \geqslant K(t)\,; \; \forall t \in [t_0, t_f], \tag{50}$$

$$\hat{V}(t) \geqslant \hat{K}(t)\,; \; \forall t \in [t_0, t_f]. \tag{51}$$

Ţinînd seama de relaţia $K(t) = \hat{K}^{-1}(t)$[11], rezultă inegalitatea (44) sau

$$V(t_0) \geqslant K(t_0) \geqslant \hat{V}^{-1}(t_0), \tag{52}$$

de unde rezultă că

$$x^T(t_0) V(t_0)\, x(t_0) \geqslant x^T(t_0)\, K(t_0)\, x(t_0) \geqslant x^T(t_0) \hat{V}^{-1}(t_0)\, x(t_0), \tag{53}$$

deci avem

$$1 \geqslant \frac{J^*}{J_L} \geqslant \frac{x^T(t_0) \hat{V}^{-1}(t_0)\, x_0}{x^T(t_0) V(t_0)\, x_0}. \tag{54}$$

Dacă

$$\alpha = \min_{x_0} \frac{x_0^T \hat{V}^{-1}(t_0)\, x_0}{x_0^T V(t_0)\, x_0},$$

atunci

$$J_L \leqslant \frac{1}{\alpha} J^*,$$

ceea ce trebuie demonstrat.

Calculul gradului de suboptimalitate ρ. Determinarea valorii scalare α care satisface relaţia (48) echivalează cu determinarea valorii maxime α, pentru care

$$\frac{x_0^T \hat{V}^{-1}(t_0)\, x_0}{x_0^T V(t_0)\, x_0} \geqslant \alpha, \ \forall x_0, \tag{55}$$

şi, deoarece matricea $V(t_0)$ este pozitiv definită, rezultă că

$$\alpha \cdot x_0^T V(t_0)\, x_0 - x_0^T \hat{V}^{-1}(t_0)\, x_0 \leqslant 0, \ \forall x_0, \tag{56}$$

$$\alpha = \max$$

sau

$$\alpha V(t_0) - \hat{V}^{-1}(t_0) \leqslant 0, \tag{57}$$

$$\alpha = \max.$$

Notînd

$$\rho = \frac{1}{\alpha},$$

se poate scrie

$$\rho \hat{V}^{-1}(t_0) - V(t_0) \geqslant 0, \tag{58}$$

$$\rho = \min.$$

Consecința 5. Conform propoziției demonstrate în anexă, rezultă că indicele de suboptimalitate ρ dat de problema (58) se poate calcula astfel:

$$\rho = \lambda_{\max}[V(t_0)\,\hat{V}(t_0)] = \lambda_{\max}[\hat{V}(t_0)V(t_0)], \tag{59}$$

unde s-a ținut seama și de inegalitatea (44).

În concluzie, determinarea indicelui de suboptimalitate ρ se poate face cunoscînd matricele $V(t_0)$ și $\hat{V}(t_0)$ și rezolvînd problema (58).

Observații. 1. Evaluarea gradului de suboptimalitate utilizînd metoda descrisă mai sus se poate face și pentru comenzi suboptimale liniare de forma (42), care nu sînt suprasoluții sau subsoluții ale ecuației matriceale diferențiale Riccati, spre deosebire de metoda propusă de Canales, în care matricea pozitiv definită $L(t)$ este suprasoluție a ecuației matriceale diferențiale Riccati.

2. Alegerea comenzii suboptimale liniare (43), adică alegerea matricei $\hat{L}(t)$, pentru problema optimală duală este independentă de comanda suboptimală (42) al cărei indice de suboptimalitate se calculează. Evident este de dorit ca matricea $\hat{L}(t)$ să fie cît „mai apropiată" de matricea $\hat{K}(t)$ (cînd $\hat{L}(t) = \hat{K}(t)$, se obține indicele de suboptimalitate minim $\bar{\rho}$).

3. Trebuie subliniat faptul că determinarea indicelui de suboptimalitate a comenzii suboptimale (42) se face fără utilizarea comenzii optimale.

Algoritmul de calcul pentru determinarea indicelui de suboptimalitate a comenzii suboptimale (42) cuprinde următoarele etape:

a) calculul matricei-cost $V(t)$ prin rezolvarea ecuației matriceale diferențiale liniare (11), determinarea valorii $V(t_0)$;

b) alegerea matricei $\hat{L}(t)$. Dacă matricea $L(t)$ este pozitiv definită (sau numai inversabilă), se poate alege $\hat{L}(t) = L^{-1}(t)$, ceea ce necesită inversarea matricei $L(t)$. Altă alegere convenabilă pentru $L(t)$ este $\hat{L}(t) = V^{-1}(t)$, știind că $V(t)$ este o subsoluție a ecuației matriceale diferențiale Riccati;

c) calculul matricei-cost $\hat{V}(t)$ prin rezolvarea unei ecuații matriceale diferențiale liniare de forma (11), determinarea valorii $\hat{V}(t_0)$;

d) calculul produsului $V(t_0)\hat{V}(t_0)$ și calculul valorii proprii maxime a acestei matrice; valoarea proprie maximă este chiar indicele de suboptimalitate.

Se poate demonstra imediat că indicele de suboptimalitate calculat ρ este mai mare decît indicele de suboptimalitate minim $\bar{\rho}$ calculat cu ajutorul matricei-cost optimale [12].

Rezultatele prezentate rămîn adevărate și pentru cazul sistemelor liniare invariante în timp cu timp final infinit dacă matricele constante H și $\hat{H}$ sînt stabile, unde

$$H = A - BR^{-1}B^TL \text{ și } \hat{H} = -A^T - C^TQC\hat{L}.$$

4. VERIFICAREA REZULTATELOR STABILITE

Pentru determinarea gradului de suboptimalitate minim pe baza algoritmului dat în paragraful 3.1 şi pentru determinarea gradului de suboptimalitate pe baza algoritmului dat în paragraful 3.3 s-au elaborat programe de calcul în FORTRAN-IV [12] pentru sisteme invariante în timp.

O mare parte din datele iniţiale corespund unor sisteme reale luate din lucrările de specialitate [1], [2]; s-au ales atît sisteme simple, cît şi sisteme multiple.

Exemplu. Fie problema optimală descrisă de

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$x(0) = x_0,$$

$$y = [-1 \ \ 2]\, x,$$

$$J(u) = \int_0^\infty [u^2(t) + y^2(t)]\, \mathrm{d}t.$$

S-au obţinut următoarele rezultate:

— indicele de suboptimalitate minim $\bar{\rho} = 1{,}0882406$;
— indicele de suboptimalitate prin metoda propusă $\rho = 1{,}1714525$;
— indicele de suboptimalitate prin metoda Canales [2], $\rho = 1{,}316$.

În tabela de mai jos s-au trecut, comparativ, indicele de suboptimalitate şi indicele de suboptimalitate minim pentru comenzi suboptimale liniare care se obţin din considerarea de subsoluţii sau suprasoluţii ale ecuaţiei matriceale algebrice Riccati.

Tabela 1

Comanda suboptimală	Indicele de suboptimalitate ρ	Indicele de suboptimalitate minim $\bar{\rho}$	$\frac{\rho - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}$ 100 %
Subsoluţie	1,1139676	1,0782852	3,30918
Subsoluţie	1,1039253	1,0367088	6,48364
Subsoluţie	1,64616	1,5965958	3,10472
Subsoluţie	1,1722048	1,1071777	5,87323
Subsoluţie	1,0093765	1,0040646	0,52904
Suprasoluţie	1,0006385	1,0001955	0,0443
Suprasoluţie	1,1684117	1,0777636	8,41076
Suprasoluţie	1,1153873	1,0276508	8,53768
Suprasoluţie	1,005702	1,0015821	0,41134
Suprasoluţie	1,2230773	1,1153393	9,65966

De regulă, s-a obținut valoarea indicelui de suboptimalitate minim mai mică decît valoarea indicelui de suboptimalitate; excepție fac unele exemple de calcul pentru care indicele de suboptimalitate este foarte apropiat de unitate.

S-a constatat că deviația relativă a indicelui de suboptimalitate calculat prin metoda propusă față de indicele de suboptimalitate minim scade odată cu apropierea indicelui de suboptimalitate de valoarea 1; în exemplele efectuate, deviația relativă n-a depășit 10 %.

Trebuie subliniat faptul că nu există limitări în privința efectuării unor exemple pentru sisteme de ordin superior.

Calculul indicelui de suboptimalitate prin metoda propusă are următoarele avantaje asupra metodei Canales:

— volumul calculelor este evident mai redus pentru sistemele invariante în timp; în cazul sistemelor liniare variabile în timp, metoda Canales este practic inaplicabilă, în timp ce prin metoda propusă se lucrează tot cu matrice constante la determinarea gradului de suboptimalitate;

— clasa comenzilor suboptimale liniare pentru care se poate calcula indicele de suboptimalitate este mai largă.

Anexă

Propoziție. Fie matricele pătratice, simetrice, pozitiv definite A și B, astfel ca $B \geqslant A > 0$; atunci valoarea minimă $\rho > 0$ (ρ — scalar) pentru care $\rho A - B \geqslant 0$ este dată de cea mai mare valoare proprie a matricei BA^{-1} și toate valorile proprii ale matricei BA^{-1} sînt mai mari decît 1.

Demonstrație. Există o matrice nesingulară S astfel ca să avem

$$A = S^T \Delta_1 S,$$

$$B = S^T \Delta_2 S,$$

unde Δ_1 și Δ_2 sînt matrice diagonale cu elemente pozitive. Deoarece

$$B - A = S^T(\Delta_2 - \Delta_1) S \geqslant 0,$$

rezultă

$$\Delta_2 - \Delta_1 \geqslant 0$$

sau

$$b_i - a_i \geqslant 0, \ \forall i,$$

unde a_i și b_i sînt elementele diagonale ale matricelor Δ_1 și, respectiv, Δ_2. Avem

$$d_i \stackrel{\Delta}{=} \frac{b_i}{a_i} \geqslant 1, \ \forall i,$$

de unde urmează

$$\Delta \stackrel{\Delta}{=} \Delta_2 \Delta_1^{-1} \geqslant I.$$

Dar matricele BA^{-1} și Δ sînt asemenea, deoarece

$$BA^{-1} = S^T\Delta_2 SS^{-1}\Delta_1^{-1}(S^T)^{-1} = S^T(\Delta_2\Delta_1^{-1})\,(S^T)^{-1},$$

deci au aceleași valori proprii d_i.

Pentru îndeplinirea relațiilor

$$\rho A - B \geqslant 0,$$

$$\rho = \min\,(\rho > 0),$$

trebuie ca

$$S^T(\rho\,\Delta_1 - \Delta_2)\,S \geqslant 0$$

sau

$$\rho\Delta_1 - \Delta_2 \geqslant 0,$$

deci

$$\rho a_i - b_i \geqslant 0,\ \forall i.$$

Rezultă

$$\rho \geqslant \frac{b_i}{a_i} = d_i \geqslant 1,\ \forall i,$$

adică parametrul scalar ρ trebuie să fie egal cu cea mai mare valoare proprie a matricei BA^{-1}, deci

$$\rho = \lambda_{\max}(BA^{-1}).$$

Observație. Deoarece matricele BA^{-1} și $A^{-1}B$ au aceleași valori proprii, se poate scrie

$$\rho = \lambda_{\max}\,(A^{-1}B).$$

BIBLIOGRAFIE

1. N. H. McClamroch, *Evaluation of suboptimality and sensitivity in control and filtering processes.* IEEE Trans., AC—**14**, *3*, 282—285 (1969).
2. R. Canales, *A lower bound on the performance of optimal regulators.* IEEE Trans. **AC—15**, *4*, 409—415 (1970).
3. N.H. McClamroch, *Duality and bounds for the matrix Riccati equation.* Journal of Mathematical Analysis and Applications, **25**, *3*, 622—627 (1969).
4. L. Lupaș, *Asupra aprecierii performanțelor unor clase de comenzi suboptimale.* St. cerc. energ. electr., **21**, *3*, 659—665 (1971).
5. H.S. Witsenhausen, *On performance bounds for uncertain systems.* SIAM Journal on Control, **8**, *1*, 55—89 (1970).

6. J.J. Rissanen, *Performance deterioration of optimum systems.* IEEE Trans., **AC—11**, *3*, 530—532 (1966).
7. N. H. McClamroch, J. Rissanen, *A result on the performance deterioration of optimum systems.* IEEE Trans., **AC—12**, *2*, 209—210 (1967).
8. P. R. Belanger, *Some aspects of control tolerances and first order sensitivity in optimal control problems.* IEEE Trans., **AC—11**, *1*, 77—83 (1966).
9. M. Athans, P. L. Falb, *Optimal control*, McGraw-Hill Book Comp., 1966.
10. D. L. Kleinman, T. Fortman, M. Athans, *On the design of linear systems with piecewise constant feedback gains*, IEEE Trans. **AC—13**, *3*, 354—361 (1968).
11. L. Lupaș, *Sisteme suboptimale liniare pentru problema optimală liniar-pătratică.* St. cerc. energ. electr., **22**, *3* (1972).
12. L. Lupaș, *Studiul unor clase de sisteme suboptimale*, teză de doctorat, 1972.

CERCETĂRI ASUPRA PROCESELOR TERMICE DIN CASETE DE REACTOARE NUCLEARE ENERGETICE CU APĂ SAU APĂ GREA SUB PRESIUNE

C. HAIDUC

621.039.517

Se tratează problemele dezvoltate de autor în problema transferului de căldură în regim turbulent de convecţie forţată în casete de reactor nuclear răcit cu apă sau apă grea.

Pe baza ecuaţiilor diferenţiale de mişcare, bilanţ termic şi continuitate au fost obţinute şi verificate experimental noi ecuaţii criteriale pentru determinarea transferului de căldură în casete de reactor nuclear energetic.

În lucrarea de faţă se tratează problemele teoretice dezvoltate de autor în problema transferului de căldură în regim turbulent de convecţie forţată în casete cu elemente de combustibil nuclear.

Analiza literaturii de specialitate din acest domeniu arată că există un număr foarte redus de ecuaţii criteriale speciale care ţin seama de particularităţile procesului de convecţie forţată din casete de reactor nuclear şi de geometria acestora. Analiza ecuaţiilor lui Miheev, Dittus-Boller, Colborn şi Prandtl pentru condiţiile din casete de reactor nuclear cu circulaţie forţată arată că rezultatele care se obţin pentru fascicule de elemente de combustibil sînt foarte diferite şi diferă între ele cu 20 — 40%.

O altă particularitate a acestor rezultate constă în faptul că ecuaţiile criteriale obţinute pentru ţevi nu pot fi utilizate pentru fascicule de elemente de combustibil, deoarece rezultatele diferă substanţial. Ţinînd seama de aceasta şi de faptul că ecuaţiile existente dau numai valorile medii ale coeficienţilor de cedare a căldurii în casete, iar repartiţia fluxului de neutroni pe secţiunea fasciculelor de elemente de combustibil nuclear este neuniformă, este necesară obţinerea unui sistem de ecuaţii care să permită determinarea locală a transferului de căldură pe fiecare element de combustibil din cadrul fasciculului.

Pentru aceasta am pornit de la următoarele considerente:

— fasciculul de elemente de combustibil se consideră cu surse interne de căldură, iar fluxul termic volumetric în elemente este repartizat pe secţiunea şi lungimea casetei după o lege cosinusoidală;

— printre elementele de combustibil curge un lichid omogen;

— pe lungimea și secțiunea casetei se consideră variabilă presiunea și temperatura lichidului, precum și proprietățile termodinamice și fizice ale acestuia ;

— se consideră variabilă pe lungimea și secțiunea fasciculului temperatura centrului și învelișurilor elementelor de combustibil ;

— procesul termic în fascicul se consideră în regim staționar.

Spre deosebire de alți autori, localizăm procesul la un element de combustibil din cadrul fasciculului pentru a putea determina un diametru echivalent local care să țină seama de existența unor canale elementare de curgere delimitate de pereții elementelor.

Se consideră de asemenea că schimbul de masă între canalele elementare reciproce este neglijabil.

În aceste condiții se obțin următoarele ecuații pentru diametrele echivalente ale canalelor elementare:

— pentru modelul 1 de rețea (triunghi echilateral) :

$$d_e = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{\pi} S^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{S}{\varphi}\right)^2}; \tag{1}$$

— pentru modelul 2 de rețea (pătrat) :

$$d_e = \sqrt{S^2\left(\frac{4}{\pi} - \frac{1}{\varphi^2}\right)}; \tag{2}$$

— pentru modelul 3 de rețea (triunghi oarecare) :

$$d_e = \sqrt{\frac{2}{\pi} S_1 \left(S_2^2 - \frac{S_1^2}{4}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{S_1}{\varphi}\right)^2}; \tag{3}$$

— pentru modelul 4 de rețea (dreptunghi) :

$$d_e = \sqrt{\frac{4 S_1 S_2}{\pi} - \left(\frac{S_1}{\varphi}\right)^2}, \tag{4}$$

unde

S_1, S_2 reprezintă pasurile dintre elementele de combustibil nuclear ;

d — diametrul exterior al elementelor de combustibil nuclear ;

$$\varphi = \frac{S}{d}; \quad \varphi_1 = \frac{S_1}{d};$$

— pentru modelul 5 de rețea (elementele de la periferia casetei);

$$d_e = \frac{8S}{\pi d}\left(\frac{d}{2} + \delta\right) - d, \tag{5}$$

unde δ reprezintă distanța medie de la marginea elementelor periferice pînă la învelișul casetei cu elemente de combustibil.

Pentru caracterizarea transferului de căldură de la un element oarecare de combustibil la lichidul care preia căldura au fost deduse pentru condițiile de mai sus ecuațiile diferențiale de mișcare, ecuația de bilanț termic și ecuația continuității.

Ecuația de mișcare are forma

$$g\rho - \frac{\partial p}{\partial x} - \left[\frac{4d}{(de^2 - d^2)}\left((\mu + \rho d_e^2 \frac{\partial w}{\partial x}\right) - \rho w\right]\frac{\partial w}{\partial x} = 0, \tag{6}$$

unde:

g reprezintă accelerația gravitațională;
ρ — densitatea lichidului în secțiunea din casetă care se ia în considerație,
p — presiunea lichidului în secțiunea din casetă care se ia în considerație,
μ — coeficientul de viscozitate cinematică,
W — viteza medie a lichidului în canalul elementar din casetă luat în considerație,
x — variabila pe lungimea elementului de combustibil.

Pe baza ecuației (6), înlocuind operatorii diferențiali cu operatori finiți și separînd criteriile de similitudine corespunzătoare, ecuația de mișcare capătă forma

$$\frac{1}{4}(\mathrm{Fr}^* - \mathrm{Eu}) - \frac{1}{\mathrm{Re}^*}\frac{d_e^2}{(d_e^2 - d^2)} - \frac{d d_e}{(d_e^2 - d^2)} + \frac{1}{4} = 0, \tag{7}$$

unde

$$\mathrm{Fr}^* = \frac{g d_e}{w^2} \tag{8}$$

este criteriul Froud,

$$\mathrm{Eu} = \frac{p}{\rho w^2} \tag{9}$$

criteriul Euler și

$$\mathrm{Re}^* = \frac{w d_e}{\nu} \tag{10}$$

criteriul Reynolds.

Ecuaţia de bilanţ termic pentru un volum elementar de agent termic dV care spală elementul de combustibil pe distanţa dx şi de interacţiunea peretelui elementului de combustibil cu lichidul se obţine ţinînd seama de căldura transmisă prin convecţie de la perete prin conductibilitatea termică în direcţie axială şi radială în masa de lichid. În acest caz, ecuaţia diferenţială de bilanţ termic se obţine sub forma

$$\alpha\Delta t\,dx - \left(\frac{d_e^2 - d^2}{d}\right)\left[\lambda + C_p\gamma d_e^2\frac{\partial w}{\partial x}\right]\frac{\partial t}{\partial x} -$$

$$-\left(\frac{d_e^2 - d^2}{d}\right)\left\{\frac{\partial\lambda}{\partial x} + d_e^2\left[\gamma\frac{\partial C_p}{\partial x} + C_p\frac{\partial\gamma}{\partial x}\right]\frac{\partial w}{\partial x}\right\}\frac{\partial t}{\partial x}dx -$$

$$-\left(\frac{d_e^2 - d^2}{d}\right)\left[\lambda + C_p\gamma d_e^2\frac{\partial w}{\partial x}\right]\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}dx - \qquad (11)$$

$$-\frac{d_e}{d}(\lambda + \lambda_T)\frac{\partial t}{\partial x}dx - 1800\left(\frac{d_e^2 - d^2}{d}\right)\times$$

$$\times\left[\left(\frac{\partial\gamma}{\partial x}C_p + \frac{\partial C_p}{\partial x}\gamma\right)tw + \gamma C_p\left(\frac{\partial t}{\partial x}w + \frac{\partial w}{\partial x}t\right)\right]dx = 0.$$

unde

α	reprezintă	coeficientul de cedarea căldurii de la element la lichid,
Δt	—	diferenţa de temperatură dintre temperatura elementului şi a lichidului,
λ, C_p, γ	—	conductibilitatea termică, căldura specifică şi greutatea specifică a lichidului,
λ_T	—	coeficientul de conductibilitate termică turbulentă a lichidului,
t	—	temperatura lichidului în stratul-limită.

Analiza criterială a ecuaţiei (11) conduce la obţinerea ecuaţiei de bilanţ termic sub forma

$$1 - \left(\frac{d_e^2 - d^2}{dd_e}\right)\left(\frac{t}{\Delta t}\right)\left[\frac{3}{2}\frac{1}{Nu^*} + \frac{7204}{K_i}\right] - \left(\frac{t}{\Delta t}\right)\left[\frac{1}{Nu^*} + \frac{1}{K_i}\right] = 0, \qquad (12)$$

unde criteriul de similitudine Nusselt,

$$Nu^* = \frac{\alpha d_e}{\lambda}, \qquad (13)$$

şi criteriul de similitudine Kirpicev,

$$K_i = \frac{\mathrm{d}}{C_p \gamma w}, \tag{14}$$

caracterizează raportul fluxurilor radiale şi axiale de căldură în lichidul care spală elementul de combustibil.

Ecuaţia continuităţii lichidului care spală elementul de combustibil se obţine sub forma

$$w\frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0 \tag{15}$$

sau, după analiza criterială ecuaţia de continuitate, devine

$$\mathrm{H}_0^* + \frac{1}{2} = 0, \tag{16}$$

unde

$$\mathrm{H}_0^* = \frac{\mathrm{w}\tau}{d_e} \tag{17}$$

este criteriul de similitudine.

Ţinînd seama de ecuaţiile (7), (12), (16), sistemul de criterii de similitudine determinante pentru proces este

$$\{\mathrm{Nu}^*, \mathrm{Re}^*, \mathrm{Fr}, \mathrm{Pr}, \mathrm{Eu}, \pi_1, \pi_2\}, \tag{18}$$

unde criteriile π_1 şi π_2 au fost introduse de autor şi au forma :

$$\pi_1 = \frac{t}{\Delta t}, \tag{19}$$

$$\pi_2 = \frac{(d_e^2 - d^2)^2}{d_e^3 d}, \tag{20}$$

iar ecuaţia criterială pentru determinarea lui N_u^* are forma

$$\mathrm{Nu}^* = A\pi_1\pi_2\,\mathrm{Re}^{*n_1}\mathrm{Pr}^{n_2}\,\mathrm{Eu}^{n_3}\,\mathrm{Fr}^{n_4}, \tag{21}$$

unde A reprezintă un coeficient de proporţionalitate care se determină pe cale experimentală, iar n_1, n_2, n_3, n_4 sînt exponenţi care se determină pe cale experimentală. Pe baza rezultatelor experimentale obţinute pe bucla

termică ICPET pe modele de casete de reactori nucleari în cazul răcirii cu apă au fost stabilite următoarele ecuaţii pentru Nu :

$$Nu^* = 325 + 1{,}265 \cdot 10^{-4} \pi_1 \pi_2 Re^{*0,8} Pr^{0,43} Eu\, Fr, \tag{22}$$

valabilă pentru domeniul

$$7 \cdot 10^3 < \pi_1 \pi_2 Re^{*0,8} Pr^{0,43} Eu\, Fr < 6 \cdot 10^5,$$

şi (23)

$$Nu^* = 400 + 1{,}142 \cdot 10^{-3} (\pi_1 \pi_2 Re^{*0,8} Pr^{0,43} Eu\, Fr - 6 \cdot 10^5),$$

valabilă pentru domeniul

$$6 \cdot 10^5 < \pi_1 \pi_2 Re^{*0,8} Pr^{0,43} Eu\, Fr < 2{,}5 \cdot 10^6.$$

Ecuaţiile criteriale (22) şi (23) verifică cu o precizie de $\pm$ 10% rezultatele experimentale pentru casete de reactor nuclear în cazul răcirii cu apă la $p = 1 \ldots 60$ ata.

CONCLUZII

1. Au fost obţinute ecuaţiile diferenţiale de mişcare, bilanţ termic şi de continuitate pentru transferul de căldură în regim turbulent de curgere în casete cu elemente de combustibil pentru reactori nucleari energetici cu apă sub presiune. Pe baza acestora au fost obţinute şi verificate experimental noi ecuaţii criteriale pentru determinarea lui α local pe elemente de combustibil nuclear.

2. Au fost introduse două noi criterii de similitudine π_1 şi π_2, precum şi ecuaţii mai precise pentru determinarea diametrului echivalent local pentru canale elementare din casete de reactor nuclear.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Haiduc ş.a., *Cercetări experimentale asupra convecţiei forţate în modele de casete de reactor nuclear energetic*, studiu ICPET, 1970.
2. C. Haiduc ş.a., *Cercetări pe modele a transferului de căldură în casete de reactor nuclear cu circulaţie forţată. Model matematic de analiză a uniformizării repartiţiei radiale a fluxului de neutroni în reactori nucleari*, memoriu Inst. de energetică al Academiei R.S.România, 1969.
3. Bonilla, *Voprosî teploperedaci v iadernoi tehnike*, Gosatomizdat, 1961.
4. I. I. Novikov, K. D. Voskresenski, *Pricladnaia termodinamika i teploperedacea*. Gosatomizdat, 1961.

REPREZENTAREA ÎN PLAN A SUPRAFEȚELOR DIN SPAȚIUL TRIDIMENSIONAL PRIN MODELARE MATEMATICĂ ȘI FOLOSIND CALCULATOARE ELECTRONICE

V. A. MĂRIEȘ

681.34

În lucrare se expune modul de reprezentare în plan a unei suprafețe din spațiul tridimensional. Suprafața este dată printr-o expresie analitică sau se obține dintr-o serie de puncte ce se proiectează relativ uniform în planul dreptunghiului de reprezentare. Procedeul folosit este eficient în special în al doilea caz, primul fiind mult mai simplu, cînd, pe baza unui model matematic, se determină expresia analitică a suprafeței care aproximează optim punctele spațiale ale suprafeței reale. Cu ajutorul unui sistem electronic de prelucrare a datelor, se reprezintă în plan suprafața dată sau determinată ca mai sus, obținîndu-se liniile de nivel ale suprafeței.

Metoda este utilă la reprezentarea în plan a suprafețelor date analitic, a suprafețelor geografice cunoscute doar prin coordonatele unui număr limitat de puncte, a straturilor geologice, a liniilor de cîmp și într-o serie de alte exemple din știință și practică.

În foarte multe domenii ale activității umane apare frecvent necesitatea de a reprezenta în plan o suprafață din spațiul tridimensional. Suprafața ce trebuie reprezentată este cunoscută prin expresia ei analitică sau numai printr-un număr limitat de puncte caracteristice. După cum se va vedea, în primul caz, problema reprezentării ei în planul unui dreptunghi este mult mai simplă față de cazul al doilea, deoarece pentru acesta nu se cunoaște expresia analitică a suprafeței. O primă metodă ce s-ar impune este cunoașterea coordonatelor spațiale în nodurile unei rețele care ar asigura precizia dorită, precizie limitată și de scara reprezentării. Pentru aceasta este nevoie de un număr enorm de informații asupra suprafeței, ceea ce nu mai este convenabil.

Metoda expusă mai jos descrie modul în care se depășește această dificultate, determinîndu-se expresia analitică a suprafeței care aproximează optim norul de puncte în număr limitat. În acest mod, cazul al doilea este redus la primul, în continuare trecîndu-se la reprezentarea

suprafeței cunoscute printr-o expresie analitică dată sau determinată, cu ajutorul unui sistem electronic de prelucrare a datelor programat în acest sens.

Această problemă apare, de exemplu, la reprezentarea în plan a suprafețelor geografice cunoscute prin coordonatele unui număr limitat de puncte caracteristice, adică, în cartografiere, a straturilor geologice, a liniilor de cîmp în cazul evident al suprafețelor date prin expresia lor analitică și într-o serie de multe alte cazuri din știință și practică.

Pentru a obține programul-sursă cu ajutorul căruia sistemul electronic de prelucrare a datelor să facă și reprezentarea grafică a suprafeței în planul unui dreptunghi prin linii de nivel, trebuie stabilit întîi modelul matematic al problemei, etapă descrisă mai jos.

Considerăm că suprafața din spațiul tridimensional este dată printr-un nor de n puncte sau eșantioane, repartizate relativ uniform în planul dreptunghiului de reprezentare, puncte a căror coordonate sînt $M_i(U_i; V_i; Z_i)$, $i = 1,2,\ldots, n$.

Punctele cunoscute ale suprafeței sînt în număr limitat, caz întîlnit în practică, deoarece altfel problema n-ar mai prezenta un interes deosebit, reprezentarea făcîndu-se numai cu ajutorul lor. Din acest motiv se caută expresia analitică a suprafeței care aproximează cel mai bine norul spațial de puncte dat.

În teoria modelelor liniare se demonstrează că orice distribuție limitată de puncte poate fi aproximată prin polinoame în două variabile, polinoame cu gradul maxim 8. Expresia analitică a acestor polinoame de grad s este următoarea :

$$Z_s = \sum_{k=0}^{s} \sum_{j=0}^{k} a_{kj} U^{k-j} V^j, \qquad s = 1, 2, \ldots, 8, \tag{1}$$

unde a_{kj}, $k = 0, 1, 2, \ldots, s$; $j = 0, 1, 2, \ldots, k$ sînt coeficienți încă necunoscuți.

Polinomul de gradul s în două variabile are un număr de m coeficienți :

$$m = \frac{1}{2}(s + 1) \cdot (s + 2). \tag{2}$$

Pentru a se ajunge la un model liniar, părțile variabile ale termenilor se substituie în ordine, obținîndu-se

$$Z_s = \sum_{r=1}^{m} a_r X_r, \tag{3}$$

în care coeficienții necunoscuți a_r, $r = 1, 2, \ldots, m$, nu sînt altceneva decît coeficienții a_{kj}, $k = 0, 1, 2, \ldots, s$; $j = 0, 1, 2, \ldots, k$, renotați în ordine, iar variabilele X_r, $r = 1, 2, \ldots, m$, sînt produsele mixte $U^{k-j}V^j$, $k = 0, 1, 2, \ldots, s$; $j = 0, 1, 2, \ldots, k$, luate în ordine. În particular, $X_1 = 1$.

Se observă că, în acest mod, suprafața din spațiul tridimensional (1) este privită ca un hiperplan în spațiul $m + 1$ dimensional.

Criteriul de determinare a coeficienților necunoscuți ai suprafeței de aproximație de gradul s (1), a_{kj}, $k = 0, 1, 2, \ldots, s$; $j = 0, 1, 2, \ldots, k$, sau ai hiperplanului (3), a_r, $r = 1, 2, \ldots, m$, este minimizarea abaterii pătratice între valorile cotelor reale și a cotelor obținute din calcul.

Abaterea pătratică dată de suprafața de gradul s se obține cu relația

$$A_s = \sum_{i=1}^{n} (Z_{si} - Z_i)^2, \tag{4}$$

unde Z_{si}, $i = 1, 2, \ldots, n$, sînt cotele suprafeței obținute cu ajutorul expresiei (1), adică

$$Z_{si} = \sum_{k=0}^{s} \sum_{j=0}^{k} a_{kj} U_i^{k-j} V_i^j, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{5}$$

sau cu ajutorul expresiei (3):

$$Z_{si} = \sum_{r=1}^{m} a_r X_{ri}, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{6}$$

unde X_{ri}, $r = 1, 2, \ldots, m$; $i = 1, 2, \ldots, n$ sînt produsele mixte $U_i^{k-j} V_i^j$, $k = 0, 1, \ldots, s$; $j = 0, 1, \ldots, k$, în ordine. În particular, $X_{1i} = 1$; $i = 1, 2, \ldots, n$.

Înlocuind expresia (5), respectiv (6), în (4), forma expresiei abaterii pătratice devine

$$A_s = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{k=0}^{s} \sum_{j=0}^{k} a_{kj} U_i^{k-j} V_i^j - Z_i \right)^2, \tag{7}$$

respectiv

$$A_s = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{r=1}^{m} a_r X_{ri} - Z_i \right)^2. \tag{8}$$

Pentru ca abaterea pătratică să fie minimă, coeficienții suprafeței de gradul s dată de (1) în spațiul tridimensional sau ai hiperplanului (3) din spațiul $m + 1$ dimensional trebuie să aibă astfel de valori, încît să constituie soluția sistemului format de primele derivate parțiale ale abaterii pătratice (7), respectiv (8), în raport cu fiecare coeficient.

Utilitatea liniarizării suprafeței de aproximare se remarcă prin forma liniară a sistemului de m ecuații cu m necunoscute ce se obține din (8), deoarece, folosind relația (7), se ajunge la un sistem neliniar dificil de rezolvat, adică

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_s}{\partial a_k} \equiv 2 \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \left(X_{ki} \sum_{r=1}^{m} (a_r X_{ri} - Z_i) \right) = 0, \\ \\ k = 1, 2, \ldots, m. \end{cases} \tag{9}$$

Pentru a determina coeficienții necunoscuți a_r, $r = 1, 2, \ldots, m$, din sistemul liniar (9) adus la o formă mai simplă, se fac cîteva notații și

transformări. Astfel, după împărţirea cu 2, intervertirea însumării şi separarea termenului liber în membrul drept, se obţine

$$\begin{cases} \sum_{r=1}^{m} \left(\left(\sum_{i=1}^{n} X_{ki} X_{ri} \right) a_r \right) = \sum_{i=1}^{n} X_{ki} Z_i, \\ k = 1, 2, \ldots, m. \end{cases} \tag{10}$$

Dacă se notează

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} X_{ki} X_{ri} = W_{kr}, \\ \sum_{i=1}^{n} X_{ki} Z_i = Y_k, \\ k = 1, 2, \ldots, m; \\ r = 1, 2, \ldots, m, \end{cases} \tag{11}$$

sistemul (10) devine

$$\sum_{r=1}^{m} W_{kr} a_r = Y_k, \quad k = 1, 2, \ldots, m. \tag{12}$$

Sistemul liniar de m ecuaţii cu m necunoscute (12) astfel obţinut este simetric, proprietate utilă în programare, adică

$$\begin{cases} W_{kr} = W_{rk}, \\ k = 1, 2, \ldots, m; \\ r = 1, 2, \ldots, m, \end{cases} \tag{13}$$

ceea ce se poate observa pe baza ecuaţiilor (11).

Prin rezolvarea sistemului (12), ţinînd sema şi de relaţia (13), se obţine suprafaţa polinomială (1) de grad s din spaţiul tridimensional sau hiperplanul (3) din spaţiul $m+1$ dimensional, care se abate cel mai puţin de la punctele reale.

Pentru a mări precizia, în continuare se pot determina toate cele opt suprafeţe polinomiale care aproximează cel mai bine norul spaţial de puncte date. După obţinerea tuturor celor opt suprafeţe polinomiale, pentru a selecţiona suprafaţa optimă se aplică criteriul abaterii pătratice minime. Suprafaţa astfel selecţionată se reprezintă în planul unui dreptunghi, folosind o corespondenţă între valorile cotelor şi semnele pe care le poate imprima sistemul electronic de prelucrare a datelor.

Programul-sursă REPSUT (*Re*prezentarea în *p*lan a *su*prafeţelor din spaţiul *t*ridimensional) a fost conceput în limbajul de programare automată FORTRAN pe baza schemei logice ce urmează.

După punerea la punct a programului-sursă REPSUT şi prin testarea lui pe sistemul electronic de prelucrare a datelor FELIX—256 cu ajutorul unui exemplu de control, s-a trecut la reprezentarea în plan a unei suprafeţe reale date prin coordonatele a 36 de puncte din spaţiul tridimensional. Dintre cele opt suprafeţe polinomiale determinate, sistemul electronic de prelucrare a datelor a selecţionat suprafaţa polinomială optimă, adică aceea care dă abaterea pătratică cea mai mică, iar pentru aceasta a făcut şi reprezentarea grafică în planul unui dreptunghi prin intermediul celor 57 de semne grafice, fiecare reprezentînd o anumită cotă, ca în figura ce urmează.

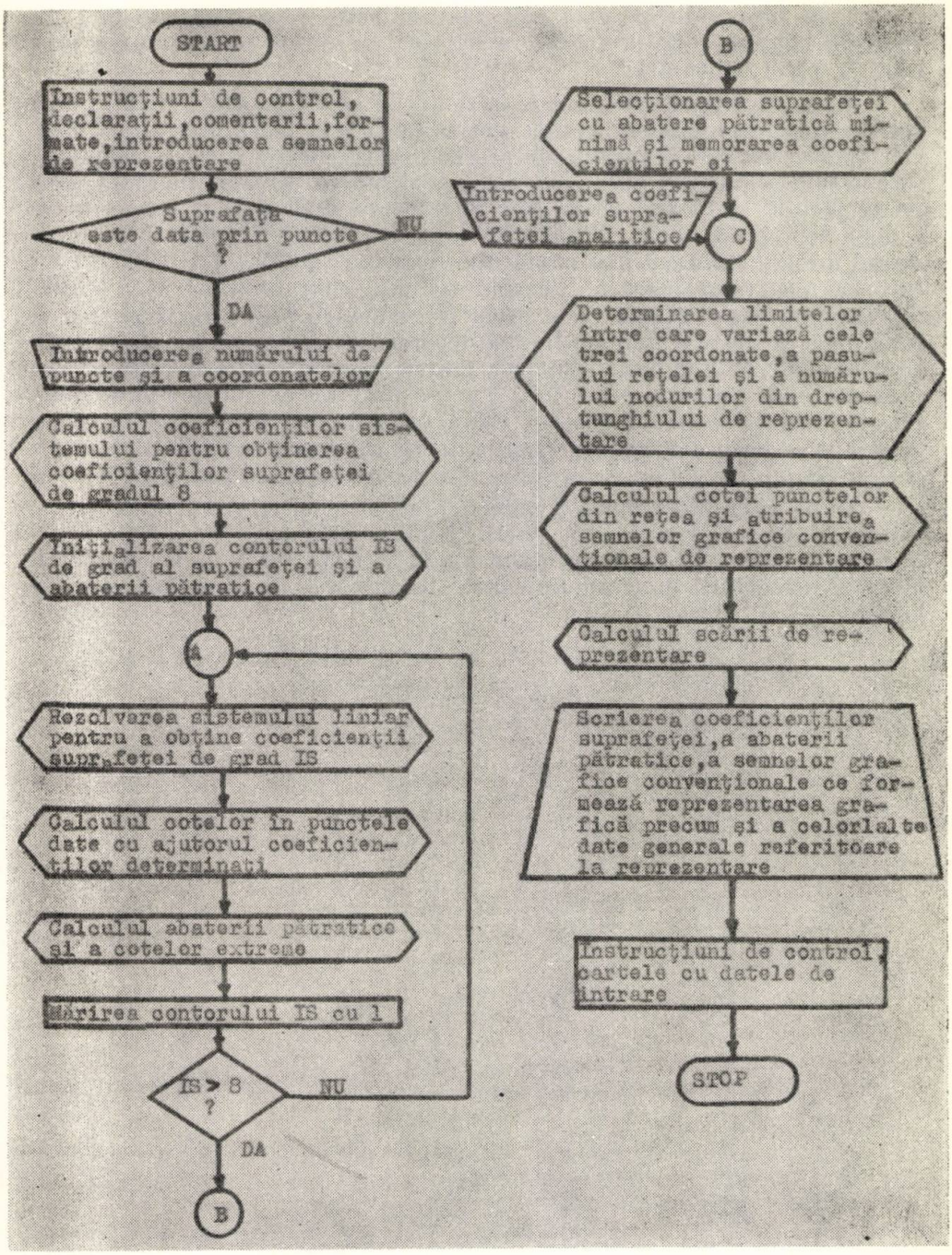


Fig. 1. — Schema logică.

Prin suprapunerea unei coli de calc peste reprezentarea dată de sistemul electronic de prelucrare a datelor, se obține reprezentarea prin linii de nivel alăturată.

Se menționează că toate reprezentările obținute sînt realizate la o scară riguroasă, astfel că acestea pot fi folosite la măsurări grafice. Precizia măsurării este în funcție de precizia reprezentării, care, la rîndul ei, este în funcție de scara la care se face reprezentarea. Eroarea maximă ce se poate face la scara respectivă este distanța pe diagonală dintre centrele a două semne alăturate. Pasul între două linii de nivel poate fi micșorat destul de mult prin mărirea numărului de semne grafice convenționale cu care se face reprezentarea, folosind tehnica supraimprimării. Precizia reprezentării pe orizontală și precizia reprezentării pe verticală nu pot fi îmbunătățite peste o anumită limită, deoarece între acestea există o relație care depinde de numărul semnelor grafice convenționale folosite în reprezentare, de numărul semnelor ce se pot imprima pe un rînd și de limitele de variație a coordonatelor, adică de scara ce rezultă, astfel că se ajunge la o situație de optim.Situația de optim se poate stabili în cazul în care se impun erorile maxime admisibile pe orizontală și pe verticală.

După pregătirea datelor pentru prelucrare electronică, executarea acestor reprezentări se face în cîteva minute riguros și la scară, ducînd la o mare economie de timp, efort uman și forțe de muncă. Memoria necesară executării programului-sursă REPSUT este de circa 40 de kocteți.

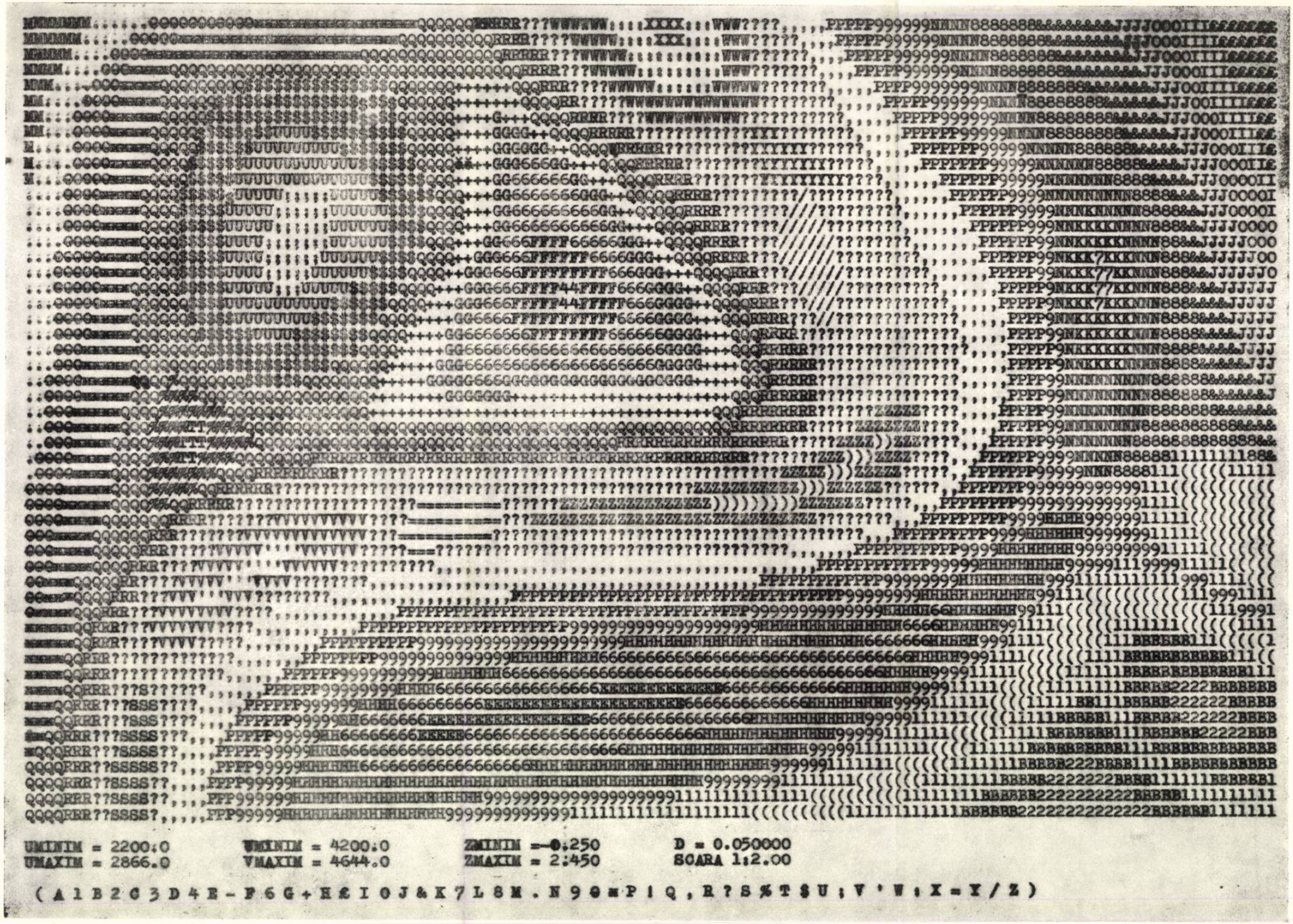


Fig. 2. — Reprezentarea în plan a suprafeței din spațiul tridimensional executată de sistemul electronic de prelucrare a datelor.

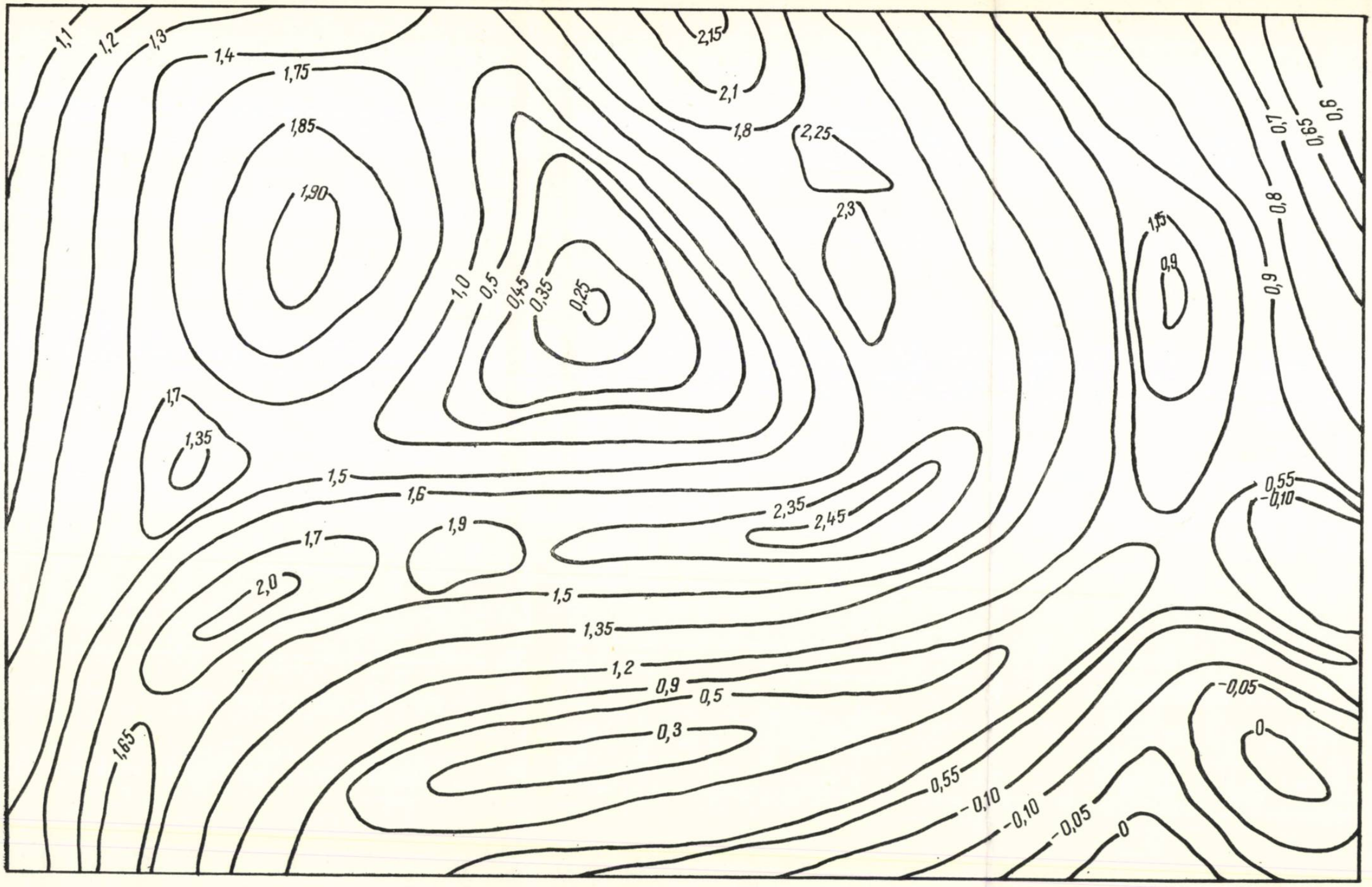
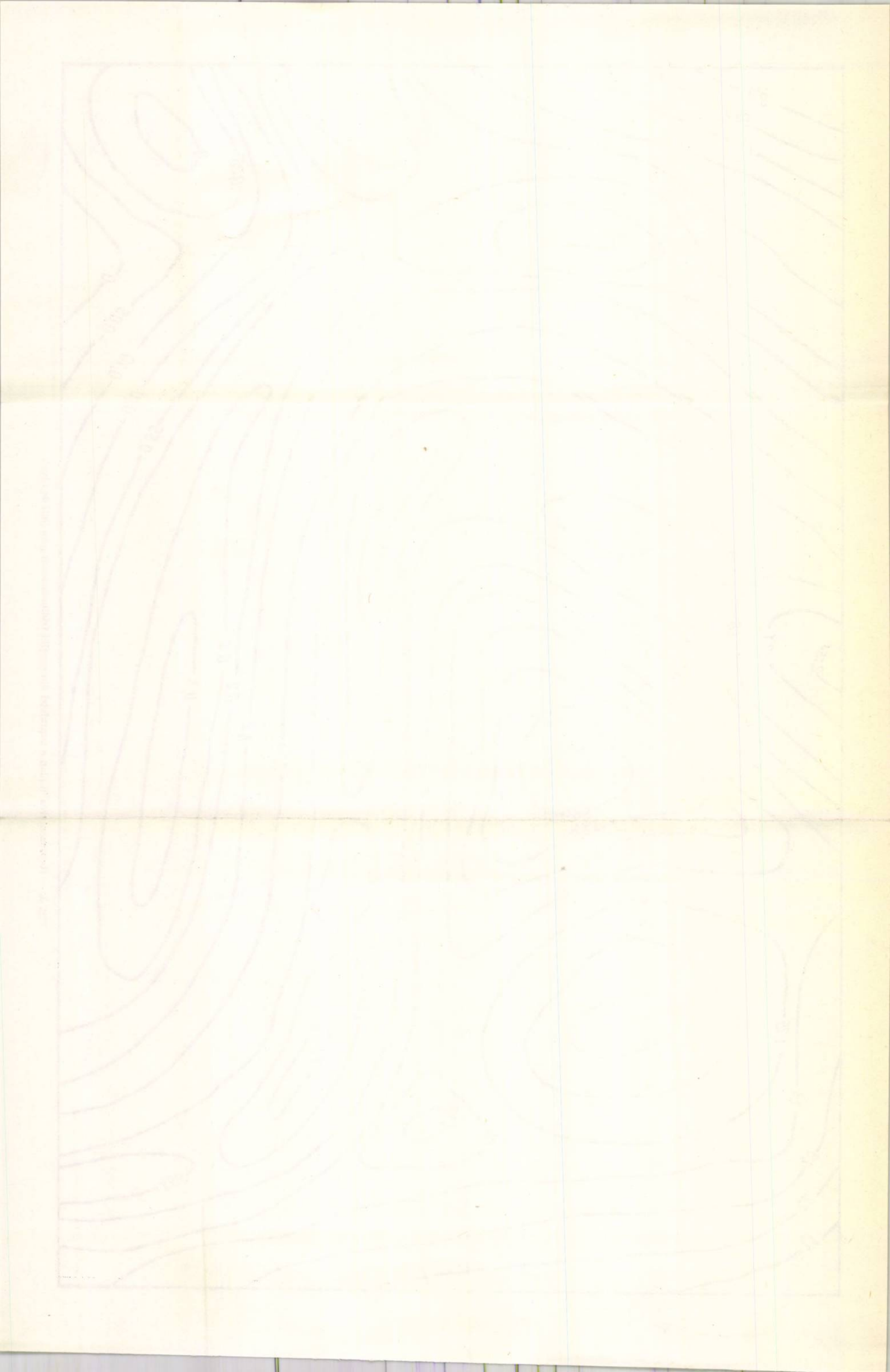


Fig. 3. — Reprezentarea în plan a suprafeței din spațiul tridimensional prin linii de nivel.



C.A. VASILESCU, S. FAUR, V. PIMSNER şi GH. A. RĂDULESCU, *Corelaţiile dintre combustibilul lichid şi motorul cu ardere internă*, Bucureşti, Edit Academiei, 1972, 335 p.

În ultimii ani asistăm la o dezvoltare fără precedent pe plan mondial a producţiei de motoare cu ardere internă. Noi ţări devin producătoare în acest domeniu şi pe zi ce trece gama de motoare cu ardere internă devine tot mai variată. Această diversificare a soluţiilor constructive, rezultată din necesităţile mereu crescînde ale societăţii umane, reclamă combustibili corespunzători, diferiţi de la caz la caz pentru ca exploatarea să fie rentabilă.

Între combustibilul realizat prin prelucrarea ţiţeiului şi motorul cu ardere internă există o dependenţă directă : numai anumite sorturi de combustibil pot face ca un tip de motor să funcţioneze corect şi timp îndelungat fără reparaţii, să realizeze consum minim, putere maximă, mers liniştit, poluare atmosferică redusă şi depuneri puţine în camera de ardere, iar dintre aceste sorturi de combustibil numai cîteva pot fi fabricate rentabil, ţinînd seama de întreaga varietate de combustibili solicitaţi la un moment dat pe piaţa internă şi la export, ca şi de materia primă avută la dispoziţie. Această corelare îşi amplifică importanţa dacă se ţine seama că, pe de o parte, motoarele evoluează în strînsă dependenţă cu dezvoltarea combustibililor şi, pe de altă parte, aceştia impun, la rîndul lor, noi niveluri condiţiilor de calitate. Avînd în vedere efectul economic al acestei interdependenţe semnalate de către autori, corelarea combustibilului cu motorul trebuie să devină o latură a concepţiei energetice.

Lucrarea se bazează pe cunoştinţele acumulate de către mai multe discipline şi pe experienţa de peste douăzeci de ani a autorilor, fiind în ţara noastră prima lucrare de acest gen.

În primul capitol, destinat familiarizării cititorului, se scoate în evidenţă modul de obţinere a diferitelor fracţiuni de combustibili utilizaţi la motoarele cu ardere internă, precum şi, în lumina ultimelor date, fabricaţia de motoare din R.S România. Al doilea capitol, intitulat „Procese în motoarele termice", cuprinde, într-o primă parte, tratarea fenomenelor de bază care au loc în motoarele cu ardere internă, ca, de exemplu, aprinderea şi arderea combustibilului, formarea amestecului, curgerea prin conducte şi prin orificii etc. Tot în această parte se stabilesc relaţiile care arată influenţa diferitelor proprietăţi ale combustibilului şi ordinul de mărime al acestei influenţe.

În continuare, în partea a doua, se analizează pentru trei tipuri de motoare (motorul cu aprindere prin scînteie, motorul cu aprindere prin comprimare şi turbomotorul cu ardere internă) transformările combustibilului şi se prezintă o teorie şi modele fizico-matematice ale procesului de ardere. Pe baza acestor modele este posibilă o primă corelare a proprietăţilor combustibilului cu condiţiile motorului.

Semnificaţia diferitelor proprietăţi ale combustibililor din petrol este discutată în capitolul III, intitulat „Caracterizarea combustibililor pentru motoarele cu ardere internă". Tot aici se arată modul de variaţie al acestor proprietăţi cu structura combustibilului.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p.1035—1040, 1972

În capitolul IV, intitulat ,,Depunerile, rezultat al arderii în motoarele cu ardere internă'', se examinează pe larg modul de formare a depunerilor și măsurile pentru reducerea lor și se insistă în mod deosebit asupra metodelor de apreciere a depunerilor în motoarele cu ardere internă. În acest sens, pe lîngă metodele clasice, sînt discutate cele cu izotopi radioactivi (folosite de către autori), care permit analiza în timp a evoluției procesului de depunere.

Studiul aspectelor majore ale interdependenței dintre combustibil și motor (în special evitarea detonației) este arătat în capitolul V, intitulat ,,Corelarea calităților combustibilului cu necesitățile motorului cu aprindere prin scînteie''. Sînt analizate metodele de determinare a tipului de combustibil pentru parcul național de automobile și se corelează cifra octanică de drum cu valorile obținute în laborator.

Un paragraf special este consacrat dependenței dintre factorii de poluare și combustibil. De asemenea sînt arătați combustibilii pentru motoarele cu aprindere prin scînteie, precum și aditivii folosiți.

Capitolul VI, ,,Corelarea calităților combustibilului cu necesitățile motorului cu aprindere prin comprimare'', relatează dependența dintre constituienții motorinelor și funcționarea corectă a motorului. Se justifică în mod documentat limitările ce trebuie considerate în ceea ce privește viscozitatea, volatilitatea și cifra cetanică a combustibilului și se prezintă tipurile de motorine și aditivii folosiți.

Capitolul VII al lucrării, ,,Corelarea calităților combustibilului cu necesitățile turbomotorului cu ardere internă'', tratează problemele legate de funcționarea sigură, de dimensiunile și de greutatea avionului, precum și probleme în legătură cu modificările pe care presiunea și temperatura le aduc asupra combustibilului folosit. Un paragraf special este dedicat combustibililor grei folosiți în turbomotoare, depunerilor și coroziunii. La sfîrșitul capitolului sînt indicați combustibilii și aditivii folosiți la turbomotoare.

Lucrarea are un pronunțat caracter original, concretizat în modul de tratare al problemelor legate de corelarea dintre combustibil și motorul cu ardere internă.

Volumul este însoțit de o bogată bibliografie, completată cu lucrările de prestigiu ale autorilor și cu experiența românească în acest domeniu multidisciplinar, și este destinată tuturor specialiștilor care lucrează în prelucrarea țițeiului, exploatarea și proiectarea motoarelor cu ardere internă.

N. Stoica

M. PĂTRUȚESCU, *Electronica nucleară*, București, Edit. Academiei, 1972, 541 p, 150 fig, 885 ref. bibl.

Lucrarea *Electronica nucleară* reprezintă o vastă sinteză bibliografică a problemelor legate de producția de aparataj nuclear, aparataj care a pătruns în prezent aproape toate domeniile de activitate. Caracterul eterogen al lucrării este imprimat de marea diversitate de probleme tratate. Gama problemelor abordate variază de la radiații nucleare (cap. 1) la circuite și scheme specifice electronicii nucleare.

Capitolul 1 prezintă tipurile de radiații nucleare și influențele lor asupra materialelor electronice. Este un capitol introductiv, bogat ilustrat grafic, pentru punerea în temă a cititorului.

Subiectul lucrării este expus în capitolele 2—12. Astfel capitolul 2 prezintă schemele de bază din electronica nucleară, şi anume circuitele de comutaţie cu reacţie. Se mai dau şi unele explicaţii sumare despre funcţii de transfer, transformări integrale etc., preferîndu-se materialul ilustrativ.

Traductoarele de intrare sînt expuse în capitolul 3, unde se descriu numai traductoare care transformă radiaţiile nucleare în curent electric. Se descriu amănunţit principiile fizice care stau la baza lor şi aparatul matematic sumar folosit pentru calcul.

Capitolul 4 are ca subiect amplificatoarele utilizate pentru detectoarele de radiaţie descrise anterior. Se descriu particularităţile acestor etaje şi se dau unele relaţii de proiectare pentru amplificatoare de impulsuri şi pentru alte tipuri de amplificatoare.

Circuitele de formare ale impulsurilor sînt prezentate în capitolul 5, unde la început se dau unele noţiuni elementare de teorie a filtrelor. În continuare sînt prezentate numeroase exemple de circuite pentru formarea impulsurilor de diferite durate, exemple luate din literatura de specialitate.

Selecţia impulsurilor după amplitudine este tratată în capitolul 6. Se face o clasificare a circuitelor de discriminare şi se arată condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească fiecare tip de discriminator. Capitolul este ilustrat cu numeroase scheme experimentale.

Capitolul 7 tratează o problemă de mare importanţă în transmiterea semnalelor de înaltă frecvenţă, şi anume liniile de întîrziere. Se prezintă un calcul simplificat pentru linii cu constante concentrate, acordîndu-se o mai mare atenţie liniilor cu constante distribuite. Se deduce sistemul de ecuaţii cu derivate parţiale de ordinul II (ecuaţiile telegrafiştilor). În încheierea capitolului se indică unele montaje de măsură. Importanţa mare a circuitelor de coincidenţă a impus rezervarea unui capitol special. Capitolul 8 arată unele criterii de calitate care trebuie să fie satisfăcute. Sînt prezentate mai multe metode de obţinere a coincidenţei impulsurilor, metode ce minimizează timpul de rezoluţie. Finalul capitolului este rezervat prezentării unui număr de scheme realizate şi se descrie funcţionarea lor.

Circuitele-poartă (de fapt circuite-poartă comandate) sînt descrise în capitolul 9, unde se prezintă unele realizări practice de astfel de circuite.

Capitolul 10 se ocupă cu circuitele de conversie, tratîndu-se atît convertoarele de mărimi diferite (timp-amplitudine), cît şi convertoarele analogice-digitale. Se descriu convertoare timp-amplitudine realizate cu ajutorul mai multor metode, ale căror scheme de principiu sînt analizate succint. Se indică performanţele impuse convertoarelor şi modul în care se obţin. Convertoarele amplitudine-timp sînt prezentate mai sumar, capitolul încheindu-se prin indicarea mai multor scheme de convertoare analogice-numerice şi numerice-analogice.

Numărătoarele rapide folosite în tehnica nucleară sînt descrise în capitolul 11, unde, după ce se arată modul de realizare al decadelor de numărare, se descriu cîteva scheme de numărătoare binare, în inel, reversibile şi circuite pentru măsurarea vitezei de numărare.

Capitolul 12 tratează circuitele de corecţie folosite în tehnica nucleară pentru înlăturarea fenomenelor nedorite care apar la frecvenţe mari. Sînt indicate şi comentate circuite pentru reducerea distorsiunilor de suprapunere, pentru refacerea nivelului mediu, pentru corecţia în domeniul timp şi pentru îmbunătăţirea raportului semnal/zgomot. Tipizarea tehnicii electronice nucleare generează module funcţionale.

Sistemele internaţionale realizate din module funcţionale care îndeplinesc o singură funcţiune sînt descrise în capitolul 13, prezentîndu-se amănunţit sistemul CAMAC. În acest capitol se descriu de asemenea şi unele tipuri de circuite integrate logice şi liniare de producţie destul de veche, dîndu-se şi descrieri tehnologice pentru montajul lor.

Capitolul 14 se ocupă de analizoarele multicanal, care sînt primele ansamble de măsură şi de control pentru prelucrarea informaţiilor obţinute dintr-o experienţă. Sînt enumerate caracteristicile principale ale analizoarelor şi tipurile de analizoare cu mai multe canale, descriindu-se

schemele-bloc. Capitolul se încheie cu utilizarea calculatoarelor electronice în tehnica nucleară, prezentîndu-se mai multe scheme-bloc şi cu diverse ansamble complexe de măsură şi de control.

În ansamblu, lucrarea *Electronica nucleară* reprezintă o valoroasă sinteză bibliografică de mari dimensiuni (aproape 900 de lucrări consultate), menită să împlinească un gol în literatura noastră de specialitate. Această lucrare se adresează în măsură egală studenţilor de la secţiile de ingineri fizicieni, specialiştilor în tehnica nucleară, cît şi doctoranzilor în specialitate.

Dan Heifler

R. E. KALMAN, P.L. FALB şi M. A. ARBIB, *Topics in mathematical system theory*, McGraw-Hill, 1969

Lucrarea cu titlul de mai sus reprezintă, în stadiul actual de dezvoltare al ştiinţei sistemelor, cel mai complet şi mai unitar material publicat sub formă de tratat.

Autorii se înscriu în primele locuri pe lista de cercetători la nivel mondial în domeniul teoriei sistemelor dinamice, R. E. Kalman fiind de fapt creatorul conceptelor moderne ale teoriei generale a sistemelor dinamice prin introducerea atributelor fundamentale de controlabilitate şi de observabilitate, dezvoltate ulterior ca atribute de structură de model asociat tranziţiilor cauzale ce descriu procesele dinamice. Meritul acestei lucrări este multiplu.

În primul rînd, se dau pentru prima dată, într-o manieră unitară, definiţiile riguroase şi chiar exhaustive ale conceptelor şi ale clasificărilor fundamentale din teoria sistemelor. În al doilea rînd, se gradează în mod natural, sub aspect atît conceptual, cît şi al modelului matematic, expunerea materialului. În al treilea rînd, lucrarea aduce o optică cu totul nouă faţă de întreg arsenalul tradiţional publicat pînă în prezent sub formă de cărţi şi tratate. În al patrulea rînd, volumul are meritul că, în pofida nivelului ridicat al expunerii, lasă deschisă problematica expusă spre a fi abordată şi din punctul de vedere al algoritmizărilor respective şi al calculului efectiv, în special sub aspectul facilităţii de folosire al calculatoarelor numerice.

Lucrarea conţine patru părţi.

Partea I, intitulată „Teoria elementară a reglării din punct de vedere modern", abordează problema sistemelor liniare şi a conceptului de conexiune inversă dintr-un punct de vedere cu totul diferit de convenţionalismul cunoscut.

După expunerea atributelor de structură: accesibilitate-observabilitate şi controlabilitate-constructibilitate, se determină modelul minimal optim pretabil la determinarea regulatorului corespunzător unei legi de reglare, lege a cărei formulare se face exhaustiv.

Conceptul de reglare apare ca o consecinţă firească a două atribute esenţiale:

— controlabilitatea implicînd existenţa legii de reglare ca reacţie inversă la nivelul spaţiului stărilor;

— constructibilitatea implicînd posibilitatea de estimare a stărilor interioare ale obiectului a cărui model formal a fost construit canonic şi minimal.

Aparatul matematic este simplu, apelîndu-se la elemente de algebră liniară (transformări liniare, schimbări de coordonate) şi teoria sistemelor de ecuaţii diferenţiale liniare ordinare. Interesant de reţinut este contrastul procedural de determinare a unui sistem automat, pus în evidenţă prin prezentarea simultană a metodei clasice şi a celei moderne de sinteză.

Claritatea expunerii este surprinzătoare şi aduce multe clarificări cercetătorilor familiarizaţi cu stilul de lucru clasic.

Partea a II-a se intitulează „Teoria reglării optimale". Ca o consecinţă a atributelor de structură expuse în prima parte, se impune conceputul de optimalitate.

Spre deosebire de lucrările de prestigiu în acest domeniu, care tratează mai mult formalismul matematic al optimalităţii, această parte a lucrării evidenţiază în special dinamica sistemului, exprimată la nivel de model. Rezultatul esenţial este că posibilitatea realizării unui proces optimal este condiţionată de canonicitatea modelului formal al obiectului condus, şi anume de controlabilitate şi observabilitate. Din acest ultim punct de vedere rezultă capacitatea operantă a o serie de noţiuni noi introduse, legate exclusiv de teoria sistemelor dinamice şi de posibilităţile mai reduse ale unor procedee deja consacrate, cum ar fi principiul maximului, care are o valoare mai mult intrinsecă.

Ultimul capitol este destinat teoriei Kalman-Bucy, privind filtrarea stohastică ca o extindere a sintezei tradiţionale a lui Wiener.

Partea a III-a, intitulată „Teoria automatelor finite", intră în domeniul sistemelor discrete. Marele merit al autorilor este că au reuşit, prin modelul matematic şi conceptual creat, să elimine discrepanţa dintre sistemele continue şi discrete prin atribuirea de proprietăţi algebrice comune, astfel încît cititorul nu are senzaţia că are de-a face cu două tipologii de sisteme, ci cu acelaşi mod de tratare unitar.

Problemele de bază ale automatelor finite sînt algebrizate cu ajutorul instrumentului semigrupurilor expus la nivelul extrem de accesibil unui inginer automatist. Se pune accentul în special pe izomorfismul sistemelor secvenţiale şi pe descompunerea de tip Jordan-Hölder.

Întregul material expus dă o viziune de ansamblu şi asupra modalităţii de proiectare a sistemelor secvenţiale, modalitate care nu evidenţiază diferenţe sensibile faţă de proiectarea modernă a sistemelor continue.

Partea a IV-a, intitulată „Teoria modernă a sistemelor liniare", expune punctul de vedere cel mai recent în domeniul sistemelor dinamice.

Toate proprietăţile dinamice sînt reductibile la proprietăţi algebrice, facilitînd algoritmizarea modelării. Trei rezultate sînt demne de amintit:

— determinarea structurii minimale şi a conceptului algebric de stare;
— algoritmul Kalman-Ho de construcţie efectivă a modelului minimal;
— realizarea modelelor cauzale ale sistemelor netede.

Această ultimă parte constituie în prezent nucleul din care se dezvoltă cercetările în domeniul sistemelor dinamice.

Lucrarea mai conţine o serie de anexe explicative, care dau bagajul minimal de înţelegere al conţinutului.

Un merit de principiu al lucrării este că desfiinţează unele abordări eronate făcute de literatura de specialitate (Zadeh), apărute pînă în prezent.

V. Ionescu

A.P. SAGE, J.L. MELSA, *Identificarea sistemului* (*System identification*), Academic Press, 1971, 221 p.

Identificarea proceselor constituie un domeniu de o importanţă majoră în contextul realizării automatizărilor industriale.

În prezent există o varietate de definiţii întrebuinţate pentru caracterizarea noţiunii de identificare a proceselor, care se referă atît la identificarea experimentală, cît şi la identi-

ficarea analitică. În cazul lucrării de față, autorii înțeleg prin identificarea sistemului (sau modelarea sistemului) procesul de determinare a unei ecuații diferențiale sau a unei ecuații cu diferențe care să descrie procesul fizic în concordanță cu un criteriu predeterminat.

Scopul declarat al lucrării este de a sistematiza principalele tehnici utilizate la identificarea sistemelor și de a furniza o tratare modernă, susceptibilă de o utilizare cu ajutorul calculatoarelor numerice.

Lucrarea cuprinde șapte capitole, împreună cu o bogată bibliografie și un indice de subiecte.

În introducere se evidențiază scopul identificării unui proces în contextul automatizării acestuia.

În capitolul 2 se trec în revistă metodele „clasice" ale identificării sistemelor. Aceste metode urmăresc obținerea funcției de transfer a procesului. Se analizează metodele de deconvoluție pentru sisteme liniare invariante în timp, identificarea prin utilizarea tehnicilor de corelație și identificarea proceselor liniare prin utilizarea semnalelor de testare sinusoidale. Ultima metodă se extinde și în cazul proceselor liniare variabile în timp.

Celelalte capitole ale lucrării tratează probleme moderne, legate de identificarea proceselor.

În capitolul 3 se examinează unele funcții-cost care se întrebuințează la identificarea sistemelor. Introducerea funcției-cost constituie un mijloc de a penaliza valorile incorect estimate și servesc la identificarea aposteriorică a sistemelor discrete. De asemenea sînt incluse algoritme de calcul care conduc la probleme bilocale și care pot fi rezolvate prin metodele prezentate în capitolele următoare.

Capitolul 4 este rezervat prezentării metodelor de gradient utilizate la identificarea proceselor. Se consideră atît metodele clasice de gradient, cît și metodele bazate pe a doua variație. În continuare se tratează metoda gradientului conjugat. Metodele expuse se exemplifică pe numeroase probleme concrete studiate de autori.

În capitolul 5 se prezintă metode de aproximare stohastice, cu aplicații la identificarea sistemelor. S-a dat o demonstrație euristică, ținînd seama mai mult de semnificația fizică a procesului identificat.

Metoda cvasiliniarizării face obiectul capitolului 6. Această metodă indirectă, elaborată de Bellman, rezolvă probleme bilocale sau probleme cu condiții în mai multe puncte. Se remarcă formulările și rezolvările pentru modele continue și discrete, pentru care se dau algoritmele de calcul corespunzătoare. Totodată se fac aprecieri asupra eficienții variantelor examinate.

Ultimul capitol al lucrării tratează problema elaborării unor algoritme secvențiale sau *on-line* pentru identificarea sistemelor, spre deosebire de capitolele anterioare, care cuprind algoritme *off-line*. În esență, estimarea secvențială a parametrilor procesului se reduce la o problemă de filtrare neliniară. În acest capitol se studiază numai metoda *invariant imbedding* pentru cazul sistemelor continue și discrete; se dă o aplicație la o problemă bilocală tratată anterior.

În lucrare se indică o bibliografie recentă cu referiri directe la subiectele studiate în capitolele 2—7.

Trebuie subliniat faptul că autorii au adus numeroase contribuții originale în domeniul identificării proceselor, o parte din rezultatele obținute de autori fiind incluse în volum.

Prezentarea modernă, de nivel superior, corespunde întru totul cerințelor actuale, fiind o contribuție meritorie în domeniul identificării proceselor. Pentru parcurgerea materialului sînt necesare cunoștințe generale din teoria optimizării și estimării. Volumul de față completează lucrarea de identificări experimentale apărută recent în literatura română de specialitate și de aceea se poate recomanda cu cea mai mare căldură tuturor acelora care lucrează în domeniul identificării proceselor industriale.

L. Lupaș

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES, SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGÉTIQUE", TOME 17, N° 4, 1972

PAUL DIMO 621.313.12

Interconexiunea echivalenţilor REI şi indicatorii reţelelor de energie. Calculul în timp real

Interconexiunea echivalenţilor REI ai analizei nodale constituie modelul redus pentru interconexiunea dintre reţelele de energie.

Graful rezultat respectă caracteristicile topologice specifice reţelelor de energie şi permite prin aceasta deducerea de „indicatori" pentru starea reţelei, care pot fi utilizaţi în timp real (*on-line*).

V. BUNEA 621.313.39

Teoria maşinilor de medie frecvenţă

Se prezintă o nouă teorie a generatorului de medie frecvenţă de tip Guy, care permite determinarea foarte exactă a caracteristicilor de funcţionare a acestor maşini, inclusiv a valorilor de vîrf.

S-a ţinut seama în această teorie de efectul magnetic *skin*, care are loc în tolele generatorului, ca şi de efectul celei de-a doua armonici a fluxului magnetic la funcţionarea în sarcină. Se arată în ce condiţii efectul magnetic *skin* devine prohibitiv.

Articolul îşi propune o prezentare teoretică a acestor maşini, care permite înlăturarea dezavantajelor care persistă încă în acest domeniu.

VLAD IONESCU 62.501.32

Asupra conceptului algebric al legii de reglare

Lucrarea furnizează o demonstraţie strict algebrică, bazată pe teoria $K[z]$-modulelor, privind obţinerea formei canonice Jordan-Lurie-Lefshetz. Această formă canonică permite, după cum este cunoscut, obţinerea unui dublu rezultat în cazul sistemelor liniare finit dimensionale şi invariante în timp : construcţia legii de reglare şi stabilirea modelului estimatorului de stare.

Ideea demonstrației date în lucrare constă în modul de alegere a generatorilor $K[z]$-modulului de torsiune de tip finit indus pe spațiul stărilor de dimensiune minimală, adică selectarea într-un anumit mod a vectorilor-coloană a matricei B ($\Sigma = (A, B, C)$) și folosirea corespunzătoare a polinoamelor minimale anulatoare.

Rezultatul general, obținut pe cale algebrică, se enunță astfel : dîndu-se $\Sigma = (A, B, C)$ un sistem canonic (minimal), există K și L de dimensiuni corespunzătoare astfel încît polinoamele caracteristice χ_{A-BK} și χ_{A-LC} să aibă orice dispunere a rădăcinilor lor în planul complex.

VL. RĂSVAN **62.501.32**

Stabilitatea absolută a unei clase de sisteme automate neliniare cu întîrziere. Partea I. Cazul fundamental

În lucrare se obțin condiții suficiente de stabilitate absolută pentru o clasă de sisteme automate cu întîrziere, în care neliniaritatea este funcție de o altă neliniaritate.

Aceste condiții sînt obținute prin modificarea corespunzătoare a unor rezultate anterioare ale autorului.

MARIA SUHĂREANU și EUGEN SUHĂREANU **621.39**

Studiul egalizorului variabil al lui Bode cu ajutorul unei reprezentări conforme

Se studiază egalizorul variabil al lui Bode pornind de la aproximarea relației care descrie exact comportarea sa cu o relație simplificată. Această relație simplificată fiind o transformare conformă, cu ajutorul unei reprezentări conforme se stabilesc condițiile necesare și suficiente sub care o curbă prescrisă conduce la un diport de fază minimă.

JUHANI NIEMINEN **518.4 : 512.**

Asupra analizei de distanță și a deteriorării complete a grafurilor de comunicație

Obiectivele principale ale analizei de distanță sînt schimbarea lungimii laturilor în grafurile G și efectele modificărilor acestor grafuri.

Se definește conceptul de deteriorare completă a grafului G și se construiește un număr care măsoară cît de sensibil este graful considerat la deterioare completă.

D. GRECOV **621.181 : 536.24**

Determinarea transferului de căldură în focarele cazanelor cu ajutorul modelării izotermice

Se deduc relații de calcul ale transferului de căldură în focar, ținînd seama de viteza de ardere a combustibilului și distribuția timpului de rezidență în focar pe baza datelor experimentale obținute prin modelare izotermică.

V. PIMSNER şi S. STERE 621.135

Asupra unei metode de determinare a pierderilor de energie în reţelele confuzoare drepte

Modelul adoptat în vederea determinării pierderilor de energie într-o reţea de palete consideră curgerea de bază potenţială, pierderile realizîndu-se în stratul-limită.

În lucrare se studiază teoretic şi experimental o metodă de determinare a distribuţiei vitezelor în curgerea de bază printr-o reţea de palete confuzoare, ca şi mărimea pierderilor rezultate, stabilindu-se precizia metodei. Modelul de calcul rezultat poate fi programat pe o maşină electronică şi utilizat în cercetările reţelelor de palete.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ
1972

INDEX ALFABETIC

Economie energetică

	Nr.	Pag.
BRĂDESCU MIRCEA, Modele matematice şi algoritmi de calcul pentru determinarea indicatorilor de fiabilitate aferenţi sistemelor tehnice complexe	4	817
BUSUIOC DUMITRU, O metodă pentru rezolvarea problemei de programare liniară cu toate variabilele numere întregi	1	15
GHERASI ANA v. NITU V.	3	505
GÎRLEŞTEANU ELIZA v. MICLESCU TH.	4	799
LICIU NICOLAE v. MANEA SORA	2	241
LICIU NICOLAE v. MANEA SORA	3	493
MANEA SORA, N. LICIU, G. PANAITESCU, Contribuţii la fundamentarea prognozei consumului de energie electrică, pe termen lung, în R. S. România	2	241
MANEA SORA, N. LICIU, Puncte de vedere privind prognozarea consumului casnic de energie electrică în perspectiva îndepărtată	3	493
MICLESCU TEODOR, M. NECULA, Cercetări numerice privind modelul dinamic al funcţionării de durată a sistemului electroenergetic	1	3
MICLESCU TEODOR, ELIZA GÎRLEŞTEANU, Modelul liniar al funcţionării de durată al sistemului electroenergetic	4	799
NECULA MARILENA v. MICLESCU T.	1	3
NITU I. VASILE, A. GHERASI, N. SEMEDREA, Fiabilitatea centralelor nucleare-electrice. Probleme specifice şi metode de calcul	3	505
PANAITESCU GEORGE v. MANEA SORA	2	241
SEMEDREA NICULAE v. NITU V.	3	505

Termoenergetică şi termotehnică

ABĂITĂNCEI DAN, Contribuţii la calculul umplerii motoarelor în patru timpi cu considerarea fenomenelor dinamice din colectorul de admisiune	3	605
BĂDICĂ ILEANA v. CAZACU C.	1	33
BERCEA OCTAVIAN v. TIU GH.	1	43
BOIŢĂ MIHAI, Teoria sonicităţii aplicată în analiza funcţionării sistemului de injecţie a motorului diesel	2	315
CARABOGDAN ION GHEORGHE, ELENA DĂMĂCEANU, Consideraţii asupra caracteristicilor energetice ale şisturilor bituminoase din Banat	2	253

	Nr.	Pag.
CAZACU CONSTANTIN, IL. BĂDICĂ, AL. PAVELEȚ, Modelarea focarului de la cazanul de 525 t/h	1	33
CRĂCIUNEANU CONSTANTIN v. PĂNOIU N.	2	267
DĂMĂCEANU ELENA v. CARABOGDAN I. GH.	2	253
DĂMĂCEANU ELENA v. DĂNESCU AL.	2	471
DĂNESCU ALEXANDRU, I. IORDACHE, ELENA DĂMĂCEANU, Potențialul electric al flăcărilor de gaze naturale și controlul automat al arderii (Notă)	2	471
DĂNILĂ NICULAE, I. GRIGORIU, Metodă de modelare a sistemelor termoenergetice complexe.	2	289
DĂNILĂ NICULAE, E. LICSANDRU-ISBĂȘESCU, J. NAIU-ADAMEȘTEANU, Calculul hidrodinamic al circuitului primar al centralei nucleare-electrice tip PWR	3	545
DOBOȘ CLARIDA v. NISTOR I	1	57
GHEORGHIU ȘTEFAN, Calculul temperaturilor la capătul rece al preîncălzitoarelor de aer, folosite la cazanele de abur, ținînd seama de coroziune	1	23
GHIA VICTOR, Cercetări privind efectele neuniformității repartiției aerului în elementele de recuperator	2	275
GHIA VICTOR, A. PĂLTÎNEA, Cercetări privind reducerea consumului specific de căldură la cuptoarele de forje	3	531
GRIGORIU IONEL v. DĂNILĂ N.	2	289
GUTMAN SERGIU v. NISTOR I.	1	57
HAIDUC CONSTANTIN, I. IONIȚĂ, Cercetări de analiza eficacității reactoarelor nucleare avansate cu combustibil vitroceramic moderate cu apă grea	3	559
HAIDUC CONSTANTIN, Cercetări asupra proceselor termice din casete de reactoare nucleare energetice cu apă sau apă grea sub presiune (Notă)	4	1023
HARBUR VITALIE v. TIU GH.	1	43
IONIȚĂ ION v. HAIDUC C.	3	559
IORDACHE IOAN v. DĂNESCU AL.	2	471
LICSANDRU-ISBĂȘESCU ELENA v. DĂNILĂ N.	3	545
MANEA STELA v. TIU GH.	1	43
NAIU-ADAMEȘTEANU JANINA v. DĂNILĂ N.	3	545
NĂSTASE MIRCEA, Posibilitatea modelării proceselor de ardere în motoarele diesel	4	855
NISTOR IOAN, S. GUTMAN, C. DOBOȘ, Cercetări asupra structurii bitumului de petrol utilizat la obținerea cocsului brichete prin tratament termochimic	1	57
PAVELEȚ ALEXANDRU v. CAZACU C.	1	33
PĂLTÎNEA ANTON v. GHIA V.	3	531
PĂNOIU NICULAE, C. CRĂCIUNEANU, Asupra funcționării focarului ciclon orizontal în regim izotermic	2	267
STOICA NICOLAE, O metodă de prelucrare a datelor de banc în vederea aprecierii performanțelor motoarelor cu aprindere prin scînteie	2	299
STOICA NICOLAE, Contribuții la studiul procesului de curgere a gazelor de sub pragul de turbulență	3	591
TEODORESCU LUCIAN v. TIU GH.	1	43
TIU GHEORGHE, L. TEODORESCU, V. HARBUR, S. MANEA, O. BERCEA, Unele aspecte ale influenței factorilor constructivi la pompă și la injector, asupra proceselor de injecție cu aplicație la motorul D-105	1	43
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Studiul experimental al duratei arderii în motorul cu aprindere prin scînteie cu cameră de ardere în piston (Notă)	1	227

	Nr.	Pag.
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Combaterea poluării produse de motoarele cu aprindere prin scînteie prin intermediul combustibilului	2	305
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Calculul efectului supraalimentării asupra performanţelor motorului diesel	3	571
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Schimbul de căldură în timpul arderii la motoarele diesel supraalimentate	4	837

Electroenergetică şi electrotehnică

APETREI CONSTANTIN, M. DOGARU, Caracteristicile maşinii sincrone cu poli înecaţi la funcţionare în asincron	3	639
APETREI CONSTANTIN, Elemente privind calculul excitaţiei cu înfăşurări divizate la maşinile sincrone cu poli înecaţi	4	913
ARIE ARIE, H. CRISCIU, Stabilirea unor matrici de incidenţă corespunzătoare unei reţele de cvadripoli	1	139
BADEA DUMITRU v. CRISTEA H.	4	961
BIDIAN DAN v. DÎMBOIU E.	2	399
BREAZU ILEANA v. PREDA M.	1	129
BREAZU ILEANA v. PREDA M.	3	735
BRÂNZARU I. GABRIEL v. CRISTEA H.	4	961
CODOIU REMUS v. SAAL C.	4	927
COSTICĂ SAŞA v. OPRIŞAN P.	2	381
CRISCIU HORIA v. ARIE A.	1	139
CRISTEA HARALAMBIE, Metoda de calcul a regimului reţelei electrice cu convergenţă monotonă	2	411
CRISTEA HARALAMBIE, G. I. BRÂNZARU, D. BADEA, Cercetări experimentale privind utilizarea anagrafului Dimo ca periferic al unui calculator de proces	4	961
CRISTOVICI ANDREI v. NECŞULESCU D.	1	157
DÎMBOIU EUGEN, D. BIDIAN, Studiul nesimetriilor curenţilor la motoarele liniare cu cîmp mobil la mersul în gol ideal	2	399
DOBRANIŞ AUREL, Consideraţii privind maşinile sincrone cu excitaţie pe două axe	1	207
DOGARU IULIAN v. MOCANU I.C.	3	673
DOGARU MIHAI v. APETREI C.	3	639
FETIŢĂ IOAN, Determinarea prin modelare a cîmpului electromagnetic al unui conductor cilindric, de secţiune transversală trapezoidală, plasat într-o crestătură feromagnetică	2	355
GAVRILĂ HORIA, Model pentru calculul pierderilor prin curenţi turbionari în tola de material feromagnetic	1	95
GAVRILĂ HORIA, Studiul păturilor şi tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. Cîmpul electromagnetic local.	3	623
IACOBESCU GHEORGHE, I. IORDĂNESCU, Procese de comutaţie la bornele întreruptoarelor la eliminarea scurtcircuitelor din reţelele cu neutrul legat la pămînt prin inductanţă	3	705
IFRIM ALFONS, P. NORŢINGHER, Construirea schemelor echivalente ale condensatoarelor cu dielectrici neideali	1	113
IORDĂNESCU IOAN v. IACOBESCU GH.	3	705
MARCOVICI JAK v. PREDA M.	1	129

	Nr.	Pag.
MARCOVICI JAK, Ecuaţii de stare ale dipolilor electrici pasivi şi interconexiunea acestora	4	887
MĂGUREANU RĂSVAN, F. SPINEI, O metodă de analiză a maşinilor asincrone alimentate de la onduloare cu tiristoare	4	947
MĂRIEŞ A. VIOREL, Metoda de măsurare a puterii pierdute în miezurile de ferită, studiată prin modelare matematică şi cu sisteme electronice de prelucrarea datelor	2	443
MICU EMIL v. SAAL C.	4	927
MOCANU I. CONSTANTIN, Schemele echivalente PSL ale conductoarelor drepte de secţiune oarecare	2	339
MOCANU I. CONSTANTIN, I. DOGARU, Caracteristicile electrice ale generatoarelor MHD de curent continuu cu gaze ionizate, în regim staţionar	3	673
NECŞULESCU S. DAN, A. CRISTOVICI, Reanclanşarea automată monofazată (RARM) pe linii de foarte înaltă tensiune	1	157
NEMEŞ MIRCEA, Metodă de analiză şi calcul a supratensiunilor datorite comutaţiei la linii electrice de înaltă tensiune cu elemente terminale de tip transformator	3	723
NEMEŞ MIRCEA, ELENA TEODORESCU, Funcţia de răspuns tranzitoriu la linii electrice cu elemente terminale concentrate, de tip impedanţă.	4	903
NICOLAU EDMOND, Tipuri de dipoli electrici elementari pasivi, fizic realizabili	2	423
NICOLAU EDMOND, Regimul permanent şi stabilitatea oscilatoarelor electronice	4	979
NORŢINGHER PETRE v. IFRIM A.	1	113
OPRIŞAN POMPILIU, S. COSTICĂ, Determinarea componentei axiale a cîmpului magnetic în zona frontală a turbogeneratorului	2	381
POPESCU ILIE, Studiul regimului tranzitoriu în circuitul dubluferorezonant serie	4	869
POSTOLACHE PETRE v. UNGUREANU MARILENA	1	217
PREDA MARIUS, I. BREAZU, J. MARCOVICI, Formula topologică generală pentru transmitanţele circuitelor multiport	1	129
PREDA MARIUS, I. BREAZU, O nouă metodă de obţinere a ecuaţiilor de stare pentru circuite cu elemente în exces	3	735
SAAL CAROL, E. MICU, R. CODOIU, Determinarea curentului oscilomotorului electromagnetic de tip parametric	4	927
SLIVINSKI ANGELA v. STAADECKER M.	4	971
SPINEI FĂNICĂ v. MĂGUREANU RĂSVAN	4	947
STAADECKER MIHAI, ANGELA SLIVINSKI, Utilizarea metodei eliminărilor ordonate şi a unor proceduri speciale de programare pentru calculele de regimuri staţionare în curent continuu la calculatorul IRIS—50	4	971
TEODORESCU ELENA v. NEMEŞ M.	4	903
ŢOPA IULIAN, Arbore electric cu recuperare mecanică a energiei de alunecare.	3	661
ŢUGULEA ANDREI, Regimul tranzitoriu al cîmpului electromagnetic inductiv într-un sistem de bare conductoare masive. Parametrii tranzitorii.	1	67
UNGUREANU MARILENA, P. POSTOLACHE, Privind influenţa descărcării corona asupra supratensiunilor interne	1	217

Sisteme automate în energetică

CRISTEA HARALAMBIE, D. HAIFLER, TH. MITACHE, T. MELINTE, Instalaţia pilot de vizualizare (anagraful DIMO)	2	461
DIATCU EUGEN, D. DOBRESCU, Programe automate de analiză şi calcul a siguranţei în funcţionare a sistemelor complexe	2	433

	Nr.	Pag.
DOBRESCU DAN v. DIATCU E.	2	433
FRUNTEȘ PETRACHE, Schemă de multiplicator analogic	2	451
GROSSU ALEXANDRU, Criterii algebrice de stabilitate absolută pentru unele sisteme neliniare de tip Lurie a căror parte liniară depinde de un parametru	1	195
HAIFLER DAN v. CRISTEA H.	2	461
IONESCU VLAD, Asupra construcției modelului canonic al unui sistem liniar neted, finit dimensional	4	993
LUPAȘ LAURENȚIU, Sisteme suboptimale liniare pentru problema optimală liniar-pătratică	3	761
LUPAȘ LAURENȚIU, Determinarea suboptimalității comenzilor suboptimale liniare pentru sisteme liniare cu criteriu pătratic	4	1007
MARCOVICI JAK, Circuite de comutație periodică în regim permanent	3	777
MĂRIEȘ A. VIOREL, Metoda de măsurare a puterii pierdute în miezurile de ferită, studiată prin modelare matematică și cu sisteme electronice de prelucrare a datelor	2	443
MĂRIEȘ A. VIOREL, Reprezentarea în plan a suprafețelor din spațiul tridimensional prin modelare matematică și folosind calculatoare electronice (Notă)	4	1029
MELINTE TIBERIU v. CRISTEA H.	2	461
MITACHE THEODOR v. CRISTEA H.	2	461
PONNER IOAN, Releu de tip digital pentru temporizări foarte mari	1	183
VASILIU CRISTOFOR, Asupra filtrelor diferențiale	1	171
VASILIU CRISTOFOR, Noi structuri pentru sinteza impedanțelor	3	751

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică, sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi va indica metodele utilizate.

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării.

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării

a) Lucrările se predau în trei exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 de semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi sau intervenţii.

b) Se vor anexa: Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc şi tuş, însoţite de cîte două copii şi o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci-şase rînduri în limba română, şi, la alegere, în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie:
Bucureşti, Şos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

T. MICLESCU și ELIZA GÎRLEȘTEANU

620.9 : 621.3

MODELUL LINIAR AL FUNCȚIONĂRII DE DURATĂ A SISTEMULUI ELECTROENERGETIC

În articol se expune modul de întocmire a unui model de programare liniară care modelează aproximativ condițiile funcționării de durată ale sistemului electroenergetic. Mărimea aproximației este determinată și analizată folosind ca model de referință modelul de programare dinamică al funcționării de durată a sistemului electroenergetic, expus într-un articol precedent [3], [4].

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 799 — 816, 1972

M. BRĂDESCU

621.3.019.3

MODELE MATEMATICE ȘI ALGORITMI DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA INDICATORILOR DE FIABILITATE AFERENȚI SISTEMELOR TEHNICE COMPLEXE

În lucrare se expune o metodă de calcul închegată, adecvată calculelor de fiabilitate într-un sistem energetic.

Investigînd siguranța funcționării unui sistem pe baza teoriei proceselor stohastice, modelele matematice prezentate evidențiază relațiile existente între diferiții indicatori de fiabilitate aferenți sistemului. Prin intermediul calculului operațional (transformata Carson—Laplace) se stabilesc algoritmi pentru determinarea acestor indicatori de fiabilitate. Fundamentul metodei de calcul descrise îl constituie determinarea succesivă a coeficienților P_j, Q_{ij} și R_{ij}, care intervin în formulele (5) și care sînt definiți, respectiv, de ecuațiile (4), (6) și (7). Calculul propriu-zis al indicatorilor de fiabilitate se referă exclusiv la acești coeficienți.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 817 — 835, 1972

C. A. VASILESCU

621.436 : 536.24

SCHIMBUL DE CĂLDURĂ ÎN TIMPUL ARDERII LA MOTOARELE DIESEL SUPRAALIMENTATE

Se studiază cu ajutorul unui ciclu real de motor cu aprindere prin comprimare, la care se admite cunoscută caracteristica de degajare a căldurii, modificarea cantității de căldură transmisă în timpul arderii către sistemul de răcire (atît global, cît și defalcat către chiulasă, piston și peretele cilindrului) și căldura schimbată în timpul procesului de disociere cînd se variază prametrii: presiunea de supraalimentare p_s, coeficientul excesului de aer α, raportul volumetric de comprimare ε, durata procesului de ardere θ_a, avansul la degajarea căldurii în procesul de ardere θ_i și forma caracteristicii de degajare a căldurii exprimată prin factorul B. În baza datelor calculate se prezintă și se explică modul în care acționează fiecare parametru; se scoate în relief faptul că nu este posibil să se compenseze creșterea căldurii transmise mediului răcitor ca urmare a măririi gradului de supraalimentare prin varierea parametrilor analizați.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 837 — 854, 1972

M. NĂSTASE

621.432 : 621.436

POSIBILITATEA MODELĂRII PROCESELOR DE ARDERE ÎN MOTOARELE DIESEL

Utilizarea mașinilor de calcul permite modelarea procesului de ardere din motoare. În lucrare se propune un model de calcul privind reprezentarea matematică a fenomenelor implicate în procesul de ardere, care permite determinarea legii optime de variație a presiunii din motoarele diesel.

Modelul se bazează pe ecuațiile diferențiale de bilanț energetic ale procesului de ardere, considerîndu-se legea de degajare a căldurii, schimbul de căldură dintre gaze și pereții camerei de ardere și lucrul mecanic efectuat. Legea de degajare a căldurii este calculată analitic pe baza unei legi de injecție, utilizînd o metodă de tip pas cu pas.

Prin modelarea arderii se permite ridicarea diagramei mecanice $p-\theta$ sau $p-V$, se determină performanțele tehnice ale motorului care se proiectează și se pot face studii privind optimizarea unor soluții de motor existente.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 855 — 867, 1972

I. POPESCU 621.316.5

STUDIUL REGIMULUI TRANZITORIU ÎN CIRCUITUL DUBLUFERONEZONANT SERIE

În lucrare se analizează regimul tranzitoriu în circuitul dublu-ferorezonant serie. Elementul neliniar din circuit este bobina cu miez feromagnetic comandată în c.c., a cărei caracteristică puternic neliniară a fost aproximată prin cinci segmente de dreaptă, iar regimul tranzitoriu s-a studiat pentru cazul cuplării la o sursă de tensiune sinusoidală.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 869—886, 1972

J. MARCOVICI 621.316 (075.8)

ECUAȚII DE STARE ALE DIPOLILOR ELECTRICI PASIVI ȘI INTERCONEXIUNEA ACESTORA

Se prezintă ecuațiile de stare ale dipolilor pasivi, interconexiunea acestora și determinarea matricelor A, B, C, D, în raport cu diferitele mărimi de intrare și ieșire, cunoscînd ecuațiile de stare ale dipolilor componenți.

Lucrarea constituie un auxiliar pentru analiza regimurilor tranzitorii și permanente în dipolii electrici pasivi prin metoda ecuațiilor intrare-starea-ieșire, precum și în sinteza dipolilor.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 887—901, 1972

M. NEMES și ELENA TEODORESCU 621.315.1.015.3.011.3

FUNCȚIA DE RĂSPUNS TRANZITORIU LA LINII ELECTRICE CU ELEMENTE TERMINALE CONCENTRATE DE TIP IMPEDANȚĂ

În lucrare se prezintă o metodă pentru determinarea matricei funcției de răspuns tranzitoriu pentru o excitație tensiune treaptă-unitate. Analiza numerică permite unele concluzii în legătură cu influența lungimii liniei și a compoziției impedanței terminale.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 903—912, 1972

C. APETREI 621.313.322

ELEMENTE PRIVIND CALCULUL EXCITAȚIEI CU ÎNFĂȘURĂRI DIVIZATE LA MAȘINILE SINCRONE CU POLI ÎNECAȚI

Se dau principiile metodologice de calcul a celor două înfășurări care constituie sistemul de excitație divizat. Se arată că dimensionarea înfășurărilor de excitație poate fi făcută apelînd la metoda de proiectare aplicată în mod curent la mașina sincronă, cu anumite particularități rezultate din funcțiile pe care urmează să le îndeplinească sistemul de excitație divizat.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 913—926, 1972

C. SAAL, E. MICU și R. CODOIU 621.313

DETERMINAREA CURENTULUI OSCILOMOTORULUI ELECTROMAGNETIC DE TIP PARAMETRIC

În lucrare se caută stabilirea legilor aproximative de variație a curenților care parcurg înfășurările oscilomotoarelor și vibratoarelor electromagnetice parametrice, prevăzute cu diode redresoare, la funcționarea în regim stabilizat; se presupune deplasarea sinusoidală a armăturii mobile. Se obține expresii analitice pentru curentul pe calea de curent.

Utilizarea calculatorului numeric IRIS—50 a permis stabilirea influenței sarcinii mecanice și a rezistenței înfășurărilor pentru variația liniară sau parabolică a inductivităților proprii ale înfășurărilor cu deplasarea armăturii mobile.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 927 — 946, 1972

R. MĂGUREANU și F. SPINEI 621.313.33.631.314.631

O METODĂ DE ANALIZĂ A MAȘINILOR ASINCRONE ALIMENTATE DE LA ONDULOARE CU TIRISTOARE

În lucrare se prezintă o nouă metodă de analiză a mașinilor asincrone alimentate de la onduloare cu tiristoare, metodă generalizabilă și pentru mașinile sincrone cu poli aparenți. Forma în trepte de tensiuni produse de un ondulor standard permite găsirea unor relații de recurență între tensiunile și curenții din diversele tacte, limitînd procesul de integrare la o șesime de perioadă dacă se cunosc condițiile inițiale la începutul unui tact. Metoda propusă, utilizînd variabilele de stare, permite găsirea nu numai a condițiilor inițiale, ci și simplifică în același timp procesul de integrare, erorile obținute fiind foarte scăzute.

Lucrarea se încheie cu prezentarea algoritmului de calcul, precum și a unui exemplu numeric realizat pe un calculator de medie capacitate IBM—1130.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 947 — 960, 1972

H. CRISTEA, G. I. BRĂNZARU și D. BADEA 621.313.12

CERCETĂRI EXPERIMENTLE PRIVIND UTILIZAREA ANAGRAFULUI DIMO CA PERIFERIC AL UNUI CALCULATOR DE PROCES

Lucrarea prezintă experimentările efectuate în vederea verificării de principiu a funcționării anagrafului ca periferic atașat unui calculator de proces și pentru determinarea și precizarea performanțelor impuse acestuia. Se dau de asemenea organigramele programului de vizualizare.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 961 — 970, 1972

M. STAADECKER și ANGELA SLIVINSCHI 681.3 : 620.9

UTILIZAREA METODEI ELIMINĂRILOR ORDONATE ȘI A UNOR PROCEDURI SPECIALE DE PROGRAMARE PENTRU CALCULELE DE REGIMURI STAȚIONARE ÎN CURENT CONTINUU LA CALCULATORUL IRIS-50

Autorii expun modul în care s-a întocmit un nou program pentru calculul regimurilor staționare în curent continuu pentru calculatorul IRIS—50, arătînd motivele pentru care nu s-a făcut o simplă transcriere a programului similar existent pentru calculatorul. ELLIOT—4120. Sînt prezentate avantajele noului program.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 971 — 978, 1972

ED. NICOLAU

621.396.61

REGIMUL PERMANENT ŞI STABILITATEA OSCILATOARELOR ELECTRONICE

În prima parte a acestui studiu se fac unele considerații generale asupra sistemelor automate oscilante liniare invariante în timp, stabilindu-se unele teoreme noi privind influența condițiilor inițiale. În a doua parte se prezintă unele metode originale de studiu a rețelelor cuprinzînd tuburi electronice sau tranzistoare, dîndu-se metode de înlocuire a elementelor active de circuit prin cvadripoli nereciproci. În partea a treia a lucrării se dă o metodă originală de studierea stabilității sistemelor cu N grade de libertate, cuprinzînd un parametru variabil. Ca o aplicație se studiază cazul unui oscilator cu un singur organ negativ liniarizat.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 979—992, 1972

VL. IONESCU

621.316.7.001

ASUPRA CONSTRUCȚIEI MODELULUI CANONIC AL UNUI SISTEM LINIAR NETED, FINIT DIMENSIONAL

Lucrarea abordează problema construcției unui sistem complet accesibil și complet observabil la un anumit moment dat, plecînd de la funcția de tranziție cauzală intrare-ieșire la momentul corespunzător, asociată stării zero și generată de un sistem liniar neted și finit dimensional.

Procedura este o consecință esențială a proprietății de finitudine, care permite reductibilitatea problemei la factorizarea canonică a unei funcții de tranziție cauzală ca aplicație liniară între două clase de funcții de suport compact bine determinat. Aceste clase au o proprietate maximală, în sensul că orice extindere a lor și a aplicației corespunzătoare generează același model canonic.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 993—1006, 1972

L. LUPAȘ

621.316.7.001

DETERMINAREA SUBOPTIMALITĂȚII COMENZILOR SUBOPTIMALE LINIARE PENTRU SISTEME LINIARE CU CRITERIU PĂTRATIC

Se tratează problema determinării gradului de suboptimalitate al unei comenzi suboptimale liniare pentru problema optimală liniar-pătratică. Se prezintă mai multe metode pentru calculul gradului de suboptimalitate și gradului de suboptimalitate minim. Se evidențiază avantajele metodei propuse asupra celorlalte metode cunoscute. Exemplele de calcul efectuate verifică rezultatele teoretice stabilite.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p., 1007—1021, 1972

C. HAIDUC

621.039.517

CERCETĂRI ASUPRA PROCESELOR TERMICE DIN CASETE DE REACTOARE NUCLEARE ENERGETICE CU APĂ SAU APĂ GREA SUB PRESIUNE

Se tratează problemele dezvoltate de autor în problema transferului de căldură în regim turbulent de convecție forțată în casete de reactor nuclear răcit cu apă sau apă grea.

Pe baza ecuațiilor diferențiale de mișcare, bilanț termic și continuitate au fost obținute și verificate experimental noi ecuații criteriale pentru determinarea transferului de căldură în casete de reactor nuclear energetic.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p., 1023—1028, 1972

V. A. MĂRIEȘ 681.34

REPREZENTAREA ÎN PLAN A SUPRAFEȚELOR DIN SPAȚIUL TRIDIMENSIONAL PRIN MODELARE MATEMATICĂ ȘI FOLOSIND CALCULATOARE ELECTRONICE

În lucrare se expune modul de reprezentare în plan al unei suprafețe din spațiul tridimensional. Suprafața este dată printr-o expresie analitică sau se obține dintr-o serie de puncte ce se proiectează relativ uniform în planul dreptunghiului de reprezentare. Procedeul folosit este eficient în special în al doilea caz, primul fiind mult mai simplu, cînd, pe baza unui model matematic, se determină expresia analitică a suprafeței care aproximează optim punctele spațiale ale suprafeței reale. Cu ajutorul unui sistem electronic de prelucrare a datelor, se reprezintă în plan suprafața dată sau determinată ca mai sus, obținîndu-se liniile de nivel ale suprafeței.

Metoda este utilă la reprezentarea în plan a suprafețelor date analitic, a suprafețelor geografice cunoscute numai prin coordonatele unui număr limitat de puncte, a straturilor geologice, a liniilor de cîmp și altele.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 1029 — 1034, 1972

T. MICLESCU, ELIZA GÎRLEȘTEANU 620.9 : 621.3

EIN LINEARES MODELL FÜR DEN DAUERBETRIEB DES ELECTRO-ENERGETISCHEN SYSTEMS

Im Artikel legt man die Zusammenstellung eines Linearprogramierungmodells vor, welches den Dauerbetrieb des elektroenergetischen Systems annähernd darstellt. Die Wert der Abweichung wird durch Vergleich mit einem dynamischen Programmierungsmodell für den Dauerbetrieb des elektroenergetischen Systems bestimmt und analysiert [3], [4].

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 799 — 816, 1972

M. BRĂDESCU 621.3.019.3

MODÈLES MATHÉMATIQUES ET ALGORITHMES POUR LE CALCUL DES INDICATEURS DE FIABILITÉ CONCERNANT LES SYSTÈMES TECHNIQUES-COMPLEXES

L'ouvrage expose une méthode de calcul unitaire, apropriée aux calculs de fiabilité dans un système énergétique. Cette méthode est entièrement fondée sur la théorie des processus stochastiques (processus de Markov, processus semi-markoviens, processus de renouvellement) et les modèles mathématiques présentés mettent en évidence les relations entre les différents indicateurs de fiabilité.

En utilisant le calcul opérationnel (la transformation de Carson — Laplace), les algorithmes pour la détermination des indicateurs de fiabilité sont considérablement facilités.

La méthode de calcul décrite est fondée sur la détermination successive des coefficients P_j, Q_{ij} et R_{ij}, intervennant dans les formules (5) et qui sont définis respectivement par les équations (4), (6) et (7). Le calcul proprement dit des indicateurs de fiabilité se réfère exclusivement à ces coefficients.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 817 — 835, 1972

C. A. VASILESCU 621.436 : 536.24

ÉCHANGE DE CHALEUR DURANT LA COMBUSTION DANS LES MOTEURS DIESEL SUPRAALIMENTÉS

On étudie a l'aide d'un cycle réel de moteur à allumage par compression, en considérant connues la caractéristique de dégagement de la chaleur, la modification de la quantité de chaleur transmise pendant la combustion vers le système de refroidissement (valeur globale et valeurs défalquées vers la culasse, vers le piston et vers les parois du cylindre), ainsi que la chaleur échangée pendant le processus de dissociation au cas de variation des paramètres : pression de suralimentation p_s, coefficient d'excédent d'air α, taux de compression ε, durée du processus de combustion θ_a, avance au dégagement de la chaleur dans le processus de combustion θ_i, forme de la caractéristique du dégagement de la chaleur exprimée par le facteur B. En utilisant les données calculées, on présente et on explique l'action de chaque paramètre ; on montre qu'il est impossible de compenser l'augmentation de la chaleur transmise au milieu refroidissant, comme suite de l'augmentation du degré de suralimentation, en variant les paramètres analysés.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 837 — 854, 1972

M. NĂSTASE

621.432 : 621.436

LA POSSIBILITÉ DE RÉALISER DES MODÈLES DE PROCESSUS DE COMBUSTION DANS LES MOTEURS DIESEL

On propose un modèle de calcul concernant la représentation mathématique des phénomènes impliqués dans le processus de combustion, permettant la détermination de la loi optimale de la variation de la pression des moteurs Diesel.

Le modèle est formulé en utilisant les équations différentielles du bilan énergétique du processus de combustion et en considérant la loi du dégagement de la chaleur entre le gaz et les parois de la chambre de combustion et le travail mécanique effectué. La loi du dégagement de la chaleur est calculée d'une manière analytique à partir de la loi d'injection, en utilisant une méthode pas à pas.

A l'aide du modèle de la combustion on a représenté le diagramme mécanique $p-\theta$ ou $p-V$, on a déterminé les performances techniques du moteur étudié et on a fait des études concernant l'optimisation de quelques solutions d'un moteur existant.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 855—867, 1972

I. POPESCU

621.316.5

ÉTUDE DU RÉGIME TRANSITOIRE DANS LE CIRCUIT DOUBLE FERRORÉSONNANT EN SÉRIE

L'auteur analyse le régime transitoire dans le circuit double ferrorésonnant en série. L'élément non linéaire du circuit est la bobine à noyau ferromagnétique commandée en courant continu avec la caractéristique approximée par 5 segments linéaires.

On étudie le régime transitoire au cas de connexion du circuit, à une source de tension sinusoïdale.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 869—886, 1972

J. MARCOVICI

621.316(075.8)

ÉQUATIONS D'ÉTAT POUR LES DIPÔLES PASSIFS ET LEUR INTERCONNEXION

On présente les équations d'état pour les dipôles passifs, leur interconnexion et la détermination des matrices A, B, C, D, par rapport aux diverses grandeurs d'entrée et de sortie, au cas ou l'on connait les équations pour les dipôles composants.

Le travail constitue un moyen pour l'analyse des régimes transitoires et permanents des dipôles électriques passifs, par la méthode des équations entrée-état-sortie, de même que pour la synthèse des dipôles.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 887—901, 1972

N. NEMEȘ, ELENA TEODORESCU

621.315.1.015.3.011.3

ÜBERTRAGUNGSFUNKTION ELEKTRISCHER LEITUNGEN MIT KONZERTRIERTEN IMPEDANZ-ENDELEMENTEN

In der Arbeit wird eine Methode zur Bestimmung der Übertragungsmatrix im Falle einer Einheitsstufenspannung dargestellt. Die numerische Analyse ermöglicht einige Schlußfolgerungen betreffs des Einflusses, der Leitungslänge und der Zusammensetzung der Endimpedanz.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 903—912, 1972

C. APETREI 621.313.322

CONSIDERATIONS ON THE DESIGN OF THE DIVIDED WINDING EXCITATION OF TURBOGENERATORS

The author gives the methodological principles for calculating the two windings which constitute the divided excitation system. It is shown that the calculation of excitation windings can be made by using the method usually applied to the desing of the synchronous machine, taking into consideration some particularities of the divided excitation winding system.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 913 — 926, 1972

C. SAAL, E. MICU, R. CODOIU 621.313

DÉTERMINATION DU COURANT DE L'OSCILLOMOTEUR ÉLECTROMAGNÉTIQUE DE TYPE PARAMÉTRIQUE

On cherche à établir les lois de variation des courants passant dans les bobines des oscillomoteurs électromagnétiques paramétriques, munis de diodes-redresseurs ; le fonctionnement s'effectue en régime permanent.

On étudie le fonctionnement de l'oscillomoteur en régime sinusoïdal du mouvement de son armature mobile. On obtient des expressions analytiques originales pour le courant sur la voie du courant. L'utilisation du calculateur IBM—360 a permis — en même temps que des vérifications expérimentales — de vérifier la justesse des conclusions théoriques, pour les cas de la variation linéaire ou parabolique avec le déplacement de l'armature mobile des inductances propres des enroulements.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 927 — 946, 1972

R. MĂGUREANU, F. SPINEI 621.313.33 : 631.314.631

A METHOD FOR INVERTER-FED INDUCTION MOTOR ANALYSIS

A new method for thyristor-inverter-fed induction machine analysis, based on state variables is presented, method which can be generalised for salient poles synchronons motors. The special form of the voltage supply allows to find some recurrence relations between voltages and currents for different subintervals of time limiting the integration process if the initial conditions are known, for one sixth of the period. The method permits not only to find the initial conditions but simplifies at the same time the integration of the system diferential equations.

Finally a numerical example and a diagram flow for a digital IBM—1130 computer is presented.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 947 — 960, 1972

H. CRISTEA, G. I. BRÂNZARU, D. BADEA 621.313.12

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES CONCERNANT L'UTILISATION DE L'ANAGRAPHE DIMO COMME PÉRIPHÉRIQUE D'UNE CALCULATRICE DE PROCESSUS

On présente les expérimentations effectuées pour la vérification du principe du fonctionnement de l'anagraphe comme périphérique attaché à une calculatrice de processus et pour déterminer et préciser les performances qui lui sont imposée. On donne aussi les organigrammes du programme de visualisation.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 961 — 970, 1972

M. STAADECKER, ANGELA SLIVINISCHI 681.3 : 620.9

ALGORITHME ET PROGRAMME POUR LE CALCUL DE LA RÉPARTITION DES PUISSANCES EN COURANT CONTINU POUR LE CALCULATEUR IRIS-50

Les auteurs exposent le système selon lequel on a établi un nouveau programme pour le calcul de la répartition des puissances en courant continu pour l'ordinateur IRIS—50, en donnant les raisons qui les ont déterminés à ne pas se limiter seulement à transcrire le programme similaire qui existe pour l'ordinateur ELLIOTI—4120. On présente les avantages du nouveau programme.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 971 — 978, 1972

ED. NICOLAU 621.396.61

LA RADIATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS DES MILIEUX ANISOTROPES

On présente plusieurs méthodes pour la détermination du champ électromagnétique produit par radiation dans des mileux anisotropes. On peut grouper ces méthodes en deux catégories : méthodes basées sur les potentiels ; méthodes utilisant la fonction de Green.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 979 — 992, 1972

VL. IONESCU 621.316.7.001

ON THE CONSTRUCTION OF THE CANONIC MODEL OF A LINEAR FINITE DIMENSIONAL AND SMOOTH SYSTEM

In this work the realization problem of a completely accesible and completely observable system coorresponding to a given moment is approached, starting from a known causal zero state input/output map with respect to the present time generated by a linear finite dimensional and smooth system.

The procedure is an essential consequence of the finiteness property which implies the solving of the problem via a canonical factorization of a causal transition map as a linear application between two classes of well determined compact support functions. These classes have a maximal property expressed by the fact that any extension of them and of the corresponding application implies the same canonic model.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 993—1006, 1972

L. LUPAŞ 621.326.7.001

EVALUATION OF SUBOPTIMALITY OF THE SUBOPTIMAL LINEAR CONTROLS FOR LINEAR-QUADRATIC OPTIMAL PROBLEMS

This paper deals with the evaluation of the degree of suboptimality for a linear suboptimal control related to the linear-quadratic problem. Several methods for the determination of the degree of suboptimality and the minimum degree of suboptimality are presented. The advantages of the proposed method are pointed out. Computed examples prove the theoretically established results.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 1007 — 1021, 1972

C. HAIDUC

621.039.517

RECHERCHES SUR LES PROCESSUS THERMIQUES DANS LES ÉCRAINS DE RÉACTEURS NUCLÉAIRES ÉNERGÉTIQUES A L'EAU LÉGÉRE OU À L'EAU LOURDE

Dans l'ouvrage en traite des problèmes étudiés par l'auteur dans le domaine du transfert de chaleur en régime turbulent de convection forcée dans les écrains des réacteurs nucléaires refroidis à l'eau légère ou à l'eau lourde.

A partir des équations différentielles de mouvement, de bilan thermique et de continuité, on a obtenu et vérifié expérimentalement de nouvelles équations critérielles pour la détermination du transfert de chaleur dans les écrains du réacteur nucléaire énergétique.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 1023—1028, 1972

V. A. MĂRIEȘ

681.34

THE PLAN REPRESENTATION OF THE THREE-DIMENSIONAL SURFACES BY MATHEMATIC MODELING, USING ELECTRONIC DATA PROCESSSING SYSTEMS

The work deals with the plane representation of a three-dimensional space surface. The surface is represented by an analytic expression or is obtained by mathematical modelling of some points that are projected relatively uniform onto the representation rectangle. The surface given of obtained surface is represented in planc using an electronic data processing system ; the level lines of the surface, are obtained.

St. cerc. energ. electr., tom. 22, nr. 4, p. 1029—1034, 1972

1972 DEC 19

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

D. F. LĂZĂROIU, *Mașini electrice cu inerție redusă*, 1969, 472 p., 29 lei.

D. GRECOV, I. IORDACHE și N. ANTONESCU, *Arderea combustibililor gazoși*, 1969, 268 p., 22 lei.

CONSTANTIN ȘORA, *Introducere în studiul generatorului Hall*, 1969, 310 p., 18, 50 lei.

I. CARABOGDAN și N. PĂNOIU, *Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi*, 1969, 288, p., 24 lei.

LUCIAN Z. DUMITRESCU, *Cercetări în tuburile de șoc*, 1969, 303 p., 21 lei.

I.S. GHEORGHIU și AL. FRANSUA, *Tratat de mașini electrice*, vol. II, *Transformatoare*, 1970, 462 p., 30 lei; vol. III, *Mașini asincrone*, 1971, 534, p. 33 lei; vol. IV. *Mașini sincrone*, 1972, 535 p., 33 lei.

LUIGI DOBRESCU, *Fenomene de suprafață la metale și aliaje*, 1970, 442, p., 29 lei.

CONSTANTIN HAIDUC, *Optimizarea parametrilor centralelor nucleare-electrice*, 1970, 322 p., 17, 50 lei.

M. GR. NĂSTASE, *Bazele defectoscopiei radiologice*, 1970, 258 p., 14 lei.

C. PENESCU, VL. IONESCU și E. ROSINGER, *Sisteme optimale*, 1970, 336, p., 12 lei.

EDMOND NICOLAU, *Sinteza sistemelor radiante*, 1971, 376, p. 22 lei.

EDMOND NICOLAU, *Cîmpuri și unde electromagnetice*, 1972, 360 p., 21,50 lei

C.I. PENESCU, *Sisteme de protecție de distanță*, 1971, 624, p., 41 lei.

MARIN ENE, *Metodele mașinilor determinante*, 1971, 228, p., 13 lei.

N. REUS, *Tratarea simbolică a schemelor de comutație*, 1971, 270 p., 11 lei

B. POPA și V. KASSIAN, *Teoria și calculul injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare*, 1971, 311 p., 21 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU ș.a. *Corelațiile dintre combustibilului lichid și motorul cu ardere internă*, 1972, 336, p., 23, 50 lei.

I. P. Informația c. 1784

43 821

Lei 40.—